

変断面連続合成桁橋のクリープおよび収縮応力解法

ANALYSIS OF CREEP AND SHRINKAGE STRESS IN CONTINUOUS
COMPOSITE GIRDER WITH VARIABLE CROSS SECTION

彦 坂 熙*

By Hiroshi Hikosaka

1. 緒 言

合成桁が一定の外力モーメントを受ける場合、コンクリートのクリープにより合成桁断面内でいわゆる応力の転位を生じ、一般にコンクリートの応力は減少し、鋼桁の応力は増加する。また合成桁においてはコンクリートの自由な乾燥収縮が拘束される結果、クリープと似た応力状態を呈し、しかも乾燥収縮応力自身がクリープを伴うものである。単純桁の場合はクリープおよび収縮応力の計算も比較的容易であり、特に活荷重合成桁にあってはクリープの影響は小さいが、連続合成桁橋の設計においてはクリープおよび収縮応力の処理が重要であり、変断面連続桁の場合は取り扱いがきわめて複雑なものとなる。

これに対する計算法としてこれまで用いられてきたものは、大別して、Sattler¹⁾の方法のごとく Whitney の法則に基づくクリープ係数を用いて変化応力の微分方程式を導き解析するものと、Fritz²⁾の方法のごとくコンクリートのヤング係数が時間的に変化するものとして解析する簡便法との二つに分類でき、橋³⁾の解法は両者を組み合わせたものである。これらの中で Sattler の解法が最も精密解とされているが、時間とともに変化する不静定モーメントを弾性方程式によって求め、それによるクリープ応力をさらに加算する過程がはなはだ複雑であり、しかも精密解とはいいながら多くの仮定、近似を含んでいることは周知のとおりである。この主たる原因は合成断面の支点モーメントを不静定未知量に選んだ点にあり、本来クリープを起こさない鋼桁断面のモーメントを不静定量にすれば計算はかなり楽になる。また合成桁に限らず、これまで各種コンクリート構造物のクリープ解析で用いられてきた Whitney の法則は必ずしもクリープの実体を正しく表わしえない場合があり、より精密には“重ね合わせ法”によるべきことがすでに指摘され

ている^{4),5),6)}。

以上の観点から、著者は本研究で重ね合わせ法に基づく変断面連続合成桁のクリープおよび収縮応力の一解析を試み、Sattler の精密解と同精度の理論解を導いたうえ、算例により種々の特性を吟味検討し、本理論の一特例である実用式を提案するものである。

2. 記号および断面諸値

本論文に用いる記号および断面諸値のうち一般的なものは下記のとおりであり、特殊な記号については文中でそのつど説明する。なお簡単のため版のハンチおよび鉄筋の断面積は無視する。

E_c : コンクリートのヤング係数

E_s : 鋼のヤング係数

E_p : P C 鋼材のヤング係数

$n = E_s/E_c$: 鋼とコンクリートのヤング係数比

$n_p = E_s/E_p$: 鋼と P C 鋼材のヤング係数比

A_c : 版のコンクリートの断面積

A_p : P C 鋼材の断面積

A_g : 鋼桁の断面積

I_c : コンクリート断面のその重心軸に関する断面二次モーメント

I_g : 鋼桁のその重心軸に関する断面二次モーメント

h_c : 版の厚さ

(1) P C 鋼材を使用した合成断面 (図-1(a) 参照)

P C 鋼材の重心はコンクリート断面の重心と一致しているものとする。

$A_s = A_g + A_p/n_p$: 鋼材の換算総断面積

$I_s = I_g + A_g a_g^2 + A_p a^2/n_p$: 鋼材の換算総断面二次モーメント

$I_v = I_s + A_s a_s^2 + (I_c + A_c a_c^2)/n$: 合成断面の換算総断面二次モーメント

a_g : 換算鋼材の重心軸 (S-S) から鋼桁の重心軸

* 正会員 九州大学講師 工学部土木工学教室

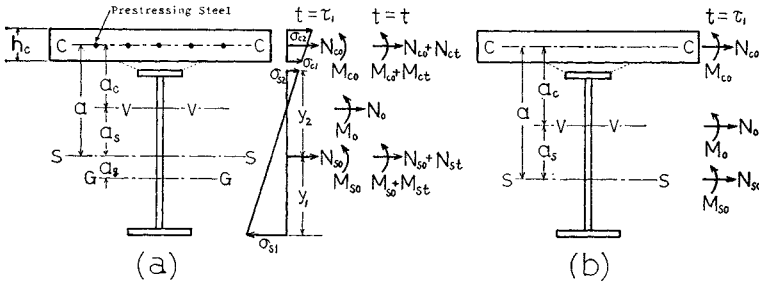


図-1

(G-G) までの距離

a_s : 換算した合成断面の重心軸 (V-V) から S-S までの距離

a_c : V-V から コンクリート断面の重心軸 (C-C) までの距離

$a = a_s + a_c$: S-S から C-C までの距離

y_1 : S-S から鋼桁の下縁までの距離

y_2 : S-S から鋼桁の上縁までの距離

(2) PC 鋼材を使用しない合成断面 (図-1 (b) 参照)

この場合は (1) において $A_p=0$ とした特例と考えればよく、断面諸値には同じ記号を用いる。

A_s : 鋼桁の断面積 (= A_g)

I_s : 鋼桁の断面二次モーメント (= I_g)

$I_b = I_s + A_s a_s^2 + (I_c + A_c a_c^2) / n$: 合成断面の換算総断面二次モーメント

a_s : 換算した合成断面の重心軸 (V-V) から鋼桁の重心軸 (S-S) までの距離

a_c : V-V から C-C までの距離

$a = a_s + a_c$: S-S から C-C までの距離

3. 合成桁の弾性理論

合成桁の弾性理論は橋梁工学の多くの専門書にくわしので、ここでは後の引用のため結果のみを記すに留める。

図-1のごとく、合成桁に作用する外力としてモーメント M_0 および重心に働く軸力 N_0 を与えるとき、コンクリート断面の曲げモーメント M_{c0} 、軸力 N_{c0} および鋼断面の曲げモーメント M_{s0} 、その重心に働く軸力 N_{s0} は次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} M_{c0} &= \frac{I_c}{n I_b} M_0, & N_{c0} &= \frac{a_s}{a} N_0 - \frac{A_s a_s}{I_b} M_0 \\ M_{s0} &= \frac{I_s}{I_b} M_0, & N_{s0} &= \frac{a_c}{a} N_0 + \frac{A_s a_s}{I_b} M_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、符号は図の矢印の向きをそれぞれ正とする。

4. クリープ係数および自由収縮ひずみ

材令 τ 日で載荷されるコンクリートの、任意時刻 t におけるクリープ係数 (クリープひずみと弾性ひずみの比) を $\varphi(t, \tau)$ とし、次式にて表わされるものとする。

$$\varphi(t, \tau) = \phi k(\tau) [1 - \exp\{-r(t - \tau)\}] \dots (2)$$

ただし $k(\tau) = \exp\{\beta(28 - \tau)\}$

ここに r, β は任意定数、 ϕ は標準クリープ係数で、わが国の鋼道路橋の合成桁設計施工指針⁷⁾によれば一般の場合 $\phi=2$ を標準とし、空気中の乾燥状態によりこの値を多少増減させている。 $k(\tau)$ はコンクリートの材令によるクリープ係数の補正係数で、 $\tau=28$ 日 のとき $k(\tau)=1$ となる。なお $\beta=r$ の場合に式 (2) は Whitney の法則を満足する。図-2 は、 r および β のいくつかの値に対して関数 $k(\tau)$ および $1 - \exp(-rt)$ の変化の様相をプロットしたものである。

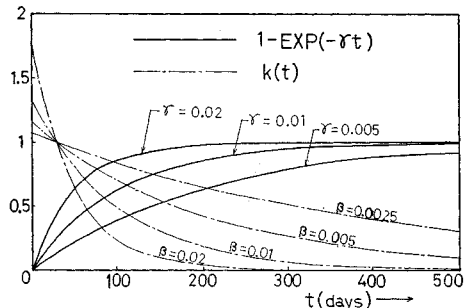


図-2

次に、任意時刻 t におけるコンクリートの自由収縮ひずみを $S(t)$ とし、式 (2) と類似の次式で表わされるものとする。

$$S(t) = \epsilon_s [1 - \exp\{-r(t - \tau_1)\}] \dots\dots\dots (3)$$

ここに ϵ_s は $t \rightarrow \infty$ の場合の最終自由収縮ひずみ、 τ_1 は収縮開始時刻である。

式 (2), (3) を用いれば、材令 τ_1 のコンクリートが載荷時に σ_{c0} 、任意時刻 t に $\sigma_{c0} + \sigma_{ct}$ なる変化応力を受ける場合のクリープおよび収縮ひずみ ϵ_{ct} が次式で与えられる。

$$\epsilon_{ct} = \frac{1}{E_c} \left\{ \sigma_{ct} + \sigma_{c0} \varphi(t, \tau_1) - \int_{\tau_1}^t \sigma_{c\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \varphi(t, \tau) d\tau \right\} - S(t) \dots\dots\dots (4)$$

5. 合成桁のクリープの基本式

図-1 の合成桁断面において、任意時刻 t におけるコ

ンクリートおよび鋼断面 (図-1 (a) では換算鋼断面) の曲げモーメントを $M_{c0}+M_{ct}$, $M_{s0}+M_{st}$, それぞれの重心に働く軸力を $N_{c0}+N_{ct}$, $N_{s0}+N_{st}$ とすれば, 平面保持の仮定および式 (4) より次式が成立する。

$$\frac{1}{E_c A_c} \left\{ N_{ct} + N_{c0} \varphi(t, \tau_1) - \int_{\tau_1}^t N_{c\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \varphi(t, \tau) d\tau \right\} - S(t) = \frac{1}{E_s} \left(\frac{N_{st}}{A_s} - \frac{M_{st}}{I_s} a \right) \dots \dots \dots (5a)$$

$$\frac{1}{E_c I_c} \left\{ M_{ct} + M_{c0} \varphi(t, \tau_1) - \int_{\tau_1}^t M_{c\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \varphi(t, \tau) d\tau \right\} = \frac{M_{st}}{E_s I_s} \dots \dots \dots (5b)$$

上式の両辺を t で微分のうえ整理すれば,

$$\frac{1}{E_c A_c} \left[\dot{N}_{ct} + N_{c0} r \phi k(\tau_1) e^{-r(t-\tau_1)} + r \phi \left\{ k(t) N_{ct} - \int_{\tau_1}^t N_{c\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} (k(\tau) e^{-r(t-\tau)}) d\tau \right\} \right] - \dot{S}(t) = \frac{1}{E_s} \left(\frac{\dot{N}_{st}}{A_s} - \frac{\dot{M}_{st}}{I_s} a \right) \dots \dots \dots (6a)$$

$$\frac{1}{E_c I_c} \left[\dot{M}_{ct} + M_{c0} r \phi k(\tau_1) e^{-r(t-\tau_1)} + r \phi \cdot \left\{ k(t) M_{ct} - \int_{\tau_1}^t M_{c\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} (k(\tau) e^{-r(t-\tau)}) d\tau \right\} \right] = \frac{\dot{M}_{st}}{E_s I_s} \dots \dots \dots (6b)$$

式 (6) の両辺を再度 t で微分のうえ, 式 (3) より $\dot{S}(t) + r\dot{S}(t) = 0$ なることを考慮すれば次式がえられる。

$$\frac{1}{E_c A_c} [\dot{N}_{ct} + r\{1 + \phi k(t)\} \dot{N}_{ct}] = \frac{1}{E_s A_s} (\dot{N}_{st} + r\dot{N}_{st}) - \frac{a}{E_s I_s} (\dot{M}_{st} + r\dot{M}_{st}) \dots \dots \dots (7a)$$

$$\frac{1}{E_c I_c} [\dot{M}_{ct} + r\{1 + \phi k(t)\} \dot{M}_{ct}] = \frac{1}{E_s I_s} (\dot{M}_{st} + r\dot{M}_{st}) \dots \dots \dots (7b)$$

式 (5)~(7) の諸式は, 静定・不静定構造のいかんを問わず, 合成桁の任意点における断面力の時間的変化量の間に常に成立し, 特に式 (7) は本論におけるクリープ解析の基本式となる。

6. 外力モーメントが一定の場合の解

単純合成桁のクリープおよび収縮においては一般に, また連続合成桁にあっても特殊な場合, たとえば等断面連続合成桁の死荷重によるクリープを取り扱う場合には, $N_0=0$ かつ合成桁に作用する外力モーメント M_0 が時間的に変化せず一定となる。このような場合には, 図-1 において任意時刻 t の軸力および S-S 軸に關す

るモーメントのつり合いを考慮することにより次式が成立する。

$$N_{st} = -N_{ct} \dots \dots \dots (8)$$

$$M_{st} = N_{ct} a - M_{ct} \dots \dots \dots (9)$$

慣用のごとく式 (9) にて M_{ct} を無視し, 式 (8), (9) を式 (7a) に代入のうえ整理すれば次の微分方程式をうる。

$$\left\{ 1 + \frac{A_c}{nA_s} \left(1 + \frac{A_s a^2}{I_s} \right) \right\} \dot{N}_{ct} + r \left\{ 1 + \frac{A_c}{nA_s} \left(1 + \frac{A_s a^2}{I_s} \right) + \phi k(t) \right\} \dot{N}_{ct} = 0$$

$\alpha = 1 / \left\{ 1 + \frac{A_c}{nA_s} \left(1 + \frac{A_s a^2}{I_s} \right) \right\}$ とおき, 上式の両辺に α を掛ければ

$$\dot{N}_{ct} + r\{1 + \alpha\phi k(t)\} \dot{N}_{ct} = 0$$

$t = \tau_1$ で $N_{ct} = 0$ なることに注意すれば上式の解は

$$N_{ct} = (\dot{N}_{ct})_{t=\tau_1} \int_{\tau_1}^t \exp\{-\eta(\tau)\} d\tau$$

$$\text{ここに } \eta(\tau) = r \int_{\tau_1}^{\tau} \{1 + \alpha\phi k(\tau)\} d\tau$$

初期値 $(\dot{N}_{ct})_{t=\tau_1}$ は式 (6a) で $t = \tau_1$ とおくことにより次のごとく求められる。

$$(\dot{N}_{ct})_{t=\tau_1} = r\alpha\phi k(\tau_1) \left(\frac{E_c A_c \varepsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right)$$

$$\text{ただし } \varphi_n = \phi k(\tau_1)$$

したがって

$$N_{ct} = -N_{st} = \left(\frac{E_c A_c \varepsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) \cdot r\alpha\phi k(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \exp\{-\eta(\tau)\} d\tau \dots \dots \dots (10a)$$

式 (9) より

$$M_{st} = N_{ct} a = \left(\frac{E_c A_c \varepsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) a \cdot r\alpha\phi k(\tau_1) \cdot \int_{\tau_1}^t \exp\{-\eta(\tau)\} d\tau \dots \dots \dots (10b)$$

式 (10b) を式 (7b) の右辺に代入のうえ整理すれば

$$\dot{M}_{ct} + r\{1 + \phi k(t)\} \dot{M}_{ct} = \frac{I_c}{nI_s} a \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \varepsilon_s}{\varphi_n} \right) (r\alpha\phi)^2 k(\tau_1) k(t) \cdot \exp\{-\eta(t)\}$$

$t = \tau_1$ で $M_{ct} = 0$ なることに注意すれば上式の解は

$$M_{ct} = \int_{\tau_1}^t \exp\{-\xi(\tau)\} \left[(\dot{M}_{ct})_{t=\tau_1} + \frac{I_c}{nI_s} a \cdot \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \varepsilon_s}{\varphi_n} \right) (r\alpha\phi)^2 k(\tau_1) \cdot \int_{\tau_1}^{\tau} k(\tau) \cdot \exp\{\xi(\tau) - \eta(\tau)\} d\tau \right] d\tau$$

$$\text{ここに } \xi(\tau) = r \int_{\tau_1}^{\tau} \{1 + \phi k(\tau)\} d\tau$$

初期値 $(\dot{M}_{ct})_{t=\tau_1}$ は式 (6b) で $t = \tau_1$ とおくことに

より次のごとく求められる。

$$(\dot{M}_{ct})_{t=\tau_1} = r\phi k(\tau_1) \left\{ \frac{I_c}{nI_s} a \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} - N_{c0} \right) - M_{c0} \right\}$$

また

$$r\alpha \phi \int_{\tau_1}^t k(\tau) \cdot \exp\{\xi(\tau) - \eta(\tau)\} d\tau$$

$$= \frac{\alpha}{1-\alpha} [\exp\{\xi(t) - \eta(t)\} - 1]$$

したがって

$$M_{ct} = -M_{c0} r\phi k(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \exp\{-\xi(\tau)\} d\tau$$

$$+ \frac{I_c}{nI_s} a \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} \right) \frac{\alpha}{1-\alpha} \left[r\alpha \phi k(\tau_1) \right.$$

$$\cdot \int_{\tau_1}^t \exp\{-\eta(\tau)\} d\tau - r\phi k(\tau_1)$$

$$\cdot \left. \int_{\tau_1}^t \exp\{-\xi(\tau)\} d\tau \right] \dots\dots\dots (10c)$$

なお特例として式(2)で $\beta=r$ とおけば

$$r\alpha \phi k(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \exp\{-\eta(\tau)\} d\tau = 1 - e^{-\alpha\varphi(t, \tau_1)}$$

$$r\phi k(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \exp\{-\xi(\tau)\} d\tau = 1 - e^{-\varphi(t, \tau_1)}$$

となるゆえ、式(10)の諸式は次のごとく周知の Sontag の解に合致する。

$$\left. \begin{aligned} N_{ct} &= -N_{st} = \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} - N_{c0} \right) \{1 - e^{-\alpha\varphi(t, \tau_1)}\} \\ M_{st} &= a \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} - N_{c0} \right) \{1 - e^{-\alpha\varphi(t, \tau_1)}\} \\ M_{ct} &= -M_{c0} \{1 - e^{-\varphi(t, \tau_1)}\} + \frac{I_c}{nI_s} a \\ &\quad \cdot \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} \right) \frac{\alpha}{1-\alpha} \\ &\quad \cdot \{e^{-\varphi(t, \tau_1)} - e^{-\alpha\varphi(t, \tau_1)}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

7. 連続合成桁の解

図-3(a)のごとき $(m+1)$ 径間の変断面連続合成桁を考え、左端から $0, 1, 2, \dots, m+1$ の支点番号を付す。図-3(b),(c)は I_s および I_v の変化の様態を示したもので、第 i 支点における値をそれぞれ I_{si}, I_{vi} とする。死荷重、支点下降およびPC鋼材を用いたプレストレスなどにより合成桁に作用する外力モーメント M_0 は弾性理論により容易に求められ、 M_0 および軸方向外力 N_0 の各断面への配分量 M_{c0}, N_{c0}, M_{s0} および N_{s0} は式(1)にて算定される。ただし、外力 N_0 はPC鋼材を用いたプレストレスの場合以外は一般に0である。配分されたこれらの断面力は、コンクリートのクリープおよび収縮によりそれぞれ $M_{ct}, N_{ct}, M_{st}, N_{st}$ だけ変化するが、変断面連続合成桁では外力モーメント M_0 の値も一定でなく時間的に変化するため、断面力の変化量は

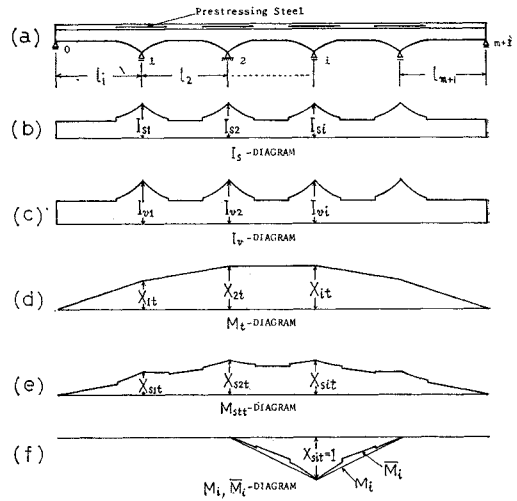


図-3

M_0 が一定の場合の値と M_0 の変化により生ずる量との和になる。いま前者に肩字 0, 後者に添字 it を付して表わすことにすれば、

$$\left. \begin{aligned} M_{st} &= M_{st}^0 + M_{stt}, \quad N_{ct} = N_{ct}^0 + N_{ctt} = -N_{st} \\ M_{ct} &= M_{ct}^0 + M_{ctt}, \quad N_{st} = N_{st}^0 + N_{stt} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、式(10)より

$$\left. \begin{aligned} M_{st}^0 &= \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} - N_{c0} \right) a \cdot C(t, \tau_1) \\ N_{ct}^0 &= -N_{st}^0 = \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} - N_{c0} \right) \cdot C(t, \tau_1) \\ M_{ct}^0 &= -M_{c0} G(t, \tau_1) + \frac{I_c}{nI_s} a \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\phi_n} \right) \\ &\quad \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} \{C(t, \tau_1) - G(t, \tau_1)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ただし

$$C(t, \tau_1) = r\alpha \phi k(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \exp\{-\eta(\tau)\} d\tau$$

$$G(t, \tau_1) = r\phi k(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \exp\{-\xi(\tau)\} d\tau$$

M_0 の時間的変化量を M_t 、第 i 支点における M_t の値を X_{it} とし、これに対応する鋼断面(PC鋼材を有する合成桁では換算鋼断面)のモーメント M_{stt} の第 i 支点における値を X_{sit} とする(図-3(d),(e)参照)。図-3(a)の m 次不静定連続合成桁の m 個の中間支点到にヒンジを挿入した静定基本系において、第 i 支点到に単位モーメント $X_{it}=1$ を加えた場合の合成断面の曲げモーメントを M_i 、 $X_{sit}=1$ を加えた場合の鋼断面の曲げモーメントを \bar{M}_i とし、

$$\bar{M}_i = M_i \frac{I_{vi}}{I_v} \cdot \frac{I_s}{I_{si}} \dots\dots\dots (14)$$

の関係が成り立つものとする(図-3(f)参照)、所要

の M_{stt} は次式で求められる。

$$M_{stt} = \sum_{i=1}^m \bar{M}_i X_{sit} \dots\dots\dots (15)$$

X_{sit} を求める弾性方程式は

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}' X_{sit} + \delta_{12}' X_{s2t} + \dots + \delta_{1m}' X_{smt} + \delta_{1t} &= 0 \\ \delta_{21}' X_{sit} + \delta_{22}' X_{s2t} + \dots + \delta_{2m}' X_{smt} + \delta_{2t} &= 0 \\ \vdots & \\ \delta_{m1}' X_{sit} + \delta_{m2}' X_{s2t} + \dots + \delta_{mm}' X_{smt} + \delta_{mt} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし $\delta_{ji}' = \int_l \frac{M_j \bar{M}_i}{E_s I_s} dx, \delta_{jt} = \int_l \frac{M_j M_{st}^0}{E_s I_s} dx$
 $\dots\dots\dots (17)$

式 (15)~(17) は、合成桁を構成する鋼桁と床版のうち鋼桁のみに注目する特殊な手法により誘導したため、不静定構造物の解析で通例行なわれている表現とは異なることに注意を要する。

式 (16) の係数を要素とする行列式

$$|D| = \begin{vmatrix} \delta_{11}' & \delta_{12}' & \dots & \delta_{1m}' \\ \delta_{21}' & \delta_{22}' & \dots & \delta_{2m}' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1}' & \delta_{m2}' & \dots & \delta_{mm}' \end{vmatrix}$$

の j 行 i 列要素 δ_{ji}' の余因数を A_{ji} とすれば、式 (16) の解が次式で求められる。

$$X_{sit} = -\frac{1}{|D|} \sum_{j=1}^m A_{ji} \delta_{jt} \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots (18)$$

式 (18) を式 (15) に代入すれば

$$\begin{aligned} M_{stt} &= -\frac{1}{|D|} \sum_{i=1}^m \left(\bar{M}_i \sum_{j=1}^m A_{ji} \int_l \frac{M_j M_{st}^0}{E_s I_s} dx \right) \\ &= \sum_{j=1}^m \left(B_j \int_l \frac{M_j M_{st}^0}{E_s I_s} dx \right) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここに $B_j = -\frac{1}{|D|} \sum_{i=1}^m A_{ji} \bar{M}_i$

さて、式 (12) の $M_{st}, M_{ct}, N_{ct}, N_{st}$ は式 (6), (7) を満足し、 $M_{st}^0, M_{ct}^0, N_{ct}^0, N_{st}^0$ も同じく式 (6), (7) を満足するゆえ、 $M_{stt}, M_{ctt}, N_{ctt}$ および N_{stt} の間には次式が成立することになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_c A_c} \left[\dot{N}_{ctt} + r \phi \left\{ k(t) N_{ctt} - \int_{\tau_1}^t N_{c\tau\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (k(\tau) e^{-r(t-\tau)}) d\tau \right\} \right] \\ = \frac{1}{E_s} \left(\frac{\dot{N}_{stt}}{A_s} - \frac{\dot{M}_{stt}}{I_s} a \right) \dots\dots\dots (6a)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_c I_c} \left[\dot{M}_{ctt} + r \phi \left\{ k(t) M_{ctt} \right. \right. \\ \left. \left. - \int_{\tau_1}^t M_{c\tau\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} (k(\tau) e^{-r(t-\tau)}) d\tau \right\} \right] \\ = \frac{\dot{M}_{stt}}{E_s I_s} \dots\dots\dots (6b)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_c A_c} \left[\dot{N}_{ctt} + r \{1 + \phi k(t)\} \dot{N}_{ctt} \right] \\ = \frac{1}{E_s A_s} (\dot{N}_{stt} + r \dot{N}_{stt}) \end{aligned}$$

$$-\frac{a}{E_s I_s} (\dot{M}_{stt} + r \dot{M}_{stt}) \dots\dots\dots (7a)'$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_c I_c} \left[\dot{M}_{ctt} + r \{1 + \phi k(t)\} \dot{M}_{ctt} \right] \\ = -\frac{1}{E_s I_s} (\dot{M}_{stt} + r \dot{M}_{stt}) \dots\dots\dots (7b)' \end{aligned}$$

式 (13) および (19) より

$$\begin{aligned} \dot{M}_{stt} + r \dot{M}_{stt} &= \sum_{j=1}^m \left\{ B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} (\dot{M}_{st}^0 + r \dot{M}_{st}^0) dx \right\} \\ &= \sum_{j=1}^m \left[B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot a (r \alpha \phi)^2 k(\tau) k(t) \cdot \exp\{-\eta(t)\} dx \right] \\ &\dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

式 (20) を式 (7a)' に代入し、 $N_{stt} = -N_{ctt}$ を考慮のうえ整理すれば

$$\begin{aligned} \dot{N}_{ctt} + r \{1 + \bar{\alpha} \phi k(t)\} \dot{N}_{ctt} \\ = \frac{A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} \sum_{j=1}^m \left[B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) \right. \\ \left. \cdot a (r \alpha \phi)^2 k(\tau) k(t) \cdot \exp\{-\eta(t)\} dx \right] \end{aligned}$$

ただし $\bar{\alpha} = 1 / \left(1 + \frac{A_c}{n A_s} \right)$

$t = \tau_1$ で $N_{ctt} = 0$ なることに注意すれば、上式の解は

$$\begin{aligned} N_{ctt} &= \int_{\tau_1}^t \exp\{-\lambda(\tau)\} \left[(\dot{N}_{ctt})_{t=\tau_1} + \frac{A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} \right. \\ &\quad \left. \cdot \int_{\tau_1}^m \sum_{j=1}^m \left[B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot a (r \alpha \phi)^2 k(\tau) k(\tau) \cdot \exp\{-\eta(\tau)\} dx \right] \right. \\ &\quad \left. \cdot \exp\{\lambda(\tau)\} d\tau \right] d\tau \end{aligned}$$

ここに $\lambda(\tau) = r \int_{\tau_1}^{\tau} \{1 + \bar{\alpha} \phi k(\tau)\} d\tau$

初期値 $(\dot{N}_{ctt})_{t=\tau_1}$ は式 (6a)' で $t = \tau_1$ とおくとより次のごとく求められる。

$$\begin{aligned} (\dot{N}_{ctt})_{t=\tau_1} &= \frac{A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} \sum_{j=1}^m \left\{ B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) a \cdot r \alpha \phi k(\tau_1) dx \right\} \end{aligned}$$

また $r \alpha \phi \int_{\tau_1}^{\tau} k(\tau) \cdot \exp\{\lambda(\tau) - \eta(\tau)\} d\tau$
 $= \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} [\exp\{\lambda(\tau) - \eta(\tau)\} - 1]$

したがって

$$\begin{aligned} N_{ctt} &= -N_{stt} \\ &= \frac{A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} \left[\sum_{j=1}^m \left(B_j \int_l \frac{M_j M_{st}^0}{E_s I_s} \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} dx \right) \right. \\ &\quad \left. - L(t, \tau_1) \cdot \sum_{j=1}^m \left\{ B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) a \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} dx \right\} \right] \dots (21) \end{aligned}$$

ここに $L(t, \tau_1) = r \bar{\alpha} \phi k(\tau_1) \int_{\tau_1}^t \exp\{-\lambda(\tau)\} d\tau$
次に式 (20) を式 (7b)' に代入すれば

$$\begin{aligned} \dot{M}_{ctt} + r\{1 + \phi k(t)\} \dot{M}_{ctt} \\ = \frac{I_c}{nI_s} \sum_{j=1}^m \left[B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \left(N_{c0} - \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) \right. \\ \left. \cdot a (r \alpha \phi)^2 k(\tau_1) k(t) \cdot \exp\{-\eta(t)\} dx \right] \end{aligned}$$

$t = \tau_1$ で $M_{ctt} = 0$ なることに注意すれば上式の解が次のごとくえられる。

$$\begin{aligned} M_{ctt} = \frac{I_c}{nI_s} \left[- \sum_{j=1}^m \left(B_j \int_l \frac{M_j M_{st}^0}{E_s I_s} \frac{\alpha}{1-\alpha} dx \right) \right. \\ \left. + G(t, \tau_1) \cdot \sum_{j=1}^m \left\{ B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) a \frac{\alpha}{1-\alpha} dx \right\} \right] \dots (22) \end{aligned}$$

式 (13), (19), (21), (22) を用いて式 (12) の変断面連続成桁の断面力変化量がすべて求められれば、応力のクリープおよび収縮による時間的変化量が次式で算定されることになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{鋼桁下縁} : \sigma_{st} &= \frac{N_{st}}{A_s} + \frac{M_{st}}{I_s} y_1 \\ \text{鋼桁上縁} : \sigma_{sst} &= \frac{N_{st}}{A_s} - \frac{M_{st}}{I_s} y_2 \\ \text{版下縁} : \sigma_{ct} &= \frac{N_{ct}}{A_c} + \frac{M_{ct}}{I_c} \cdot \frac{h_c}{2} \\ \text{版上縁} : \sigma_{cst} &= \frac{N_{ct}}{A_c} - \frac{M_{ct}}{I_c} \cdot \frac{h_c}{2} \\ \text{P C 鋼材} : \sigma_{pt} &= \frac{N_{st}}{A_s} - \frac{M_{st}}{I_s} a \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

なお、本法では Sattler のごとく M_0 の時間的変化量 M_t を直接求める必要はなく、 M_{stt} , M_{ctt} および N_{ctt} が求められた後に次式より算定される。

$$M_t = M_{stt} + M_{ctt} - N_{ctt} a \dots (24)$$

8. 実用式

式 (19), (21), (22) に含まれる関数 $C(t, \tau_1)$, $L(t, \tau_1)$ および $G(t, \tau_1)$ の計算には一般に数値積分を必要とし面倒であるが、6. で述べたごとく、特例として $\beta = r$ の場合に限り次のごとく解析的に解がえられる。

$$\left. \begin{aligned} C(t, \tau_1) &= 1 - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)} \\ L(t, \tau_1) &= 1 - e^{-\bar{\alpha} \varphi(t, \tau_1)} \\ G(t, \tau_1) &= 1 - e^{-\varphi(t, \tau_1)} \end{aligned} \right\}$$

この特例はクリープ係数に Whitney の法則を導入することを意味し、この結果、式 (19), (21), (22) に対する次の実用式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} M_{stt} = \sum_{j=1}^m \left[B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) \right. \\ \left. \cdot a \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} N_{ctt} = -N_{stt} = -\frac{A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} \sum_{j=1}^m \left[B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \right. \\ \left. \cdot \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) a \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} \right. \\ \left. \cdot \{e^{-\bar{\alpha} \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \right] \\ M_{ctt} = \frac{I_c}{n I_s} \sum_{j=1}^m \left[B_j \int_l \frac{M_j}{E_s I_s} \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} - N_{c0} \right) \right. \\ \left. \cdot a \frac{\alpha}{1-\alpha} \{e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\varphi(t, \tau_1)}\} dx \right] \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

ただし、上式において $\bar{\alpha}$ は x の被積分関数でないことに注意を要する。

9. 計算例

(1) 2 径間連続成桁

文献 3) の設計計算例と同じ図-4 の変断面 2 径間連続成桁について、支点下降による応力のクリープおよび収縮応力を算定し、特性の吟味および既往諸理論による結果との比較を行なった。コンクリート断面は、 $A_c = 16 \times 160 = 2560 \text{ cm}^2$, $I_c = 54610 \text{ cm}^4$ で、他の断面諸値を表-1 に示す。また材料の諸定数は次のごとくである。

$$\begin{aligned} E_s &= 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, E_c = 3.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \\ n &= E_s/E_c = 7, \phi = 2, \epsilon_s = 15 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

a) 支点下降による応力のクリープ

$\tau_1 = 28$ 日に中間支点 B を 13 cm 下降させるものとすれば、不静定モーメント $X_B = 153.48 \text{ tm}$ が生じる³⁾。式 (1) において、 $M_0 = 153.48 \text{ tm}$, $N_0 = 0$ とおけば、点 B の各断面力が求められ、これらの断面力による初期応

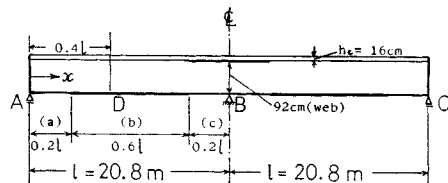


図-4

表-1 算例(1)の断面値

| 断面 | 鋼桁 | A_s (cm^2) | I_s ($\cdot 10^5 \text{ cm}^4$) | I_θ ($\cdot 10^5 \text{ cm}^4$) | a (cm) | a_s (cm) |
|-----|--------|----------------------------|--|---|-------------|---------------|
| (a) | 12×200 | 150.8 | 2.09 | 7.24 | 69.0 | 48.9 |
| | 920×8 | | | | | |
| | 19×280 | | | | | |
| (b) | 12×200 | 176.8 | 2.41 | 9.15 | 74.7 | 50.3 |
| | 920×8 | | | | | |
| | 22×360 | | | | | |
| (c) | 22×250 | 181.8 | 2.91 | 7.27 | 59.4 | 39.7 |
| | 920×8 | | | | | |
| | 19×280 | | | | | |

力は、 $\sigma_{s1}=1861 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{s2}=-169 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{c2}=-84.1 \text{ kg/cm}^2$ となる。 X_B =一定とした場合の、クリープによる断面力の変化量 M_{st}^0 , M_{ct}^0 , $N_{ct}^0=-N_{st}^0$ が式 (13) より求められ、さらにクリープによる X_B の変化に伴う式 (19), (21), (22) の断面力の変化量が構造の対称性を考慮して次式にて算定される。

$$\left. \begin{aligned} M_{stt} &= -B \int_0^l \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l} C(t, \tau_1) dx \\ N_{ctt} &= -N_{stt} = \frac{-A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} B \left\{ \int_0^l \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \right. \\ &\quad \cdot \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} C(t, \tau_1) dx - L(t, \tau_1) \\ &\quad \cdot \left. \int_0^l \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} dx \right\} \\ M_{ctt} &= \frac{I_c}{n I_s} B \left\{ \int_0^l \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \frac{\alpha}{1 - \alpha} C(t, \tau_1) dx \right. \\ &\quad \left. - G(t, \tau_1) \int_0^l \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \frac{\alpha}{1 - \alpha} dx \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ただし $B = -\frac{x}{l} \frac{I_s}{I_v} \int_0^l \frac{M_1^2}{E_s I_p} dx$

いま $\beta=0.01$ とし、 r の種々の値について求めた式 (13) および (26) の結果を式 (23) に代入して、点Bにおける $t=360$ 日までの σ_{s1} , σ_{s2} , σ_{c2} の変化の様態をプロットすれば図-5 のとおりであり、同様に $r=0.01$ とし β を変化させた場合を図-6 に示した。表-2 は、

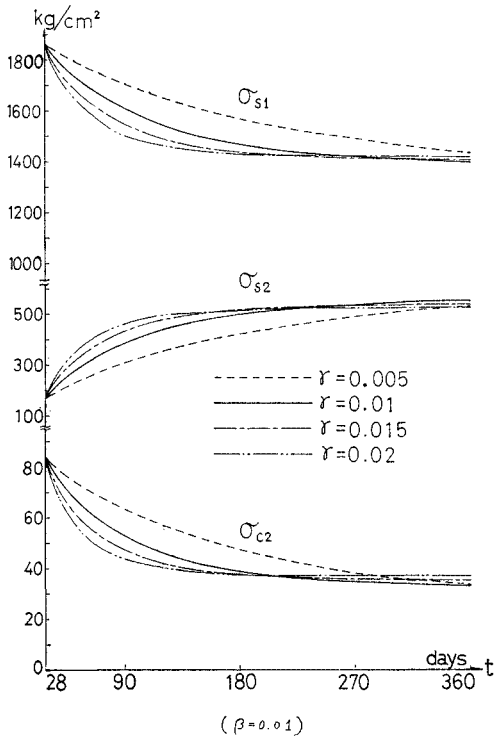


図-5

表-2 点 B の支点下降応力終局値 (kg/cm²)

| β | r | 0.005 | 0.01 | 0.015 | 0.02 |
|---------|---------------|---------------|-------|-------|-------|
| | | σ_{s1} | 1387 | 1428 | 1434 |
| 0.005 | σ_{s2} | -560 | -520 | -511 | -504 |
| | σ_{c2} | -32.1 | -37.8 | -39.0 | -39.9 |
| | σ_{s1} | 1359 | 1387 | 1410 | 1420 |
| 0.01 | σ_{s2} | -592 | -560 | -536 | -525 |
| | σ_{c2} | -25.4 | -32.1 | -35.6 | -37.2 |
| | σ_{s1} | 1337 | 1378 | 1387 | 1402 |
| 0.015 | σ_{s2} | -616 | -573 | -560 | -543 |
| | σ_{c2} | -20.0 | -29.1 | -32.1 | -34.6 |
| | σ_{s1} | 1322 | 1362 | 1373 | 1387 |
| 0.02 | σ_{s2} | -632 | -590 | -575 | -560 |
| | σ_{c2} | -16.2 | -25.6 | -29.3 | -32.1 |

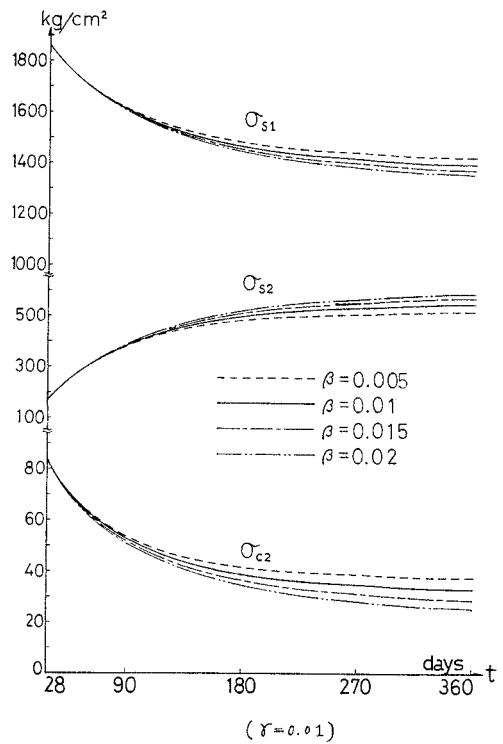


図-6

これらの応力の $t \rightarrow \infty$ における終局値をまとめたものである。これらの結果より、 β =一定の場合には r が小さいほど初期のクリープの影響は小さいが終局的なクリープの影響は逆に大きくなること、また r =一定の場合には全期間を通じて β が大きいほどクリープも大きいことがわかる。さらに、式 (11) および (25) の実用式にて $\varphi(t, \tau_1)=2$ とすれば同じく $t \rightarrow \infty$ における断面力の終局値がえられ、これらを式 (23) に代入して求めた点BおよびDの応力を文献 3) に示された他の解法による結果と比較すれば表-3 のとおりである。

b) 乾燥収縮応力

まず静定基本系である単純桁の乾燥収縮による断面力

表-3 各種計算法による応力比較

(kg/cm²)

| 支 点 | 下 降 | 点 | $t = \tau_1$ | $t = \infty$ | | | | | |
|-----|---------------|-------|--------------|---------------|---------|-------|-------|-----------------|------------------|
| | | | | 著 者 | Sattler | 橋 | 安 宅 | Blasz Kowiak | $n(1+\varphi)^*$ |
| | | | | σ_{s1} | 423 | 419 | 420 | 415 | 421 |
| D | σ_{s2} | -79 | -249 | -203 | -253 | -250 | -221 | | |
| | σ_{c2} | -31.0 | -14.3 | -13.9 | -12.8 | -14.9 | -17.4 | | |
| | σ_{s1} | 1861 | 1387 | 1398 | 1368 | 1385 | 1480 | | |
| B | σ_{s2} | -169 | -560 | -568 | -483 | -572 | -491 | | |
| | σ_{c2} | -84.1 | -32.1 | -32.1 | -36.0 | -27.8 | -35.4 | | |
| | σ_{s1} | 0 | -42 | -45 | -61 | -52 | -46 | | |
| D | σ_{s2} | 0 | -162 | -165 | -129 | -167 | -158 | | |
| | σ_{c2} | 0 | 5.5 | 5.7 | 5.4 | 5.9 | 5.8 | | |
| | σ_{s1} | 0 | -245 | -225 | -281 | -249 | -234 | | |
| B | σ_{s2} | 0 | -68 | -86 | -5 | -88 | -73 | | |
| | σ_{c2} | 0 | 11.6 | 11.6 | 10.1 | 12.5 | 11.5 | | |
| | σ_{c2} | 0 | 11.6 | 11.6 | 10.1 | 12.5 | 11.5 | | |

* $n = E_s/E_c$ がクリープにより $n' = n(1+\varphi)$ に変化すると仮定する。

$M_{st}^0, M_{ct}^0, N_{ct}^0 = -N_{st}^0$ が式 (13) にて $N_{c0} = M_{c0} = 0$ とおくことにより求められ、ついで不静定モーメント X_{1t} の発生に伴う断面力が式 (19), (21), (22) より次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned}
 M_{stt} &= B \cdot \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \frac{x}{l} C(t, \tau_1) dx \\
 N_{ctt} &= -N_{stt} = \frac{A_c a}{n I_s} \bar{a} B \cdot \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \\
 &\cdot \left\{ \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \frac{\alpha}{\bar{a} - \alpha} C(t, \tau_1) dx \right. \\
 &\quad \left. - L(t, \tau_1) \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \frac{\alpha}{\bar{a} - \alpha} dx \right\} \dots (27) \\
 M_{ctt} &= \frac{I_c}{n I_s} B \cdot \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \left\{ G(t, \tau_1) \right. \\
 &\quad \cdot \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \frac{\alpha}{1 - \alpha} dx \\
 &\quad \left. - \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \frac{x}{l} \frac{\alpha}{1 - \alpha} C(t, \tau_1) dx \right\} \\
 \text{ただし } B &= -\frac{x}{l} \frac{I_s}{I_v} \int_0^l \frac{M_1^2}{E_s I_v} dx
 \end{aligned} \right\}$$

$\tau_1 = 1$ 日, $t \rightarrow \infty$ とし, 種々の r, β の値に対して求めた上記断面力を式 (23) に代入すれば, 点Bにおける乾燥収縮応力 $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \sigma_{c2}$ の終局値が表-4のごとくえられる。また, 式 (11) および (25) の実用式にて $\varphi(t, \tau_1) = \varphi_n = 4$ として求めた応力の終局値を, a) と同じく点BおよびDについて文献 3) の他の解法による結果と比較すれば表-3 下段のとおりである。

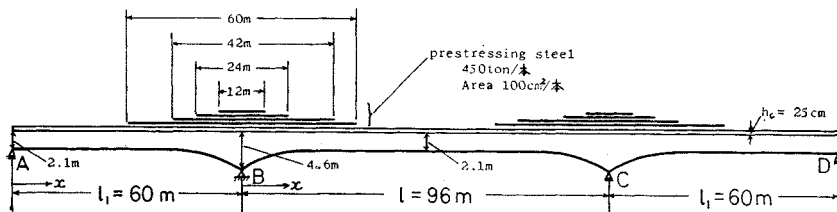


図-7

(2) 3 径間連続合成桁

PC 鋼材を含み, かつ鋼桁の変断面特性の著しい連続合成桁の例として, 文献 1) より図-7のごとき3径間連続桁を選び, 本論の実用式を用いて, PC 鋼材によるプレストレスのクリープ, 支点下降による応力のクリープおよび乾燥収縮応力を算定のうえ Sattler

の精密解と比較した。コンクリート断面は, $A_c = 25 \times 400 = 10000 \text{ cm}^2$, $I_c = 520800 \text{ cm}^4$ で他の断面諸値を表-5に示す。また材料の諸定数は次のごとくである。

$$E_s = E_p = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, E_c = 3.4 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\
 n = E_s/E_c = 6.18, \phi = 2, \epsilon_s = 10 \times 10^{-5}$$

表-4 点 B の乾燥収縮応力終局値 (kg/cm²)

| r | | 0.005 | 0.01 | 0.015 | 0.02 |
|-------|---------------|-------|------|-------|------|
| 0.005 | σ_{s1} | -288 | -270 | -265 | -261 |
| | σ_{s2} | -107 | -92 | -86 | -83 |
| | σ_{c2} | 14.8 | 13.5 | 13.1 | 12.8 |
| 0.01 | σ_{s1} | -305 | -278 | -269 | -262 |
| | σ_{s2} | -121 | -98 | -88 | -82 |
| | σ_{c2} | 16.1 | 14.1 | 13.3 | 12.8 |
| 0.015 | σ_{s1} | -314 | -283 | -271 | -261 |
| | σ_{s2} | -128 | -102 | -90 | -82 |
| | σ_{c2} | 16.7 | 14.4 | 13.4 | 12.7 |
| 0.02 | σ_{s1} | -318 | -286 | -271 | -259 |
| | σ_{s2} | -133 | -105 | -90 | -80 |
| | σ_{c2} | 17.1 | 14.6 | 13.4 | 12.6 |

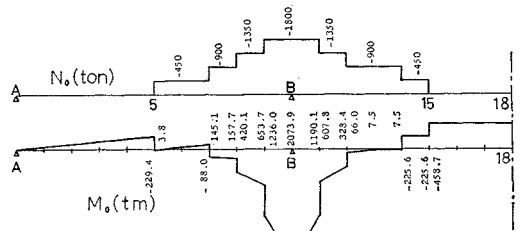


図-8

a) PC 鋼材によるプレストレスのクリープ

$\tau_1 = 28$ 日に, 図-7に示すごとき配置のPC 鋼材により合成桁にプレストレスを与えれば, 図-8の N_o -図および M_o -図がえられ, これらの外力による断面力

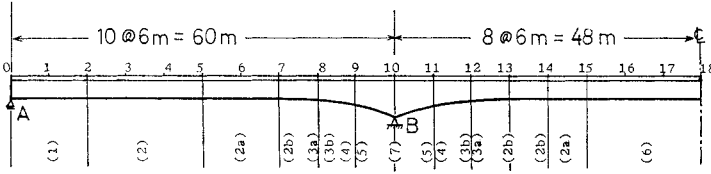


表-5 算例(2)の断面値

| 断面 | 鋼 桁 | PC鋼材を含まない場合 | | | | | PC鋼材を含む場合 | | | | |
|-------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|------------------------|--------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|------------------------|--------------------------|
| | | A_s (cm^2) | I_s ($\cdot 10^7 \text{cm}^4$) | I_p ($\cdot 10^7 \text{cm}^4$) | a (cm) | a_s (cm) | A_s (cm^2) | I_s ($\cdot 10^7 \text{cm}^4$) | I_p ($\cdot 10^7 \text{cm}^4$) | a (cm) | a_s (cm) |
| (1) | 400×20 2100×14 600×30 | 554 | 0.3815 | 1.235 | 143.8 | 107.1 | | | | | |
| (2) | 400×20 | 734 | 0.4920 | 1.881 | 165.9 | 114.1 | 834 | 0.7344 | 1.907 | 146.0 | 96.3 |
| (2a) | 2100×14 | | | | | | 934 | 0.9243 | 1.931 | 130.4 | 82.7 |
| (2b) | 600×60 | | | | | | | | | | |
| (3a) | 400×20 | 769 | 0.6430 | 2.353 | 181.1 | 122.8 | 969 | 1.164 | 2.416 | 143.7 | 89.9 |
| (3b) | 2350×14 600×60 | | | | | | 1069 | 1.350 | 2.444 | 130.3 | 78.5 |
| (4) | 400×20 3100×14 600×60 | 874 | 1.216 | 4.096 | 225.3 | 146.3 | 1174 | 2.350 | 4.264 | 167.7 | 97.2 |
| (5) | 400×20 3100×14 600×60 640×20 | 1002 | 1.334 | 4.903 | 239.5 | 147.9 | 1402 | 3.045 | 5.193 | 169.0 | 89.5 |
| (6) | 400×20 2100×14 600×60 640×40 | 990 | 0.5893 | 2.678 | 184.4 | 114.4 | | | | | |
| (7) | 400×20 4600×14 600×60 640×20 | 1212 | 3.480 | 10.957 | 328.5 | 187.8 | 1612 | 6.725 | 11.650 | 247.0 | 123.7 |
| 平均断面値 | 区 間 | | | | | | | | | | |
| | 7-8 12-13 | 752 | 0.5675 | 2.117 | 173.5 | 118.5 | 952 | 1.044 | 2.174 | 137.1 | 86.3 |
| | 8-9 11-12 | 822 | 0.9293 | 3.225 | 203.2 | 134.6 | 1122 | 1.850 | 3.354 | 149.0 | 87.9 |
| | 9-10 10-11 | 1107 | 2.417 | 7.930 | 284.0 | 167.9 | 1507 | 4.885 | 8.421 | 208.0 | 106.6 |

が式(1)に表-5のPC鋼材を含まない場合の断面値を用いて求められる。以下のクリープの演算には当然PC鋼材を含む断面値を用いなければならない。まず、 M_0 が時間的に変化しないと仮定した場合のクリープによる断面力の変化量が式(11)にて $\epsilon_s=0$ とおくことによりえられる。ついで、クリープによる M_0 の変化に伴う断面力の変化量が、式(25)の実用式より、構造の対称性を考慮して次式で求められる。

$$M_{stt} = -B \left[\int_0^{l_1} \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l_1} \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx + \int_0^l \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \right]$$

$$N_{ctt} = -N_{stt} = \frac{-A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} B \left[\int_0^{l_1} \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l_1} \cdot \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} \{e^{-\bar{\alpha} \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \right]$$

$$M_{ctt} = -\frac{I_c}{n I_s} B \left[\int_0^{l_1} \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \frac{x}{l_1} \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} \cdot \{e^{-\bar{\alpha} \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx + \int_0^l \frac{N_{c0} a}{E_s I_s} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \{e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\varphi(t, \tau_1)}\} dx \right] \dots (28)$$

ただし

$$B = -\frac{x}{l_1} \frac{I_s}{I_b} \int_0^{l_1} \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 \frac{dx}{E_s I_b} + \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{dx}{E_s I_b} \quad (0 \leq x \leq l_1)$$

$$B = -\frac{I_s}{I_v} \frac{1}{\int_0^{l_1} \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 \frac{dx}{E_s I_v} + \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{dx}{E_s I_v}} \quad (0 \leq x \leq l)$$

なお式 (28) の積分に際し、変断面区間については表-5 下段の平均断面値を用いた。

以上の各断面力を式 (23) に代入して $t = \tau_1$ および $t \rightarrow \infty$ における応力を算定し、その変化の様態を点 5 (第 1 径間の中点), 点 10 (支点 B) および点 18 (中央径間の中点) について図-9(a) に示した。

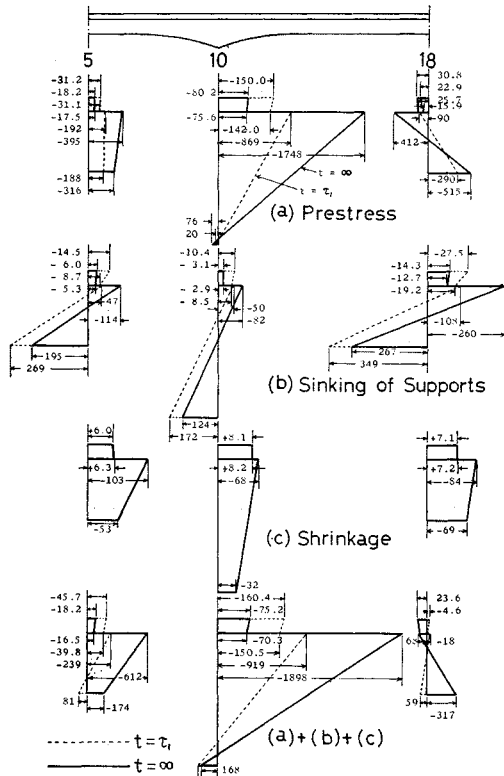


図-9

b) 支点下降による応力のクリープ

$\tau_1 = 28$ 日に中間支点 B, C に 40 cm の等しい支点下降を与えれば、不静定モーメント $X_B = X_C = 551.43$ tm が生じる。モーメント M_0 は台形分布を示し、これによる断面力が式 (1) にて $N_0 = 0$ とおくことにより求められる。

クリープによる断面力の変化量は上記 a) と同じく式 (11) および (28) を用いて算定され、 $t = \tau_1$ および $t \rightarrow \infty$ における点 5, 10 および 18 の応力変化は図-9(b) に示すとおりである。

c) 乾燥収縮応力

乾燥収縮による単純桁の断面力が式 (11) にて $N_{c0} = 0$ とおくことによりえられ、さらに不静定モーメントに

よる断面力が式 (25) より次式で求められる。

$$\begin{aligned} M_{stt} &= B \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \left[\int_0^{l_1} \frac{a}{E_s I_s} \frac{x}{l_1} \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \right. \\ &\quad \left. + \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \{1 - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \right] \\ N_{ctt} &= -N_{stt} = \frac{A_c a}{n I_s} \bar{\alpha} B \cdot \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \left[\int_0^{l_1} \frac{a}{E_s I_s} \right. \\ &\quad \cdot \frac{x}{l_1} \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} \{e^{-\bar{\alpha} \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \\ &\quad \left. + \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} \right. \\ &\quad \cdot \left. \{e^{-\bar{\alpha} \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)}\} dx \right] \\ M_{cct} &= \frac{I_c}{n I_s} B \cdot \frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \left[\int_0^{l_1} \frac{a}{E_s I_s} \frac{x}{l_1} \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right. \\ &\quad \cdot \left. \{e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\varphi(t, \tau_1)}\} dx + \int_0^l \frac{a}{E_s I_s} \right. \\ &\quad \cdot \left. \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \{e^{-\alpha \varphi(t, \tau_1)} - e^{-\varphi(t, \tau_1)}\} dx \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (29)$$

ただし

$$B = -\frac{x}{l_1} \frac{I_s}{I_v} \frac{1}{\int_0^{l_1} \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 \frac{dx}{E_s I_v} + \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{dx}{E_s I_v}} \quad (0 \leq x \leq l_1)$$

$$B = -\frac{I_s}{I_v} \frac{1}{\int_0^{l_1} \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 \frac{dx}{E_s I_v} + \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{dx}{E_s I_v}} \quad (0 \leq x \leq l)$$

$\tau_1 = 1$ 日, $\varphi(t, \tau_1) = \varphi_n = 3$ において求めた上記断面力を式 (23) に代入し、 $t \rightarrow \infty$ における応力分布を示せば図-9(c) のごとくである。

d) Sattler の精密解との比較

以上の結果を文献 1) の Sattler の解と比較すれば表-6 のとおりであり、前掲の表-3 の結果ともあわせて、本論の実用式が、変断面連続合成桁のクリープおよび収縮応力について、Sattler の精密解とほぼ同精度の解を与えることがわかる。

表-6 Sattler との比較 (kg/cm²)

| | | $t = \tau_1$ | $t = \infty$ | |
|-----------------------|---------------|--------------|--------------|---------|
| | | | 著者 | Sattler |
| ブト レレ ス | σ_{s1} | 20 | 76 | 81 |
| | σ_{s2} | -869 | -1748 | -1749 |
| | σ_{c2} | -150.0 | -80.2 | -80.3 |
| 支 点 下 降 | σ_{s1} | 172 | 124 | 125 |
| | σ_{s2} | -50 | -82 | -83 |
| | σ_{c2} | -10.4 | -3.1 | -3.1 |
| * 乾 燥 収 縮 | σ_{s1} | 0 | -32 | -36 |
| | σ_{s2} | 0 | -68 | -84 |
| | σ_{c2} | 0 | 8.1 | 9.4 |

* 著者は $\varphi_n = 3$, Sattler は $\varphi_n = 2$ を用いているので、直接比較することはできない。

10. 結 語

連続合成桁橋の設計に不可欠のクリープおよび収縮応力について、“重ね合わせ法”による一解析を試み、算例により、Whitneyの法則に基づく既往の手法による結果とのクリープ特性の相違を明らかにした。また本理論の一特例である実用式を提案し、変断面連続合成桁に対し、Sattlerの精密解と同精度の結果がえられることを示した。本法の特色は、式(14)の関係式の導入により、Sattlerのごとく時間的に変化する不静定モーメントが連立微分方程式の解となることを避けた点にあり、この結果、以後の演算を簡単かつ厳密に行ないうる利点を有する。なお、算例では死荷重によるクリープの計算を省略したが、支点下降による応力のクリープと全く同様にして算定しうることはいうまでもない。

終わりに、本研究を行なうに当たり有益なる御助言と懇切なる御指導を賜わった山崎徳也・前九州大学教授

(現川崎製鉄鋼構造研究所) および数値計算に協力頂いた本学工学研究科修士課程の高橋良明君に深く感謝する次第である。また数値計算には本学大型計算機センターの電子計算機 FACOM 230-60 を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Sattler, K.: "Theorie der Verbundkonstruktionen, 2 Aufl.", Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 1959.
- 2) Fritz, B.: "Verbundträger", Berlin, Springer-Verlag, 1961.
- 3) 橋 善雄: 連続合成桁橋, 理工図書, 1966.
- 4) Ross, A.D.: "Creep of Concrete under Variable Stress", Journal of A.C.I., Vol. 29, No. 9, March, 1958.
- 5) Arutyunyan, N.Kh.: "Some Problems in the Theory of Creep", Pergamon Press, 1966.
- 6) Trost, H.: "Zur Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand auf Grund neuerer Erkenntnisse des viskoelastischen Verhaltens des Betons", Der Stahlbau, Heft 11, November, 1968.
- 7) 日本道路協会: 鋼道路橋の合成ゲタ設計施工指針 1970. (1971. 8.21・受付)