土木学会論文集 No. 555／IV-34, 41-49, 1997.1

交通ネットワークにおける迂回の限度を考慮したＯＤペア間信頼度の指標

朝倉康夫[1]・柏谷増男[2]・藤原健一郎[3]

[1]正会員　工博　愛媛大学助教授　工学部環境建設工学科（〒 790 松山市文京町）
[2]正会員　工博　愛媛大学教授　工学部環境建設工学科（〒 790 松山市文京町）
[3]学生員　愛媛大学大学院博士前期課程　工学研究科土木海洋工学専攻（〒 790 松山市文京町）

災害時あるいは異常時の交通ネットワークの信頼性評価の指標として，従来の研究では連結度（２点間あるいはネットワーク全体が連結網であるか否かの確率）が用いられてきた．本研究では，平常時のネットワーク上でのＯＤ間最短経路長に対する異常時ネットワーク上での最短経路長の比が与えられた基準値を上回らない確率を連結度の指標とすることを提案した．この指標には，交通網の連結の有無だけではなく迂回長の上限が考慮されている．発生しやすい一部の状態ベクトルのみを用いて，連結度と最短経路長の確率分布を近似的に求める方法を開発するとともに，簡単な数値例によってその妥当性を調べた．

Key Words: *transport network, reliability analysis, travel distance, detour limit*

１．はじめに

交通ネットワークの信頼性評価に関する従来の研究は，災害時（あるいは異常時）を対象とするものと，平常時を対象とするものに大別できる．前者は，交通システムそのものに欠陥が存在する場合や，自然災害・交通事故などシステム外部からの影響によりシステムが設計通りに稼働しない場合を問題にしている．この場合，ネットワークの一部のリンクやノードが物理的に機能しなくなる事象が確率的に生起するとして，ネットワークがトポロジカルな意味で連結しているか否かの確率，すなわち，「連結度」を信頼性の指標とすることが多い．

後者は，交通ネットワークは物理的に連結網であり容量低下も生じていないが，交通システムの処理能力に対して需要が過大であるために自然渋滞のようなシステムの機能低下が発生する場合を対象としたものである．信頼性の指標には，所定の時間の範囲内で２点間のトリップ運行が可能である確率である「時間信頼度」などが用いられることが多い．

交通網の連結度に関する既存の研究は，岡田ら[1]によってまとめられている．そのうち，交通ネットワークを構成する個々のリンクが通行できる確率を与件とし，ネットワーク上の２点間（たとえば起終点間）あるいはネットワーク全体が連結されている確率を求める計算法についても，システム信頼性理論の援用による様々な方法が提案されている[2]．

これらの方法の多くは，ネットワーク上を流れる交通フローの記述を捨象し，交通網を純粋ネットワーク(pure network) として扱っている．ネットワークがトポロジカルな意味で連結網であるか否かに着目したものであり，ＯＤ間に経路が存在しておればその経路の長さは問題にはされない．リンクの通行可能確率を求める時点で配分シミュレーションなどにより交通フローを考慮している場合もある[3]が，連結度の計算過程では pure network として考えていることに変りはない．したがって，リンクが通行不能になった際のトリップメーカーの経路変更に伴う交通流の変化や，結果として生じる可能性のある代替経路の機能低下などは考慮されていない．

最近，ネットワークの一部が物理的に機能しなくなった場合の交通流の変化を明示的に考慮する場合の連結度に関する理論研究[4),5]や実証研究[6]も始められている．これらは，流れのネットワーク(flow network)を扱うもので，交通網の一部区間が通行止めになったときのネットワーク交通流の変化（たとえば，経路変更やトリップの中止などによる交通量や所要時間の変化）を考慮できるという利点を持つ．しかし，交通量配分計算を内生化しているため，効率的な近似計算法が提案されているものの，計算量は少なくない．

交通網の信頼度評価には交通ネットワークフローの変化に伴うサービス水準の変化を考慮することが望ましいのは言うまでもない．しかしながら，その

前段として，サービス水準がフローにより変化しない，いわゆる flow independent な状況における信頼度の指標について検討しておくことが重要である．とくに，交通行動が時間や空間の制約の中での活動であることを考えるとき，連結度評価において迂回距離（あるいは時間）の上限を指標値に反映させる必要があるものと考えられる．そこで本研究は，pure network を対象に，迂回距離の上限を考慮したＯＤペア間の連結度指標を求めるための方法論を開発することを目的とするものである．以下ではトリップメーカーの経路変更に伴うフローやサービス水準の変化を扱ってはいないが，本研究は，距離や時間の制約の下での flow network の連結度評価のための前段の方法論開発と位置づけることができる．

２．ＯＤペア間連結度の指標

(1) 前提条件

a) ネットワークの状態

n本の方向付けされたリンクからなる連結ネットワークを考える．リンクの集合を$A=\{1,..,a,..,n\}$で表す．障害はリンクでのみ発生し，ノードでは発生しないとする．障害が発生したリンクは機能を停止して，完全に通行不能になるものとし，片側交互通行等で運用されることはないとする．このとき，ネットワークに含まれるリンクの状態は，状態ベクトル$\mathbf{x}=\{x_1,..,x_a,..,x_n\}$で表すことができる．状態ベクトルの要素$x_a$は，リンクaが機能しているとき$x_a=1$（連結），機能停止しているとき$x_a=0$（非連結）である．状態ベクトルの数は有限で，その空間を状態ベクトル空間$X=\{\mathbf{x}\}$とする．すべてのリンクが機能しているときと，ただ１本のリンクも機能していないときの状態ベクトルをそれぞれ$\mathbf{x}_0=\{1,....,1\}$，$\mathbf{x}_w=\{0,...,0\}$で表す．平常時ネットワークはすべてのリンクが機能しているから，状態ベクトル$\mathbf{x}_0$で表される．

b)リンクの機能停止の発生

それぞれのリンクごとに機能停止はランダムに発生し，その発生はリンク間で相互に独立である．リンク a が機能している確率をp_a $(a \in A)$と書くと，状態 $\mathbf{x}$の発生確率 $p(\mathbf{x})$は，

$$p(\mathbf{x})=\prod_{a\in A} p_a^{x_a}(1-p_a)^{1-x_a} \qquad (1)$$

と表される．

なお，リンクの長さや所要時間は時刻によって異ならないとし，リンクの機能停止の期間はトリップ長（時間）に対して十分に長いとしておく．これは，機能停止期間が終了するまで待機することによりトリップ運行が可能となるケースを除外するためである．

c)ＯＤ間の距離

トリップの起点と終点のノードを それぞれr, sで区別する．ネットワークが状態$\mathbf{x}$であるとき，ＯＤペア r-s 間の最短距離を$d_{rs}(\mathbf{x})$と書く．平常時ネットワーク上での最短距離$d_{rs}(\mathbf{x}_0)$に比較して，一部のリンクが機能停止したネットワークにおけるＯＤ間最短距離$d_{rs}(\mathbf{x})$は等しいかまたは長いことは明らかである．ＯＤ間が連結されていなければ，$d_{rs}(\mathbf{x})=\infty$である．

(2) 連結度の指標

ＯＤペア間の連結度を「平常時ネットワークでの最短距離に比較して，許容できる迂回の範囲でＯＤ間のトリップが可能である確率」と定義する．言い換えると，平常時 $\mathbf{x}_0$におけるＯＤペア rs 間最短距離$d_{rs}(\mathbf{x}_0)$に対する状態$\mathbf{x}$でのＯＤペア間最短距離$d_{rs}(\mathbf{x})$の比$d_{rs}(x)/d_{rs}(x_0)$が，ある基準値θ以下である確率をＯＤペアrs間の連結度$R_{rs}(\theta)$とするのである．すなわち，連結度$R_{rs}(\theta)$は，

$$R_{rs}(\theta)=\mathrm{Prob.}[d_{rs}(\mathbf{x})/d_{rs}(\mathbf{x}_0)\le\theta] \qquad (2)$$

と書くことができる．

ここに，θは許容できる迂回の上限に関する基準値$(0\le\theta<\infty)$で，その値は外生的に与えられるものとする．θは異常時においても交通ネットワークが保つべきサービス水準（迂回路の延長比という意味で）に応じて決められることになる．θの値を小さく設定すればするほど良好なサービス水準を想定することになる．θの値を極めて大きな有限値としたとき，R(θ)は従来の連結度指標と一致する．このとき，迂回路が残されておれば経路長の大小に関わらず連結していると判断することになるから，従来の連結度は，迂回路の距離に関する限り最も低い水準を設定したときの信頼性指標ということになる．θが大きければ信頼度の値は見かけ上大きくなるが，トリップメーカーは極めて長距離の迂回を余儀なくされる可能性がある．

ところで，ネットワークの状態の生起は確率事象であるから，ＯＤ間の最短距離 $d_{rs}(\mathbf{x})$もある確率分布に従う．状態$\mathbf{x}$の発生確率が$p(\mathbf{x})$であるから，状態$\mathbf{x}$のときにＯＤ間の距離が$d_{rs}(\mathbf{x})$となる確率も$p(\mathbf{x})$である．最短距離$d_{rs}(\mathbf{x})$の確率分布（たとえば図-１）を推定することができれば，判断基準θを

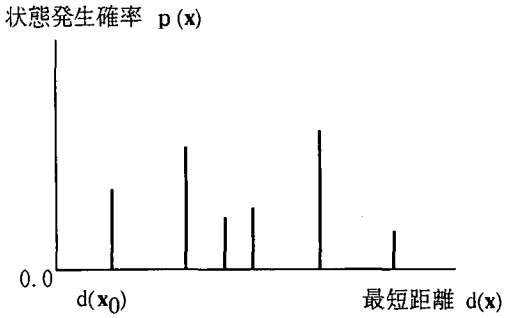

図-1　ＯＤ間最短距離の確率分布

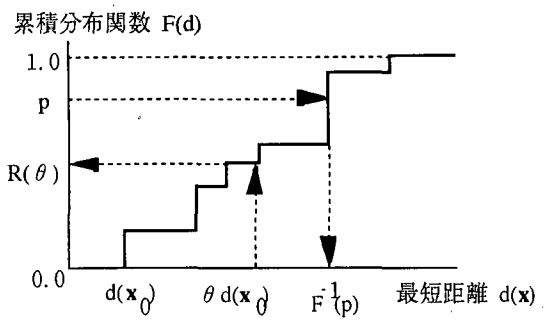

図-2　ＯＤ間最短距離の累積分布関数

パラメトリックに変化させたときの連結度の値の変化を簡単に求めることができる．さらに，最短距離の累積分布関数 F(d) の逆関数 $F^{-1}(p)$を求めておけば，連結度ｐをパラメトリックに変化させたときの迂回距離の値$d=F^{-1}(p)$を求めることもできる（図-２）．なお，これらの図では，異なる２つの状態$\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$に対する距離$d(\mathbf{x}_i), d(\mathbf{x}_j)$は異なるように描いているが，これらの値が一致する場合にはＯＤ間の距離が $d(\mathbf{x}_i)$ $(=d(\mathbf{x}_j))$である確率が $p(\mathbf{x}_i)+p(\mathbf{x}_j)$となるだけで，全く同様の議論が可能である．

以下ではまず，連結度の近似計算法を説明し，次いで，そのアルゴリズムを拡張することで最短距離の確率分布を推定する方法を述べる．

(3) 連結度の計算法

与えられた基準θに対して，任意のＯＤペアr-s間の連結度$R_{rs}(\theta)$は次のような手順で計算することができる．まず，発生しうる状態ベクトル$\mathbf{x}\in X$をすべて列挙して，それぞれの状態$\mathbf{x}$に対するＯＤペア間の最短距離 $d_{rs}(\mathbf{x})$ を求める．次に，その値と平常時の最短距離 $d_{rs}(\mathbf{x}_0)$との比率を計算し，

$$d_{rs}(\mathbf{x})/d_{rs}(\mathbf{x}_0)\le\theta \text{ のとき} \quad Z_{rs}(\theta,\mathbf{x})=1 \qquad (3.a)$$

$$d_{rs}(\mathbf{x})/d_{rs}(\mathbf{x}_0)>\theta \text{ のとき} \quad Z_{rs}(\mathbf{x},\theta)=0 \qquad (3.b)$$

なる関数$Z_{rs}(\theta,\mathbf{x})$を求める．状態$\mathbf{x}$のネットワークにおいてＯＤペアが機能しているか否かを示すという意味で，Du and Nicholsonに準拠してこの関数を稼働・停止関数と呼ぶ．このとき，連結度$R_{rs}(\theta)$は稼働・停止関数 $Z_{rs}(\theta,\mathbf{x})$の期待値

$$R_{rs}(\theta)=\sum_{\mathbf{x}\in X} p(\mathbf{x})\, Z_{rs}(\theta,\mathbf{x}) \qquad (4)$$

として求められる．

しかしながら，このような手順で連結度を計算するためには，発生しうるすべての状態ベクトルを列挙して，さらにＯＤ間の距離を計算する必要があるため，ネットワークの規模が大きくなれば計算量が膨大にならざるをえない．

そこで，Li and Silvester[7] による連結度の近似計算法を用いて，連結度の近似値を求めることを考える．なお，記号が煩雑になるので，以下ではＯＤペアの添字 r, s は省略する．

Step. 1　*初期設定.* 迂回の上限に関する判断基準$(1\le\theta<\infty)$を設定する．平常時の状態ベクトル $\mathbf{x}_0$ に対し，ＯＤペア間の最短経路長$d(\mathbf{x}_0)$を求めておく．繰り返し回数 J=1 とおく．

Step. 2　*状態ベクトルの抽出.* 状態発生確率 $p(\mathbf{x})$の大きい方からＪ番目の状態ベクトル$\mathbf{x}_J$を取り出す．

Step. 3　*稼働・停止関数の計算.*　$\mathbf{x}_J$に対するＯＤペア間最短距離$d(\mathbf{x}_J)$を求め，稼働・停止関数$Z(\theta,\mathbf{x})$を式(3. a)，(3. b)によって計算する．

Step. 4　*上，下限値の計算.*　連結度の上限値$R^U(\theta)$，下限値 $R^L(\theta)$を次式のように計算する．

$$R^U(\theta)=\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)\, Z(\theta,\mathbf{x}_j)+(1-\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)) \qquad (5.a)$$

$$R^L(\theta)=\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)\, Z(\theta,\mathbf{x}_j) \qquad (5.b)$$

Step. 5　*収束判定.* 十分小さい正の数 ε に対し，

$$R^U(\theta)-R^L(\theta)\le\varepsilon \qquad (6)$$

なら連結度の近似値を

$$R(\theta)=(R^U(\theta)+R^L(\theta))/2 \qquad (7)$$

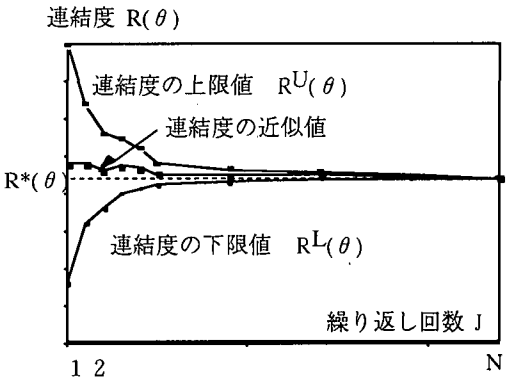

図-3 連結度の上，下限値の収束状況の概念図

として計算終了．そうでなければ，J=J+1として，Step. 2 へ．

Step. 2 において，発生確率の大きい順に状態ベクトルを抽出するために，すべての状態ベクトルに対して発生確率を計算して並べ変えるのは効率的ではないし，その必要もない．効率的に状態ベクトルを抽出する方法は，Lam and Li [8] に述べられている．（付録2参照）

Step. 4 で計算する信頼度の上限値$R^U(\theta)$は，発生確率がJ+1番目以降のすべての状態ベクトル$\mathbf{x}_j$ (j=J+1,...,N)に対して，ネットワークが最善の状態 $\mathbf{x}_0$ であるとしたときの稼働・停止関数の期待値である．下限値$R^L(\theta)$は，発生確率がJ+1番目以降のすべての状態ベクトル$\mathbf{x}_j$ (j=J+1,...,N)に対して，ネットワークが最悪の状態 $\mathbf{x}_w$であるとしたときの稼働・停止関数の期待値である．図-3に示すように，上限値は上から，下限値は下からそれぞれ式(4)に示す連結度の真値に漸近する性質を持つ．詳細は付録1を参照されたい．

Li and Silvesterによるアルゴリズムは $\theta=\infty$としたときの連結度を近似的に求めるためのものであり，本研究で定義した迂回距離の上限を考慮した信頼度の指標とは稼働・稼働停止関数の定義が異なっている．もちろん，ここに述べたアルゴリズムの基本的な考え方はLi and Silvesterと異ならないが，本研究では期待値としての信頼度を求めるだけではなく，次節に述べるように最短距離の確率分布の近似値を求める方法論を新たに示すことに狙いがあり，上述のアルゴリズムはその準備段階として位置づけられる．

(4) 最短距離の確率分布の推定

(3)に述べた信頼度の期待値を近似する方法論を拡張すれば，一部の状態ベクトル$\mathbf{x}$に対してOD間最短距離$d(\mathbf{x})$を計算することにより，その分布関数F(d)を近似することができる．連結度の計算法と同様の方法により，発生確率の大きい順に第J番目までの状態ベクトル$\mathbf{x}_j$(j=1,...,J)とそれに対応する発生確率 $p(\mathbf{x}_j)$ (j=1,...,J) の値を用いると，同様の手順で分布関数の上限値$F^U(d)$，下限値$F^L(d)$を求めることができるからである．具体的なアルゴリズムは以下の通りである．

Step. 1 *初期設定.* 平常時の状態ベクトル $\mathbf{x}_0$に対し，ODペア間の最短経路長$d(\mathbf{x}_0)$を求めておく．繰り返し回数J=1とおく．

Step. 2 *状態ベクトルの抽出.* 状態発生確率 $p(\mathbf{x})$の大きい方からJ番目の状態ベクトル$\mathbf{x}_J$を取り出す．

Step. 3 *最短距離の計算.* $\mathbf{x}_J$に対するODペア間最短距離 $d(\mathbf{x}_J)$を求める．

Step. 4 *上，下限値の計算.* $d(\mathbf{x}_0) \le d$なる範囲のdに対して分布関数の上限値$F^U(d)$および下限値$F^L(d)$を次式により計算する．

$$F^U(d) = \sum_{j \in D(d)} p(\mathbf{x}_j) + (1 - \sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)) \qquad (8.a)$$

$$F^L(d) = \sum_{j \in D(d)} p(\mathbf{x}_j) \qquad (8.b)$$

ここにD(d)は，$d(\mathbf{x}_j) \le d$なるj(j=1,...,J)の集合

Step. 5 *収束判定.* 十分小さい正の数 ε に対し，

$$F^U(d) - F^L(d) \le \varepsilon \qquad (9)$$

なら，$d(\mathbf{x}_0) \le d$なる範囲のdに対して分布関数の近似値を

$$F(d) = (F^U(d) + F^L(d))/2 \qquad (10)$$

として計算終了．そうでなければ，J=J+1として，Step. 2 へ．

任意の繰り返し回数における Step. 5 の収束判定の際，上，下限値の差$F^U(d) - F^L(d)$の値はdによら

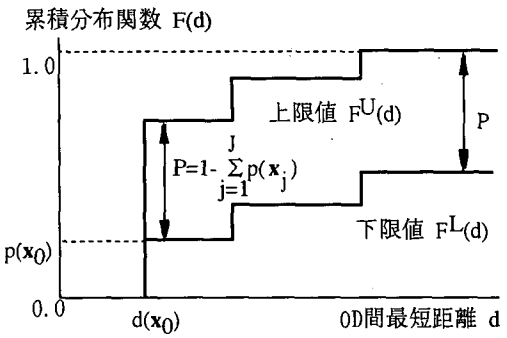

図-4　累積分布関数の近似

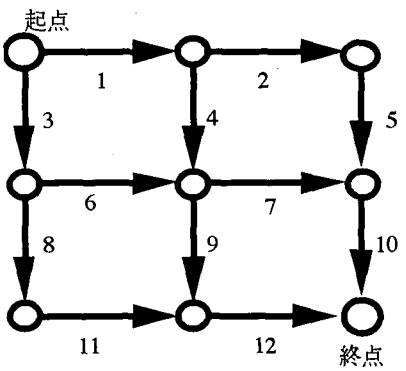

図-5　数値計算ネットワーク
（数字はリンク番号）

ず一様であるから，収束判定の幅がｄの値によって異なることはない．図-4は，ある繰り返し回数における分布関数の上限値，下限値の概念図を示したものである．連結度の場合と同様，繰り返しを重ねて状態ベクトルを順に加えるごとに，上限値は上から，下限値は下から分布関数に漸近していく．

3．数値計算例

(1) 前提条件

提案した方法の妥当性を検証するために，数値計算を行なう．用いるネットワーク（図-5）は9ノード，12リンクの小規模なもので，リンク長とリンク通行可能確率 p_aは 表-1 に示す値とした．リンク通行可能確率は，障害が発生しにくいケース（p_aが大）と，発生しやすいケース（p_aが小）の2組の値を設定した．ＯＤは図に示す１つのペアについてのみ考えるものとする．リンク数が12本であるから，ネットワークの状態の総数は，2^{12}=4096組である．

表-1　ネットワークのリンク属性

リンク番号	リンク長	通行可能確率 Case-1	通行可能確率 Case-2
1	4	0.97	0.81
2	1	0.96	0.80
3	9	0.95	0.75
4	8	0.93	0.73
5	2	0.91	0.71
6	10	0.90	0.70
7	6	0.89	0.69
8	16	0.81	0.67
9	12	0.80	0.65
10	5	0.73	0.64
11	10	0.72	0.62
12	20	0.71	0.60

(2) 連結度の収束過程

迂回の上限の判断基準θの値を3.0に固定して，ケース１，２のそれぞれについて連結度の上限値 $R^U(\theta)$，下限値$R^L(\theta)$および近似値$R(\theta)$の収束の様子を描いたのが図-6.a，図-6.bである．別途に求めた連結度の厳密値は，それぞれ0.714，　0.474である．図-6.aに示すように，Case-1の収束状況は良好で，発生しやすいほうから100番目の状態（状態総数の2.5%）までで近似値の変化はほぼ安定し，650番目の状態（総数の約15%）で上限値と下限値の差が0.01以下となった．これは，状態ベクトルの発生確率が繰り返しを重ねるにつれて急速に小さくなるからである．

一方，Case-2　では状態総数の２分の１の2000回の繰り返しの後でも上，下限値の差が10%程度存在し，収束は遅い．しかし，繰り返し回数が少ない場合でも，連結度の近似値は厳密値に比較的近い．図には示していないが，判断基準θの値を変えても同様の結果が得られており，リンクの連結度が相対的に低い場合は解の収束に十分な繰り返し計算が必要であるが，繰り返し回数が少なくても近似値は厳密値と著しく異なることはないことがわかった．また，現実道路網の信頼性を議論する場合，Case-2の例のようにリンクの連結度が小さいことはほとんどないと考えられるので，ＯＤ間連結度の近似計算法を用いることの実用的な問題点は少ないと思われる．

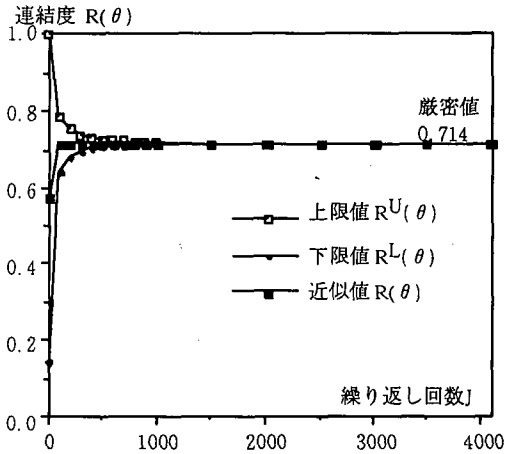

図-6.a　連結度の上限，下限値の収束状況 (Case-1)

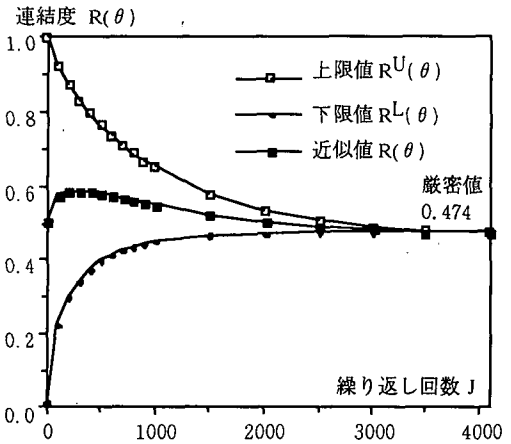

図-6.b　連結度の上限，下限値の収束状況 (Case-2)

表-2　θに対する連結度

判断基準θ	Case-1	Case-2
1.5	0.619	0.295
2.0	0.693	0.408
2.5	0.714	0.474
3.0	0.714	0.474
3.5	0.714	0.474
4.0	0.858	0.576
4.5	0.872	0.618
5.0	0.896	0.663
M	0.896	0.663

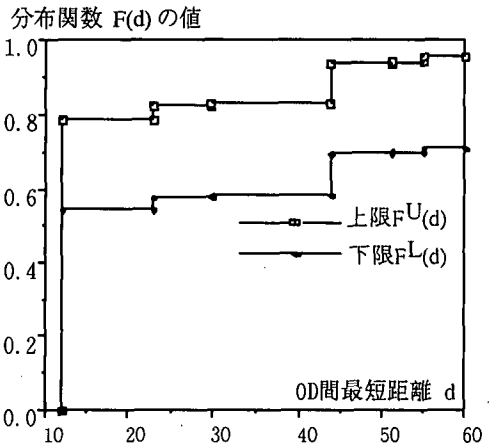

図-7.a　最短距離の分布関数の上限値と下限値
(繰り返し回数 J ＝50)

(3) 迂回上限の判断基準による連結度の違い

迂回の上限に関する判断基準であるθの値を1.0から順に大きくしたときの連結度の値の変化を表-2に示す．それぞれのθに対する連結度の値は，収束判定基準ε=0.01としたときの近似値である．θの値を極めて大きく設定したときの連結度の値が迂回距離の上限を考慮しない従来の方法による連結度の値である．その値は，Case-1, Case-2 のそれぞれについて，0.896, 0.663 である．

この例では，θが 5.0 よりも大きければ，連結度R(θ)の値は迂回の上限を考慮しない従来の値と同じである．従来の連結度指標では，平常時最短経路の5倍の距離の迂回をしても連結していると判断することになる．θが2.0以下のときの連結度の値を，迂回の上限を考慮しない場合と比較すると，Case-1で8割程度，Case-2では6割程度であり，いずれもかなり低く評価されている．ネットワークの構造によっては，平常時にはＯＤ間の距離が短くても災害時には距離の長い迂回を余儀なくされる場合も出現するであろうから，この傾向は顕著になるであろう．要するに，迂回距離の上限を考慮しなければ，連結度を過大に評価する危険性があるということである．

(4) 最短距離の分布関数の近似

図-7.a, 7.b は，Case-1 に対する最短距離の分布関数の上限，下限値の収束状況を示したものである．図-7.aは繰り返し回数(J)が50回，図-7.b は 500回のときの状況である．これらの図から，最短距離の分布関数が収束していく様子を確認できる．

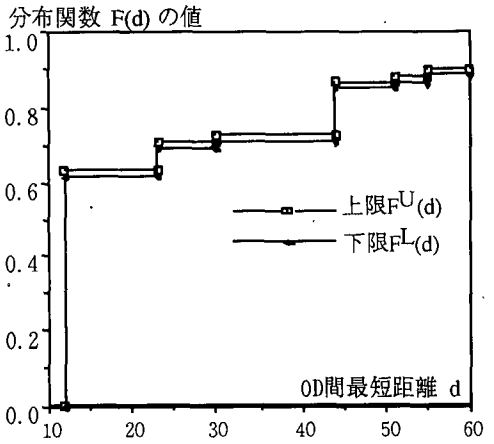

図-7.b　最短距離の分布関数の上限値と下限値
（繰り返し回数J＝500）

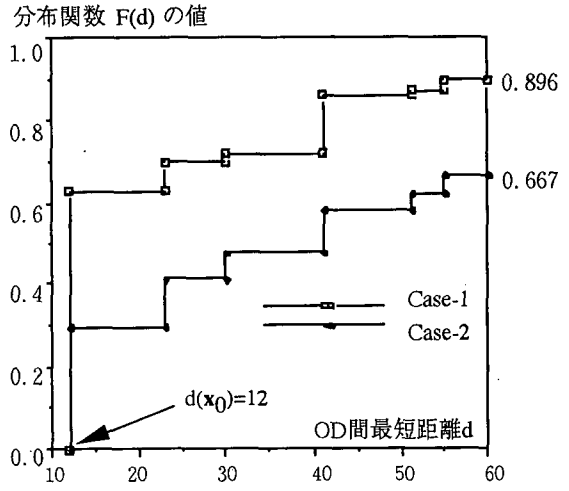

図-8　最短距離の分布関数のケース間比較

(5) 最短距離の分布関数の比較

図-8は Case-1,2 のそれぞれについて，OD間最短距離の分布関数を比較したものである．いずれのケースも収束判定基準ε=0.01としたときの近似値である．この図より，Case-1では，平常時の最短距離$d(\mathbf{x}_0)$=12に対して41の距離までの迂回をすれば8割以上の連結度を確保できることがわかる．一方，Case-2 で6割以上の連結度を確保するには，最短距離(=12)の4倍を越える51の距離の経路まで迂回をしなければならないことがわかる．

4．おわりに

本研究では，pure network を対象として，迂回距離の上限を考慮したOD間連結度指標について考察してきた．リンク通行可能確率を所与とした場合について，発生しやすい一部の状態ベクトルを用いて連結度を近似的に計算する方法を示したほか，その方法を応用してOD間最短距離の確率分布を近似的に求める方法を新たに開発した．

これまでに提案されたOD間連結度の指標に比較して，本研究に示した近似法は繰り返し回数を十分に多くとれば，厳密に計算した連結度の期待値や確率分布に必ず収束するという利点を持っている．リンク通過可能確率が小さくネットワークの信頼度が相対的に低い場合には，提案した近似計算法の計算量が少なくないという問題が発生するが，災害の発生のように発生頻度が相対的に小さくリンク通過可能確率が大きい場合には，少ない計算量で収束することが期待できる．

もちろん，ここに示したネットワークの規模はきわめて小規模であり，数万リンクを持つような大規模ネットワークの信頼度解析への有効性を論じることは現時点では難しい．発生しやすい順に状態ベクトルを抽出することはネットワークの規模にかかわらず容易であるが，状態総数がきわめて多い場合には全体の1%の状態を調べるための数値計算量も小さくはない．ネットワークの構造を利用した状態の集約などの方法を検討する必要があろう．

求められた連結度や最短距離の確率分布は，災害時の交通網計画におけるネットワーク評価のために使うことができる．たとえば，3．の数値例で述べたCase-2が交通網の整備前，Case-1が整備後であるとすれば，整備による連結度の向上効果を図-8などから読み取ることができる．なお，リンクが機能する確率は整備によって向上するけれども，整備後であっても 1.0 となることはないから，最短距離はやはり確率的に分布する．

迂回の上限に関する判断基準であるパラメータθの値の具体的な設定方法は今後の課題の一つであるが，交通システムの供給側の視点で設定する場合は交通ネットワークが保つべきと考えられるサービス水準に対応させて設定することになろう．需要側からの視点で設定する場合は，迂回距離に関する交通行動分析などを行って迂回の上限の推定値を求め，それを参考に設定することが考えられる．パラメータθの値が確率的に分布している場合でも，最短距離の確率分布を利用することによって，連結度の期待値や分散を求めることもできるから，それを指標

としたネットワーク評価も可能となる．

冒頭に述べたように，交通ネットワークの信頼度解析を行うには pure network から flow network への展開が必要であり，本研究はその前段階として位置づけられる．flow network を扱うには，2．で述べた計算アルゴリズムの中の最短経路探索の代わりに，適当な交通ネットワークのフロー分析モデルを組み込んで，状態ベクトルに対するフローやサービスの水準を求めればよい．たとえば，利用者均衡モデルによりＯＤ間の所要時間を求め，それを距離に置き換えれば，本研究で提案した手順はほとんどそのまま活用できる．この点については，現在，検討を進めている段階であり，稿を改めて発表する予定である．

付録1

連結度の上限値は，発生確率がJ+1番目以降のすべての状態ベクトル$\mathbf{x}_j(j=J+1,\ldots,N)$に対して，ネットワークが最善の状態$\mathbf{x}_0$であるとみなしたときの稼働・停止関数の期待値である．状態$\mathbf{x}_0$に対する稼働・停止関数の値は$Z(\theta,\mathbf{x}_0)=1$であるから，上限値は，

$$R^U(\theta)=\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)Z(\theta,\mathbf{x}_j)+\sum_{j=J+1,N} p(\mathbf{x}_j)Z(\theta,\mathbf{x}_0)$$
$$=\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)Z(\theta,\mathbf{x}_j)+(1-\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)) \qquad (A.1)$$

となる．一方，下限値は，発生確率がJ+1番目以降のすべての状態ベクトル$\mathbf{x}_j(j=J+1,\ldots,N)$に対して，ネットワークが最悪の状態 $\mathbf{x}_w$であると考えたときの稼働・停止関数の期待値である．状態 $\mathbf{x}_w$に対する稼働・停止関数の値は$Z(\theta,\mathbf{x}_w)=0$であるから，下限値は，

$$R^L(\theta)=\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)Z(\theta,\mathbf{x}_j)+\sum_{j=J+1,N} p(\mathbf{x}_j)Z(\theta,\mathbf{x}_w)$$
$$=\sum_{j=1,J} p(\mathbf{x}_j)Z(\theta,\mathbf{x}_j) \qquad (A.2)$$

である．

連結度の真値を$R^*(\theta)$とすると，上，下限値の定義より明らかに，

$$R^U(\theta)\geq R^*(\theta)\geq R^L(\theta) \qquad (A.3)$$

である．また，J番目まで計算を進めたときの上，下限値を$R_J^U(\theta),R_J^L(\theta)$とし，J+1 番目まで計算を進めたときの上，下限値を$R_{J+1}^U(\theta),R_{J+1}^L(\theta)$とすると，

$$R_J^U(\theta)\leq R_{J+1}^U(\theta) \qquad (A.4.a)$$
$$R_J^L(\theta)\geq R_{J+1}^L(\theta) \qquad (A.4.b)$$

であり，第N番目まで（すべての状態）計算を進めると，

$$R_N^U(\theta)=R_N^L(\theta)=R^*(\theta) \qquad (A.5)$$

となる．つまり，上限値は上から真値に漸近し，下限値は下から真値に漸近する．

付録2

すべての状態を発生させてから発生確率を比較することなく，状態発生確率の大きい順に状態ベクトルを抽出する方法はLam and Li (1986) によって提案された．その基本的な考え方を以下に示しておく．まず，通行可能確率の大きい順にN本のリンクを並べ替えて，リンク番号を付け替える．すなわち，リンクiの通行可能確率をp_iとすると，

$$p_1\geq p_2\geq\ldots\ldots\geq p_N \qquad (A.6)$$

である．なお，便宜的に$p_N\geq 1/2$としておく．

状態ベクトル$\mathbf{y}$を以下のように定義する．$\mathbf{y}$のi番目要素y_iは，リンクiが通行不能の時1，通行可能なら0とする．（状態ベクトル$\mathbf{x}$との違いに注意）1つの状態ベクトルを1つのノードで表し，状態ベクトルの発生確率をノードの値とするような Binary Tree を順次作成していくのであるが，このとき，あるノード(親ベクトルに対応)の値はそこから分岐する2つのノード（子ベクトルに対応）の値より必ず大きくなるように分岐させる点がLam and Li のアイデアである．分岐のルールは以下の通りである．

親ベクトルを$\mathbf{y}_p$，2つの子ベクトルをそれぞれ$\mathbf{y}_1$，$\mathbf{y}_2$で表す．$\mathbf{y}_p$の要素で値が1のもののうち，最も左側の要素をy_jとする．

(1)　j=1　なら，すなわちy_j=1なら新たに分岐しない．

(2)　j>1　のとき，

・j-1番目の要素を1に，j番目の要素を0とした状態ベクトルを$\mathbf{y}_1$とする．

・j-1番目の要素を1とした状態ベクトルを$\mathbf{y}_2$とする．

たとえば，要素が4つの場合，$\mathbf{y}_p$=(0101)に対して，$\mathbf{y}_1$=(1001)，$\mathbf{y}_2$=(1101)である．

このように分岐すると，先の通行可能確率の定義より，$\mathbf{y}_1$，$\mathbf{y}_2$の発生確率は，$\mathbf{y}_p$の発生確率よりも必ず小さいことは明らかである．状態ベクトルを発生確率の大きな順に必要な数だけ抽出するアルゴリズムは以下の通りである．

■アルゴリズム

(STEP. 1)　L=1,$\mathbf{y}_p$=(00....001)をTreeの根とし，順位のラベルを1とする．

(STEP. 2)　新たにラベル付けされたノードに対応する状態ベクトル（$\mathbf{y}_p$）を親ベクトルとし，先のルールに従って分岐させる．分岐された2つの子ベクトル（$\mathbf{y}_1$，$\mathbf{y}_2$）をTreeに加え，ノードの値（Prob($\mathbf{y}_1$))およびProb($\mathbf{y}_2$)）を求める．新たな分岐がなければ，そのまま次のステップへ進む．

(STEP. 3)　順位のラベルがついていないノードの中でノードの値が最も大きなものを取り出し，そのノードにラベルL+1を付ける．

(STEP. 4)　L=L+1 として，(STEP. 2) へ戻る．

信頼度の近似計算では，(STEP. 3)に続けて信頼度の上限・下限値を計算し，誤差の判定基準が満足されればそこで状態ベクトルの抽出を打ち切ればよい．

参考文献

1)　岡田憲夫, 若林拓史, 多々納裕一：社会基盤整備の計画・管理のためのリスク分析的アプローチ，土木学会論文集，No.464/IV-19,pp.33-42,1993.

2) 飯田恭敬，若林拓史，福島博： 道路網信頼性の近似解法の比較研究，　土木学会論文集，No.311/IV-11, pp.107-116,1990.

3) 朝倉康夫，柏谷増男，熊本仲夫：交通量変動に起因する広域道路網の信頼性評価，土木計画学研究・論文集，No.7, pp.235-242,1989.

4) Du, Z-P. and Nicholson, A. : Degradable Transportation Systems Performance,Sensitivity and Reliability Analysis. *Research Report 93-8*, Dept. of Civil Eng., University of Canterbury, NZ. 1993.

5) Sanso, B. and Milot, L. : A Reliability Model for Urban Transportation Planning. *Preprints in TRISTAN-II Conference in Capri*, pp.617-622,1991.

6) 朝倉康夫，柏谷増男，為広哲也：災害時における交通処理能力の低下を考慮した道路網の信頼性評価モデル，土木計画学研究講演集，No.17, pp.583-586,1995.

7) Li, V.O.K. and Silvester, J.A. : Performance Analysis of Networks with Unreliable Components. *IEEE Transactions on Communications*, Vol.COM-32, No.10, pp.1105-1110,1984.

8) Lam, Y.F. and Li, V.O.K. : An Improved Algorithm for Performance Analysis of Networks with Unreliable Components.*IEEE Transactions on Communications*, Vol.COM-34, No.5, pp.496-497,1986.

(1995.8.9　受付)

A RELIABILITY MEASURE OF AN ORIGIN AND DESTINATION PAIR CONSIDERING DETOUR LIMIT ON A DETERIORATED TRANSPORT NETWORK

Yasuo ASAKURA, Masuo KASHIWADANI and Ken-Ichiro FUJIWARA

A connectivity measure is proposed for evaluating the reliability of a deteriorated transport network. The connectivity between an origin and destination pair is defined as the probability of whether the ratio of the OD travel distance in a degraded network to that in the normal network is less than a given criterion. Approximation methods for calculating the connectivity measure and the cumulative distribution function of the travel distance of an OD pair are developed which considers a part of probable state vectors. Through numerical examples,proposed connectivity measure and its calculation method are verified.