

拡張カルマンフィルターによるケーブルの曲げ剛性と張力の同時同定に関する基礎的検討

頭井 洋¹・西川 徹²・濱崎義弘³・新家 徹⁴

¹正会員 工博 横南大学教授 工学部土木工学科(〒572寝屋川市池田中町17番8号)

²正会員 工修 新構造技術株式会社 総合技術部(〒160 東京都新宿区西新宿6-3-1)

³正会員 工修 株式会社 神戸製鋼所都市環境本部構造技術部(〒650 神戸市灘区岩屋中町4-2-15)

⁴正会員 工博 神戸市立工業高等専門学校教授 都市工学科(〒650 神戸市西区学園東町8-3)

斜張橋やニールセン橋などケーブル構造物の架設の際に利用されている振動法によるケーブル張力計測に必要なケーブルの曲げ剛性をケーブル張力と同時に同定する手法を拡張カルマンフィルターを用いて開発した。ケーブルを1次ないし2次のモード座標で低次元化したモデルで拡張カルマンフィルターを構成した。固有振動数とケーブルの曲げ剛性および張力を関係づける方程式は非線形になるが、先に提案した振動法による張力計測法で作成した近似式を利用した。同一次元モデルおよび有限要素モデルの数値積分より求めた応答値にホワイトノイズを加えた値を観測値として用いて同定を行い、本手法の検証を行った。つぎに、アルミ板を用いた加振実験を行い、測定した加振力と応答値を用いて同定を行い、曲げ剛性と張力を同時に同定できることを示した。

Key Words : identification, flexural rigidity, cable tension, vibration method, extended kalman filter

1. まえがき

計測した固有振動数よりケーブル張力を算定する振動法による張力計測は、その簡便さのゆえに斜張橋やニールセン橋などの架設の際に最も一般的に利用されている。著者等は、ケーブルの曲げ剛性やサグの影響を考慮して、ケーブルの固有振動数より張力を算定する実用式^{1),2)}を提案している。これらの式によると、計測したケーブルの1次ないし2次の固有振動数よりただちにケーブル張力を求めることができるのでよく利用されている。しかし、ケーブルの曲げ剛性は前もって求めておく必要がある。特に、ケーブル長さが短い場合には、曲げ剛性の影響は大きい。また、斜張橋のレインバイブレーションの振動対策として、ダンパーが用いられることが多いが、厳密な最適設計にあたってはケーブルの曲げ剛性が必要となる³⁾。

このようにケーブルの曲げ剛性値が必要とされることがしばしばあるが、実際のケーブルの曲げ剛性は、ケーブルの種類や導入張力により変化し、曲げ剛性の正確な値を求めるることは難しい。これまで使われている曲げ剛性の同定法として、静的な曲げ実験や張力と振動数の計測値を用いたキャリブレーション法がある。また、最近、振動数方程式の高次解の周期性を利用して、複数個の固有振動数測定値から最小自乗法より曲げ剛性を推定する方法も提案されている⁴⁾。

一方、実測振動データをもとに構造物の動特性を推定する同定問題に関する研究も数多く行われている。固有円振動数やモード減衰、モードシェイプなどのモーダルパラメータの推定に対して有効な実験モーダル解析法や、その応用として曲げ剛性などの剛性を直接推定するシステム同定についても制御技術に関連して電気や機械分野を中心に数多くの研究がなされている。その一つに、時々刻々与えられる観測データを用いてシステムの状態変数の最小2乗推定値を逐次的に求める時間領域での推定アルゴリズムであるカルマンフィルタがある⁵⁾。カルマンフィルタは線形のシステム状態方程式を基礎としているが、非線形の状態方程式に対しても基準軌跡のまわりで線形化することで同様のアルゴリズムを得る。これが拡張カルマンフィルタで、土木構造の動特性の推定にも応用されている⁶⁾。

本研究は、拡張カルマンフィルタによりケーブルの張力と曲げ剛性を同時に推定する方法の開発を試みたものであり、拡張カルマンフィルタ理論に用いる観測値には、ケーブルを強制加振し、変位、速度あるいは加速度のいずれかを測定して得た実測データを用いる。ケーブルを1次ないし2次のモード座標で低次元化したモデルで拡張カルマンフィルターを構成した。固有振動数とケーブルの曲げ剛性および張力を関係づける方程式は非線形になるが、先に提案した振動法によるケーブル張力計測法における実用算定式で作成した近似式をケー

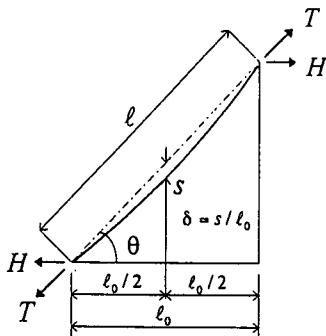


図-1 サグおよび傾斜を有するケーブル

ブルの固有振動数と曲げ剛性および張力に関するパラメータ間の関係式として利用する。まず、基礎的な検討として、曲げ剛性・減衰定数や張力を仮定した数学モデルを作成し、このモデルの状態方程式をルンゲクッタ・ギル法で解き、これより得た応答値、または、有限要素法解析で得られた応答値に、ガウス白色雑音を加えた値を観測データとして用いて同定を行い本手法の有効性を確認する。

さらに、ケーブルの模型としてアルミ板を用いた加振実験を行い、サンプリングした時刻歴での外力と応答値を用いた同定を行い、曲げ剛性と張力が同時に推定できるか調べる。

曲げ剛性と張力については、そのまま状態量とする状態方程式を構成することは難しいので、モード解析に基づき1,2次振動を対象に、間接的に求める方法を採用した。同定プログラムはFORTRANで作成した。

2. ケーブルの基礎方程式

(1) 曲げ剛性を考慮したケーブルの運動方程式

張力 T を有する両端固定はりの運動方程式は、次のように表せる²⁾。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) - T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (1)$$

ここで、式(1)は時間 t と軸方向の位置座標 x に関する偏微分方程式になっている。また、 v は軸直角 (y) 方向のたわみ、 EI は曲げ剛性、 m は単位長さ当たりの質量を表している。

なお、図-1に示すようにケーブルが傾斜しサグのある場合についても、ケーブル形状を放物線で近似し、ケーブル軸直角方向の変位のみを考慮し、かつ振動による張力変化を無視できる2次振動などの非対称振動を対象にすると、式(1)と同じ式が得られる⁷⁾。したがって、非対称振動に限定すれば、式(1)はケーブルが傾斜

しサグのある場合にも適用できる。また、対称振動モードに対しても、サグが小さい場合や高次振動では振動による張力の変化の影響は小さくなるので、式(1)が適用可能になる。

Rayleigh型の減衰を仮定し、モード間の直交性を利用すると y 方向のたわみ振動モードのそれぞれに対して、式(2)のような形のモード座標 q_n で表した運動方程式が得られる。

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{p_n(t)}{m_n} \quad (2)$$

ここに、 ζ_n は n 次モードの減衰定数、 ω_n は n 次モードの固有円振動数、また

$$m_n = \int_0^\ell \phi_n^2(x) m dx \quad (3)$$

$$p_n(t) = \int_0^\ell \phi_n(x) p(x, t) dx \quad (4)$$

と表せ、 m_n はモード形 $\phi_n(x)$ に関するケーブルの一般化質量、 $p_n(t)$ はモード形 $\phi_n(x)$ に関する一般化外力である。 ℓ はケーブルの固定端間の長さを表す。

(2) ケーブル張力と固有振動数の関係

ケーブルの固有振動数と張力の関係を求めるため、文献1), 2)では、次の無次元値を導入している。

$$\xi = \sqrt{\frac{T}{EI}} \cdot \ell \quad (5)$$

ξ はケーブルの横方向剛性に関するパラメータで、 ξ が小さいと両端固定のはりの特性に近くなり、 ξ が大きくなるにつれ弦の特性に近づく。すなわち、ケーブルの振動数と張力の関係において、曲げ剛性の影響はパラメーター ξ のみで表される。

ところで、式(1)の右辺の外力項を0とおき、両端の境界条件より固有振動数に関する方程式が得られるが非線形方程式になり、簡単に振動数より張力を算定できない。また、実際にケーブルを容易に加振できるのは1次振動(対称1次)、あるいは2次振動(逆対称1次)のモードである。したがって、文献(2)では ξ の範囲により次の2通りの無次元振動数を導入し、これらの無次元パラメータと ξ との関係を表す近似式を導いている。

(i) ξ が大きい場合

$$\eta_n = f_n / f_n^s \quad (6)$$

ここに、 f_n^s : 弦の n 次の固有振動数

$$f_n^s = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (7)$$

(ii) ξ が小さい場合

$$\varphi_n = f_n / f_n^B \quad (8)$$

ここに, f_n^B : 張力を無視した両端固定はりの n 次の固有振動数

$$f_n^B = \frac{\alpha_n^2}{2\pi\ell^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (9)$$

$$\lambda_1\ell = \alpha_1 = 4.730, \quad \lambda_2\ell = \alpha_2 = 7.853$$

これらの無次元振動数と ξ との関係を表す近似式として、式(1)より得られる固有振動数に関する方程式の数値解との差ができるだけ小さくなるよう文献(2)では次式を与えている。

$$\eta_1 = \frac{\xi}{\xi - 2.2} \quad (17 \leq \xi) \quad (10)$$

$$\eta_1 = 1.075 \sqrt{1 + \left(\frac{6.8}{\xi}\right)^2} \quad (6 \leq \xi \leq 17) \quad (11)$$

$$\varphi_1 = \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{42.0}} \quad (0 \leq \xi \leq 6) \quad (12)$$

$$\eta_2 = 0.985 \frac{\xi}{\xi - 3.1} \quad (17 \leq \xi \leq 60) \quad (13)$$

$$\varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{85.0}} \quad (0 \leq \xi \leq 17) \quad (14)$$

ここに、式(10), (11), (12) は 1 次振動（対称 1 次）、式(13), (14) は 2 次振動（逆対称 1 次）の近似式である。式(10)～(14)より与えられる近似解は、 ξ の各適用範囲内で 0.4% 以内の精度で厳密解と一致し、精度の高い近似式になっている。

3. 拡張カルマンフィルタによる同定式の誘導

(1) 数学モデル

観測した応答変位や速度を入力して、求めたい張力や曲げ剛性を出力するフィルタとして、拡張カルマンフィルタを構成するには、両者を関係づけるケーブルの数学モデルが必要になる。

カルマンフィルタは、対象システムの運動方程式（状態方程式）を解く時間更新のアルゴリズムと、観測値を用いて時間更新より求めた状態量を修正する観測更新のアルゴリズムとから構成される。

これらのアルゴリズムをパソコン程度の小規模システムでリアルタイム処理するには、運動方程式ができるだけ簡単になるよう少ない自由度の数学モデルで対象システムの動的特性を表現しなくてはならない。ケーブルの応答は、ケーブルを加振する加振力とケーブルの動特性に支配されている。数学モデルの運動方程式は、各モードごとに式(2)より与えられる。

弦理論による理論振動数との比で振動数を無次元表示した η_n を用いて式(2)を書きかえると

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n\eta_n C_x \sqrt{T} \dot{q}_n + \eta_n^2 C_x^2 T q_n = \frac{\phi^T}{m_n} \cdot p(x, t) \quad (15)$$

ここに、 $C_x = \frac{\pi n}{\ell \sqrt{m}}$

式(2)を両端固定ばかりの理論振動数との比で振動数を無次元表示した φ_n を用いて書きかえると

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n\varphi_n J_x \sqrt{\psi} \dot{q}_n + \varphi_n^2 J_x^2 \psi q_n = \frac{\phi^T}{m_n} p(x, t) \quad (16)$$

ここに、 $\psi = EI/EI_0$, $EI_0 = \frac{\alpha_n^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{EI_0}{m_n}}$ ケーブルの充実断面の理論曲げ剛性, $J_x = \frac{\alpha_n^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{EI_0}{m_n}}$

式(15)は、1 次振動に対して $\xi \leq 6$, 2 次振動に対して $\xi \leq 17$ の範囲で用いる。式(16)は、1 次振動に対して $\xi > 6$, 2 次振動に対して $\xi > 17$ の範囲で用いる。

カルマンフィルタを適用するために、運動方程式を 1 階の微分方程式である状態方程式に変換する。

$$\dot{x} = Ax + bp(x, t) \quad (17)$$

ここに

$$x = \{q_n, \dot{q}_n\}^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\eta_n^2 C_x^2 T & -2\zeta_n\eta_n C_x \sqrt{T} \end{bmatrix} \quad (18)$$

あるいは

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\varphi_n^2 J_x^2 \psi & -2\zeta_n\varphi_n J_x \sqrt{\psi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$b = \left\{ 0, \frac{\phi}{m_n} \right\}^T \quad (20)$$

式(17)を解いて、微小時間刻み Δt で離散化表示すると

$$x_{i+1} = \Psi x_i + B p(x, t) \quad (21)$$

ここに

$$\Psi = e^{A_i \Delta t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\Delta t)^k}{k!} (A_i)^k$$

$$B = \sum_{k=0}^{\infty} b \frac{(\Delta t)^{k+1}}{(k+1)!} (A_i)^k \quad \left. \right\} \quad (22)$$

式(21)は、式(17)を陽解法で解いた答えで、時間ステップ i における状態量を既知として、 Δt 秒後の $(i+1)$ ステップの状態量を求める予測式になっている。

(2) 拡張カルマンフィルタの設計

前節で導いた状態方程式およびその解を用いて、減衰比、振動数に関するパラメーターと張力を同定する拡張カルマンフィルタの設計を行う。

拡張カルマンフィルタは、状態方程式に含まれる未知パラメーターを同定するために、状態量の中に未知パラメーターを含む拡大した状態量を導入する。

未知パラメータとして、それぞれ、

弦の振動数で無次元化した場合 ζ_n , η_n , \sqrt{T}

はりの振動数で無次元化した場合 ζ_n , φ_n , $\sqrt{\psi}$

のそれぞれ 3 個を含む拡大した状態量

$$Z_i = \left\{ q_n, \dot{q}_n, \zeta_n, \eta_n, \sqrt{T} \right\}^T \quad (23)$$

適用範囲 : 1 次振動 ($\xi > 6$), 2 次振動 ($\xi > 17$)

あるいは

$$Z_i = \left\{ q_n, \dot{q}_n, \zeta_n, \varphi_n, \sqrt{\psi} \right\}^T \quad (24)$$

適用範囲 : 1 次振動 ($\xi \leq 6$), 2 次振動 ($\xi \leq 17$)

を定義すると, 式 (18), 式 (19) の各係数行列は, それぞれ式 (23), 式 (24) の拡大した状態量 Z_i の関数として表される.

これらの式をそれぞれ式 (22) に代入すると, Ψ, B が求まるが, すべて Z_i の関数となり, 観測更新のたびごとに計算しなおす必要がある.

Z_{i+1} に対する予測式は次式となる.

$$Z_{i+1} = \begin{bmatrix} \Psi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} Z_i + \begin{Bmatrix} B \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} p(x, t) + \begin{Bmatrix} w_i \\ \dot{w}_i \end{Bmatrix} \quad (25)$$

ここで w_i, \dot{w}_i は, 状態量のシステムノイズを表すガウス白色雑音である. 式 (25) を書き直すと

$$Z_{i+1} = \Phi(Z_i) + Gp(x, t) + W_i \quad (26)$$

式 (26) より拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムが次のように得られる.

$$\hat{Z}_{i+1/i} = \Phi(\hat{Z}_{i/i}) + Gp(x, t) \quad (27)$$

$$P_{i+1/i} = T_{i/i} P_{i/i} T_{i/i}^T + Q_i \quad (28)$$

$$Y_i = \partial \Phi(\hat{Z}_{i/i}) / \partial \hat{Z}_{i/i} \quad (29)$$

ここで, P は状態量の推定誤差の共分散行列, Q はシステムノイズ W_i の共分散行列である.

次に, 観測更新アルゴリズムを導く. ケーブルの変位や速度の観測値よりなるベクトル y と状態量 Z とを関係づける方程式は,

$$y_i = h(Z_i) + v \quad (30)$$

式 (30) で, v は, 観測ノイズを表すガウス白色雑音である. 推定状態量の誤差を最小にする条件より得られる観測更新アルゴリズムは, 次のように与えられる.

$$\hat{Z}_{i/i} = \hat{Z}_{i/i-1} + K_i \{ y_i - h_i(\hat{Z}_{i/i-1}) \} \quad (31)$$

$$K_i = P_{i/i-1} H_i^T \{ H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i \}^{-1} \quad (32)$$

$$P_{i/i} = P_{i/i-1} - K_i H_i P_{i/i-1} \quad (33)$$

ここに,

$$H_i = \partial h(Z_i) / \partial Z_i \Big|_{Z=\hat{Z}_{i/i}} \quad (34)$$

ここで, K_i は, カルマンゲインと呼ばれ推定状態量の誤差を最小にする働きをする. R は, 観測ノイズの共分散行列である.

また, 式 (29), (34) の微分演算は相当複雑な式になり, 式 (22) の多項式で 3 次以上探ると手計算では, ほとんど不可能である. 式 (22) の多項式演算および式 (29) と式 (34) の微分演算はすべて数式処理言語 MAPLE⁸⁾ を用いて求め, 計算プログラムに組み込んだ.

式 (22) の多項式は, 4 次まで採用した.

初期条件は, 次のように与えられる.

$$\bar{Z}_{0/-1} = \bar{Z}_0, \quad P_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (35)$$

\bar{Z}_0 は, 状態量の平均値, Σ_0 は, 状態量のシステムノイズの共分散行列の初期値である.

実際の計算では, 時間更新のアルゴリズムにおいて, Δt を小さくとらないと積分誤差が大きくなるので, 観測更新の 1/10 の刻みで時間更新を行う. また, 式 (27) ~ (29), 式 (31) ~ (34) のアルゴリズムをそのままコンピュータで実行すると, しばしば数値的不安定が生じる. この問題を改善するアルゴリズムが種々考案されている. その中で, 最も数値的安定性に優れている共分散行列 P の非負定値対称性を利用した UD 分解のアルゴリズムを用いている⁵⁾.

同定された状態量から曲げ剛性と張力を求める際, 橫方向剛性 ξ と η_n あるいは φ_n との近似式 (10) ~ (14) を用いた.

4. シミュレーションによる検討

(1) 同一次元モデルを用いた場合

式 (17) の状態方程式をルンゲクッタ・ギル法で解き, この解より応答値を求めて観測値とする. そして, 式 (27) ~ (29) の時間更新および式 (31) ~ (33) の観測更新アルゴリズムに基づく拡張カルマンフィルタのシミュレーションプログラムを作成し, 以下の手順で計算を行った.

1) ケーブルの張力 T , 減衰定数 ζ , 曲げ剛性 EI などのモデルの正解値を決め, 式 (17) の状態方程式を 4 次のルンゲクッタ・ギル法で解く. これより, 変位, 速度, 加速度の応答値を計算し, これに応答値の数 % の疑似ガウス白色雑音を加えて観測データとする.

2) 拡張カルマンフィルタによるパラメータ同定アルゴリズムを, 上記観測データに適用し, 適当な初期値のもとに EI や T などの同定を行う.

観測更新の時間刻みは 0.01 秒とした. 表-1 に計算に用いたモデルの諸元を示す. 表-2 に示すようにケーブル張力 (横方向剛性 ξ) を 3 段階に変化させた.

曲げ剛性, 張力, 減衰比の推定初期値をそれぞれ正解値の半分あるいは 2 倍程度とした場合のシミュレーションを行なった.

表-1 計算モデルの諸元

ℓ	5.0 m	直径	4.6 cm
mg	13.03 tf/m	EI	1.758 tf · m ²
ζ_1	0.03	EL_0	3.510 tf · m ²

表-2 ケーブルの張力 T と横方向剛性 ξ

case	T (tf)	ξ	f_1 (Hz)	η_1 or φ_1
(a)	24	18.5	15.2	$\eta_1 = 1.135$
(b)	2	5.33	6.71	$\varphi_1 = 1.295$
(c)	1	3.77	5.99	$\varphi_1 = 1.157$

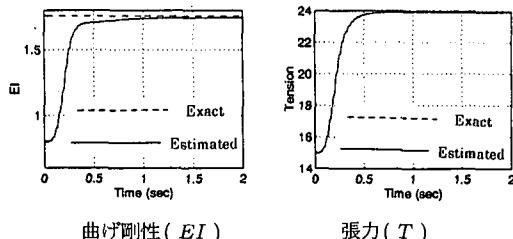
図-2 同一次元モデルの同定結果 $\xi = 18.5$

表-3 ケーブルの張力と曲げ剛性の同定結果(同一次元モデル)

case	パラメータ	正解値	同定値	比
(a)	EI	1.758	1.745	0.993
	T	24.00	23.93	0.997
(b)	EI	1.758	1.760	1.001
	T	2.000	1.998	0.999
(c)	EI	1.758	1.749	0.995
	T	1.000	1.002	1.002

外力はモデルの1次の固有振動数にほぼ等しい、振幅 2.0kgf の正弦波である。観測値は、 $\ell/2$ 点と $\ell/4$ の加速度を用いている。

図-2は、張力(T)と曲げ剛性(EI)の同定結果の一例である。図より正解値に十分近づいており、張力と曲げ剛性の同定が確認できる。

表-3に各ケースの張力(T)と曲げ剛性(EI)の同定結果をまとめて示す。表-3より、拡張カルマンフィルターと同一次元のモデルの数値解析結果を観測値として用いた場合は、力学的形状が弦に近いときからやはりに近いときまで曲げ剛性と張力が精度良く同定できていると言える。

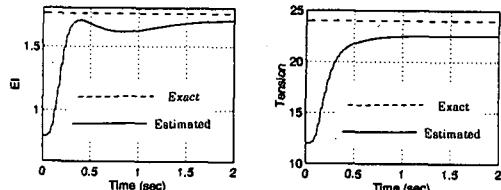
図-3 有限要素法の応答値による同定結果 $\xi = 18.5$

表-4 ケーブルの張力と曲げ剛性の同定結果(有限要素法)

case	パラメータ	正解値	同定値	比
(a)	EI	1.758	1.703	0.97
	T	24.00	22.56	0.94
(b)	EI	1.758	1.723	0.98
	T	2.000	1.882	0.94
(c)	EI	1.758	1.704	0.97
	T	1.000	0.943	0.94

(2) 有限要素法で解いた応答値を用いた場合

表-1, 表-2と同じモデルを、20分割した有限要素モデルで表し、所定の張力を導入したのち張力による幾何剛性を考慮して前節と同じ条件で加振して応答解析を行い、得られた応答値にホワイトノイズを加えて観測値とした。なお、減衰は $C/K = 2\zeta_1/\omega_1$ として剛性比例で与えた。

有限要素法による固有値解析より得られた1次モード振動数とはりの理論式から求めた1次振動数がほとんど等しいことを確認した後、同定をおこなった。初期条件および観測条件については前節と同様にした。図-3に同定結果の一例を示す。

数値シミュレーションに有限要素法を用いた場合、わずかであるが拡張カルマンフィルターのモデルでは考慮していない高次成分が励起されている。このため、数値シミュレーションに同一次元モデルを用いた図-2の場合に比べ同定精度がやや低下している。

表-4に各ケースの張力(T)と曲げ剛性(EI)の同定結果を示す。表-4より、有限要素法モデルの数値解析結果を観測値として用いた場合についても、力学的形状が弦に近いときからやはりに近いときまで曲げ剛性と張力が精度良く同定できていると言える。

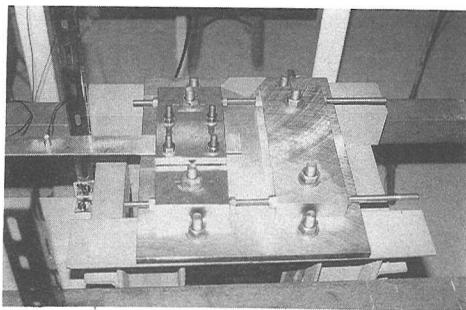


写真-1 アルミ板固定治具

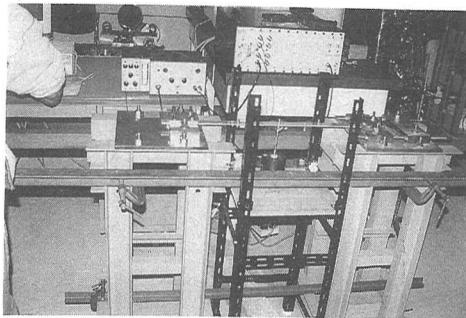


写真-2 固定用実験台

表-5 供試体の寸法

specimen	ℓ (mm)	幅 (mm)	高さ (mm)	I (mm ⁴)
AL1	500	29.97	3.0	67.5
AL2	800	30.00	2.0	20.0

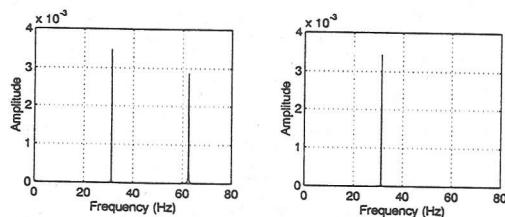
5. アルミ板を用いた加振実験

(1) 実験装置

実験装置は、供試体の両端を固定しボルトで張力を調節できる固定治具、固定用実験台から構成される(写真-1), (写真-2)。

(2) 供試体

本実験の供試体にアルミ板を使用した。アルミ板を使用した理由は実験が容易であり曲げ剛性が明確であるためである。表-5に、用いたアルミ板の諸元を示す。



(a) 生波形 (b) バンドパスフィルタ
図-4 実験波形のフーリエ・スペクトル

(3) 加振実験

実験では、加振信号として、1次の固有振動数に近い振動数の正弦波を用いた。小型の電磁式加振機を用い、加振棒の先に取り付けた力センサを介して支間の中央を加振した。応答値の測定用のセンサには超小型の圧電型加速度計を使用したが、センサの質量を無視しえないので、質量分布が等分布に近くなるよう等間隔に5個取り付けた。

この加振実験は、ケーブルの力学特性が梁に近い場合から弦に近い場合まで、曲げ剛性と張力が同定できるかどうかを確認するためのものである。そのため、ケーブルの横方向剛性に関する無次元パラメータ ξ を $\xi \leq 6$ と $6 \leq \xi$ の条件にあてはまるよう張力を調節して実験を行なった。まず張力を入れずに1~3次の固有振動数を実験モード解析により測定し、その固有振動数を両端固定梁の固有振動数 f_n^B とした。そして、式(9)より、 EI を与えて m を逆算した。 m には加速度計の質量も含まれている。

次に、張力を徐々に増加させ、 $\xi \leq 6$ 、 $6 \leq \xi$ のそれぞれの条件を満たす張力下で加振実験を行なった。また、測定したデータには着目する特定モードの振動数以外のモードが含まれているため、生データとともにバンドパス・フィルタを通したデータも同定に用いた。

図-4-(a)は実験の生波形のスペクトル解析の例、図-4-(b)は、バンドパスフィルタを通したデータのスペクトル解析の例である。バンドパスフィルタには、デジタルフィルタ(IIR)を用いた。

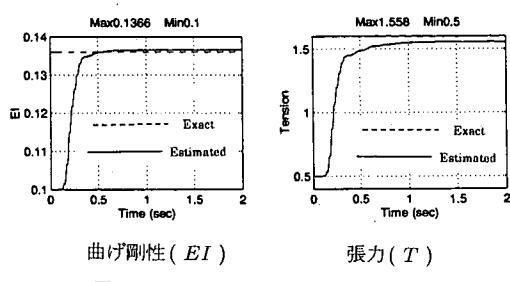
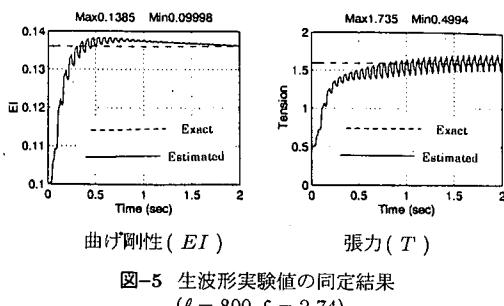
(4) 加振実験で得た応答値を用いた同定結果

実験モード解析で得た張力がない場合の1次の固有振動数 f_1^B と EI より逆算して求めた m を表-6に示す。AL1の方がAL2より m が大きくなっているのは、板厚が大きいこととセンサーの質量が単位長当たり大きくなっているためである。

観測の条件は、時間刻み $\Delta t = 1/256\text{sec}$ 、継続時間

表-6 実験モード解析結果

specimen	f_1^B (c/s)	m (kgf · mm/s)
Al1	39.43	5.99×10^{-8}
Al2	15.65	1.72×10^{-8}



$t = 4\text{sec}$ とした。データ数は $N = 1024$ である。観測値は、 $\ell/2$ 点と $\ell/4$ の加速度を用いている。図-5は、生波形を用いた場合の張力(T)、曲げ剛性(EI)の同定結果である。

生波形を用いた場合、拡張カルマンフィルターで考慮しているモード以外の成分が含まれているためと思われるが、張力の同定結果が正解値付近でふらつき安定していない。

次に、バンドパスフィルタを通した場合について図-6に示す。

図より生波形の場合より安定して正解値に近づいていることがわかる。

表-7に加振実験による同定結果をまとめた。バンドパスフィルターの有無にかかわらず、 $\xi \leq 6$ のはりの振動数で無次元化した場合および $\xi > 6$ の弦の振動数で無次元化した場合のいずれも場合も、かなりの精度で曲げ剛性と張力の同定ができる。また、生波形を用いた場合、正解値付近で同定結果がふらつく傾向があるのに対し、フィルターを通した場合は安定した解が得られている。

6. 結論

本研究で得られた主な結果をまとめると次のようになる。

同一次元モデルの数値積分による応答計算値にホワイトノイズを加えた値を観測値として用いた場合、力学的特性がはりに近い場合から、弦に近い場合まで、曲げ剛性と張力を高精度で同定できた。

表-7 アルミ板加振実験による同定結果

specimen	ξ	EI	正解値	同定値	
				生波形	filter 後
Al1	5.21	EI	4.54×10^5	4.37×10^5	4.40×10^5
		T	49.8	53.7	52.9
	13.4	EI	4.59×10^5	4.46×10^5	4.59×10^5
		T	330.2	332.5	330.1
Al2	2.74	EI	1.36×10^5	1.36×10^5	1.37×10^5
		T	1.59	1.66	1.56
	11.32	EI	1.36×10^5	1.35×10^5	1.34×10^5
		T	27.2	27.4	27.3
cline2-6	19.1	EI	1.36×10^5	1.49×10^5	1.48×10^5
		T	77.3	75.5	75.3

有限要素法モデルの応答計算値にホワイトノイズを加えたデータを観測値として用いた場合も、力学的特性がはりに近い場合から、弦に近い場合まで、曲げ剛性と張力をかなりの精度で同定できた。

アルミ板を用いた加振実験により得られたデータを用いた場合もケーブルの曲げ剛性と張力を同時にかなりの精度で同定ができることが確かめられた。

加振実験の同定は、加振モード以外の振動モードの影響を考慮したものと考慮しないものとの2種類行なつた。バンドパスフィルタを通した方が安定した同定結果が得られた。この理由は、拡張カルマンフィルターのモデルを単独のモードで低次元化したものを用いており、生波形にはモデルで考慮していない振動成分が含まれていたためと考えられる。

今回は加振方法として正弦波加振を採用したが、加振方法としてはインパルスハンマーを用いた打撃加振の方がより手軽で簡単である。しかし、打撃加振では、加振力および応答値とともに高次の周波数成分が含まれるため、バンドパスフィルタを通さざるをえない。打撃加振では、生波形に含まれる高次の周波数成分の割合が大きいと予想され、バンドパスフィルターにより着目する特定の周波数成分が十分な精度で抽出できるか問題が残されている。本手法を発展させて、複数のモードを考慮できるよう拡張する必要がでてくると思われる。実ケーブルを用いての本手法の検証とともに今後に残された課題である。周波数領域での重みづけが可能なロバスト制御理論の応用も含め、引き続き検討を進めたい。

BASIC STUDY ON SIMULTANIOUS IDENTIFICATION OF CABLE TENSION AND FLEXUAL RIGIDITY BY EXTENDED KALMAN FILTER

Hiroshi ZUI, Tohru NISHIKAWA, Yoshihiro HAMAZAKI and Tohru SHINKE

The extended kalman filter is applied to the simultaneous identification of flexual rigidity and tension of cables. The one degree of freedom model reduced to first or second order natural frequency mode is used as the mathematical model of cables on the extended kalman filter. The approximate formula proposed on the practical formulas of the vibration method is used on the relation between natural frequency and cable tension and flexual rigidity. The calculated response values obtained by the same order model and finite element model are first used and the effects of the method are confirmed. Next, the experiment is carried out by using Al plates as cable specimens and the effects of the method are examined.

謝辞： 本研究を遂行するに当たり、第1著者は、平成7年度に文部省の科学研究費補助金を受けた。ここに、記して、感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 新家 徹, 広中 邦汎, 頭井 洋, 西村 春久: 振動法によるケーブル張力の実用算定式について, 土木学会論文報告集, 第294号, pp.25-34, 1980.
- 2) 頭井 洋, 新家 徹, 濱崎 義弘: 振動法によるケーブル張力実用算定式の補正, 土木学会論文集, 第525/I-33, pp.351-354, 1995.
- 3) 米田昌弘, 内海 靖, 井関治郎: ダブルケーブル方式を採用した斜張橋に対するケーブル制振用ダンパーの設置法に関する研究, 土木学会構造工学論文集, Vol.40A, pp.883-895, 1994.
- 4) 山際伊知郎, 宇津野秀夫, 菅野直紀, 杉井謙一: 振動法によるケーブル曲げ剛性と張力の同時推定法, 土木学会構造工学論文集, Vol.42A, pp.547-554, 1996.
- 5) 片山 徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983.
- 6) 星谷 勝, 斎藤 悅郎: 拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文報告集, 第339号, pp.20-33, 1983.
- 7) 島田 忠幸: ケーブルの高次振動モードの固有振動数測定値からの張力測定法について, 土木学会論文集, 第501号/I-29, pp.163-171, 1994.
- 8) The Math Works Inc.: Symbolic Math Toolbox User's Guide for Use with MATLAB, 1993.

(1996. 5. 23 受付)