土木学会論文集 No. 555／IV-34, 27-39, 1997.1

水資源開発事業における優先支出法のゲーム論的考察

岡田憲夫[1]・谷本圭志[2]・榊原弘之[3]

[1]正会員　工博　京都大学教授　防災研究所（〒611 京都府宇治市五ケ庄）
[2]正会員　工修　三菱総合研究所（〒100 東京都千代田区大手町二丁目3-6）
[3]学生員　京都大学　工学研究科（〒606-01　京都市左京区吉田本町）

多目的ダム事業を代表とする水資源開発事業は複数の主体から成る共同プロジェクトである．事業に対する緊急性やどのような順序で主体が参加するかという点に関して各主体の優先性の差異が著しい場合は，優先性を反映した費用配分法の適用が望ましい．我が国においては優先支出法の適用による費用配分が認められているが，実際上，理論上その適用については十分な検討が行われていない．そこで本論文では主体間の優先性を考慮した費用配分問題についてゲーム理論を援用して検討する．その際，優先性を明示的に考慮できるように「仁」の定義を修正した「順序仁」「期待順序仁」を提案する．さらに，加重シャープレイ値との関係についても考察し，提案した手法の適用可能性について基礎的検討を行う．

Key Words : priority in purpose, water resources development, game theory, cost allocation

1.はじめに

水資源開発事業は，日常生活や経済社会活動の重要な資源である水の安定供給を目的として，多くの流域で行われてきた．中でも多目的ダム事業は治水や利水などの多様かつ高度な水管理を推進するための要めとして行われ今日に到っている．従来は経済成長，産業開発重視の要請に即応して，開発効果，効率性重視の開発方針で進められてきた．しかし近年では生活や環境の質の重視への社会的要請が高まり，水資源開発事業における計画や管理の在り方が変化してきている．

とりわけ多目的ダム事業は，国土の均衡ある発展や質的に豊かで潤いのある生活の要望，環境問題への関心の高まりなどを踏まえて，多目的ダム事業に新たな役割と計画手法の転換が期待されている．

また昨今では良好なダムサイトが減少しており，限られた資源制約下でいかに事業の有効性を高めるかが重要な課題となっている．このため，より長期的な展望をもった計画の必要性が高まっている．

一方，多目的ダム事業をはじめ，水資源開発事業は複数の主体（目的）から成る共同事業であることが多い．このため，主体の間で共同事業費用をいかに割り振るかという「費用配分問題」が生じる．この問題に対して我が国では分離費用身替り妥当支出法[1]といった慣用的な費用配分法が用いられてきた．しかし上述したような事業に求められる社会的要請の変化に対して，費用配分についても実情に合った見直しが求められつつある．

筆者らはこのような問題に対する検討の一環として，多目的ダム事業を対象として研究を行っている[2)3)]．これは多目的ダム事業における現行の慣用的な費用配分法の有効性を基本的に肯定する立場から，その適用可能性を協力ゲームの理論から検討したものである．ただし，その大前提として，主体の事業参加に関するインセンティブや提携形成の順序に差異がないことを前提としていた．しかし，その前提があてはまらない場合は，現行の慣用的費用配分法の適用そのものが不適切となる場合もある．本論文では，その典型的なケースとして事業に参加する目的間の優先度に差異が認められる場合を想定

し，ゲーム理論的な検討を行う．以下，主として多目的ダム事業を対象として議論を行う．

2.目的間のプライオリティとその潜在的重要性

本論文では，共同事業に参加する目的（主体）の，事業に対する優先度（プライオリティ）に差異がある状況を想定する（以後，事業における優先性を単に「優先性」と呼ぶ）．

まず現行の分離費用身替り妥当支出法が適用される多目的ダム事業において，その運用の詳細を検討すると，暗に主体（目的）間の優先度に微妙な差異が認められることが示される．例えば（水力）発電主体は公益的民間主体という点で，治水や上水，工水等の他の公共的利水主体とは多目的事業への参加の上で動機や経済的立場を微妙に異にする．さらに発電主体はむしろ所要のダム水位の確保が主たる関心事である点で，水量（容量）配分をめぐってコンフリクトを起こす他の主体とは，ダムに求める機能の点で質的な違いがある．このことは，例えば現行の分離費用身替り妥当支出法において，発電主体の妥当投資額（便益）が身替り費用を下回るように設定されていることに関係してくる．結果的に，その差額分に応じて配分費用が低めになる形で，配分法に微妙な補整が組み込まれているのである．つまり，優先度がその分だけ低いということで，配分額がそれに応じて割り引かれていると解釈できるのである．

また最近，独自の容量を持たず，他用途に用いられる水を利用して発電を行う利水従属運転方式が増加している．この場合，利水主体の参加が前提となって発電主体が参加するという「事業参加に係る主体間の参加順序の差異」が生じる．このような差異は，発電主体が参加するケースにとどまらない．多目的ダム事業では現在，ダム湖の広大なオープンスペースを利用したレクリエーション主体等の「親水主体」や，ダムに貯留する濁水軽減効果を有する濁水対策主体等の「環境主体」などの参加が考えられている．

これら新たなタイプ（部類）の主体は，他の主体による事業実施が確認された後に事業参加する傾向が高いと思われる．換言すれば，これらの新規主体のみでダム事業を行うことは現実的ではないということである．これらの主体は他の主体に比べて参加の物理的順序に関して優先度（プライオリティ）が低いと解釈できよう．この種の優先性の問題は，主体固有の性格から必然的に規定されるものである．そこで，このようなタイプの優先性を本論文では「物理的優先性」と呼ぶことにする．

一方，先述したように，近年，ダム開発に適した良好なダムサイトが減少しており，今後もその確保はより一層困難になると予想される．このためダム計画に際しては，現在需要が少ない目的であっても，将来における顕在化を見越して現時点でのダム事業に参加すべきであろう．このことは，ダム事業に対する各主体の緊急度に差異が存在することを示している．つまり，緊急度の高い主体ほど当該事業に参加する優先度が高いと解釈することができよう．このような優先性のタイプは事業参加に対する時間的選好性の差異であることから，これを「時間的優先性」と呼ぶことにする．

本論文ではこのような問題認識に立脚し，配分解に目的間の優先性を明示的に反映し得る費用配分法を提案する．その理論的検討にあたっては，協力ゲーム理論を援用する．

3.現行制度における優先性の明示的取り扱い

現行の費用配分制度では，目的間の優先性の差異が著しい場合について，以下の二つの措置が用意されている．

I)先行投資事業の便益割引

II)優先支出法の適用

I)は，時間的優先性を取り扱うものであり，現行の費用配分法である分離費用身替り妥当支出法の運用上の措置である．適用の対象としては，ある種の事業について共同施設完成後，一部効用が発生するまでにある期間を要することが明らかであるが，他の緊急事業との関連でやむを得ず共同事業に参加せざるを得ないような場合がある．この場合，先行共同施設投資が遊休する期間中の利息を控除したものを可能投資額とみなし，費用配分に反映させるものである．先行割引の適用事例としては文献[4)]が参考になる．

II)は，ある意味で物理的優先性を緊急性とみなす場合であり，参加各事業の緊急度の差が特に著しい場合のみ適用が認められる．すなわち，

分離費用身替り妥当支出法は優先性を明示的に考慮し得ないため，その代替方法として，優先支出法が位置づけられている．

このような場合，主体間の緊急度には大きな差異がある．事実，今後の良好なダムサイトの減少に伴い，この種の問題はより現実的となろう．

実際に，西日本のある水系では，治水，利水開発のためのダム工事実施基本計画が作成されていたが，近年では当該水系における他のダム等による新規利水開発水量が余剰となる傾向があり，当該ダムでの利水開発に関する緊急性が低くなった．さらに当該ダムに濁水対策機能を付加する案の有効性が確認されたため，これらの実情を踏まえて計画の見直し，再評価を検討した経緯がある．この場合，利水主体については「時間的優先性」を，濁水対策主体については「物理的優先性」を対象として，二つの種類の優先性が複合した形で優先性が問題となっており，特に時間的優先性に関しては，優先支出法の適用も検討された経緯がある．

優先支出法の適用事例は文献[4]によればほとんどないが，この実例のように少なくとも検討レベルではその適用が考えられている例があり，従って今後はこのような適用の必要性が顕著に具体化してくることが予想される．

優先支出法による配分解をゲーム理論において用いられる数学的表現により定式化する．

事業に参加している任意の主体（プレイヤー）をiとし，主体の集合を$N=\{1,2,..,n\}$で表わす．任意の主体から成るNの任意の部分集合を提携と呼び，これをSで表わす．Nを全員提携，$\{i\}$を単独提携と呼ぶ．任意の提携の費用関数を$C(S)$と表わす．また，任意の主体iの分離費用をSC_i，非分離費用をNSC，任意の提携$S\cup T$から提携Sが離脱することで節減される限界費用（提携Sの提携$S\cup T$に関する分離費用）を$MC(S\cup T,T)$とそれぞれ表わすと，それらは以下の式で与えられる．

$$SC_i = C(N) - C(N-\{i\}) \tag{1}$$

$$NSC = C(N) - \sum_{i\in N} SC_i \tag{2}$$

$$MC(S\cup T,T) = C(S\cup T) - C(T) \tag{3}$$

分離費用（式(1)）は限界費用（式(3)）の特殊な場合であることは明白であろう．このとき優先支出法による配分解は次式で与えられる．ここに，A_iは主体iよりも優先度の高い主体の集合である．また，最も優先度の高い主体をi^*とすると，優先支出法による任意の主体iの費用配分x_iは以下の式で与えられる．

$$x_i = \min\{C(\{i\}), C(N) - \sum_{j\in A_i} x_j\}, (\forall i \neq i^*) \tag{4}$$

$$x_{i^*} = C(\{i^*\}), (A_{i^*} = \phi) \tag{5}$$

優先支出法は，優先度の高い主体から順次その単独提携による事業費用を配分するが，いったん当該事業費用より費用の未配分額（残額）が小さくなれば，その残額をすべて当該主体に配分するものである．従ってそれより優先度の低い主体への配分額は0となる．

しかし優先度の高い主体から順次その単独提携による事業費用を配分するだけでは必ずしも各主体間の優先度の違いが明確に現われないという問題点がある．このように，実際面でもその直接的な適用には限界がある．またその改善を図るにしても，優先性についての理論的な裏付けが求められる．そこで以下では，ゲーム理論の観点から，現行の優先支出法に代替し得る他の配分法の提案を行う．

4.優先支出法のゲーム論的考察

(1)優先性とゲームの提携構造との関連

2.で述べた「物理的優先性」では，主体の参加順序が優先性を規定している．一方「時間的優先性」についても，優先度の低い主体の参加は，高い主体の参加が前提となると考えられる．従って，この意味では「物理的優先性」と同様に優先度の差は参加順序の差に対応している．厳密には，時間的優先性は物理的優先性に比べてより長期的な（参加についての）時間選好性に関わるものであり，費用（や便益）についての時間割り引きを考慮すべき場合もあろう．しかし，この点については本研究では取り上げないことにする．

「優先性」はこのように，いずれの優先性についても，主体の参加順序の差と解釈可能であると考え，以後はこの意味において優先性を捉える．例えば，三人ゲーム($N=\{1,2,3\}$)においてプレイヤー1,2,3 の順序で全員提携を形成するとする．このことはすなわち，プレイヤー1,2,3 の順に優先度が高いことを想定している．

主体の参加順序の差異（=優先度の差異）は

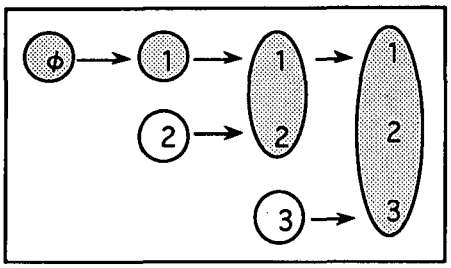

Fig.1 $F=\{\phi,\{1\},\{1,2\},N\}$

ゲームの順序提携構造で表わすことができる．上の三人ゲームの例では，事業参加者が誰もいないϕの状態にプレイヤー1,2,3の順に参加すると，その過程においては提携$\phi,\{1\},\{1,2\},N$が形成されることになる．本論文ではこれらをひとまとめにして「実行可能」な順序提携構造と呼び，これを集合族Fで表わす．従ってこの例でのFは次式で表わされる．

$$F=\{\phi,\ \{1\},\ \{1,2\},\ N\} \tag{6}$$

この状態を図示したのがFig.1である．左端の空集合ϕから右方に移行するにつれ，主体1,2,3が順次参加する過程が示されている．網かけされた提携が実行可能な提携である．

実行可能な提携構造はプレイヤー間の物理的優先度の差異を定性的に表現し得るゲームの構造である．実行可能提携に空集合ϕは含まれるが，以後これを省略する．

(2)既往のゲーム理論に基づいた費用配分法における優先性の取り扱い

（協力）ゲーム理論が費用配分法の理論的検討の有効な準拠枠を与えることは，Young *et al*[5]や岡田[6]の研究によって明らかにされている．ただし，プレイヤー間の優先度の相違を明示的に組み込んだ配分解についての研究はほとんど行われていない．以下では シャープレイ値[7]における費用配分が主体の参加順序に基づいていることから，優先性の問題に拡張可能であることに着目する．

シャープレイ値は全提携Nを形成する過程において，各プレイヤーの参加順序を考慮する．各プレイヤーには，（部分）提携に最後に参加した際に生じる限界費用を割り振る．全員提携が成立する過程は複数の場合が考えられるので（例えば三人ゲームでは6 通り），このようにして各プレイヤーに割り振られた値を場合数で割って単純平均した解がシャープレイ値である．すなわちシャープレイ値による任意のプレイヤーiの配分値x_iは次式で与えられる．ただしNに含まれるプレイヤーの数をn，Sのそれをsで表す．

$$x_i=\sum_{i\in S,S\subset N}\frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}MC(S,S-\{i\}) \tag{7}$$

先述のように本研究では優先度の差異を提携への参加順序に対応づけて解釈している．よってシャープレイ値の配分概念は目的間の優先度の差異を間接的に反映し得る．しかしながら，シャープレイ値は参加順序の各過程が等確率で生起するものとしており，確率によって優先度の差異は表し得ない．

これに対し，参加順序の各過程について任意の確率を与えることができるようにシャープレイ値を拡張した加重シャープレイ値が提案されており[8]，次式で与えられる．

$$x_i=\sum_{i\in S,S\subset N}p(S,S-\{i\})MC(S,S-\{i\}) \tag{8}$$

ただし，$p(S\cup T,T)$は，任意の提携$S,T(S\cap T=\phi)$に対して，提携Tが参加した上で，その後に提携Sが参加する確率を表したものである．$p(S\cup T,T)$の値が大きいほど，結果的にそれに対応する参加順序で形成される提携の相対的比重が高くなるように期待配分量が算定されるといえよう．例えば，Fig.1のケースにおいて，主体1,2の優先度の差が小さければ，空集合ϕの状態からプレイヤー2,1,3の順に参加することも考えられる．加重シャープレイ値は，このようなプレイヤーごとに参加する複数の過程とその発生確率から期待値を求める形を取る．このとき，提携形成過程の発生確率は，主体間で同様のケースが過去に何度も繰り返されてきた結果，すなわち提携形成過程に関する繰り返しゲームの結果を丹念に検討することによりある程度推定できよう．つまり，過去の計画決定過程の記録を利用することにより，主体間の順序構造とその相対頻度を推察する方法である．

一方，今まで想定されなかった新たな主体が参加する場合も考えられる．その場合には，提携形成過程の発生確率は，むしろ政策的重み付けとして規範的，先験的に設定されるべきもの

と考えた方が妥当であろう．例えば，近年の水環境に対する市民の関心の高まりに対応して，前述の親水主体に有利な確率が当事者間の了承の下に設定される可能性がある．このように，加重シャープレイ値算定のための確率の決定には，実績記述的，あるいは政策（規範）的という二つの計画場面があるとの解釈が可能である．

また，このことから，確率情報の信頼性についても，二つの側面が存在することがわかる．実績記述的な場面においては，過去の記録からの推定手法の信頼性が問題となる．一方，確率を規範的に決定する場合には，決定者の恣意性が入り込む可能性がある．

これに対して加重シャープレイ値とは異なる観点から優先性を考慮した公正配分解を定義することを試みよう．すなわち本研究では協力ゲーム理論の公正配分解として知られる仁(Nucleolus)[9),10)]を拡張した順序仁(Priority-Ordering Nucleolus)を提案する．また，順序仁では加重シャープレイ値で考慮していない全提携の形成に際しての（部分）提携の参加を勘案することができる．

さらに加重シャープレイ値でも必要とされた確率情報が何らかの形で外性的に与えられる場合には，その情報を積極的に用いて順序仁を拡張することが有効であろう．そこで本論文ではこのような場合には確率を明示的に勘案した形で仁を拡張した期待順序仁(Expected Priority-Ordering Nucleolus)を提案する．

(3)仁の応用によるアプローチ：順序仁

ゲーム理論における公正配分解としてよく知られているのがコア(core)[11)]である．コアは，当該プレイヤーが参加し得る任意の提携に関する費用を交渉力として反映した配分(imputation)の集合である．コアの集合から唯一解を求める方法として仁がある．仁では提示された配分$X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$に対する任意の提携Sの「不満」$e(X:S)$を考える．仁は任意の提携に対する最大の「不満」を最小化することによって得られる．すなわち以下に示すように定式化される．

$$e(X:S)=\sum_{i\in S}x_i-C(S)$$

$$\max_{S\subset N} e(X:S)\rightarrow min \qquad (9)$$

仁の「不満」の定義は，参加順序に関していえばϕに提携Sが参加する際の「不満」と解釈できる．ϕに任意の提携Sが参加し得ることは任意の提携Sが実行可能であることを示している．しかし，主体間の優先性が問題となる場合は実行不可能な提携が存在する．従ってこのような問題において任意の提携Sの不満としては，式(9)における$C(S)$を$MC(S\cup T,T)(\forall T\in F,S\cap T=\phi)$とすべきである．このような定義の修正は主体（提携）の参加の順序に違いがあるという想定に基づくものである．すなわち，実行可能な提携Tの参加後に提携Sが参加することを想定している．提携Sが実行可能である場合についても，$T=\phi$として対処することができるが，このときの不満の定義は仁のそれと同じである．以上を踏まえて，順序仁を以下のように定式化する．

$$e'(X:S,T)=\sum_{i\in S}x_i-MC(S\cup T,T)$$

$$(\forall S\subset N,S\cap T=\phi,T\in F)$$

$$\max_{S\subset N,T\in F} e'(X:S,T)\rightarrow min \qquad (10)$$

順序仁で定義される任意の提携に関する「不満」は，当該提携に含まれる全プレイヤーの総分担費用と当該提携の限界費用との差で定義される．すなわち，順序仁では任意の提携に関する限界費用をその提携が最低限支払うべき費用と見なし，その値に対して求められた負担額の多さを不満と定義する．

さて式(10)によれば提携Sに関する「不満」は，それよりも優先度が高い任意の実行可能提携Tの数だけ考慮することになる．しかし，実際にはこれらの不満のうち最大のものを考えればよいので上式は下式のように書き換えることができる．すなわち式(10)と式(11)は同等の問題である．

$$e'(X:S)=\sum_{i\in S}x_i-\min_{T\in F}MC(S\cup T,T)$$

$$(S\cap T=\phi)$$

$$\max_{S\subset N} e'(X:S)\rightarrow min \qquad (11)$$

順序仁は不満算定の準拠値を当該提携に関す

る（最小の）限界費用としている．従って，順序仁において適切に目的間の優先性が反映されるためには，優先度の差異が適切に限界費用に反映されていることが必要条件となろう．目的間の優先度の違いがあまり際立っていない場合は，優先度の高い提携であっても事業参加が比較的後になる場合も想定し得る．もしその場合の限界費用が小であれば，参加順序の違いが順序仁算定の準拠値に適切に反映されない可能性が高くなろう．むしろこのような場合には，優先性を想定しない仁などの一般の方法の適用が妥当であると考えるべきであろう．

・期待順序仁

順序仁は提携形成の実行可能性に関する確率情報が得られないことを前提として開発したものであった．次に，加重シャープレイ値と同じように確率情報が得られた場合にはそれを最大限に活かすことを考える．ただし，加重シャープレイ値では考慮していない提携の交渉力を解の算定に明示的に組み込んだ方法を検討する．すなわち，加重シャープレイ値と順序仁の長所を取り込んだハイブリッド型の費用配分法として，期待順序仁を提案する．

順序仁では，任意の参加順序に関する可能性については，「あるかないか」，すなわち実行可能性の確率が「1か0か」で評価し，重みについては考慮していない．このことは実行可能性の情報の客観性が低い場合においては有効である．しかし，確率情報が得られる場合は，それを参加順序の可能性の重みとして反映することにより，「不満」の期待値を次式で定義できる．

$$E[e'(X:S,T)] = \sum_{T \in F} p(S \cup T, T)\ e'(X:S,T) \qquad (12)$$

$$(\forall S \subset N, S \cap T = \phi, T \in F)$$

期待順序仁は，主体間の優先度の差異をより明示的に考慮し得る点で，順序仁よりも優れていると考えられる．特に優先度の差異が著しい場合にのみ限られるものではない点で，より一般性，汎用性を有していると言える．しかし期待順序仁は順序仁に比して確率情報を余分に必要とするため，これが実用面での短所となり得る．

Fig.2は加重シャープレイ値，順序仁，期待順序仁の適用範囲を図示したものである．参加順序に関する情報が定性的なものにとどまる場合は，順序仁

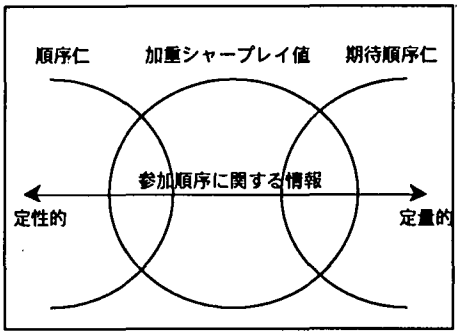

Fig.2 加重シャープレイ値と順序仁・期待順序仁の適用範囲

が有効である．それに対し，定量的な情報，すなわち確率情報が得られる場合には，その情報を利用する加重シャープレイ値，期待順序仁が有効であろう．さらに，期待順序仁は，加重シャープレイ値よりもさらに多くの確率情報を必要とすることも示されている．

(4)各配分法の特性の比較

以下では具体例に基づいて，三人ゲームにおける順序仁，期待順序仁，加重シャープレイ値の配分解を示し，それぞれの特性について述べる．その際，これらの手法で優先性が配分値にどのように反映されているかを確認するために，仁を比較の対象として検討を行う．ここでは優先度が異なる二つの状況としてCase1及びCase2を想定する．各Caseにおいて考え得る実行可能な順序提携構造，及び全員提携の形成過程（以後これを単に「過程」と呼ぶ）をそれぞれ**Fig.3**,**Fig.4**に示す．またO_1,O_2,..は参加順序の各過程の認識番号である．**Table1**,**Table2**では最上行から順に，仁，加重シャープレイ値，順序仁，期待順序仁の配分解を示している．なお表において確率ベクトルは左の要素から順に，過程O_1,O_2...の生起確率を表す．この確率の列において仁と順序仁については確率情報を必要としないので，それを「－」で表わしている．また加重シャープレイ値は全提携の形成過程において順次個々の主体が単独で参加してくると考えている．つまり，一度に部分提携がひとまとまりになって（結託して）参加する(**Fig.3**,**Fig.4**のO_4,O_5のようなケース)ことは想定していない．よって，加重シャープレイ値について想定し得ない過程の確率も「－」で表わす．加重シャープレイ値及び期待順序仁の$p(S \cup T, T)$は各過程の確率ベクトルの対応する要素に示されている．優先性の詳細な状況は各Caseによって想定が異なる．また同じケースであっても適用する方法によって違い

Case1. $F=\{\{1\}, \{2\}, \{1,2\}, N\}$

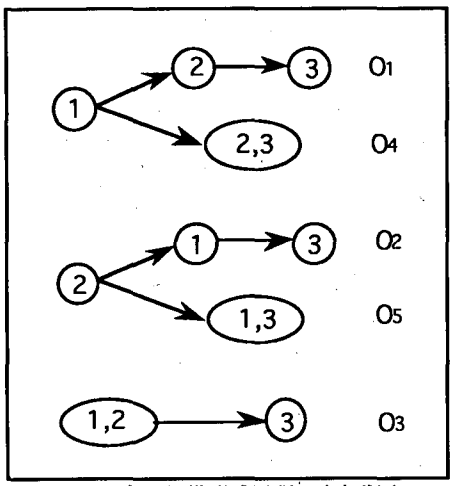

Fig.3 全員提携形成過程の参加順序
(for Case1)

主体1：治水
主体2：利水
主体3：親水

Table1 配分解の例 (for Case1)

	x_1	x_2	x_3	確率
Nucl	52.5	37.5	20.0	-
W.Shapley	60.0	40.0	10.0	(0.5,0.5,-,-,-)
P.O.Nucl	60.0	40.0	10.0	-
E.P.O.Nucl	60.0	40.0	10.0	(0.33,0.33,0.33, 0,0)

Case2. $F=\{\{1\}, \{2\}, \{1,2\}, \{1,3\}, N\}$

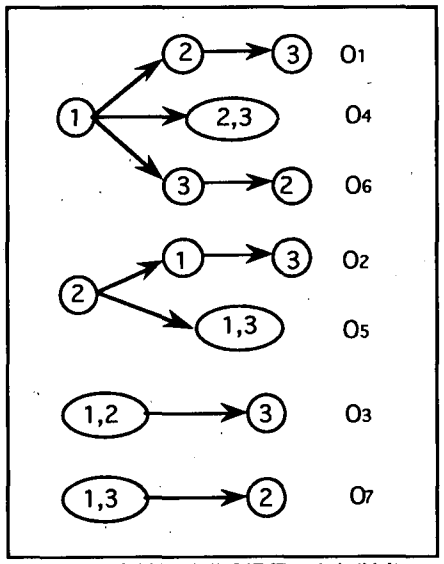

Fig.4 全員提携形成過程の参加順序
(for Case2)

主体1：治水
主体2：利水
主体3：濁水対策

Table2 配分解の例 (for Case2)

	x_1	x_2	x_3	確率
Nucl	52.5	37.5	20.0	-
W.Shapley	66.7	31.7	11.7	(0.33,0.33,-,-,-0.33,-)
P.O. Nucl	60.0	37.5	12.5	-
E.P.O.Nucl	69.1	30.1	10.5	(0.083,0.125,0.25 0.083,0.125,0.083 0.25)

が現われている．

まず，確率を用いない手法に関しては実行可能な提携構造が各主体の間の優先度そのものを規定しているのに対し，確率を用いる手法では確率が優先性を規定していると考えられる．この意味に限定して優先性がどのように組み込まれているかを考えると，実行可能提携構造による定性的情報に関して共通していることは，Case1,Case2ともに主体3の優先度が最も低いということである．一方，確率情報を明示的に考慮する加重シャープレイ値及び期待順序仁については，Case1ではすべての提携形成過程が等確率で生じると想定している．またCase2では期待順序仁のみ，一様でない生起確率を想定している．

以下，これらの前提を踏まえて，考察を行う．すなわち，**Table1,Table2**に示す各手法の配分解がどのような優先性に関する状況想定の下に得られたかを述べるとともに，各解の特性について述べる．なお，網かけされた部分が本論文において新たに開発した手法である．また費用関数は以下に示す値を所与とし，各Caseに共通とする．ただし$C(\{i, j,..\})$を$C(i, j,..)$と表わす．

$C(1) = 80$　$C(1,2) = 100$　$C(N) = 110$
$C(2) = 60$　$C(1,3) = 95$
$C(3) = 30$　$C(2,3) = 80$

Case1. 治水，利水，親水主体による多目的ダム

F={{1}, {2}, {1,2}, N}, N = {1,2,3}

治水（主体１），利水（主体２）機能に加え，親水（主体3）を付加的機能として加えたダムを想定する．このとき，Fに示すように，親水主体は，治水及び利水主体両方の参加が確定した後に参加すると考えられる．ここで想定し得る参加の過程のパターンをFig.3に示す．以下に，このCaseにおいて各配分法が想定しているより詳細な優先性に関する状況を述べ，解の特性について吟味する．

・加重シャープレイ値

ここで想定している過程としては，主体1,2,3及び主体2,1,3の順での参加である．またこれらの過程の生起確率を等確率(= 0.5)として与えている．つまり，主体3の優先度が主体1,2に比べて低いことに加え，主体1,2の優先度が等しい状況を想定していることになる．このCaseでは主体3の事業参加は必ず3番目（最後）となるので，主体3の分担費用は参加の際に生じる限界費用10である．優先性を明示的に考慮しない仁による分担費用よりも，主体3の分担費用は小さくなっており，優先度の差異が解に反映されている．

・順序仁

順序仁では主体間の優先度の違いを実行可能な順序提携の集合族によってのみ判断し得る．実行可能な順序提携構造から解釈できることは，主体3の優先度が主体1,2に比べて低く，また主体1,2の優先度が等しいということである．これは加重シャープレイ値と同じ状況を想定していることになろう．このような状況の下で得られた解は，加重シャープレイ値と一致する結果となっている．このことは加重シャープレイ値と順序仁の費用配分の基本的な考え方，すなわち当該提携の参加による付加的費用は自身に配分されるべきであるとの立場で共通している結果であると考えられる．この一致性については後述する加重シャープレイ値と順序仁との関連性において再度議論することにする．

・期待順序仁

期待順序仁は加重シャープレイ値と同様，確率によって詳細な主体間の優先度の違いを記述することができる．本ケースで与えた確率によると，各提携の参加の順序は各主体が単独提携として1,2,3及び主体2,1,3の順で参加する場合，及び提携{1,2}の参加の後に主体3が（単独で）参加する3つの過程が考えられる．それらが生起する確率は等しい(= 0.33)．主体3が必ず最後に事業参加することは他の2つの手法と共通であるが，ここでは主体1と2が提携{1,2}つまり結託して参加することが認められている点で違いがある．しかし，主体1,2が提携を結託したところで主体1,2の相対的な優先度の違いには影響を及ぼさない．従って，主体間の優先度の違いは加重シャープレイ値，順序仁で想定していた状況と同じであると考えることができる．すなわち，主体3の優先度が主体1,2に比べて低く，また主体1,2の優先度が等しい．このような状況の下で得られた期待順序仁の解は，加重シャープレイ値ならびに順序仁と一致する結果となっている．このことから，Case1で想定した状況の下では，これら3つの費用配分の考え方の共通性のみが現われ，それぞれの固有な特性が活かされないことが分かる．しかし見方を変えれば，加重シャープレイ値，順序仁，期待順序仁の3つの方法は，基本的に共通の配分法であると言うこともできる．この一致性の議論についても後述する．

Case2. 治水，利水，濁水対策主体による多目的ダム

F={{1}, {2}, {1,2}, {1,3}, N}, N = {1,2,3}

濁水対策（主体３）は，実情としては河川管理者（治水主体：主体１）が行うものとなっている．そのため，Fに示すように，濁水対策主体は少なくても治水主体の参加が確定した後に参加するという階層構造を有していると考えられる．ただしこの場合，全主体に対する主体3の優先度はCase1に比べて相対的に高くなっていると考えられる．ここで想定し得る参加の過程のパターンをFig.4に示す（利水主体を主体２とする）．以下ではTable2に示すそれぞれの解について，Table1と同様の考察を行う．

・加重シャープレイ値

加重シャープレイ値では，主体1,2,3，主体2,1,3，及び主体1,3,2の順で参加すること，すなわち過程O_1,O_2,O_6を想定し得る．ここではこれらの過程の生起確率を等確率(= 0.33)で与えている．この確率情報の下で主体3については，二番目の参加も想定していることから，Case1に比べ優先度が上がっていると考えられる．またこのような生起確率の下では，主体1が最初に参加する確率は主体2よりも高い．よって主体1は主体2よりも優先度が高いと考えられる．Case1の場合と配分解を比較すると，主体1,3の配分値は大きくなり，主体2のそれは小さくなっている．従って，ここで想定している優先性が反映された結果となっている．また優先性を明示的に反映しない仁と比べ主体3の配分値が小さく配分されている．これはCase1と同様の結果であるが，主体2についても配分値が小さくなっている点で違いがある．

・順序仁

Case2では，Case1に加え，提携{1,3}が実行可能な

順序提携構造に加わっている．つまり，加重シャープレイ値と同様，主体3は，O_6の過程が示すように，主体1の参加が確定すれば，主体2の参加に依存せず参加することを想定している．よって，Case1に比べると主体3の優先度は高くなっているといえる．また，主体1は，提携{1,2},{1,3}を組んで（最初に）参加し得るのに対し，主体2は主体3と提携{2,3}を組んで参加し得ないことから，主体1の優先度は，主体2よりも高く，Case1に比べると相対的に高くなっていると考えられる．このとき解はCase1に比べ，主体2への配分値が減少し，主体3への配分値は，増加する結果となっている．順序仁を仁と比較すると，主体3の配分値は小さく，また主体1の配分値は大となっているが，主体2のそれは等しいという結果になっている．

・期待順序仁

期待順序仁については，Case2で最初に参加する可能性のある四つの部分提携（実行可能な順序提携）{1},{2},{1,2},{1,3}が等確率(= 0.25)で生起すると仮定している．また，その後の参加パターンについても生起し得るパターン全てが等確率で生起すると仮定している．従って最初に{1}が参加する過程のO_1,O_4,O_6は，及び{2}が参加する過程のO_2,O_5はそれぞれ等確率で生起する．

本ケースで主体1が単独で最初に参加する確率は，主体2が単独で最初に参加する確率に等しい．しかし，O_3,O_7のように提携{1,2}及び{1,3}が最初に参加する場合を含めて考えると，主体1が（単独以外の場合も含めて）最初に参加する確率は主体2よりも高い．さらに主体1は最後に参加し得ないのに対し，主体2は参加し得る．よって主体1の優先度は主体2よりも高いことがわかる．期待順序仁ではこのように提携を結託して参加する可能性も考慮できることから，優先性に関して（加重シャープレイ値よりも）多様な情報を取り入れることができる．このとき期待順序仁は加重シャープレイ値と同様に，主体1の配分値が仁よりも大きく，主体2,3の配分値が小さくなっている．このことは，期待順序仁が考慮している確率がその優先度の違いをより明確に表わし，それが配分結果にも反映されているためと思われる．よって，確率情報が得られる場合には，実行可能提携構造の集合族の情報のみでは表わせないより詳細な優先度の差異やその程度を費用配分に反映させることができると考えられる．

(5)加重シャープレイ値と順序仁・期待順序仁の関連性

前節ではまず加重シャープレイ値が優先性を考慮する配分法として用いることができることを例示した．さらに，筆者らが新たに開発した順序仁，期待順序仁の特性を三人ゲームを対象として数値例を用いて述べた．その際，これらの異なる費用配分法による配分解の間に一致性が生じ得ることを指摘した．一致性が生じている範囲では，互いに異なる配分方法であっても，得られた解は他の方法と理論的な意味づけを共有していることになる．以下では，加重シャープレイ値と順序仁，期待順序仁の一致性について例示するとともに，その理論的検討を行う．

a)加重シャープレイ値と順序仁の一致性

本論文のCase1で想定している実行可能な提携群すなわち$F = \{\{1\},\{2\},\{1,2\},N\}$の下で，順序仁は過程$O_1$,$O_2$が等確率で生起する場合の加重シャープレイ値と一致することが理論的に証明できる．つまりTable1の一致性の例は偶然によるものではない．

Case1で想定しているような実行可能な順序提携構造において，二つの過程O_1,O_2が等確率(=0.5)で生起するということは，主体1と主体2の優先度は等しいことを意味する．また主体3は常に一番最後に参加することになり，主体3の優先度は最も低い．このことは，実行可能な順序提携構造から導かれる優先性からも同様のことがいえる．従って加重シャープレイ値においてO_1,O_2の生起確率を等しいとする限り，実行可能な順序提携構造から規定される優先性を用いる場合，本質的に変わらない．このため，等確率を割り当てる（加重）シャープレイ値と，実行可能な順序提携構造のみの定性的情報から優先性を勘案する順序仁とが一致することになる．逆に，O_1とO_2の生起確率が異なる場合，加重シャープレイ値には主体1と主体2の優先度の違いが反映され，順序仁には反映されないため，配分値が異なる．なお，以上の理論的証明は付録に譲る．

b)加重シャープレイ値と期待順序仁の一致性

期待順序仁は加重シャープレイ値のように各主体が単独で事業参加するパターンに加え，複数の主体が提携としてまとまって（結託して）事業参加することを認める．しかし，期待順序仁に関して複数の主体が提携として参加する過程が存在せず，またそれ以外の過程について加重シャープレイ値と期待順序仁に与えられる確率が等しい場合（例えばCase1においてO_3,O_4,O_5の過程の生起確率が0であり，かつ加重シャープレイ値と期待順序仁に与えられるO_1,O_2の確率が等しい場合），加重シャープレイ値と期待順序仁は常に一致する．この理論的証明についても付録に譲るが，加重シャープレイ値と期待順序仁が一致する理由については以下のように推察できよう．

そもそも加重シャープレイ値ならびに期待順序仁

では各主体の限界費用の期待値をそれぞれに配分すべきという点で共通している．さらにこの場合参加のパターンは，期待順序仁においても各主体が単独で順次参加することであり，これは加重シャープレイ値と全く同じ状況である．このように費用配分の考え方が共通し，また想定する主体間の優先度の差異が全く等しいという二つの条件が重なり，一致性が生じる結果に至ると推察できる．つまり結果的に期待順序仁は加重シャープレイ値の拡張であるといえる．

期待順序仁は加重シャープレイ値に比べ，解の算定に必要な確率パラメーターが多い分，参加順序・パターンに関するプレイヤーの（提携可能性に関する）合理的な判断をより注意深く把握することが不可欠である．しかしプレイヤー間の立場や交渉力の違いを適切に把握しまたそれを提携の結託によって表わし得るならば，期待順序仁はそのような状況を解に反映することができる．岡田ら[12]及び谷本[13]は都市下水再利用問題，多目的ダム事業への親水主体参加問題を事例として期待順序仁の有効性を示している．その詳細は上述文献に譲るが，その概要は以下のとおりである．例えば多目的ダム事業における親水目的は，多くの場合，旧来の目的（治水，利水）が共同事業を行うことで合意することを大前提にして参入が考えられる．この意味で親水目的の優先度は低い．今後はもちろん，ある程度親水目的の参入を前提とした共同事業が考えられ，その意味では徐々にその優先度は高まる可能性はある．そのような可能性をどのように見積もるかは提携形成過程に関する確率情報をどのように規定するかという問題とも密接に関係してこよう．また，他の目的が親水目的と結託する可能性についても，それが実行しやすいものとそうでないもの（相性の良いものと悪いもの）があるであろう．このような点も，確率情報として反映できれば有効であろう．

このように考えてくると，順序仁及び期待順序仁は今後，多目的ダム事業をはじめとする水資源開発共同事業の費用配分法として有効な手法となり得よう．期待順序仁が加重シャープレイ値及び順序仁を含むより一般的な配分法であることを考えると，特殊な場合には加重シャープレイ値または順序仁を適用するなどの簡便化が実用的にも有効であろう．

5.結び

本論文では水資源開発事業における多目的ダム事業の費用配分問題において，主体間の事業に対する優先度の差異が著しい場合を想定した．多様化・複雑化する社会的要請を反映し，多目的ダムに参加する目的はより多様化しつつある．また良好なダム開発地点の希少化に伴い，各参加目的の事業に対する緊急性に不均衡が生じている．本論文はこのように主体間の優先性が問題となる現状を踏まえ，その差異を費用配分に明示的に反映させることを目的としている．その際，現行の多目的ダム事業の優先支出法について説明し，その問題点について触れるとともに，ゲーム理論における知見を援用して，旧来の配分解を修正，拡張する方法を検討した．その結果，既に提案されている加重シャープレイ値が優先支出法に解釈可能であることが判明した．加えて，本論文では優先性を考慮し得るよう仁を拡張した，順序仁・期待順序仁を新たな方法として提案した．

順序仁は加重シャープレイ値のような定量的情報，すなわち確率情報に依存する方法とは異なり，実行可能提携構造に規定される定性的情報のみを用いて費用を配分するものである．この方法は定量的な情報が得られない場合は特に有効であると考えられる．また特殊な状況下では，順序仁と加重シャープレイ値が一致するという知見を得た．（以下，一致性が保証されるのは三人ゲームを前提とした場合に限定されている．）

期待順序仁は加重シャープレイ値と同様，定量的情報（確率情報）に基づいて費用配分を行うが，加重シャープレイ値に比べ，より多様かつ詳細な主体間の優先度の差異を反映し得る．その結果として，期待順序仁は加重シャープレイ値の拡張であることが理論的に証明された．しかしより多くの確率情報を必要とするため，その適用には注意を要することにも触れた．確率の同定には，実績記述的または政策（規範）的という二つのアプローチが存在するが，それらの推定あるいは設定の方法についてはなお多くの検討が必要である．

本論文では新たな優先支出法の提案として順序仁・期待順序仁を提案し，三人ゲームを用いてその特性について検討した．今後はこれらの方法についてより一般化した検討が必要であると思われ，今後の課題としたい．

本論文で一貫して述べてきたことは，実は必ずしも水資源開発事業に限定した議論ではない．多段階的にプロジェクトを進めていくような側面があれば，そこには主体の参加順序やどの事業を優先して進めていくかといった問題が生じ得る．このことは都市開発やベイエリア開発の各種の共同事業において現実かつ重要な問題となってきている．これらの分野にも本研究が提案した方法が適用できる余地があろ

う．この点についても今後の課題としたい．

付録[A]
三人ゲームにおける仁及びその変種法の解析解の導出法

三人ゲームでの仁，及びその変種法を制約条件式として一般的に表わすと，以下の線形計画問題となる．

$$x_1 \le a_1+\mu \tag{A.1}$$
$$x_2 \le a_2+\mu \tag{A.2}$$
$$x_3 \le a_3+\mu \tag{A.3}$$
$$x_1+x_2 \le b_1+\mu \tag{A.4}$$
$$x_1+x_3 \le b_2+\mu \tag{A.5}$$
$$x_2+x_3 \le b_3+\mu \tag{A.6}$$
$$x_1+x_2+x_3 = d \tag{A.7}$$
$$\mu \rightarrow \min \tag{A.8}$$

ここでa_1〜a_3,b_1〜b_3,dは定数であり，変数x_1〜x_3は各主体の配分費用，変数μは不満の最大値を示す．これらをx_1,x_2,x_3のみの制約条件式に書き直すと，

$$d-b_3-\mu \le x_1 \le a_1+\mu \tag{A.9}$$
$$d-b_2-\mu \le x_2 \le a_2+\mu \tag{A.10}$$
$$d-b_1-\mu \le x_3 \le a_3+\mu \tag{A.11}$$
$$x_1+x_2+x_3 = d \tag{A.12}$$
$$\mu \rightarrow \min \tag{A.13}$$

である．μを最小化する過程を考える．その際，μがある値に達したとき，式(A.9)〜(A.11)のいずれかの上限値と下限値が一致し，対応するxの値が収束すると考えられる．このときのμの値としては，式(A.9)〜(A.11)にそれぞれ対応する以下の3つの値が考えられる．

$$\mu = (-a_1-b_3+d)/2 \tag{A.14}$$
$$\mu = (-a_2-b_2+d)/2 \tag{A.15}$$
$$\mu = (-a_3-b_1+d)/2 \tag{A.16}$$

また，μの最小化において，式(A.9)〜(A.11)のいずれかの上限値と下限値が一致する以前に，式(A.9)〜(A.11)を満たす(x_1,x_2,x_3)のうちで式(A.12)を満たすものがただ一組となる場合がある．このときは，さらに

$$x_1 = a_1+\mu \tag{A.17}$$
$$x_2 = a_2+\mu \tag{A.18}$$
$$x_3 = a_3+\mu \tag{A.19}$$
$$x_1+x_2+x_3 = d \tag{A.20}$$

が成立する場合，すなわち，

$$\mu = (-a_1-a_2-a_3+d)/3 \tag{A.21}$$

となる場合と，

$$x_1 = d-b_3-\mu \tag{A.22}$$
$$x_2 = d-b_2-\mu \tag{A.23}$$
$$x_3 = d-b_1-\mu \tag{A.24}$$
$$x_1+x_2+x_3 = d \tag{A.25}$$

が成立する場合，すなわち，

$$\mu = (-b_1-b_2-b_3+2d)/3 \tag{A.26}$$

となる場合が考えられる．

式(A.9)〜(A.12)を全て満たす必要があることから，式(A.14)〜(A.16),(A.21),(A.26)に示されているμの中で最大となっているμが最小化された最大不満である．従ってこのμに対して少なくても一つのx_i(i = 1,2,3)が決まる．次いで，ここで決定された配分値を式(A.1)〜(A.7)の制約式に代入し，繰り返し計算することにより，全てのx_iが決定される．

付録[B]
加重シャープレイ値と順序仁の一致性

Case1において加重シャープレイ値と順序仁が常に一致することを証明するために，付録[A]の方法を用いてCase1すなわち実行可能提携構造F = {{1},{2},{1,2},N}の場合の順序仁の解析解を導く．付録[A]における式(A.14)〜(A.16),(A.21),(A.26)に示されているμに対応するのは下のいずれかのμである．

$$\mu = \frac{C(1)+C(2)-C(1,2)}{2} \tag{B.1}$$

$$\mu = 0 \tag{B.2}$$

$$\mu = \frac{C(1)+C(2)-C(1,2)}{3} \tag{B.3}$$

費用関数がいかなる場合においても，劣加法性が成立する場合($C(1)+C(2) \geqq C(1,2)$)には，式(B.1)が最大のμとなり，劣加法性が成立しない場合には，式(B.2)が最大のμとなることがわかる．最大のμが式(B.1)，式(B.2)のいずれの場合においても，解は次の

ように一意に決まる．

$$x_1 = \frac{C(1,2) + C(1) - C(2)}{2} \quad \text{(B.4)}$$

$$x_2 = \frac{C(1,2) - C(1) + C(2)}{2} \quad \text{(B.5)}$$

$$x_3 = C(N) - C(1,2) \quad \text{(B.6)}$$

この値は，主体1と主体2の優先度が等しい場合，すなわち主体1,2が最初に参加する過程が等確率で生起する場合の加重シャープレイ値に一致する．

付録[C]

加重シャープレイ値と期待順序仁の一致性

すべての主体が提携を結託せずに単独で参加する場合を考える．この場合，配分Xに対する「不満」は任意の単独提携$\{i\}$に関するもののみとなり，「不満」は次のように変形できる．

$$E[e'(X:\{i\})] = \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) e'(X:\{i\}, T)$$

$$= \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T)(x_i - MC(\{i\} \cup T, T))$$

$$= x_i - \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) MC(\{i\} \cup T, T) \quad \text{(C.1)}$$

式中の $\sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) MC(\{i\} \cup T, T)$ は主体iの加重シャープレイ値である．よって，このときの順序仁は，任意の主体iに関する次のような線形計画問題の解となる．

$$x_i - \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) MC(\{i\} \cup T, T) \le \mu$$

$$\mu \rightarrow min \quad \text{(C.2)}$$

制約式を書き換えると

$$x_i \le \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) MC(\{i\} \cup T, T) + \mu \quad \text{(C.3)}$$

μを小さくしていき，任意のiについての式(C.3)の右辺の和が$C(N)$になった時，すなわち

$$\sum_i \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) MC(\{i\} \cup T, T) + n\mu = C(N) \quad \text{(C.4)}$$

となったとき，μはそれ以上小さくできない．なぜなら，μをそれ以上小さくしたならば，x_iの任意のiについての和が$C(N)$を下回るからである．

式(C.4)の左辺第一項は，任意の主体についての加重シャープレイ値による配分値の和である．すなわち，

$$\sum_i \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) MC(\{i\} \cup T, T) = C(N) \quad \text{(C.5)}$$

よって$\mu = 0$となり，配分解は下式で与えられる．

$$x_i = \sum_{T \in F} p(\{i\} \cup T, T) MC(\{i\} \cup T, T) \quad \text{(C.6)}$$

従って，加重シャープレイ値に一致する．

参考文献

1) 佐々木才朗：多目的ダムのコストアロケーションに関する研究,東京大学工学部博士論文,1992.
2) 岡田憲夫, 谷本圭志：多目的ダム事業の費用配分法に関するゲーム論的考察,応用地域科学会発表論文,1993.
3) 岡田憲夫, 谷本圭志：多目的ダム事業における慣用的費用割振り法の改善のためのゲーム論的考察,土木学会論文集,No.524/Ⅳ-29,1995.
4) 日本の多目的ダム事業　付表編,建設省河川局監修,ダム技術センター発行.
5) Young,H.P., Okada,N. and Hashimoto,T. : Cost Allocation in Water Resources Development, *Water Resour. Res.*, Vol.18, pp.463~475, 1982.
6) 岡田憲夫：公共プロジェクトの費用配分法に関する研究：その系譜と展望,土木学会論文集,No.431/Ⅳ-15, 1991.
7) L.S.Shapley.: Cores of Convex Games, *Int. J. Game Theory*, Vol. I, pp.11~26, 1971.
8) Loehman,E., Orlando,J., Tschirhart,J. and Whinston,A.: Cost Allocation for a Regional Wastewater Treatment System,*Water Resour.Res.*, Vol:15 , pp.193~ 202 , 1979.
9) Schmeidler,D.: The Nucleolus of a Characteristic Function Game, SIAM, *Journal of Applied Mathematics* 17, pp.1163~1170, 1969.
10) Maschler,M.,B.Peleg and L.S.Shapley.: Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus and Related Solution Concepts,*Mathematics of Operations Research*.4, pp.303~338, 1979.

11) Aumann,R.J.(丸山　徹，立石　寛訳)：ゲーム理論の基礎，到草書房，p.43，1991.

12) 榊原弘之，岡田憲夫，谷本圭志：多目的な水資源開発プロジェクトのための優先性を考慮した費用配分法に関する考察，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，Ⅳ-57，1995.

13) 谷本圭志：新たな目的を加えた多目的ダム事業の費用割り振り問題に関する基礎的研究－親水目的を対象として－，京都大学工学部修士論文，1995.

(1995. 7. 21　受付)

A GAME THEORETIC ANALYSIS OF PRIORITY-ORDERING COST ALLOCATION PROBLEMS IN WATER RESOURCES DEVELOPMENTS

Norio OKADA, Keishi TANIMOTO and Hiroyuki SAKAKIBARA

A critical question in water resources developments is how to allocate the joint costs amongst multiple uses. If each use has a different incentive in the timing and ordering of participation,the cost allocation method to be applied is required to appropriately reflect such bargaining factors.This paper approaches this type of cost allocation problem by use of game theory.Theoretical study is carried out to examine the Weighted Shapley Value as a promising method. Another fair allocation schemes called the Priority-Ordering Nucleolus and Expected Priority-Ordering Nucleolus are also developed by modifing the definition of Nucleolus.Theoretical and numerical examinations are made to examine applicabilities and limits of the proposed methods.