

水底トンネルの静的性質についての考察

A THOUGHT OF STATICS OF THE UNDER-WATER TUNNEL

下 河 内 稔*
By Minoru Shimokawachi

1. ま え が き

トンネルの覆工に作用する圧力は、天盤の岩体の懸吊力がなくなって覆工に上載されるもの、重力により天盤の岩盤が塑性化して塑性岩体が覆工に上載されるもの、地山中の潜在応力の解放にともない生じるものとに大別されるようである¹⁾。トンネルが地表面から十分に深いところに開削された軟弱岩盤で、覆工が閉合した形で地山と密着して施工される場合には、主として覆工には、地山の潜在応力の解放により、開削面が内方に変位することにより覆工背面に強大な地圧を生じるものと考えられる。このような場合には、開削面の変位を許せば覆工背面地圧は減少するようなことがよくある。

ここでは、ことに水底である場合を条件に付加することによって、トンネルまわりの間げき水圧をも考慮して、トンネルの開削面の安定に要する圧力と変位との関係について考察してある。

ここで扱っているトンネルは、問題を単純化するために、水深を H とする水平な岩盤の表面から h のところに開削された半径 r_2 の水平な円形トンネルであり、そのトンネル軸に直交する平面での断面は、図-1 に示

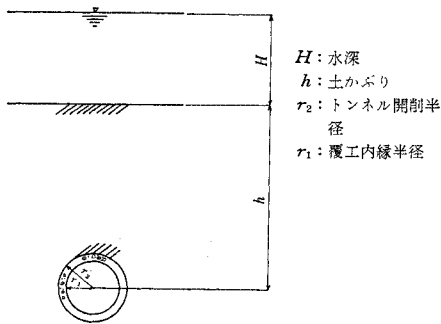


図-1 水底トンネルの断面図

すようなものとする。

2. トンネルまわりの間げき水圧

図-2 に示すような、 n 重のシリンダーを持ったトンネルを考え、トンネル横断面内での定常流れが、岩盤内も、シリンダー内もダルシーの法則で表わされるものとする。シリンダーの外半径が土かぶり h に比べて小さいならば、シリンダー内の間げき水圧の同一半径上での差異は少ないので、これを無視すればシリンダー内の浸透流はトンネル軸に関して対称であるとして計算される。

トンネル軸方向単位長当りの浸透流量を Q とすれば、岩盤内では、マスカット公式²⁾により次式が得られる。

$$Q = 2\pi K \frac{(H+h) - h_{n+1}}{\ln(2h/r_{n+1})} \dots \dots \dots (2.1)$$

- ただし、 K : 岩盤の透水係数
- r_{n+1} : 一番外側のシリンダーの外半径
- h_{n+1} : r_{n+1} における浸透水の水頭

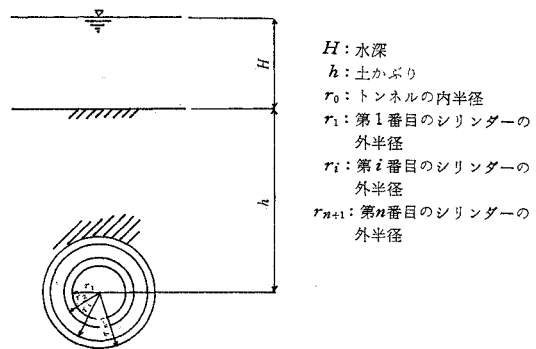


図-2 n 重の同心シリンダーを持つ水底トンネル

* 正会員 工修 日本鉄道建設公団青函建設局計画課

を表わすものとする。

第 i 番目のシリンダーの浸透流は、次式で示される。

$$Q = 2\pi K_i \frac{h_{i+1} - h_i}{\ln(r_{i+1}/r_i)} \quad (i=1, 2, \dots, n) \dots(2.2)$$

ただし、 K_i : i 番目のシリンダーの透水係数

r_i, r_{i+1} : i 番目のシリンダーの内および外半径

h_i, h_{i+1} : r_i および r_{i+1} における浸透水の水頭

を表わすものとする。

このシリンダー内の間げき水圧 u は、トンネル中心からの距離 r を用いて、水の単位体積重量を w とした場合、

$$u = \frac{Qw}{2\pi K_i} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right) + wh_i \dots\dots\dots(2.3)$$

と表わされる。ついでながら水圧勾配 (du/dr) は、

$$\frac{du}{dr} = \frac{Qw}{2\pi K_i} \cdot \frac{1}{r} \dots\dots\dots(2.4)$$

と表わされる。

式 (2.1) と (2.2) とから浸透水量 Q は

$$Q = \frac{2\pi\{(H+h) - h_1\}}{\{\ln(2h/r_n)\}/K + \sum_{i=1}^n \{\ln(r_{i+1}/r_i)\}/K_i} \dots\dots\dots(2.5)$$

と表わされる。上式と式 (2.3) とから i 番目のシリンダー内の間げき水圧 u は次式で示される。

$$u = \frac{Qw}{2\pi} \left\{ \frac{\ln(r/r_i)}{K_i} + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\ln(r_{j+1}/r_j)}{K_j} \right\} \dots(2.6)$$

トンネルの開削面 ($r=r_2$) のまわりに半径 R の大きさの塑性領域が生じ、その外側に半径 r_e の大きさの弾性領域で囲まれたトンネルの場合には、式 (2.5) と (2.6) とから、浸透水量および間げき水圧とを求めることができる。塑性域内の透水係数を K_p 、弾性域内の透水係数を K_e とすれば、湧水量は次式で示される。

$$Q = \frac{2\pi\{(H+h) - h_2\}}{\frac{\ln(2h/r_e)}{K} + \frac{\ln(r_e/R)}{K_e} + \frac{\ln(R/r_2)}{K_p}} \dots\dots\dots(2.7)$$

ただし、 h_2 は開削面での水頭を表わす。

塑性域内での間げき水圧を求めると次式で表わされ

$$u = \frac{Qw}{2\pi K_p} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + u_2 \dots\dots\dots(2.8)$$

したがって、弾塑性境界 ($r=R$) での間げき水圧を u_R とすれば、 u_R は次式で求められる。

$$u_R = \frac{Qw}{2\pi K_p} \ln\left(\frac{R}{r_2}\right) + u_2 \dots\dots\dots(2.9)$$

ここに $u_2 = wh_2$ で与えられ、覆工などで止水された場合に生じる水圧である。

弾性域の間げき水圧は、

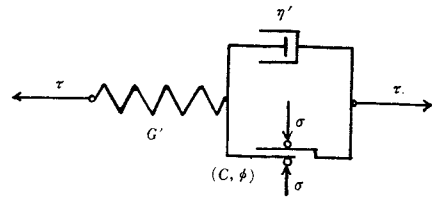
$$u = \frac{Qw}{2\pi K_e} \ln\left(\frac{r}{R}\right) + u_R \dots\dots\dots(2.10)$$

で示され、弾性域の外側の水圧 u_e は、式 (2.10) に r

$=r_e$ を代入することにより求められる。

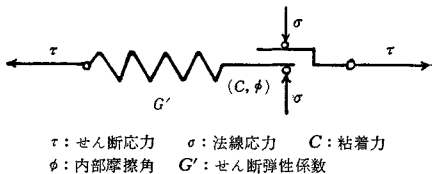
3. 岩盤の力学的モデル

岩盤の力学的性質の表現は、多種多様にあるが、一般には、力学的に単純な要素を組み合わせることにより近似させている。岩盤に弾性、塑性および粘性の要素だけを考慮して、図-3 に示すような配列で示されるビンガムのせん断応力に関する力学モデルを得るが、問題を静的性質に限定するならば、粘性項は省かれて、図-4 に示すようなサン・ブナンのせん断応力に関する力学モデルを得る³⁾。塑性つり合いの条件としてクーロンの摩擦説をとるならば、スライドはクーロン摩擦項としての性質をもち、 σ を法線応力と τ をせん断応力として次のような性質をもつ。



τ : せん断応力 σ : 法線応力 η' : 粘性係数
 C : 粘着力 ϕ : 内部摩擦角 G' : せん断弾性係数

図-3 せん断応力を受けるビンガムのモデル



τ : せん断応力 σ : 法線応力 C : 粘着力
 ϕ : 内部摩擦角 G' : せん断弾性係数

図-4 せん断応力を受けるサン・ブナンのモデル

$$\tau < C + (\sigma - u) \tan \phi \text{ ならば } \tau = \tau/G' \dots\dots(3.1)$$

$$\tau = C + (\sigma - u) \tan \phi \text{ ならば } \tau = \tau/G' + r_s \dots(3.2)$$

ただし、 C : 粘着力 r : せん断ひずみ

ϕ : 内部摩擦角 r_s : 塑性せん断ひずみ

G' : せん断弾性係数

を表わすものとし、 u はスライド内の間げき水圧である。

式 (3.2) において (τ/G') は弾性ひずみを表わしているが、 r_s は塑性ひずみを示しており、これは応力の大きさだけからは求めることができない。塑性の条件として換算応力のなす外仕事量が 0 であるという条件のもとに、塑性ひずみに一つの拘束条件を与えることができる。

最大主応力を σ_1 、最小主応力を σ_2 として、これらの換算主応力の間には、よく知られたモール・クーロンの塑性条件式として次式が成立する。

$$\frac{\sigma_1 - u + C \cot \phi}{\sigma_2 - u + C \cot \phi} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \dots\dots\dots(3.3)$$

最大および最小主応力方向の塑性ひずみを ϵ_{s1} および ϵ_{s2} とすれば、換算主応力によりなされる外仕事量が 0 であるから、次式が得られる。

$$(\sigma_1 - u + C \cot \phi)\epsilon_{s1} + (\sigma_2 - u + C \cot \phi)\epsilon_{s2} = 0 \dots\dots\dots(3.4)$$

式 (3.4) と (3.3) とから塑性ひずみの主応力方向のひずみには次の関係が成立する。

$$\frac{\epsilon_{s1}}{\epsilon_{s2}} = -\frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \dots\dots\dots(3.5)$$

もちろん、この塑性ひずみのほかに、弾性項に係る弾性ひずみが存在し、それらは応力を与えることにより一義的に求められる。

4. 弾塑性岩盤内のトンネルまわりの応力

(1) トンネル開削前の応力およびひずみ

地山の深所においては、トンネルの開削部の周辺に、一様な潜在応力があり、ハイムの水圧説りに従えば、それは等方等圧で土かぶりの影響をうけている。ここでは水底トンネルとして扱っているため、その水圧をも考慮して次式を与える。

$$\sigma_0 = u_0 + (r_r - w)h \dots\dots\dots(4.1)$$

ここに、 σ_0 : 等方等圧の潜在応力

$u_0 = w(H+h)$: 開削前の地山内の間げき水圧

r_r : 岩盤の湿潤状態における単位体積重量

であるとする。

式 (4.1) により示される潜在応力により、開削前に一様なひずみを生じており、その等方ひずみを ϵ_0 とすれば、

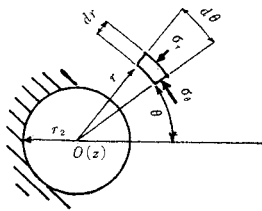
$$\epsilon_0 = \frac{1 - 2\nu}{E} (\sigma_0 - u_0) \dots\dots\dots(4.2)$$

で表わされる。ここに ν および E はそれぞれ岩盤のポアソン比およびヤング率を示すものである。

(2) 平面ひずみ状態

座標を 図-5 に示すように、トンネル軸方向を z 、 z を中心にした円の半径方向を r および円周方向を θ とする。

トンネル開削後は、 z 軸と直交する面内での平面ひずみが保持され、重力



z : トンネル軸方向座標
 r : 半径方向座標
 θ : 円周方向座標
 σ_r : 半径方向法線応力
 σ_θ : 円周方向法線応力
 O : 座標原点

図-5 座標および応力の表示

の影響を無視すれば、 z 軸に関して軸対称とみなすことができる。

z 、 r および θ 方向の法線応力を σ_z 、 σ_r および σ_θ とすれば、これらは主応力になり、この応力状態により生じる弾性ひずみを z 、 r および θ 方向にそれぞれ ϵ_{ez} 、 ϵ_{er} および $\epsilon_{e\theta}$ とすれば、それらは次のように表わされる。

$$\epsilon_{ez} = \frac{1}{E} \{(\sigma_z - u) - \nu(\sigma_r - u) - \nu(\sigma_\theta - u)\} = \epsilon_0 \dots\dots\dots(4.3)$$

$$\epsilon_{er} = \frac{1 + \nu}{E} \{(1 - \nu)(\sigma_r - u) - \nu(\sigma_\theta - u)\} - \nu\epsilon_0 \dots\dots\dots(4.4)$$

$$\epsilon_{e\theta} = \frac{1 + \nu}{E} \{(1 - \nu)(\sigma_\theta - u) - \nu(\sigma_r - u)\} - \nu\epsilon_0 \dots\dots\dots(4.5)$$

(3) 弾性領域の応力

トンネルの開削周辺部の地山では、応力状態が式 (3.3) を満足する部分が生じるならば、その部分は塑性状態となる。開削周辺部をある程度離れた場所では、応力偏差が小さくなり弾性状態を保持しており、これらの境界面では両者の限界値をとり、一般にそれを塑性半径といっている。この状態は 図-6 のようなものである。つまり弾性領域は内半径 R の間げきをもった領域と同等である。応力のつり合い式

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \dots\dots\dots(4.6)$$

を変形すれば、次の式が得られる。

$$\sigma_\theta - u = r \left(\frac{d}{dr} \right) (\sigma_r - u) + (\sigma_r - u) + r \frac{du}{dr} \dots\dots\dots(4.7)$$

式 (4.7) を式 (4.4) および (4.5) に代入すれば弾性ひずみを $(\sigma_r - u)$ で表わすことができ、そうして得られた式を変形の連続条件式

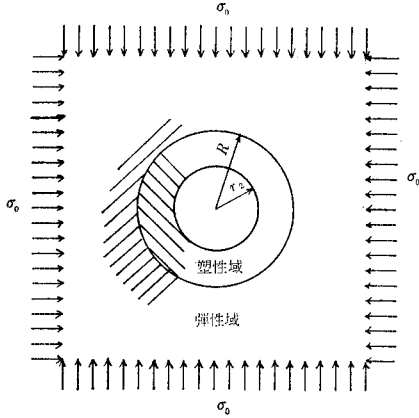
$$\epsilon_r = \frac{d}{dr} (r \epsilon_\theta) \dots\dots\dots(4.8)$$

において、 $\epsilon_r = \epsilon_{er}$ 、 $\epsilon_\theta = \epsilon_{e\theta}$ として ϵ_{er} および $\epsilon_{e\theta}$ を消去すれば、 $(\sigma_r - u)$ を関数とする次に示す線型 2 次の微分方程式が得られる。

$$(1 - \nu) \left\{ 3r \frac{d(\sigma_r - u)}{dr} + r^2 \frac{d^2(\sigma_r - u)}{dr^2} \right\} + (2 - 2\nu)r \frac{du}{dr} + (1 - \nu)r^2 \frac{d^2u}{dr^2} = 0 \dots\dots(4.9)$$

式 (2.10) から (du/dr) および (d^2u/dr^2) が求められるので、境界条件として、 $r = r_e$ において $\sigma_r = \sigma_{re}$ および $u = u_e$ また $r = R$ において $\sigma_r = \sigma_{rR}$ および $u = u_R$ を与えて、式 (4.9) を解けば次のような弾性域の半径方向の応力を得る。

$$\sigma_r - u = \frac{1}{1 - (R/r_e)^2} \left[\sigma_{re} - u_e + \frac{Qw \log r_e}{4(1 - \nu)\pi K_e} \right]$$



r_2 : トンネル開削半径, R : 塑性領域半径, σ_0 : 潜在応力
 図一六 トンネル開削周辺の弾性領域および塑性領域

$$\begin{aligned}
 & -\left(\frac{R}{r_e}\right)^2 \left\{ \sigma_{rR} - u_R + \frac{Qw \log R}{4(1-\nu)\pi K_e} \right\} \\
 & -\frac{(R/r)^2}{1-(R/r_e)^2} \left[\left\{ \sigma_{re} - u_e + \frac{Qw \log r_e}{4(1-\nu)\pi K_e} \right\} \right. \\
 & \left. - \sigma_{rR} - u_R + \frac{Qw \log R}{4(1-\nu)\pi K_e} \right] \\
 & - \frac{Qw \log r}{4(1-\nu)\pi K_e} \dots\dots\dots(4.10)
 \end{aligned}$$

ここに, r_e は弾性領域の外側の境界を仮に与えたものである。

(4) 塑性域の応力状態

塑性域では, 塑性の応力条件式は次のように示され,

$$\frac{\sigma_\theta - u + C \cot \phi}{\sigma_r - u + C \cot \phi} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \dots\dots\dots(4.11)$$

これとつり合い条件式とから σ_θ を消去して変形すれば,

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dr} (\sigma_r - u + C \cot \phi) - \frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \frac{\sigma_r - u + C \cot \phi}{r} \\
 & = - \frac{du}{dr} \dots\dots\dots(4.12)
 \end{aligned}$$

なる線型1次の微分方程式を得る。この式中の u は間げき水圧による岩盤強度の低下を示し, (du/dr) は水圧の勾配により r 方向の応力をうけることを示している。

式(2.8)を用いて (du/dr) が計算されるので, 境界条件として, $r=r_2$ において $\sigma_r = \sigma_{r2}$ および $u = u_2$ を与えて, 式(4.12)を解けば, 次のような塑性領域における半径方向の応力を得る。

$$\begin{aligned}
 & \sigma_r - u + C \cot \phi - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{2 \sin \phi} \\
 & = \left(\frac{r}{r_2}\right)^{\frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi}} \left\{ (\sigma_{r2} - u_2 + C \cot \phi) \right. \\
 & \left. - \frac{Qw}{2\pi K_p} \frac{1 - \sin \phi}{2 \sin \phi} \right\} \dots\dots\dots(4.13)
 \end{aligned}$$

(5) 応力の連続性

弾性領域と塑性領域との接合面 ($r=R$) では応力が連続している。式(4.6)と(4.10)とから, 円周方向応力 σ_θ が求められるので, これの $r=R$ における値を $\sigma_{\theta R}$ とすれば,

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\theta R} - u_R = & \frac{2}{1-(R/r_e)^2} \left\{ \sigma_{re} - u_e + \frac{Qw \log r_e}{4(1-\nu)\pi K_e} \right\} \\
 & - \frac{1+(R/r_e)^2}{1-(R/r_e)^2} \left\{ \sigma_{rR} - u_R + \frac{Qw \log R}{4(1-\nu)\pi K_e} \right\} \\
 & - \frac{Qw \log R}{4(1-\nu)\pi K_e} \dots\dots\dots(4.14)
 \end{aligned}$$

なる関係が得られる。

境界上における塑性の応力条件式は次式で示される。

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\theta R} - u_R + C \cot \phi = & \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} (\sigma_{rR} - u_R + C \cot \phi) \\
 & \dots\dots\dots(4.15)
 \end{aligned}$$

式(4.14)と(4.15)とから, $\sigma_{\theta R}$ を消去して, 式(2.10)を用いて, 簡単にすれば, 境界上の半径方向応力の関係式

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rR} - u_R + C \cot \phi = & \frac{1 - \sin \phi}{1 - (R/r_e)^2 \sin \phi} \\
 & \cdot \left\{ \sigma_{re} - u_e + C \cot \phi + \frac{u_e - u_R}{2(1-\nu)} \right\} \dots\dots(4.16)
 \end{aligned}$$

が得られる。

塑性応力の境界上の値は, 式(4.13)において $r=R$ として与えれば求められ, それは次の関係で示される。

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rR} - u_R + C \cot \phi - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{2 \sin \phi} \\
 = \left(\frac{R}{r_2}\right)^{\frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi}} \left\{ (\sigma_{r2} - u_2 + C \cot \phi - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{2 \sin \phi}) \right. \\
 \dots\dots\dots(4.17)
 \end{aligned}$$

式(4.16)と(4.17)とから弾塑性安定の次の式を得る。

$$\begin{aligned}
 \sigma_{r2} - u_2 + C \cot \phi - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{2 \sin \phi} = & \left(\frac{r_2}{R}\right)^{\frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi}} \\
 & \cdot \left[\frac{1 - \sin \phi}{1 - (R/r_e)^2 \sin \phi} \left\{ \sigma_{re} - u_e + C \cot \phi + \frac{u_e - u_R}{2(1-\nu)} \right\} \right. \\
 & \left. - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{2 \sin \phi} \right] \dots\dots\dots(4.18)
 \end{aligned}$$

トンネルの開削縁から, 十分にはなれた弾性領域内では, トンネル開削前の初期の応力状態が保持されているであろうから, r_e を十分に大きくした場合には,

$$\sigma_{re} \rightarrow \sigma_0, u_e \rightarrow u_0 \text{ および } \{1 - (R/r_e)^2 \sin \phi\} \rightarrow 1$$

となり, 式(4.18)からトンネルの次の安定条件を得る。

$$\begin{aligned}
 \sigma_{r2} - u_2 + C \cot \phi - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{2 \sin \phi} = & \left(\frac{r_2}{R}\right)^{\frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi}} \\
 & \cdot \left[(1 - \sin \phi) \left\{ \sigma_0 - u_0 + C \cot \phi + \frac{u_0 - u_R}{2(1-\nu)} \right\} \right.
 \end{aligned}$$

$$-\frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1-\sin\phi}{2\sin\phi} \Big] \dots\dots\dots(4.19)$$

5. トンネル開削面の変位

(1) 塑性領域における塑性ひずみ

塑性領域におけるひずみは弾性ひずみと塑性ひずみとで表わされるから、 r および θ 方向の塑性ひずみをそれぞれ ϵ_{pr} および $\epsilon_{p\theta}$ とすれば、 r および θ 方向のひずみは次式となる。

$$\epsilon_r = \epsilon_{pr} + \epsilon_{er}$$

$$\epsilon_\theta = \epsilon_{p\theta} + \epsilon_{e\theta}$$

変形の連続条件式 (4.8) に上の2つの式を代入して、

$$\frac{d\epsilon_{p\theta}}{dr} + \frac{1}{r}(\epsilon_{p\theta} - \epsilon_{pr}) = \frac{1}{r}(\epsilon_{er} - \epsilon_{e\theta} - r \frac{d\epsilon_{e\theta}}{dr}) \dots\dots\dots(5.1)$$

なる関係が得られる。これに塑性ひずみの条件式

$$\epsilon_{pr} = -\frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi} \epsilon_{p\theta} \dots\dots\dots(5.2)$$

を用いて、 $\epsilon_{p\theta}$ に関する線型1次の微分方程式を得る。この解に式 (4.4), (4.5), (4.7) および (4.13) の関係を用いて、 $r=R$ において $\epsilon_{p\theta}=0$ なる境界条件を与えれば、

$$\epsilon_{p\theta} = \frac{1-\nu^2}{E} \left\langle \left(\frac{R}{r_2} \right)^{\frac{2}{1+\sin\phi}} \left[\frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1+\sin\phi}{2(1-\nu)} + \left\{ (\sigma_{r_2} - u_2 + C \cot\phi) - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1-\sin\phi}{2\sin\phi} \right\} \cdot \frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi} \cdot \frac{1+\sin\phi}{1+\sin^2\phi} \left(\frac{R}{r_2} \right)^{\frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi}} \right] - \left[\frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1+\sin\phi}{2(1-\nu)} + \left\{ (\sigma_{r_2} - u_2 + C \cot\phi) - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1-\sin\phi}{2\sin\phi} \right\} \cdot \frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi} \cdot \frac{1+\sin\phi}{1+\sin^2\phi} \left(\frac{r}{r_2} \right)^{\frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi}} \right] \right\rangle \dots\dots\dots(5.3)$$

なる式で円周方向の塑性ひずみ $\epsilon_{p\theta}$ が求められる。

(2) 塑性領域における弾性ひずみ

塑性領域における弾性ひずみのうち、円周方向のひずみ $\epsilon_{e\theta}$ は、式 (4.5) と塑性領域における応力の関係式とから、

$$\epsilon_{e\theta} = \frac{1+\nu}{E} \frac{1+\sin\phi-2\nu}{1-\sin\phi} (\sigma_r - u + \cot\phi) - \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} C \cot\phi - \nu\epsilon_0 \dots\dots(5.4)$$

なる式で与えられる。

(3) トンネル開削面の半径方向変位

トンネル開削面 ($r=r_2$) における塑性ひずみおよび

弾性ひずみをそれぞれ $\epsilon_{p\theta_2}$, $\epsilon_{e\theta_2}$ とすれば、それらは、式 (5.3) および (5.4) に $r=r_2$ を与えることにより次の式で表わされる。

$$\epsilon_{p\theta_2} = \frac{1-\nu^2}{E} \left\langle \left(\frac{R}{r_2} \right)^{\frac{2}{1+\sin\phi}} \left[\frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1+\sin\phi}{2(1-\nu)} + \left\{ (\sigma_{r_2} - u_2 + C \cot\phi) - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1-\sin\phi}{2\sin\phi} \right\} \cdot \frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi} \cdot \frac{1+\sin\phi}{1+\sin^2\phi} \left(\frac{R}{r_2} \right)^{\frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi}} \right] - \left[\frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1+\sin\phi}{2(1-\nu)} + \left\{ (\sigma_{r_2} - u_2 + C \cot\phi) - \frac{Qw}{2\pi K_p} \cdot \frac{1-\sin\phi}{2\sin\phi} \right\} \cdot \frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi} \cdot \frac{1+\sin\phi}{1+\sin^2\phi} \right] \right\rangle \dots\dots\dots(5.5)$$

$$\epsilon_{e\theta_2} = \frac{1+\nu}{E} \frac{1+\sin\phi-2\nu}{1-\sin\phi} (\sigma_{r_2} - u_2 + C \cot\phi) - \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \nu\epsilon_0 \dots\dots\dots(5.6)$$

トンネル開削後のトンネル開削周縁の円周方向ひずみを ϵ_{θ_2} で表わすと、 ϵ_{θ_2} は式 (5.5) と (5.6) との和から、開削前のひずみ ϵ_0 を差し引くことにより得られる。

$$\epsilon_{\theta_2} = \epsilon_{p\theta_2} + \epsilon_{e\theta_2} - \epsilon_0 \dots\dots\dots(5.7)$$

トンネル開削面の開削後の変位を δ_{p_2} とすれば、

$$\delta_{p_2} = r_2 \epsilon_{\theta_2} = r_2 (\epsilon_{p\theta_2} + \epsilon_{e\theta_2} - \epsilon_0) \dots\dots\dots(5.8)$$

なる式で表わされる。

6. トンネル開削面の安定に要する圧力と変位

トンネルの開削面の安定に要する半径方向の圧力 σ_{r_2} は式 (4.19) により、またその場合の半径方向の変位は式 (5.8) によりそれぞれ求められる。これら両者は塑性領域の半径 R の大きさにより一意的に求められる。

R の値によって σ_{r_2} と δ_{p_2} とがどのような変化をするかを調べるために $u_2=0$ として、岩盤の諸性質 C , ϕ , ν , E および K の種々の値に対しての関係を図示してみると 図-7 から 図-11 のようになる。図中の (a)

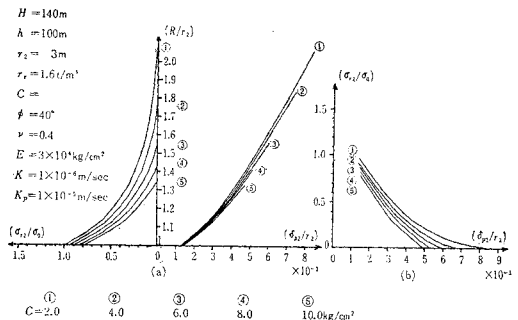
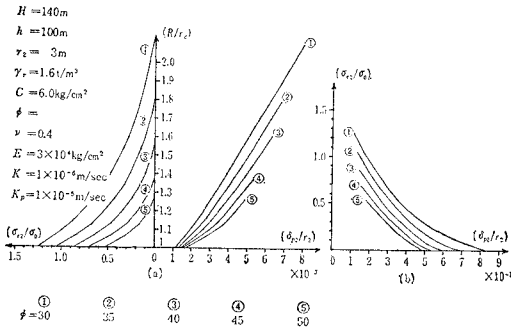
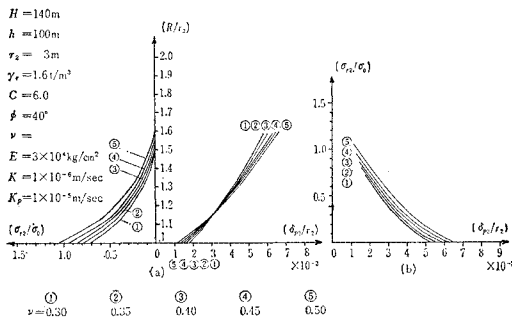


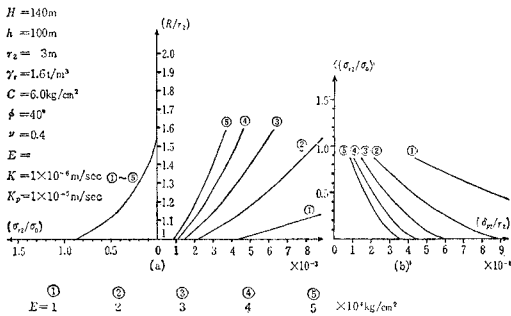
図-7 岩盤の粘着力の変化による σ_{r_2}/σ_0 および δ_{p_2}/r_2 の値



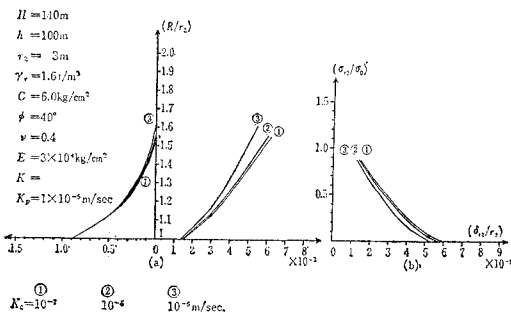
図一八 岩盤の内部摩擦角の変化による σ_{r2}/σ_0 および δ_{p2}/r_2 の値



図一九 岩盤のポアソン比の変化による σ_{r2}/σ_0 および δ_{p2}/r_2 の値



図一〇 岩盤のヤング率の変化による σ_{r2}/σ_0 および δ_{p2}/r_2 の値



図一一 岩盤の透水係数の変化による σ_{r2}/σ_0 および δ_{p2}/r_2 の値

は塑性半径 R と σ_{r2} および δ_{p2} との関係を示しており、塑性半径の増加により σ_{r2} が減少し δ_{p2} が増加するという一般的な傾向を示している。また、岩盤の粘着力のために塑性半径がある程度大きくなれば σ_{r2} が 0 となることも示している。(b) は σ_{r2} と δ_{p2} との関係を示すもので、 σ_{r2} の減少につれて δ_{p2} が増加してくる様子を表わしており、実際の軟弱岩盤のトンネル開削での現象にも似ているように思われる。

これらの図から、岩盤の粘着力および内部摩擦角の増加(すなわち岩盤強度の増加)は開削面の安定に要する圧力が同じならば、塑性半径を減少させ、開削面の変位を小さくしていることになる。ポアソン比とヤング率との増加は、岩盤の剛性という点から見れば逆の関係であり、 σ_{r2} と δ_{p2} との関係においてもほぼ逆の関係となっている。岩盤の透水係数の増加は、開削面の安定に要する塑性半径の増大を生じさせているが、開削面の変位は逆に減少している。これは岩盤の透水性が良くなることにより、有効応力が減少して塑性領域を増大させるためだと考えられる。

7. 覆工の設計

前章までで述べてきた水底トンネルの静的性質を用いて覆工の設計を行なうには、トンネル開削直後から覆工打設までの間に何らかの適当な静的条件を与えればよい。

一般に、トンネル開削後と覆工打設の間は支保工などの仮請でもって支保されており、また岩盤がビンガムのモデルで表わされるならば、開削当初は弾性的応答をするであろうから覆工が入る前の状態を弾性変形するという前提条件を与えることにする。

開削直後の岩盤の全領域で弾性体だとすれば、式(4.10)において $R=r_2$, $u_R=u_2=0$ とおいて、式(4.7)を用いれば円周方向の応力 σ_θ が求められる。したがって開削面の円周方向の弾性応力を $\sigma_{\theta 2}$ とすれば、それは次式で与えられ、

$$\sigma_{\theta 2} = \frac{2}{1-(r_2/r_e)^2} \left\{ \sigma_{r_e} - u_e + \frac{u_e}{2(1-\nu)} \right\} - \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{Qw}{2\pi K_e} \dots\dots\dots(7.1)$$

この式と式(4.5)とを用いれば、弾性岩盤の円周方向のひずみが求められる。トンネル開削直後の弾性岩盤での、トンネル開削面の円周方向ひずみを $\epsilon_{\theta 2}$ とすれば、

$$\epsilon_{\theta 2} = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-\nu) \frac{2}{1-(r_2/r_e)^2} \left\{ \sigma_{r_e} - u_e + \frac{u_e}{2(1-\nu)} \right\} - \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{Qw}{2\pi K_e} \right] \dots\dots\dots(7.2)$$

と表わされる。

r_e が十分大きくなれば, $\sigma_{r_e} \rightarrow \sigma_0$, $u_e \rightarrow u_0$ および $r_2/r_e \rightarrow 0$ とみなせるから式 (7.2) は次のようになる。

$$\epsilon_{\theta 2} = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot 2(\sigma_0 - u_0) + \frac{1+\nu}{E} \left\{ u_0 - \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{Qw}{2\pi K_e} \right\} - \nu \epsilon_0 \dots (7.3)$$

したがって開削直後の弾性挙動時の開削縁の変位を δ_{02} とすれば, それは次式で表わされる。

$$\delta_{02} = r_2(\epsilon_{\theta 2} - \epsilon_0) = r_2 \cdot \frac{1+\nu}{E} \left\{ \sigma_0 - \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{Qw}{2\pi K_e} \right\} \dots (7.4)$$

式 (5.8) と (7.4) とを用いて, 塑性状態に入った場合のトンネル開削面の変位を δ_2 とすれば, 次式となる。

$$\delta_2 = \delta_{p2} - \delta_{02} \dots (7.5)$$

覆工は弾性的挙動をするものとみなせるから, 覆工の内半径を r_1 , 外半径を r_2 とした場合の覆工の外縁の半径方向の変位を δ_{i2} とすれば, δ_{i2} は次式により与えられる。

$$\delta_{i2} = \frac{1+\nu_1}{E_1} \left\{ (1-\nu_e) \frac{(r_2/r_1)^2 + 1}{(r_2/r_1)^2 - 1} - \nu_1 \right\} r_2 \cdot \sigma_{r2} \dots (7.6)$$

ここに, ν_1 : 覆工のポアソン比

E_1 : 覆工のヤング率

を表わすものとする。

トンネル開削後の塑性変位 δ_2 と開削面の安定に要する圧力 σ_{r2} との関係と覆工外縁の変位 δ_{i2} と覆工外縁の圧力 σ_{r2} との関係は, 図-12 に示されるように逆の関係であり, 覆工打設後に地山が弾塑性安定する状態は両者の変位が一致する値である。これを求めるには, 図-12 において, R の大きさを①と仮定した場合の覆工背面地圧 σ_{r2} の値②を計算し, その場合の δ_2 と δ_{i2} との値をそれぞれ求めて, それらの②③と②④との差をなくするように試算を繰返せば求められる。

こうして求められた覆工背面地圧 σ_{r2} に対して, 覆工内縁の円周方向応力が許容-軸圧縮応力より小さければ

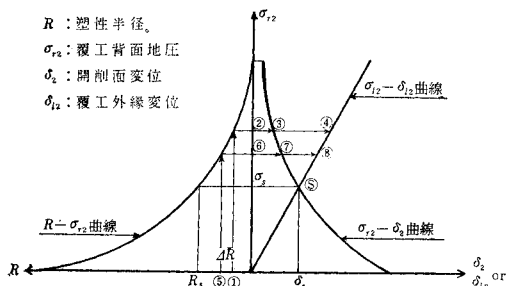


図-12 塑性半径の変化と開削面と覆工の変位との関係

DATA

- 地形
- H : 水深
- h : 土被り
- 岩盤の性質
- γ_r : 単位体積重量
- C : 粘着力
- ϕ : 内部摩擦角
- ν : ポアソン比
- E : ヤング率
- K_e : 透水係数 (弾性域)
- K_p : 透水係数 (塑性域)

覆工

- r_1 : 所要内半径
- σ_{a} : 許容軸圧縮応力
- ν_1 : ポアソン比
- E_1 : ヤング率 (弾性域)
- K_1 : 透水係数 (塑性域)

CALCULATION and RESULTS

- R : 塑性域の半径
- σ_{r2} : 覆工背面地圧
- δ_2 : トンネル開削面変位
- σ_1 : 覆工内縁周向応力
- δ_{i2} : 覆工外縁半径変位
- Q : 湧水量

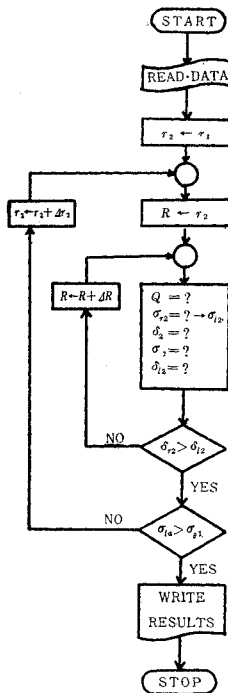


図-13 覆工設計のフローチャート

覆工は開削面の変位に十分耐えるものである。もし, 覆工内縁の円周方向応力が許容-軸圧縮応力より大きいならば, 覆工の外縁半径を大きくすることにより (すなわち, 開削半径を大きくする), 覆工を外力に耐えさせることができるであろう。

上述の設計の手順を示したのが 図-13 のフローチャートである。

8. む す び

本論文では, クーロン摩擦項をもつ簡単なせん断モデルに, 塑性ひずみ成分と塑性換算応力とが直交するという条件を与えることにより, 2次元の弾塑性力学的モデルを導いた。そして, それが軟弱岩盤の性状を表わすものとしてトンネル開削面の性質について調べてきた。

このほかに, 水底トンネルの湧水量およびトンネル開削周辺の間げき水圧を初歩的な方法によって近似的に求め, トンネル開削周辺での重力の影響を無視することにより, 水底トンネルの開削面の静的性質に理論的な考察をしてみた。本文で求められた, これらの特質は, 比較的深所にある軟弱岩盤のトンネル開削の現象にかなり似ているように思われ, 一般的な性質として水底トンネルの軟弱岩盤に適應されるものと考えられる。そういう意味で覆工の設計について触れたものである。

厳密には, トンネル開削周辺での重力の影響は無視で

きないものであり、トンネル開削面と覆工打設との空げき問題もあり、さらには覆工打設とトンネル開削との時間での変化の問題（すなわち岩盤の動特性の問題）などの多くの問題があり、これらについて一つずつ明らかにしていく必要があると思われる。

本論文の作成に際して、豊富な経験を参考にさせていただき貴重な教示をして下さったトンネル実務に携わる諸氏に謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 粕谷逸男：トンネル工学，大学講座土木工学 23，共立出版 p. 45-78, 1970.
- 2) 土木学会：水理公式集，昭和 38 年改訂増補版，土木学会 p. 323, 1963.
- 3) 山口梅太郎ほか：岩石力学入門，東京大学出版会，p. 21-48, 1969.
- 4) 進藤一夫訳，J. タロブル：岩盤力学，森北出版，p. 213, 1967.

(1971.3.3・受付)
