土木学会論文集 No. 556／I-38, 179-187, 1997.1

カルマンフィルタを用いた非線形構造物の同定

瀧本　幸[1]・星谷　勝[2]

[1]学生会員　武蔵工業大学大学院　土木工学専攻（〒158 東京都世田谷区玉堤 1-28-1）
[2]正会員　Ph. D.　武蔵工業大学教授　土木工学科　（同上）

拡張カルマンフィルタを用いて，非線形復元力を有する積層ゴム等を基礎部に設置した，免震構造物の同定を行う．同定する未知量は，地震加速度入力の場合には，Masing則でモデル化した基礎部の非線形復元力及び，線形とした上部構造物の物理特性値の比率である．また，起振力入力の場合には，基礎部の非線形復元力及び，上部構造物の物理特性値そのものである．そして，数値解析により，同定精度に対する観測ノイズの影響及び入力の影響，履歴モデルの適応性について検討する．さらに，R. Y. Tan等の研究で示された同定手法との比較を行い，本手法の有用性を示す．

Key Words *:identification, nonlinear, extended Kalman filter, Masing criterion, base isolation*

1．はじめに

地震や風などの外乱に対し，構造物の安全性を確保し機能性さらには居住性の向上を目的として，構造物の振動をおさえる振動制御の研究が活発に行われている．

こうした振動制御は，外部からのエネルギー供給の必要なアクティブ制御とエネルギー供給の不要なパッシブ制御に分類することができる．アクティブ制御は，外乱の特性にあまり関係なく制振効果を発揮できるが，パッシブ制御は，制振効果が外乱の特性に依存する傾向がある．そこで，両者の長所を利用し，アクティブ制御に比べて必要なエネルギーが少なく，制振効果もアクティブ装置以上であるハイブリッド制御が注目されてきている[1)]．

ところで，これらの制振構造物では，制御力の算定やシステムの劣化の検出のために，対象となる構造物の動特性を十分に把握する必要がある．さらに，アクティブ制御を行う上で，制御ゲインの設定やシステム全体のエネルギーを考える場合には，その物理特性値である，質量，剛性及び減衰までを厳密に把握しなければならない[2)]．また，基礎部に積層ゴム等を用いたパッシブ制振構造物では，特に同定が困難とされている積層ゴム等の復元力の非線形性を考慮する必要がある．そして，両者を組み合わせたハイブリッド制振構造物では，これらを同時に考慮しなければならない．従って，構造物を的確にモデル化し，その動特性値を実際の観測記録から推定するシステム同定手法は，振動制御問題を扱う場合，きわめて重要である．

構造モデルの設定において，積層ゴム等の材料非線形性を有する構造物では，その非線形復元力を履歴モデルを用いてモデル化する必要がある．中でも，積層ゴムの非線形挙動は複雑であるため，多くの履歴モデルが提案されている[3),4)]．しかし，システム同定を行う場合，あまり複雑なモデルを用いると，推定するパラメータの数が多くなり同定が困難となる．そこで，複雑すぎないモデルのうち，十分適切に履歴を表すモデルを選ばなければならない．

非線形構造物の同定では，地震時非線形性を扱う研究が多いのに対し，積層ゴム等の材料非線形性を扱う研究は少ない．大堀等[5)]は，積層ゴムを有する構造物をスウェイ・モデル等を用い線形システムと捉えて同定している．Tan等[8)]は積層ゴムの非線形復元力を，バイリニアの骨格曲線とMasing則で表現し，モード解析と組み合わせて同定している．また，Loh等[7)]は積層ゴムを線形，オイルダンパーの非線形性を多面型履歴モデルで表現し，実大構造物の同定を行っている．以上の研究で用いている履歴モデルでは，積層ゴムの複雑な非線形性を表現しきれないため，さらに適切な履歴モデルを用いることが必要である．

ここでは，拡張カルマンフィルタ[8)]を用いて，基礎部に積層ゴムを有するパッシブ制振構造物及びハイブリッド制振構造物の同定を行う．構造モデルは，上部構造物に対して線形の，せん断ばり型質点系モデルを，積層ゴムの非線形復元力に対して，Masing則[9)]を用いた２種類の履歴モデルを想定する．なお，Masing則を用いるのは，Masing則を改良して積層ゴムの非線形復元力特性をさらに適切に表現するモデ

ルが数々提案されている[3]ためであり，それらのモデルを組み込むことを視野に入れている．そして，地震加速度入力を用いて，積層ゴムの非線形復元力及び上部構造物の質量と剛性の比率や質量と減衰の比率といった動特性値を推定する手法を示す．また，ハイブリッド制振構造物では，最上部に設置された制御装置の起振力を用いることで，積層ゴムの非線形復元力及び上部構造物の質量や剛性といった物理特性値そのものを推定する手法を示す．さらに，数値解析により，同定精度に対する観測ノイズの影響及び入力の大きさの影響，履歴モデルの適応性等について検討し，R.Y.Tan等の研究で示された手法との比較を行う．さらに，入力ノイズの考慮可能な状態方程式を定式化し，同定に伴う不確定性についての考察を加えている．

2．同定手法の定式化

(1) 対象構造物と運動方程式

非線形復元力特性を有する積層ゴムを基礎部に設置した制振構造物を対象とし，上部構造物を線形，基礎部を非線形の多自由度（N自由度）系モデルを設定する．

このとき，運動方程式は次のように表せる．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{K}'\mathbf{x}+\mathbf{i}q(x_N)=\mathbf{f} \tag{1}$$

ただし，

$\mathbf{x}$ ：相対変位ベクトル

$\mathbf{M}$ ：質量マトリクス

$\mathbf{C}$ ：減衰マトリクス

$\mathbf{K}'$ ：上部構造物の剛性マトリクス

$$\mathbf{K}'=\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 & & \\ & & \ddots & & \\ & & -k_{N-2} & k_{N-2}+k_{N-1} & -k_{N-1} \\ 0 & & & -k_{N-1} & k_{N-1} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$\mathbf{i}$ ：基礎部の位置を示すベクトル

$$\mathbf{i}=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0 & 1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

$q(x_N)$ ：基礎部の復元力（$=k_N x_N$ と置くことで線形構造物の運動方程式となる．）

また，入力ベクトル $\mathbf{f}$ は，入力が地震加速度 $\ddot{g}$ の場合には式(4)で，最上部に設置された制御装置による起振力 f_1 の場合には式(5)で表す．

$$\mathbf{f}=\begin{bmatrix}-m_1\ddot{g} & -m_2\ddot{g} & \cdots & -m_N\ddot{g}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

$$\mathbf{f}=\begin{bmatrix}f_1 & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

(2) 非線形復元力の履歴モデル

復元力は，初めて経験する変位の場合には骨格曲線上を，それ以外の場合には履歴曲線上を進み，骨格曲線をバイリニアと指数関数で，履歴曲線をMasing則で表し，２種類の履歴モデルを次のように設定する．

Model-1：バイリニア骨格曲線とMasing則のモデル

Model-2：指数関数骨格曲線とMasing則のモデル

Masing則による履歴曲線は，変位が増加から減少に変わる点及び減少から増加に変わる点を反転点とすれば，直前の反転点と，骨格曲線の組み合わせで表現される．

$$q(x)-q_r=2q_s\left(\frac{x-x_r}{2}\right) \tag{6}$$

q_r ：直前反転復元力

x_r ：直前反転変位

$q_s(x)$ ：骨格曲線

Model-1に用いるバイリニアの骨格曲線を示す．

$$q_s(x)=k_{b1}x \qquad -D\le x\le D \tag{7}$$

$$=b+k_{b2}x \qquad D<x \tag{8}$$

$$=-b+k_{b2}x \qquad x<-D \tag{9}$$

Model-2に用いる指数関数の骨格曲線を示す．

$$q_s(x)=\alpha\,\mathrm{sgn}(x)\left\{\left(|x|+\beta\right)^{\gamma}-\beta^{\gamma}\right\} \tag{10}$$

また，ランダムな変位に対してはJennings則を適用し，履歴曲線や骨格曲線が以前のそれと交差する場合には，以前の過程に従うこととしている．

以上のモデル化により，Model-1は，バイリニアモデルと同様の形状となり，Model-2は，反転点以外は滑らかな履歴を描くことになる．

(3) 拡張カルマンフィルタへの定式化

拡張カルマンフィルタによる構造物の同定では，推定しようとするパラメータと支配方程式を要素として組み込んだ状態方程式，及び観測方程式を設定する必要がある．

そこで，観測量や推定しようとするパラメータを含んだ状態量ベクトル $\mathbf{z}$ を設定する．

$$\mathbf{z}=\begin{bmatrix}\mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \mathbf{z}_3 & \mathbf{z}_4 & \mathbf{z}_5\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

ここで，

$$\mathbf{z}_1=\begin{bmatrix}z_1 & z_2 & \cdots & z_N\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

$$=\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & \cdots & x_N\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{z}_2=\begin{bmatrix}z_{N+1} & z_{N+2} & \cdots & z_{2N}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

$$=\begin{bmatrix}\dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \cdots & \dot{x}_N\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{z}_3=\begin{bmatrix}z_{2N+1} & z_{2N+2} & \cdots & z_{4N-2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \cdots & \frac{k_{N-1}}{m_{N-1}} & \frac{k_{N-1}}{m_N}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{z}_4=\begin{bmatrix}z_{4N-1} & z_{4N} & \cdots & z_{5N-2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_2}{m_2} & \cdots & \frac{c_N}{m_N}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

ただし，$\mathbf{z}_5$ はModel-1の場合には式(16)で，Model-2の場合には式(17)で表す．

$$\mathbf{z}_5=\begin{bmatrix}z_{5N-1} & z_{5N} & z_{5N+1} & z_{5N+2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{m_N} & b & k_{b1} & k_{b2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{z}_5 = \begin{bmatrix} z_{5N-1} & z_{5N} & z_{5N+1} & z_{5N+2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{m_N} & \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

このように状態空間表示をすれば，式(1)の運動方程式を要素として組み込んだ状態方程式(18)が表現できる．

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 \\ \dot{\mathbf{z}}_3 \\ \dot{\mathbf{z}}_4 \\ \dot{\mathbf{z}}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_2 \\ \left[-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{z}_2 - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}'\mathbf{z}_1 - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{i}q(x_N) + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}\right]_z \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{18}$$

ただし，式(18)において$[\ ]_z$は，$[\ ]$の中を状態量$\mathbf{Z}$及び入力$\mathbf{f}$の要素で表現することを示す．

次に，観測方程式は$\mathbf{z}_1$(応答変位)及び$\mathbf{z}_2$(応答速度)の一部あるいは全てが観測されるとして，次のように設定する．

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{z} + \mathbf{v} \tag{19}$$

ただし，

$\mathbf{U}$：0と1で観測位置と観測量を示す変換行列

$\mathbf{v}$：観測ノイズ（ホワイトノイズ）

以上の方程式を拡張カルマンフィルタのアルゴリズムに適用すれば，構造物の未知量を推定することができる．なお，同定には拡張カルマンフィルタのアルゴリズムに重み付きグローバルな繰り返しを併用したEK-WGI法及び重み付きローカルな繰り返しを併用したEK-WLI法を用いる．

ところで，入力が地震加速度の場合には，この定式化により同定されるパラメータは，基礎部の復元力特性値と上部構造物のc/m，k/mといった物理特性値の比率であり，さらにMasing則を用いたことで基礎部質点の$1/m_N$が理論上は推定可能である．しかし，$1/m_N$の推定に関わる状態量は直前反転復元力のみであり，これは観測量ではなく，過去の推定量から求められた値であることと，時々刻々更新される値でないことから感度が悪く，推定は困難である．従って，物理特性値そのものの値を知るためには、任意の一質点の質量が既知でなくてはならない．

一方，入力が起振力の場合には，質量の単位を含む情報量が与えられることになり，この定式化においては，$1/m_N$をも同定することができる．従って，これを式(14)に順次代入すれば，各質点のそれぞれの物理特性値そのものが計算できる．

3．数値解析による検討

各検討において，地震加速度を入力とする同定では，1940年のEl Centro地震波(図-1)を，最上部に作用する起振力を入力とする同定では，0.02～5.0Hzの有帯域ホワイトノイズ(図-2)を用いる．

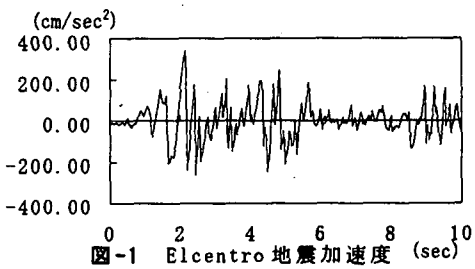

図-1　Elcentro地震加速度

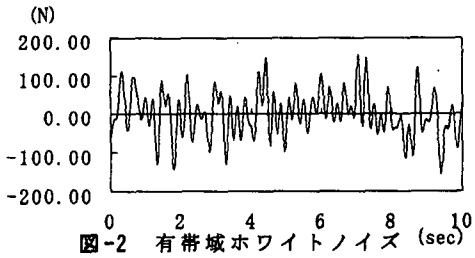

図-2　有帯域ホワイトノイズ

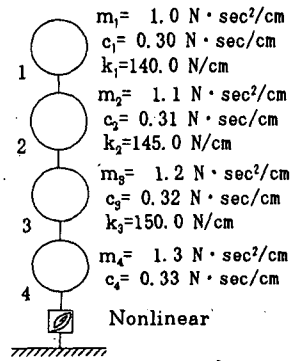

図-3　解析モデル

表-1　復元力特性値

Model-1			Model-2		
b	k_{b1}	k_{b2}	α	β	γ
100.00	25.00	3.50	20.00	0.01	0.67

(1) 観測量と観測ノイズの同定精度に及ぼす影響

ここでは，観測量と観測ノイズが同定精度に及ぼす影響を検討するために，各モデルに対し，次に設定する観測量の組み合わせについて同定を行う．

・全質点で応答変位及び応答速度が観測される場合

・全質点で応答変位のみ観測される場合

・全質点で応答速度のみ観測される場合

解析モデルは，基礎部に表-1の復元力を有する，図-3の４自由度系モデルを設定する．

観測ノイズは入力及び応答に含まれていると考え，観測量は同定に用いる復元力モデルと同じモデルを用いて応答計算を行い，得られた応答にノイズを加えて作成する．観測に伴うノイズはホワイトノイズを用い，その大きさは観測波形とノイズの標準偏差の比率で表す．

なお，拡張カルマンフィルタに必要な諸条件を表-2～表-4に示す．ただし，地震加速度を入力とする

表-2　物理特性値に関する状態量の初期値

状態量	初期値　(真値)	誤差共分散
k_1/m_1	200.00 (140.00)	1000.00
k_1/m_2	200.00 (127.27)	1000.00
k_2/m_2	200.00 (131.18)	1000.00
k_2/m_3	200.00 (120.83)	1000.00
k_3/m_3	200.00 (125.00)	1000.00
k_3/m_4	200.00 (115.38)	1000.00
c_1/m_1	0.20 (0.30)	1.00
c_2/m_2	0.20 (0.28)	1.00
c_3/m_3	0.20 (0.27)	1.00
c_4/m_4	0.20 (0.25)	1.00
$1/m_4$	1.00 (0.77)	1.00

表-3　復元力に関する状態量の初期値

状態量	初期値　(真値)	誤差共分散
b	80.00 (100.00)	100.00
k_{b1}	20.00 (25.00)	10.00
k_{b2}	1.00 (3.50)	10.00
α	10.000 (20.000)	10.000
β	0.005 (0.010)	0.010
γ	0.500 (0.670)	1.000

表-4　ノイズの分散と重み

観測ノイズの共分散	0.01
システムノイズの共分散	0.00
グローバルな繰り返しにおける重み	100.00

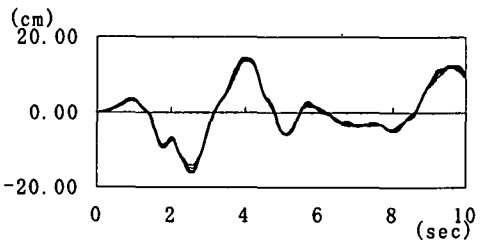

図-4　地震加速度入力の場合の応答変位

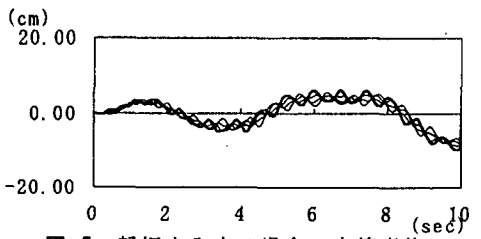

図-5　起振力入力の場合の応答変位

同定では，任意の一質点の質量が既知でないと各質点の物理特性値が得られない．そこで，ここでは基礎部質点の質量を既知とし，$1/m_4$の初期値には真値を用い，誤差共分散を0と置いて確定値とする．

図-4及び図-5に，Model-2を用いた場合の，それぞれの入力に対する各質点の真の応答変位波形を重ねて示す．地震加速度を入力とする場合には，上部構造物の各質点はほとんど同時に揺れているのに対し，起振力を入力とする場合には，多くのモードが重なり合って各質点は別々に揺れている．なお，Model-1でも同様の傾向を示すことを確認している．

表-5に，基礎部の復元力にModel-1を用いて観測ノイズが1%含まれている場合の同定結果を，表-6に，

表-5　Model-1で観測ノイズが1%の場合の同定結果

入力	地震加速度			制御力		
観測量	D.& V.	Disp.	Vel.	D.& V.	Disp.	Vel.
$\hat{m}_1/m_1$	0.83	1.49	0.86	1.00	1.90	1.00
$\hat{m}_2/m_2$	0.96	1.10	0.99	1.00	1.10	1.00
$\hat{m}_3/m_3$	0.65	1.07	0.72	1.00	1.14	1.00
$\hat{m}_4/m_4$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.53	1.00
$\hat{c}_1/c_1$	0.97	-8.37	0.90	0.99	3.61	0.99
$\hat{c}_2/c_2$	2.10	12.57	1.83	0.95	4.38	0.96
$\hat{c}_3/c_3$	-0.85	-8.25	-0.40	0.99	-2.40	0.99
$\hat{c}_4/c_4$	0.75	-1.03	0.77	1.00	0.11	0.98
$\hat{k}_1/k_1$	0.83	1.26	0.86	1.00	1.53	1.00
$\hat{k}_2/k_2$	0.93	1.31	0.94	1.00	1.52	1.00
$\hat{k}_3/k_3$	0.94	1.14	0.96	1.00	1.06	1.00
$\hat{b}/b$	0.84	1.17	0.88	1.01	1.68	1.01
$\hat{k}_{b1}/k_{b1}$	0.85	1.23	0.89	1.00	1.09	1.00
$\hat{k}_{b2}/k_{b2}$	0.89	1.18	0.93	0.99	4.34	0.98

表-6　Model-2で観測ノイズが0.5%の場合の同定結果

入力	地震加速度			制御力		
観測量	D.& V.	Disp.	Vel.	D.& V.	D.	V.
$\hat{m}_1/m_1$	—	0.55	0.88	1.00	1.00	1.18
$\hat{m}_2/m_2$	—	2.34	0.87	1.00	0.99	1.30
$\hat{m}_3/m_3$	—	1.95	0.89	1.00	1.00	1.56
$\hat{m}_4/m_4$	—	1.00	1.00	1.00	0.99	1.39
$\hat{c}_1/c_1$	—	28.62	2.49	0.99	1.17	0.89
$\hat{c}_2/c_2$	—	-4.77	4.62	1.09	1.44	-5.35
$\hat{c}_3/c_3$	—	15.80	-0.93	1.04	0.99	-2.20
$\hat{c}_4/c_4$	—	3.64	1.43	1.06	1.09	21.53
$\hat{k}_1/k_1$	—	1.81	0.84	1.00	1.00	1.18
$\hat{k}_2/k_2$	—	0.88	1.05	1.00	0.99	1.38
$\hat{k}_3/k_3$	—	0.75	0.77	1.00	1.00	1.61
$\hat{\alpha}/\alpha$	—	1.02	0.75	1.11	1.36	-0.15
$\hat{\beta}/\beta$	—	0.87	2.01	9.04	26.69	55.00
$\hat{\gamma}/\gamma$	—	1.02	1.08	0.95	0.84	1.06

Model-2を用いて観測ノイズが0.5%の場合の同定結果を示す．この表は，各ケースについて最終的に同定された状態量から各物理特性値を計算し，それらを真値で正規化して示したものである．なお，表中の－は，解が発散したり，安定した解が得られなかったことを示す．

表-5及び表-6より，復元力モデルに，Model-1を用いる方が同定精度が良いことがわかる．

地震加速度を入力とする同定では，上部構造物の物理特性値より，基礎部の復元力特性値の方が同定精度が良く，それに対し，起振力を入力とした場合には，基礎部の復元力特性値より，上部構造物の物理特性値の方が同定精度が良い傾向がある．上部構造物の物理特性値の推定には，各質点が別々に振動する必要があるといえる．

また，応答変位及び応答速度の両方を観測値として用いれば，一般的には精度が上がると考えられるが，表-6の地震加速度入力の場合には解が得られていない．これは，カルマンフィルタのアルゴリズム中の時間更新のための予測計算において，復元力が非線形性を有するため収束計算を行っているからである．より多くの観測量が得られたとすれば，状態量の計算アルゴリズムから受ける拘束が多くなるということでもあり，結果的に収束が困難になる可能性を含んでいるからである．

さらに，応答変位のみの観測と比べて，応答速度のみの観測の方が精度の良い傾向がある．これは，

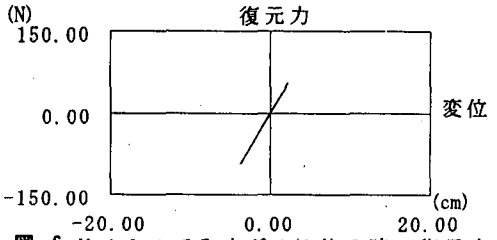

図-6 Model-1で入力が1/2倍の時の復元力

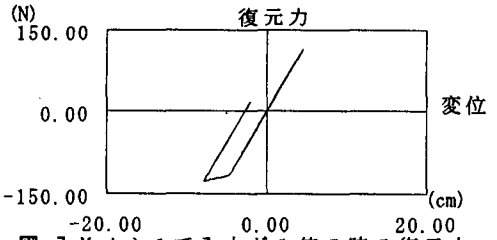

図-7 Model-1で入力が1倍の時の復元力

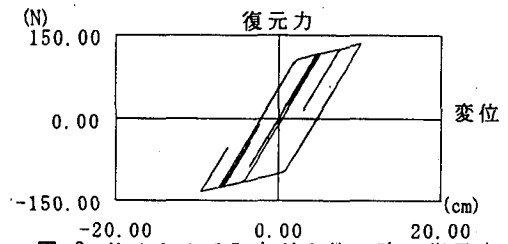

図-8 Model-1で入力が2倍の時の復元力

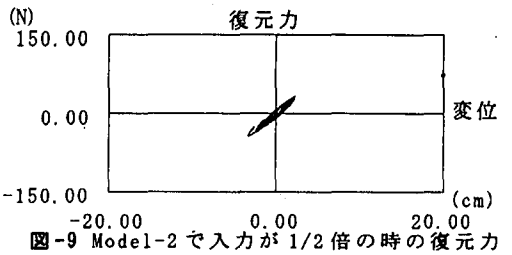

図-9 Model-2で入力が1/2倍の時の復元力

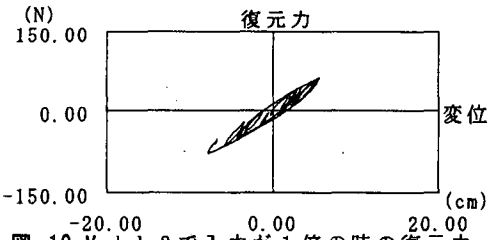

図-10 Model-2で入力が1倍の時の復元力

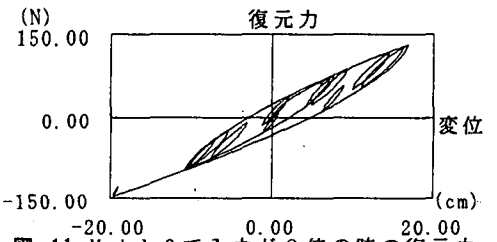

図-11 Model-2で入力が2倍の時の復元力

表-7 入力の大きさ別の同定結果

履歴モデル	Model-1			履歴モデル	Model-2		
入力	1/2倍	1倍	2倍	入力	1/2倍	1倍	2倍
$\hat{m}_1/m_1$	1.00	1.00	0.99	$\hat{m}_1/m_1$	1.00	1.00	—
$\hat{m}_2/m_2$	1.00	1.00	0.99	$\hat{m}_2/m_2$	1.00	1.01	—
$\hat{m}_3/m_3$	1.00	1.00	0.99	$\hat{m}_3/m_3$	1.00	1.00	—
$\hat{m}_4/m_4$	1.00	1.00	0.99	$\hat{m}_4/m_4$	1.00	1.00	—
$\hat{c}_1/c_1$	1.00	1.00	1.03	$\hat{c}_1/c_1$	1.04	0.98	—
$\hat{c}_2/c_2$	1.00	1.00	1.03	$\hat{c}_2/c_2$	0.69	0.95	—
$\hat{c}_3/c_3$	1.00	1.00	0.98	$\hat{c}_3/c_3$	0.88	1.04	—
$\hat{c}_4/c_4$	1.00	1.00	0.95	$\hat{c}_4/c_4$	1.00	0.86	—
$\hat{k}_1/k_1$	1.00	1.00	0.99	$\hat{k}_1/k_1$	1.00	1.00	—
$\hat{k}_2/k_2$	1.00	1.00	0.99	$\hat{k}_2/k_2$	1.00	1.01	—
$\hat{k}_3/k_3$	1.00	1.00	0.99	$\hat{k}_3/k_3$	1.00	1.00	—
$\hat{b}/b$	0.69	1.00	1.00	$\hat{\alpha}/\alpha$	0.97	0.97	—
$\hat{k}_{b1}/k_{b1}$	1.00	1.00	1.00	$\hat{\beta}/\beta$	0.00	0.15	—
$\hat{k}_{b2}/k_{b2}$	1.84	1.00	1.00	$\hat{\gamma}/\gamma$	1.02	1.03	—

カルマンフィルタのアルゴリズム中の変換行列に，速度に関する状態量が多く含まれていること，変位に比べ速度の方が変化の激しい状態量であることより，応答速度の方が同定に適しているのではないかと考えられる．

なお，質点1及び質点3の二質点のみで観測を行った場合にも，ノイズが含まれているにも関わらず，同定可能なケースがあることを確認している．

(2) 入力の大きさの同定精度に及ぼす影響

制御装置を用いた起振力を入力とする場合には，任意の入力波形を用い，その大きさも調整することができる．そこで，入力の大きさが同定精度に与える影響について検討するために，入力の大きさを1/2倍，1倍及び2倍にして同定を行う．

表-8 繰り返し回数別の同定結果(Model-2)

繰り返し	1回			3回		
観測量	D.&V.	D.	V.	D.&V.	D.	V.
$\hat{m}_1/m_1$	1.93	0.45	1.06	1.02	—	1.02
$\hat{m}_2/m_2$	2.31	0.65	1.18	1.01	—	1.02
$\hat{m}_3/m_3$	3.44	0.43	1.17	1.02	—	1.02
$\hat{c}_1/c_1$	0.68	-14.55	1.08	1.03	—	1.00
$\hat{c}_2/c_2$	2.29	1.40	-3.01	1.05	—	1.01
$\hat{c}_3/c_3$	21.27	15.14	2.48	1.10	—	1.14
$\hat{c}_4/c_4$	1.69	0.64	0.96	0.67	—	0.62
$\hat{k}_1/k_1$	1.85	0.66	1.04	1.02	—	1.02
$\hat{k}_2/k_2$	1.72	0.53	1.04	1.02	—	1.02
$\hat{k}_3/k_3$	2.27	0.73	1.06	1.01	—	1.01
$\hat{\alpha}/\alpha$	2.25	0.59	3.18	0.99	—	0.99
$\hat{\beta}/\beta$	3.29	0.00	122.96	0.00	—	0.00
$\hat{\gamma}/\gamma$	0.99	1.06	1.03	1.01	—	1.01

解析モデル及び拡張カルマンフィルタの諸条件は，(1)節と同様とする．そして，全質点で応答変位及び応答速度が観測されるとして，同定に用いる復元力モデルと同じモデルを用いて観測量を作成する．

図-6～図-11に，入力の大きさが1/2倍，1倍及び2倍のときの基礎部の復元力の履歴を示す．どの場合にも，入力が大きくなるにつれ，復元力の履歴の面積も拡大している．ただし，Model-1を用い1/2倍の入力のときには，復元力は線形になっている．

表-7に，入力の大きさ別の同定結果を示す．復元力が線形の状態しか表れなかったModel-1の入力が1/2倍のときには，基礎部の復元力特性値の中でも

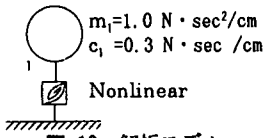

図-12 解析モデル

表-9 物理特性値に関する状態量の初期値

状態量	初期値	(真値)	誤差共分散
c_1 / m_1	0.30	(0.30)	0.00
$1 / m_1$	1.00	(1.00)	0.00

表-10 各ケースの同定結果

同定のCase	Case-1			Case-2		
観測量作成モデル	Model-2			Model-1		
同定モデル	Model-1			Model-2		
パラメータ	b	k_{b1}	k_{b2}	α	β	γ
同定結果	109.21	12.76	3.59	37.021	0.000	0.698

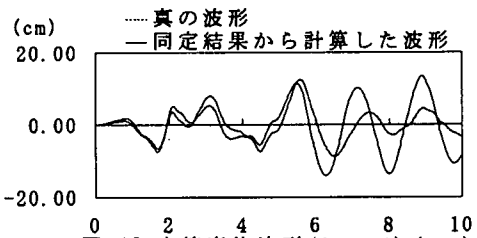

図-13 応答変位波形(Case-1) (sec)

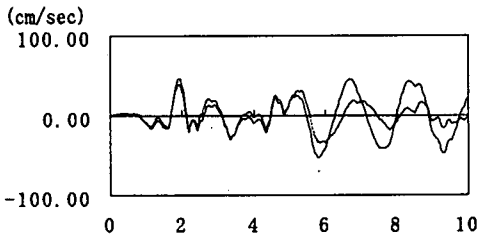

図-14 応答速度波形(Case-1) (sec)

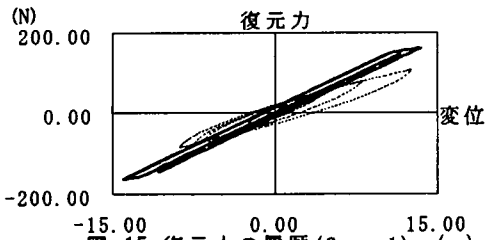

図-15 復元力の履歴(Case-1)

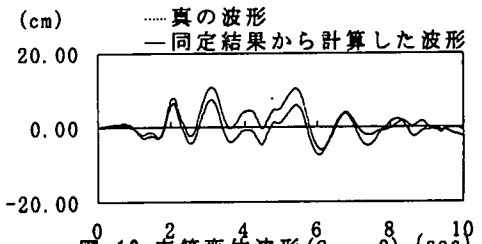

図-16 応答変位波形(Case-2) (sec)

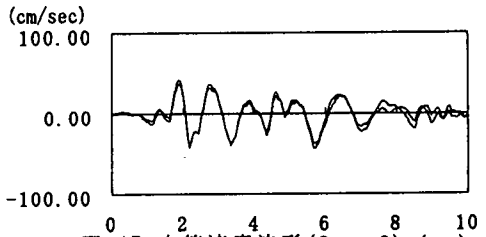

図-17 応答速度波形(Case-2) (sec)

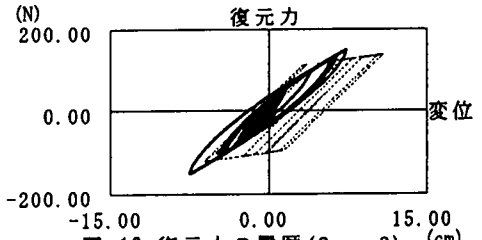

図-18 復元力の履歴(Case-2)

非線形時に用いる値のみが同定されていないことがわかる．また，Model-1でそれ以外の場合には，1倍の入力に比べ，2倍の入力の方が精度が劣る．これは，入力が大きくなり変位が激しく変化するほど，骨格曲線の式を変換する回数が多くなり，誤差共分散の予測が困難になる回数が増えるためと考えられる．

一方，Model-2の場合には，入力の大きさが1/2倍のときと1倍のときでは，同様な精度であり，2倍のときには収束していない．Model-2では，履歴ループの数が多いほど精度の良い傾向があるのではないかと考えられる．

以上より，入力の大きさによって履歴曲線の形状が変化するため，同定精度に多大な影響を及ぼすことがわかる．そこで，履歴モデルの性質によって入力の大きさを選択しなければならないといえる．少なくとも，Model-1を用いる場合には，復元力が非線形の状態を起こす入力が必要である．

(3) ローカルな繰り返しの同定精度に及ぼす影響

拡張カルマンフィルタのローカルな繰り返しが，同定精度にどのような影響を与えるかを検討する．そこで，地震加速度入力を用いて，(1)節と同様な三種類の観測量の組み合わせに対し，ローカルな繰り返しが1回と3回の場合について同定を行う．なお，解析モデル及び拡張カルマンフィルタの諸条件も(1)節と同様に設定し，ローカルな繰り返しにおける重みは1.10とする．そして，観測量は同定に用いる復元力モデルと同じモデルで応答計算を行い，作成する．

表-8に，Model-2を用いた場合の繰り返し回数別の同定結果を示す．

ローカルな繰り返しを3回行うことによって発散してしまうケースもあるが，これは，(1)節の解が

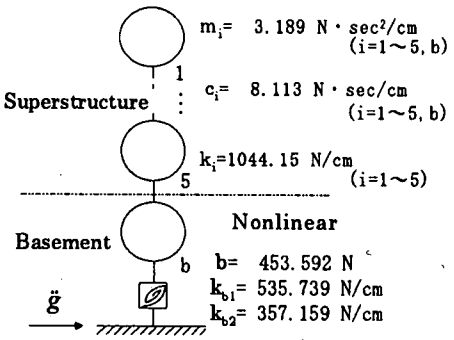

図-19 解析モデル

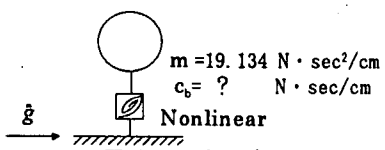

図-20 同定モデル

表-11 状態量の初期値

状態量	初期値	(真値)	誤差共分散
c_b / m	1.000	(0.424)	1.000
1 / m	0.052	(0.052)	0.000
b	200.000	(453.592)	1000.000
k_{b1}	200.000	(535.739)	1000.000
k_{b2}	200.000	(357.159)	1000.000

表-12 ノイズの共分散と重み

観測ノイズの共分散	0.01
システムノイズの共分散	0.00
グローバルな繰り返しにおける重み	1000.00

得られなっかたケースと同様に，ローカルな繰り返しを行うことで，状態量の拘束が多くなり，予測計算において結果的に収束が困難になる可能性があるためである．しかし，収束可能で解が得られるならば，精度が改善されることが分かる．また，Model-1でも同様な傾向を示すことを確認している．

(4) 履歴モデルの適応性の検討

同定に用いるシステムモデルはあくまでモデルであり，実際のシステムの細部まで全てを表現することはできない．そこで，仮のモデルを用いた同定で，どの程度真のシステムを表現できるのかを検討する．ここでは，同定に用いる復元力モデルと，異なる復元力モデルを用いて応答計算を行い，観測量を作成する．そして，次の２種類の同定を行う．

Case-1：Model-2で観測量作成，Model-1で同定
Case-2：Model-1で観測量作成，Model-2で同定

なお，ここでは復元力のみを同定し，解析モデルは表-1の復元力特性を有する１自由度系モデル(図-12)を想定する．従って，物理特性値に関する状態量は確定値(表-9)であり，それ以外の拡張カルマンフィルタに用いる諸条件は(1)節と同様とする．

そして，表-10に各ケースごとの同定結果を，図-13～図-18にそれぞれの同定結果から計算した応答波形及び復元力の履歴を示す．

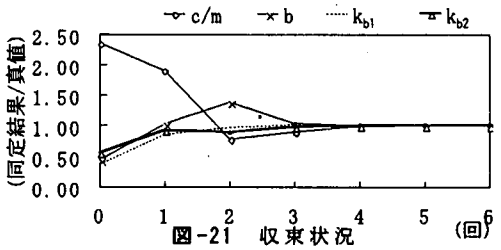

図-21 収束状況

表-13 同定結果

特性値	c_b	b	k_{b1}	k_{b2}
Tan等の同定手法	7.983	273.52	483.95	335.19
本手法	8.113	453.59	535.74	357.16
真値	8.113	453.59	535.74	357.16

Case-1では，同定結果から計算した応答波形は，初期の頃のみ真の波形の傾向を捉えており，復元力の履歴も真の復元力の初期の傾きに影響を受けている．一方，Case-2の応答波形は，全体的にも真の波形の傾向を捉えている．

以上より，Model-2の方が異なる復元力を表現できるという面で，適応性があるといえる．

ところで，初期の部分の方が，真の波形及び真の復元力の履歴を捉えやすいのは，次の二つの理由が考えられる．一つは，初期の部分の方が履歴が線形に近いことである．もう一つは，カルマンフィルタによる同定では時々刻々その状態量の不確定性(誤差共分散)が小さくなり，状態量が変動しにくくなることである．

また，どちらのケースでも，応答変位波形に比べ応答速度波形の方が真の波形を適切に表現している．これは，応答変位と復元力が直接関係しているため，応答変位の方が，履歴が適切に表現できないことによる影響が表れやすいことを示している．

(5) R. Y. Tan等の研究で示された同定方法との比較

本手法の有用性を検討するために，Tan等の研究で示された同定手法[8]と比較を行う．

Tan等は，基礎部に積層ゴムを持つパッシブ制振構造物を対象に，上部構造物を線形，基礎部を非線形として，基礎部の復元力特性値と減衰を同定している．上部構造物は本手法と同様に質点系モデルとしており，非線形復元力の履歴モデルは本手法の，Model-1と同様である．また，観測量は，最上部及び基礎部質点の応答加速度であるが，事前の上部構造物の同定結果と組み合わせることで，基礎部質点の応答変位及び応答速度も既知であるとしている．同定には，モード解析の概念を組み込んだ出力誤差の評価関数を設定し，それを最小にする方法が用いられている．詳細は文献6)にゆだねるとして，ここではその文献の例題と等価な条件で同定を行うこととする．

解析モデルは図-19に示す６自由度系モデルである．そして，Tan等と同様にEl Centro地震加速度入力を用いて応答計算を行い，基礎部質点の応答観測

量を作成する．Tan等の同定では，基礎部質点の応答変位，応答速度及び応答加速度を用いているが，本手法では基礎部質点の応答変位のみを用いる．

ところで，推定すべき未知量は基礎部質点の復元力特性値と減衰であるため，同定には**図-20**のような１自由度系モデルを仮定し，本手法で基礎部質点の復元力の特性値と減衰のみの同定を行う．なお，この１自由度系モデルの質量は，解析モデル全体の質量であり，**表-11**及び**表-12**に拡張カルマンフィルタに用いる諸条件を示す．

図-21に，各グローバルな繰り返しにおける同定結果を真値で正規化した収束状況を，**表-13**に同定結果を示す．

これより，本手法では，グローバルな繰り返し回数が４回で真値に収束しており，応答変位の観測のみで高精度の結果が得られることがわかる．なお，応答速度のみの観測でも，同定結果は真値に収束することを確認している．

一方，Tan等の同定手法では，その結果に真値を得ることができない．これは，上部構造物が１次のモードで振動すると仮定し，そのモード特性の情報を組み込んでおり，それが同定精度に影響しているのではないかと考えられる．

以上より，本手法は同定精度が良く，少ない観測量でも高精度の同定結果が得られるため，有用性があるといえる．

４．まとめ

基礎部に積層ゴムを有する制振構造物を対象に，積層ゴムの非線形復元力をMasing則で，上部構造物を質点系モデルで表し，拡張カルマンフィルタを用いて同定を行った．同定した未知量は，地震加速度入力の場合には，基礎部の復元力特性値及び，上部構造物の物理特性値の比率である．また，最上部に作用する起振力入力の場合には，基礎部の復元力特性値及び，上部構造物の物理特性値そのものである．

以下に，数値解析により得られた結論を示す．

- 地震加速度入力の場合には，基礎部の復元力特性値の同定精度が良く，起振力入力の場合には，上部構造物の物理特性値の同定精度が良い．入力が作用する場所に近いほど，振動が励起しやすいためである．
- バイリニアの骨格曲線を用いたモデルの方が，同定精度が良いが，指数関数の骨格曲線を用いたモデルの方が，異なる復元力を表現するという面で適応性がある．これは，各モデルの性質からも明らかである．
- 復元力の解析モデルと同定モデルが異なる場合には，観測データの初期の部分を重視した同定結果となっている．これは，次の二つの理由が考えられる．一つは，復元力が，初期部分では線形に近いことである．もう一つは，時々刻々状態量の誤差共分散が減少するため，状態量の変動が少なくなることである．
- 入力の大きさにより，復元力の履歴挙動が異なるため，同定精度にも多大な影響があらわれる．
- Tan等の研究で示された同定手法と比較して，少ない観測量で高精度の同定結果が得られるため，有用性があるといえる．

なお，ここでは，復元力モデルにMasing則を用いているが，積層ゴムの繰り返しによる剛性低下及び特徴ある履歴形状を表現するように，Masing則を修正したモデルが提案されているため，容易に拡張することが可能である．

５．今後の展望

本論文の数値解析例では，応答の観測に伴うノイズのみを考慮し，実際にはその大きさが未知であるため，観測ノイズの共分散を一律に0.01としている．しかし，数値解析上では，観測に伴うノイズとしてホワイトノイズを作成し，入力あるいは応答データに加えているため，その大きさは既知である．従って，カルマンフィルタを用いる際に観測ノイズの大きさを適切に設定することが可能である．ただし，カルマンフィルタのアルゴリズム中の観測ノイズは，応答の観測に伴うノイズのみを考慮したものである．それに対し，入力の観測に伴うノイズは，カルマンフィルタのシステムノイズとして考慮することが可能である．

地震加速度入力が作用する場合の，非線形復元力を有する１自由度系モデルにおいて，入力の観測に伴うノイズを考えれば，運動方程式は次のように表される．

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+q(x)=-m(\ddot{g}+n_g) \tag{20}$$

n_g ：（平均値０，分散値$\sigma_{ng}{}^2$のホワイトノイズ）

このとき，状態方程式は式(21)となる．

$$\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ c/m \\ b \\ k_{b1} \\ k_{b2} \end{bmatrix}_{t_{k+1}} = \begin{bmatrix} x+\Delta\dot{x} \\ \dot{x}+\Delta(-c\dot{x}/m-q(x)/m-\ddot{g}) \\ c/m \\ b \\ k_{b1} \\ k_{b2} \end{bmatrix}_{t_k} + \mathbf{I}\begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta n_g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{t_k} \tag{21}$$

t_k ：時間ステップ

$\mathbf{I}$ ：単位行列

これより，式(21)の右辺第２項は，システムノイズの形式で表されていることが分かる．また，システムノイズの共分散行列$\mathbf{Q}$は，式(22)で表される．

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\Delta\sigma_{ng}{}^2 & 0 & \\ & 0 & 0 & \vdots \\ \vdots & & & \ddots \\ 0 & & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

以上の定式化により，カルマンフィルタでは入力の観測に伴うノイズも考慮することが可能となる．

さらに，このことは数値解析的にも検証できる．**表-1**(Model-1)の復元力を有する，**図-12**のモデルに対し，**図-1**の入力を用いて応答計算を行う．そして，入力波形，応答変位波形及び応答速度波形に，それぞれ分散値10.0，0.1，1.0のホワイトノイズを加え，同定に用いる入力データ及び応答データを作成する．このとき，解析モデルと同定モデルは同一であるため，モデルノイズは存在しない．そこで，全ての不確定性（この例題では，入力及び応答の観測に伴うノイズ）を考慮し，同定を行った．同定結果は，$\hat{c}/c = 1.05$，$\hat{b}/b = 0.99$，$\hat{k}_{b1}/k_{b1} = 0.99$，$\hat{k}_{b2}/k_{b2} = 1.13$となり，全て真値に近い値に収束している．しかし，この不確定性のうち，いずれかの考慮が不十分であれば，解は発散してしまい、同定は不可能であった．従って，同定問題においては，不確定性を適切に考慮する必要があるといえる．

さらに，実際の解析では数値解析例と異なり，観測ノイズの大きさが未知であり，また，モデルノイズが存在するため，その評価方法が重要な課題となる．

最後に，本論文は第一著者が修士論文としてまとめたものである．第二著者は論文の指導を行った．なお，理論と数値解析結果の考察は両者で行っている．

参考文献

1) J.N.Yang, Z.Li, A.Danielians and S.C.Liu : Aseismic Hybrid Control of Nonlinear and Hysteretic Structures, *Jour. of Engineering Mechanics Div., ASCE*, Vol.118, No.7, July, 1992.
2) 斉藤芳人：地震時における構造物の瞬間最適予測制御に関する研究，武蔵工業大学学位論文，1995年12月．
3) 藤沢一裕，松下裕臣，佐々木輝男：免震ゴム支承の復元力特性のモデル化に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，1993年9月．
4) 菊池優，猿田正明，田村和夫：建物免信用積層ゴムの復元力に関する研究，構造工学論文集，Vol. 40B, 1994年3月．
5) 大堀道広，矢花修一，野竹正義，大沢胖：免震構造物のシステム同定に関する研究，第７回日本地震工学シンポジウム，1986年．
6) R.Y.Tan and I.W.Weng : System Identification of an Isolation System, *Proc.of EASEC-5*,Gold Coast , Australia, 1995.
7) C.H.Loh and C.H.Lee : Identification Study on Base Isolation Systems by Full-Scale Buildings, *Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE*, Vol.9, No.3, October, 1992.
8) 星谷勝，斉藤悦郎：データ解析と応用，カルマンフィルタを中心として，鹿島出版会．
9) E.Rosenblueth and I.Herrera : On a Kind of Hysteretic Damping, *Jour. of Engineering Mechanics Div., ASCE*, Vol.90, No.EM4, August, 1964.

(1996. 3. 25受付)

IDENTIFICATION OF NONLINEAR STRUCTURES BY KALMAN FILTER

Miyuki TAKIMOTO and Masaru HOSHIYA

The purpose of this paper is to identify parameters on nonlinear structures which have a base isolation system. A linear shear beam model is used for the superstructure while two types of a hysteretic model by Masing criterion are chosen for the base isolation system. The method is based on the extended Kalman filter using earthquake excitation or control force excitation by an actuator. And Numerical examples are demonstrated to show the efficiency of the proposed method in detail.