

開水路流れにおける乱れの基本的特性について

ON THE BASIC CHARACTERISTICS OF TURBULENCE IN FREE
SURFACE SHEAR FLOWS

今 本 博 健*

By Hirotake Imamoto

1. 緒 論

開水路流れにおける乱流現象は開水路流れの特性の取り扱いにおける基本的要素であると同時に、乱流拡散現象、浮遊砂流の問題などともきわめて密接な関連をもつ現象であって、乱流現象の解明の重要性についてはすでに多くの研究者によって認識されるところとなっている。

乱流状態の流れにおける速度は時間的・空間的に不規則かつ偶然的に変動しているため、その特性を明らかにするには統計的記述がもっとも有効であり、かつ唯一の方法と考えられる。乱れの統計的特性は乱流場内の任意の点における乱れ速度の同時確率分布によって表現されるが、同時確率分布は乗積能率によって規定されるから、乗積能率より乱れの特性を知れることになる。通常の見取り扱いにおいては、もっとも基本的な 2 次の乗積能率すなわち相関関数が乱れ特性の記述に用いられるが、相関関数はまた構造関数あるいはスペクトル関数と一義的な関係にあるため、これらの 3 種の関数のうちいずれかが決定されると乱れ速度の特性は知れることになる。

乱流現象に関する研究は Taylor¹⁾ による統計的手法の導入に始まり、Kolmogoroff²⁾ らによる相似理論の確立へと発展され、現在、大気、河川、海洋といった種々の分野における乱流現象の統一的記述が次第になされつつあるが、実際現象の取り扱いにおいて重視されるせん断乱流の特性についてはまだ多くの問題が残されている。特に開水路流れの乱れについては、水流の乱れ計測の困難性ということもあって、未解明の問題点がきわめて多い。

本研究は開水路流れの乱れ特性を解明するための基礎として、もっとも単純な定常等流状態の 2 次元開水路流

れを対象とし、その乱れ特性について相似則に基づいた若干の考察をするとともに、室内計測についてはホットフィルム流速計を、野外計測については回転式流速計を用いた乱れ計測により乱れ特性量の水深方向の分布に関する普遍法則を見出そうとするものである。

2. 乱れ構造の相似性

Kolmogoroff²⁾ の相似則、すなわち、乱れ構造は慣性領域においてはエネルギー逸散率 ϵ のみによって、また粘性領域においては ϵ および動粘性係数 ν によって決定されるという仮定を用いると、Euler 的取り扱いの場合、それぞれの領域における流れ方向の乱れ速度に関する構造関数 $D(r)$ は次のように表わされる³⁾。

$$\text{慣性領域: } D(r) = D_e \epsilon^{2/3} r^{2/3} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{粘性領域: } D(r) = D_\nu (\epsilon/\nu) r^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 r は流れ方向に離れた 2 点間の距離、 D_e および D_ν は普遍定数である。

式 (1) および (2) をスペクトル $S(k)$ に変換すると容易に次の関係式が得られる。

$$\text{慣性領域: } S(k) = S_e \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{粘性領域: } S(k) = S_\nu (\epsilon/\nu) k^{-3} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 k は波数、 S_e および S_ν はスペクトル定数を表わす。慣性領域のスペクトルについては $-5/3$ 乗則として式 (3) の成立性が広く認められているが、粘性領域については不明の点が多く、式 (4) に示された -3 乗則以外に -7 乗則が用いられることがある^{4),5)}。

k の十分小さな生成領域を対象とする場合、スペクトルと相関関数との関係より、 $S(k)$ は次のように表わされる。

$$\text{生成領域: } S(k) = (2/\pi) \bar{u}^2 L \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 \bar{u}^2 は乱れ速度の 2 乗平均値、 L は平均スケールを表わす。

生成領域から慣性領域、および慣性領域から粘性領域

* 正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所付属宇治川水理実験所

への遷移波数をそれぞれ k_L, k_l とすると, 式 (3)~(5) より

$$k_L = (\pi S_i/2)^{3/5} (L \epsilon / u'^3)^{2/5} L^{-1} \dots\dots\dots (6)$$

$$k_l = (S_i/S_\epsilon)^{3/4} l^{-1} \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここに, $u' = (\bar{u}^2)^{1/2}$, $l = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ であって, l は局所的スケールといわれる。

Reynolds 数が十分大きな流れにおいては慣性領域も大きく $L/l \gg 1$ となるから, 粘性領域に含まれるエネルギーは全体の乱れエネルギーに比し無視され, 生成領域および慣性領域に含まれるエネルギー $-E_p$ および E_ϵ はそれぞれ次のようになる。

$$E_p = (2/\pi) \bar{u}^2 L k_L = 2 \bar{u}^2/5 \dots\dots\dots (8)$$

$$E_\epsilon = (3/2) S_i \epsilon^{2/3} k_L^{-2/3} = 3 \bar{u}^2/5 \dots\dots\dots (9)$$

したがって, これらの両式より次の関係式が得られる。

$$\epsilon = (\pi/5) (2/5 S_i)^{3/2} u'^3 L^{-1} \dots\dots\dots (10)$$

式 (10) の関係式は, その係数を除くと, すでに Taylor¹⁾ によって得られているものと同様の内容を示している。

また, 最大乱子のスケールを r_0 とすると, 式 (1) より,

$$D(r_0) = D_i \epsilon^{2/3} r_0^{2/3} = 2 \bar{u}^2 \dots\dots\dots (11)$$

であるから, r_0 と L との関係式⁶⁾

$$r_0 = (5/2) L \dots\dots\dots (12)$$

を用いると, 式 (11) より

$$\epsilon = (2/5) (2/D_i)^{3/2} u'^3 L^{-1} \dots\dots\dots (13)$$

となる。

式 (10) および (13) より慣性領域に関する構造定数とスペクトル定数との関係として次式が得られる。

$$D_i = 5(2/\pi)^{2/3} S_i \approx 3.7 S_i \dots\dots\dots (14)$$

式 (14) を Monin および Yaglom³⁾ によって導かれた関係式, すなわち,

$$D_i \approx 4.0 S_i \dots\dots\dots (15)$$

と比較すると, 両式の係数に若干の差異が存在する。式 (15) は式 (3) の慣性領域のスペクトルが全領域に適用されているのに対し, 式 (14) は生成領域の存在は考慮されているが, 遷移領域における特性については考慮されていないため, 普遍定数間関係についてはさらに詳細な吟味が必要である。

一方, Lagrange 的取り扱いによる場合, Euler 的取り扱いにおける 2 点間の距離 r は流体粒子の移動時間 τ に置き換えられるから, Lagrange 的構造関数 $D_L(\tau)$ は次のように表わされることになる³⁾。

$$\text{慣性領域: } D_L(\tau) = D_i L \epsilon \tau \dots\dots\dots (16)$$

$$\text{粘性領域: } D_L(\tau) = D_{iL} (\epsilon^3/\nu)^{1/2} \tau^2 \dots\dots\dots (17)$$

ここに, D_{iL} および D_{iL} は Lagrange 的構造定数を表わす。

Euler 的取り扱いの場合と同様に, 構造関数に関する

相似則をスペクトルに関する相似則に変換すると,

$$\text{生成領域: } s_L(f) = 4 \bar{u}^2 T_L \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{慣性領域: } s_L(f) = S_i L \epsilon f^{-2} \dots\dots\dots (19)$$

$$\text{粘性領域: } s_L(f) = S_{iL} (\epsilon^3/\nu)^{1/2} f^{-3} \dots\dots\dots (20)$$

が得られる。ここに, f は周波数, S_{iL} および S_{iL} は Lagrange 的スペクトル定数, T_L は Lagrange 的平均時間スケールを表わす。

粘性領域に含まれるエネルギーを無視し, 式 (18) および (19) より \bar{u}^2, T_L および ϵ の間の関係を求めると次のようになる。

$$\epsilon = (1/16 S_i) \bar{u}^2 T_L^{-1} \dots\dots\dots (21)$$

また, Lagrange 的構造関数 (16) において最大乱子の寿命時間を τ_0 とすると, τ_0 と T_L との間には,

$$\tau_0 = 2 T_L \dots\dots\dots (22)$$

という関係が成立するから⁹⁾, 式 (13) に対応する関係式として次式が得られる。

$$\epsilon = (1/D_{iL}) \bar{u}^2 T_L^{-1} \dots\dots\dots (23)$$

式 (21) と (23) との比較より Lagrange 的構造定数とスペクトル定数との関係は次のようになることがわかる。

$$D_{iL} = 16 S_{iL} \dots\dots\dots (24)$$

さらに, Euler 的システムと Lagrange 的システムとの関係として, 式 (10) あるいは (13), および (21) あるいは (23) より

$$\frac{L}{T_L} = \frac{16\pi}{5} \left(\frac{2}{5 S_i}\right)^{3/2} s_{iL} u' = \frac{2}{5} \left(\frac{2}{D_i}\right)^{3/2} D_{iL} u' \dots\dots\dots (25)$$

が得られる。

式 (25) において, Taylor⁷⁾ の凍結乱流の仮定を用いて

$$L = U T_E \dots\dots\dots (26)$$

とすると (ここに, U は平均流速, T_E は Euler 的平均時間スケールを表わす),

$$\begin{aligned} \frac{T_L}{T_E} &= \frac{5}{16\pi} \left(\frac{5 S_E}{2}\right)^{3/2} \frac{1}{S_{iL}} \frac{U}{u'} \\ &= \frac{5}{2} \left(\frac{D_i}{2}\right)^{3/2} \frac{1}{D_{iL}} \frac{U}{u'} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

が得られる。余越⁸⁾ は以上とは若干異なった方法によりほぼ同様の結果を得ている。

式 (27) は Hay および Pasquill⁹⁾ によって提案された関係式,

$$\frac{T_L}{T_E} = \alpha \frac{U}{u'} \dots\dots\dots (28)$$

とまったく同じ内容を意味しており, 式 (28) における定数 α は相似則における普遍定数と一義的な関係にあることがわかる。

従来の研究結果によると, スペクトル定数については¹⁰⁾ $S_i \approx 0.48$, Euler-Lagrange 変換定数については¹¹⁾ $\alpha \approx 0.4$ という値が得られている。

3. 乱れ特性量に関する普遍関数表示

Reynolds 数が大きい場合、幾何的形狀の相似な場における流れの相似性は境界面の特性に支配されるという事は Reynolds 数相似則としてよく知られている¹²⁾。Engelund¹³⁾はこの相似則を開水路流れの乱れ特性に適用し Euler 的平均スケールの水深方向の分布に関する普遍関数表示を行なっているが、以下においては、同様の手法をエネルギー逸散率に適用しその普遍関数表示を得るとともに、前章に表わされた乱れの強さ、平均スケールおよびエネルギー逸散率間の関係式を用いて乱れの強さに関する普遍関数表示を明らかにする。

定常等流状態の2次元開水路流れに Reynolds 数相似則を適用する場合、乱れ特性量に関する相似性を支配する要素としては水路の幾何的形狀を代表する水深 H ならびに境界面の特性を代表する摩擦速度 U_f があげられる。開水路流れにおける平均流速分布およびせん断応力分布がこれらの2量によって普遍関数表示化されることより、これら2量の支配要素としての妥当性が確かめられる。

Engelund¹³⁾はこれらの量を用い次のようにして Euler 的平均時間スケール T_E に関する普遍関数表示を得ている。すなわち、 H および U_f より決定される時間の次元をもつ量は H/U_f であるから、相似性の条件より T_E と H/U_f との比は相対水深 z/H のみの関数となるとし、凍結乱流の仮定を用いて平均スケール L の普遍関数表示として次式を提案した。

$$\frac{T_E}{H/U_f} = \frac{L}{H(U/U_f)} = \phi_L\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(29)$$

一方、エネルギー逸散率については乱れのエネルギー式より次のようにしてその普遍関数表示が得られる¹⁴⁾。すなわち、Laufer¹⁵⁾による乱れエネルギーの平衡状態に関する実験結果より明らかのように、路床面近傍を除いて乱れのエネルギー式は次のように近似される¹⁵⁾。

$$[\text{production}] \approx [\text{diffusion}] + [\text{dissipation}] \dots\dots\dots(30)$$

2次元開水路流れの場合、Reynolds 応力は自由表面での0から路床面に近づくにしたがって直線的に増加し、平均流速分布は対数則で表わされると仮定すると、式(30)における生成項は次のようになる。

$$[\text{production}] = -uw \frac{\partial U}{\partial z} = U_f^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{U_f}{\kappa z} \dots\dots\dots(31)$$

ここに、 u および w は流れ方向および鉛直方向の乱れ速度、 κ は Kármán 定数である。式(31)より明らかのように、乱れエネルギーの生成量と U_f^3/H との比は z/H のみの関数となる。これより類推して、エネルギー

逸散率と U_f^3/H との比も z/H のみの関数となるとすると、エネルギー逸散率 ϵ に関する普遍関数表示として次式が得られる。

$$\frac{\epsilon}{U_f^3/H} = \phi_\epsilon\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(32)$$

一方、乱れの強さ u' と L および ϵ の間には、2. において述べたように、

$$\epsilon \sim u'^3/L \dots\dots\dots(33)$$

の関係が成立するから、式(29)および(32)を式(33)に用いることにより、 u' についての普遍関数表示として次式が得られる。

$$\frac{u'}{U_f(U/U_f)^{1/3}} = \phi_u\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(34)$$

なお、平均スケールに関する普遍関数表示として式(29)の代りに、Velikanov¹⁶⁾による H, T_E および U の3量より形成される Strouhal 数一定という仮定、すなわち、

$$S_h = \frac{H}{UT_E} = \frac{H}{L} = \text{const.} \dots\dots\dots(35)$$

より類推される普遍関数表示、すなわち、

$$\frac{L}{H} = \phi_L'\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(36)$$

を採用すると、 u' に関する普遍関数表示は式(32);(33)および(36)より次のようになる。

$$\frac{u'}{U_f} = \phi_{u'}\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(37)$$

式(37)は大気乱流における鉛直方向の乱れ速度に関する Monin-Obukhov の相似則¹⁷⁾に一致しており、一般に広く用いられているが、以上の2種の普遍関数表示間の優位性の決定については、その差異が顕著に表われるように U/U_f を大きく変化させた実験的検討が必要である。

ここでは一応前者の普遍関数表示、すなわち、式(29)、(32)および(34)を採用することにし、その具体的な関数形について考察することにする。

まず、平均スケールについては次のようにしてその普遍関数形が決定される。すなわち、平均スケールは主として大スケールの乱れ特性によって決定されるが、2次元開水路流れにおける大スケールの乱れ特性を決定する要素として路床面近傍からの間欠的上昇流の存在を考慮すると、平均時間スケールは間欠的上昇流の発生周期によって決定されることになる。また、任意の高さにおける上昇流の通過周期は高さに関係しないから、間欠的上昇流の発生周期は H/U_f のみによって決定されるとすると凍結乱流の仮定を用いて次のように表わしうる。

$$\phi_L\left(\frac{z}{H}\right) = \frac{L}{H(U/U_f)} \sim \text{const.} \dots\dots\dots(38)$$

エネルギー逸散率については、式(31)の生成率によ

る近似は Laufer¹⁹⁾ の実験結果より明らかなように、自由表面近傍においては過小となるため、次のような普遍関数形を仮定する。

$$\phi_\epsilon \left(\frac{z}{H} \right) = \frac{\epsilon}{U_f^3/H} \sim \left(\frac{z}{H} \right)^{-1} \dots\dots\dots(39)$$

式 (38) および (39) を式 (33) に用いると、乱れの強さに関する普遍関数形として次式が得られる。

$$\phi_u \left(\frac{z}{H} \right) = \frac{u'}{U_f(U/U_f)^{1/3}} \sim \left(\frac{z}{H} \right)^{-1/3} \dots(40)$$

以上の普遍関数形の誘導過程にはまだかなりのあいまいさが残されており、その妥当性の検討には実験的検討が不可欠である。

4. 開水路流れの乱れ特性に関する実験的検討

乱流現象の解明における乱れ計測の重要性についてはいまさら指摘するまでもないが、水流の乱れ計測については気流の場合に比しさらに多くの技術的困難性が付随し、従来より種々の計測法が提案・実施されているにもかかわらず、まだ多くの問題点が残されており水流の乱れ計測法は確立されたとはいえない状態にある。

乱れ計測による乱れ特性の解明においては、計測法そのものの問題もさることながら、解析上の問題点すなわち計測スケールの効果ならびに乱れの多重構造性に対する考慮が肝要となる。ここに、計測スケールの効果とは乱れ計測における瞬間値評価時間および平均値評価時間によって乱れ特性量の計測結果は変化することを意味し、乱れの多重構造性とは、実際の乱れ構造が単一スケールによって規程されるとは限らず、水深、水路幅、路床面の凹凸、湾曲部といった種々の幾何的スケールが乱れ構造を決定する要素となり、これらのスケールに支配される乱れ構造の重合したものとなっていることを意味している。

このような解析上の問題点については別の機会に論ずることとし、以下においては、乱れ計測器として室内計測についてはデンマーク国 DISA 社製 ホットフィルム流速計を、野外計測については東邦電探製回転式流速計 (CM-1B 型電気式流速計) を用いた乱れ計測結果に基づいて開水路流れの乱れ特性について検討することにする。

本実験における水理条件、ならびに本研究に参照され

Table 1 Hydraulic conditions of Eulerian turbulence measurements.

Case	Depth H (cm)	B/H	U _m (m/sec)	U _f (cm/sec)	R _e	F _r
SM-1	8.00	6.3	69.0	4.00	4.34 × 10 ⁴	0.779
SM-2	5.02	10.0	43.0	2.30	1.70 × 10 ⁴	0.613
SM-3	3.24	15.4	34.4	2.55	8.82 × 10 ³	0.610
SM-4	2.38	21.0	21.9	1.13	4.10 × 10 ³	0.453
SS-1	6.78	7.4	141.8	8.11	7.59 × 10 ⁴	1.74
SS-2	5.00	10.0	140.5	7.72	5.20 × 10 ⁴	1.86
SS-3	2.58	19.4	103.4	5.00	2.12 × 10 ⁴	2.06
SS-4	2.44	20.5	100.8	4.80	1.95 × 10 ⁴	2.06
RM-1	3.10	16.1	54.5	3.81	1.20 × 10 ⁴	0.989
RS-1	2.09	23.9	47.9	3.13	7.11 × 10 ³	1.06
I-1	158	11.4	109.7	5.77	1.52 × 10 ⁶	0.279
I-2	92	19.6	137.6	7.65	1.10 × 10 ⁶	0.458
I-3	49	36.7	81.4	3.94	6.50 × 10 ⁵	0.371

$$R_e = U_m H / \nu, F_r = U_m / \sqrt{gH}$$

Table 2 Hydraulic conditions of turbulence measurements referenced in this paper

Author	Case	Depth H (cm)	B/H	U _m (cm/sec)	U _f (cm/sec)	R _e	F _r
Ippen and Raichlen ¹⁸⁾ (1957)	IR-1	3.23	37.7	180	8.05	5.20 × 10 ⁴	3.20
	IR-2	2.77	44.0	220	9.77	5.43 × 10 ⁴	4.22
Jonsson ¹⁹⁾ (1965)	J-1	15.6	7.7	72	6.70	1.12 × 10 ⁵	0.582
	J-2	15.7	7.6	54	7.42	8.50 × 10 ⁴	0.435
Raichlen ²⁰⁾ (1967)	R-1	10.88	2.5	25.6	1.11	6.62 × 10 ⁴	0.248
	R-2	9.81	2.7	37.8	1.29	9.11 × 10 ⁴	0.385
McQuivey and Richardson ²¹⁾ (1969)	MR-1	3.32	6.0	30.7	2.63	1.19 × 10 ⁴	0.538
	MR-2	3.14	6.4	19.8	1.01	6.80 × 10 ³	0.355
Engelund ¹³⁾ (1969)	E-1	5.45	40.4	30.0	3.6	1.64 × 10 ⁴	0.410
	E-2	17.3	12.7	30.6	1.6	5.29 × 10 ⁴	0.235

た Ippen および Raichlen¹⁸⁾, Jonsson¹⁹⁾, Raichlen²⁰⁾, McQuivey および Richardson²¹⁾, および Engelund¹³⁾ の実験における水理条件は Table 1 および Table 2 に示される通りである。Table 1 において Case I は木曾川濃尾用水における野外計測を示す。

(1) 確率分布特性

乱れ速度の確率分布特性は乱れに関する種々の統計的特性のなかでももっとも基本的なものであるが、従来の乱れ特性の研究においては相関関数あるいはスペクトルに重点が置かれ、確率分布に関する研究は比較的少なく Gauss 分布との類似性が指摘されているのみであり詳細に検討されていないようである。

確率分布の特性は乗積モーメントによって規定されるが、乗積モーメントのなかでもっとも基本的な2次モーメント (分散) については乱れの強さの項において取り扱うこととして、ここでは3次モーメント (ひずみ度) および4次モーメント (とがり度) の特性について検討する。

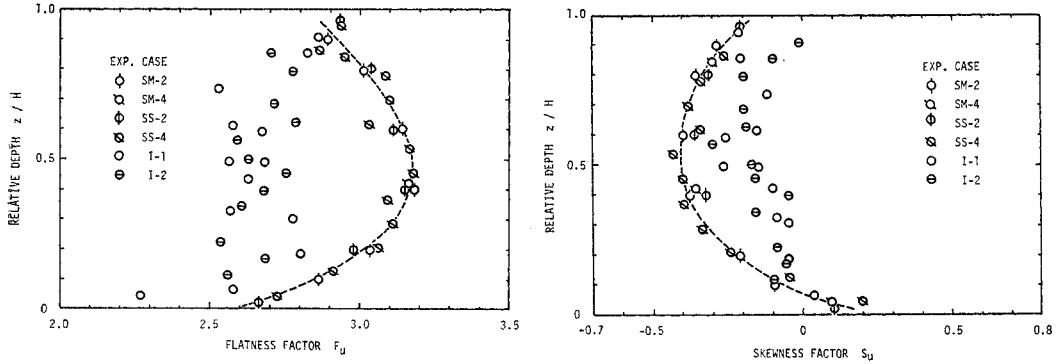


Fig. 1 Distributions of skewness and flatness factors of longitudinal turbulent velocity.

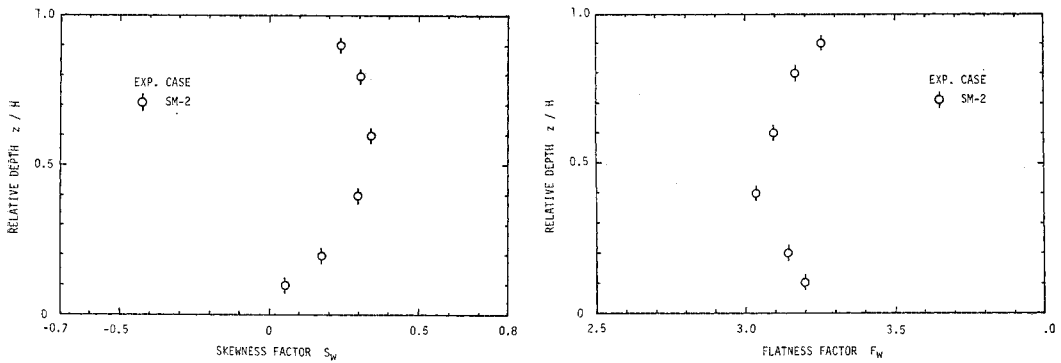


Fig. 2 Distributions of skewness and flatness factors of vertical turbulent velocity.

乗積モーメントの計測においてはモーメントの次数が高くなるにしたがって計測スケールの効果は顕著となり計測誤差が大きくなるため、本研究においては、瞬間値評価時間の大きい場合の高周波数成分における円滑化を避け、瞬間値評価の小さなホットフィルム流速計による計測結果に重点を置くことにする。

Fig. 1 および Fig. 2 は流れ方向 および鉛直方向の乱れ速度に関するひずみ度およびとがり度の計測結果を示したものであるが、これらの計算に用いられたデータのサンプリング周波数 $f_s=200$ Hz、データ数 $N=5000$ 個である。これらの図より次のことがわかる。すなわち、流れ方向の乱れ速度のひずみ度については、相対水深 z/H が小さな路床面近傍では正であるが、 z/H が増加するにしたがって急激に減少し、水深中央部付近において負の極小値となったのち、自由表面に近づくにしたがって徐々に増加し Gauss 分布の場合に相当する 0 に近づいていき、またとがり度については、路床面近傍で小さく水深中央部付近で極大となったのち自由表面に近づくにしたがって減少する傾向が見られる。一方、鉛直方向の乱れ速度については流れ方向の場合とは逆に、水深中央部付近でひずみ度は正の極大を示し、とがり度は極小となることを示している。流れ方向の乱れ速度に関するひずみ度については Rudis および Smutek²²⁾ も小

型回転式流速計による実河川での実測結果よりほとんど同じ結果を得ている。

以上の結果より、路床面近傍においては継続時間は短い絶対値の大きな $u > 0$ および $w < 0$ の乱れが存在し、水深中央部付近においては逆に $v < 0$ および $w > 0$ の乱れの存在が推測される。また、Theodorsen²³⁾ あるいは余越²⁴⁾ による馬蹄形渦管モデルによって検討すると、路床面近傍においては渦管の下流側における上層部の流体の巻き込みが支配的であるのに対し、路床面より離れるにしたがって湾曲しはじめる渦管の内側における吹上げが支配的になるものと考えられる。

(2) 相関およびスペクトル特性

相関係数は、Taylor によりその概念が乱流理論に導入されて以来、乱流現象を解明するための基本的手法として広く用いられてきているが、計測スケールの効果および乱れの多重構造性を考慮すると乱れ特性の解明に必ずしも適しているとはいえず、最近の乱流の取り扱いにおいては構造関数あるいはスペクトルに重点が置かれるようになってきている。

Fig. 3 は室内実験水路におけるホットフィルム流速計による流れ方向の乱れ速度に関する自己相関係数の計測結果の一例を示したものであって、サンプリング周波

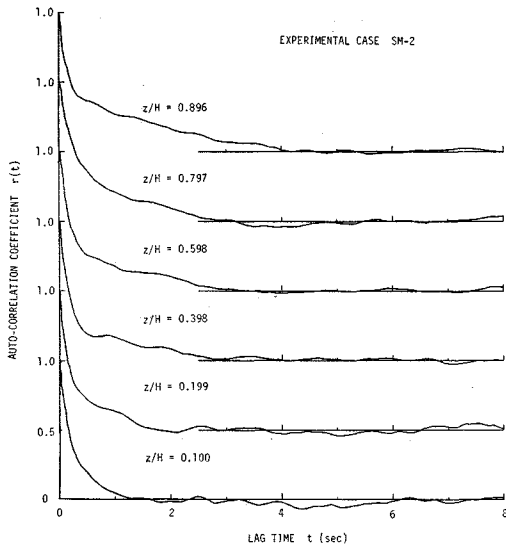


Fig. 3 Auto-correlation coefficients of longitudinal turbulent velocity at several relative depth in experimental flume, with hot-film flowmeter.

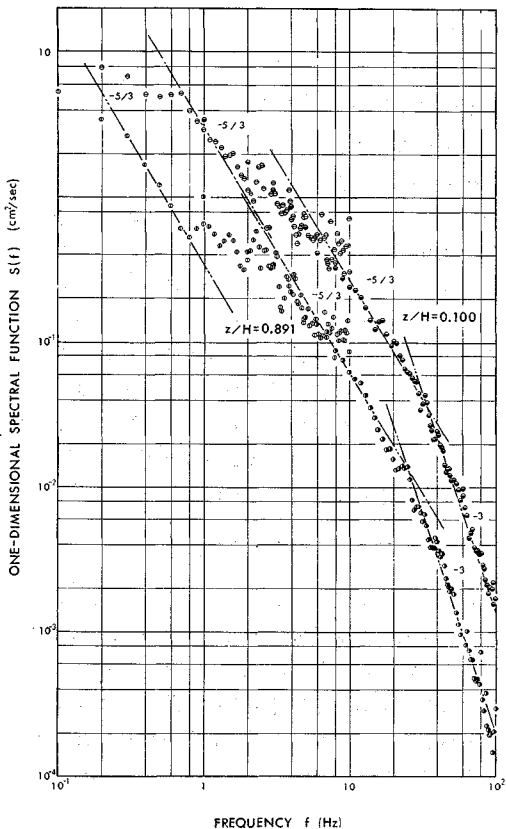


Fig. 4 Examples of one-dimensional spectrum of longitudinal turbulent velocity with hot-film flowmeter (Case SM-2)

数 $f_s=200$ Hz, データ数 $N=1000$ 個, 最大ずらし数 $M=100$ 個, 繰り返し数は 10 回である。この図より明らかなように, ずらし時間 t が小さい場合の相関係数の特性は路床面近傍から自由表面近傍まで顕著な差異は認められず, t の増加に伴って相関係数は急激に減少しているが, t が大きくなると, 特に自由表面近傍において, 相関係数の減少の度合いは緩やかとなる。これは開水路流れの乱れの多重構造性を示すものであって, 路床面近傍においてはすでに述べた間欠的乱れ速度の存在の効果が著しく相関係数における多重構造性の効果は小さいが, 自由表面近傍においてはこの効果が顕著に現われてくるものと考えられる。

Fig. 4 は同じくホットフィルム流速計によるスペクトルの計測結果の一例を示したものであるが, 計算の便宜上サンプリング周波数 f_s については $f_s=200$ Hz および $f_s=20$ Hz の 2 段階に分けて計算されており, それぞれ, データ数 $N=1000$ 個, 最大ずらし数 $M=100$ 個, 繰り返し数は前者については 10 回, 後者については 2 回とされている。図において半黒で示されたものは $f_s=200$ Hz の場合を表わす。この図に見られるように, 慣性領域のスペクトル特性を表わす $-5/3$ 乗則の成立領域が, 路床面近傍 ($z/H=0.100$) および自由表面近傍 ($z/H=0.891$) のいずれの場合についても, 2 種類存在することが明瞭に認められ, 乱れの 2 重構造性を示しているものと考えられる。なお, 2 種類の慣性領域のうち, 低周波数側については水路幅が, 高周波数側については水深が支配スケールとして対応するものと考えられる。

また, 高周波数側の慣性領域よりさらに高周波数の領域のスペクトルについては -3 乗則の成立が認められ粘性領域に対応するものと考えられる。慣性領域のスペクトル定数として $S_e=0.48$ を使い, 高周波数側の慣性領域に $-5/3$ 乗則を適用することにより算定されたエネルギー逸散率を式 (4) に用いて, 粘性領域のスペクトル定数 S_v を求めると次のようになる。

$$S_v=0.023 \dots\dots\dots(41)$$

粘性領域のスペクトル特性については従来ほとんど取り扱われていないため, 式 (41) の妥当性について比較検討することができず, 今後さらに詳細な検討が加えられねばならない。

Fig. 5 は自由表面上を浮流するパラフィン製固体粒子 (値径 10 mm) のストロボ撮影による運動軌跡の計測より得られた Lagrange 的スペクトルを示したものであって, 各ケースの水理条件は次のとおりである。

- L-1 : $H=9.52$ cm, $B=25$ cm, $U_f=3.99$ cm/sec,
- $Re=5.49 \times 10^4$, $Fr=0.692$
- L-4 : $H=4.00$ cm, $B=25$ cm, $U_f=1.68$ cm/sec,

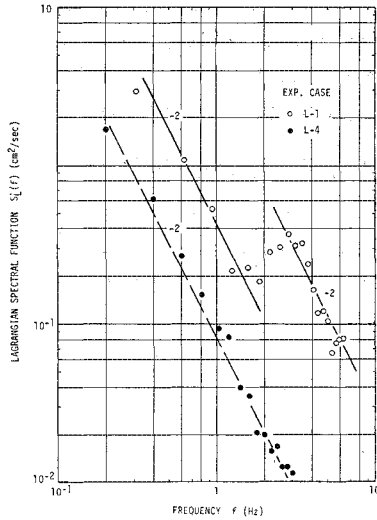


Fig. 5 Lagrangian spectral function of longitudinal turbulent velocity on free surface.

$$R_e = 8.41 \times 10^4, F_r = 0.458$$

計測装置の関係上粒子の追跡区間が約 6 m という短かさであるため、解析されたスペクトルの周波数領域はかなり狭いが、式 (19) に示された Lagrange 的スペクトルの慣性領域における -2 乗則の成立は明確に認

められる。なお、L-1 のケースについては、 $f=2$ Hz 付近でかなり大きなスペクトルギャップが認められるが、表面波などの存在による自由表面の不安定性が原因と考えられる。

(3) 乱れ特性量の鉛直分布特性

2次元開水路流れの乱れ構造を支配するスケールとしては水深が対応する。したがって、実際の多重構造性の乱れから水深に支配される乱れ特性を抽出する必要があるが、このような抽出が可能とされるには各種の支配スケールの大きさに顕著な差異の存在することが基本条件となる。すなわち、水路幅水深比が1より十分大きいことが必要とされる。

本研究においては、2. に述べられたスペクトルの相似則を適用し、次のようにして乱れ特性量を算定した。すなわち、乱れ計測により得られたスペクトルに、支配スケールとして水深が対応するとみなされる慣性領域に $-5/3$ 乗則を適用することによりエネルギー逸散率を算定するとともに、生成領域から慣性領域への遷移領域のスペクトル特性より乱れの強さおよび平均スケールを算定することにした。水路幅水深比が十分大きく、かつ計測スケールが適切に選定されている場合、従来の算定法¹⁸⁾と本研究の算定法とはそれほど大きな差はない。

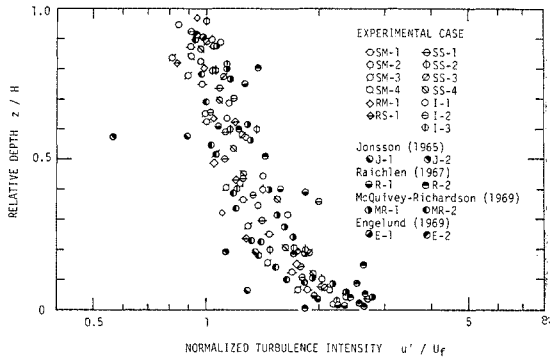
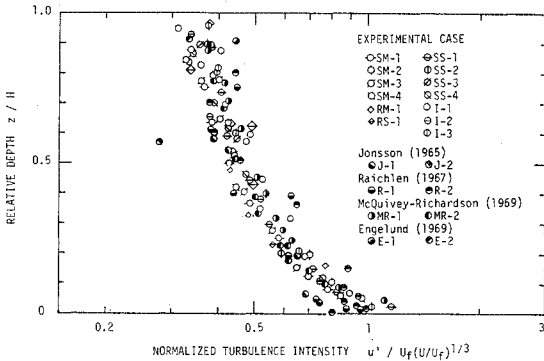


Fig. 6 Eulerian turbulence intensity in form of universal function

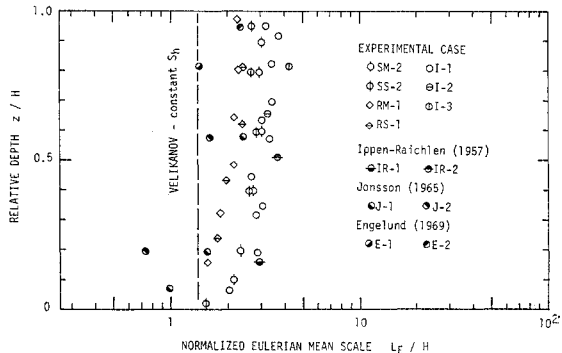
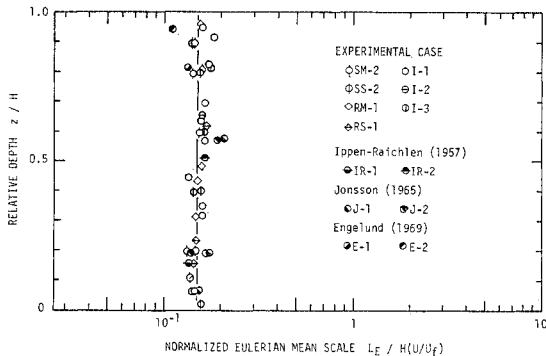


Fig. 7 Eulerian mean scale in form of universal function.

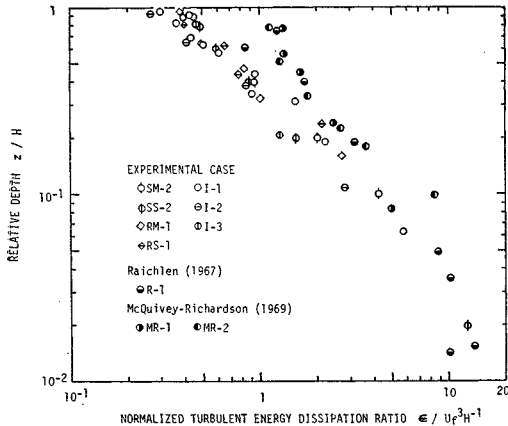


Fig. 8 Turbulent energy dissipation ratio in form of universal function.

Fig. 6, Fig. 7 および Fig. 8 は、それぞれ、乱れの強さ、平均スケールおよびエネルギー逸散率の計測結果を 3. の普遍関数表示にしたがって無次元化して示したものであるが、Fig. 6 および Fig. 7 に示された乱れの強さおよび平均スケールに関する 2 種の普遍関数表示の比較より式 (34) および (29) の表示が式 (37) および (36) の表示より優れているものと推定される。Fig. 7 および Fig. 8 より式 (38) および (39) に示された平均スケールおよびエネルギー逸散率に関する普遍関数形の妥当性が確かめられ、次のように近似されることがわかる。

$$\phi_L \left(\frac{z}{H} \right) = \frac{L}{H(U/U_f)} \approx 0.15 \dots\dots\dots(42)$$

$$\phi_\epsilon \left(\frac{z}{H} \right) = \frac{\epsilon}{U_f^3/H} \approx 0.35 \left(\frac{z}{H} \right)^{-1} \dots\dots\dots(43)$$

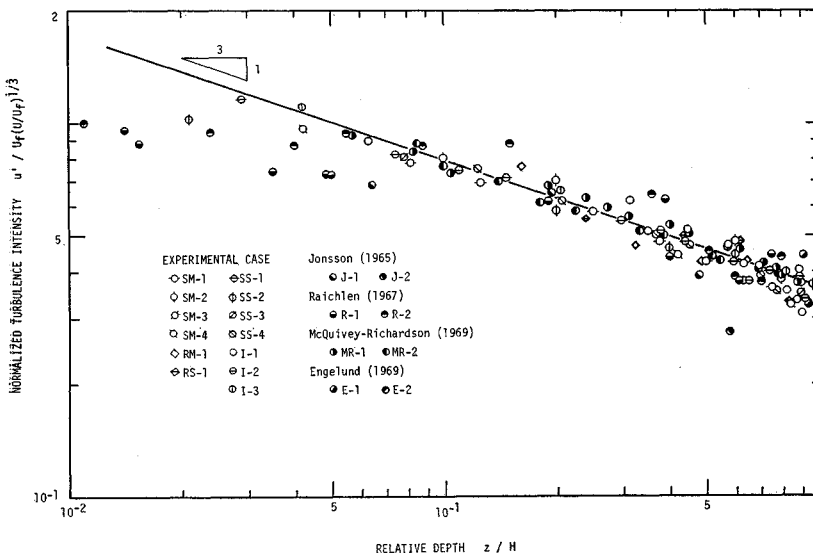


Fig. 9 Relationship between Eulerian turbulence intensity and relative depth.

また、式 (40) の妥当性を検討するため、Fig. 6 に示された乱れの強さと相対水深との関係を両対数紙上に示し直したのが Fig. 9 であるが、この図より、乱れの強さに関する普遍関数形として次式が得られる。

$$\phi_{u'} \left(\frac{z}{H} \right) = \frac{u'}{U_f(U/U_f)^{1/3}} \approx 0.36 \left(\frac{z}{H} \right)^{-1/3} \dots\dots\dots(44)$$

以上の普遍関数形における定数については計測結果の信頼性より確定的とはいえず、さらに詳細な検討が必要であろう。

5. 結 論

本研究は単一構造的な乱れ特性に Kolmogoroff の相似則を適用し、スペクトルにおける生成領域の存在を考慮して乱れ特性量間の関係式を導くとともに、2次元開水路流れの乱れ特性に Reynolds 数相似則を適用して乱れ特性量すなわち乱れの強さ、平均スケールおよびエネルギー逸散率に関する普遍関数表示を行なったものである。

本研究の成果を要約すると次のようである。

(1) 流れ方向および鉛直方向の乱れ速度に関するひずみ度は、前者が路床面近傍において正となり、路床面から離れるにしたがって急激に減少し水深中央部において負の極小値となったのち、自由表面に近づくにしたがって徐々に増加する傾向を示すのに対し、後者は前者とは対比的に路床面近傍では負となるとともに水深中央部で正の極大値を示す。このようなひずみ度の特性は路床面近傍において発生される間欠的乱れ速度の存在によって説明される。

(2) 開水路流れの乱れ構造は少なくとも水深および水路幅の 2 種のスケールによって支配される 2 重構造的と見なされる必要があり、乱れ特性量の解析においては計測スケールの効果とともに乱れの多重構造的に対する考慮が必要である。

(3) 慣性領域の Euler 的スペクトル特性としての $-5/3$ 乗則ならびに Lagrange 的スペクトルの -2 乗則の成立性が確認されるとともに、粘性領域の Euler 的スペクトルに対する -3 乗則の適用性が認められた。

(4) Reynolds 数相似則の適用による乱れ特性量の普遍関数表示について実験的に検討された結果, 次の関数形が得られた。すなわち,

$$\text{乱れの強さ} : \frac{u'}{U_f(U|U_f)^{1/3}} \approx 0.36 \left(\frac{z}{H} \right)^{-1/3}$$

$$\text{平均スケール} : \frac{L}{H(U|U_f)} \approx 0.15$$

$$\text{エネルギー逸散率} : \frac{\epsilon}{U_f^3 H} \approx 0.35 \left(\frac{z}{H} \right)^{-1}$$

ただし, これらの関数形の定数の大きさについてはさらに検討の余地がある。

水流の乱流現象の研究において最大の障壁であった乱れ計測技術については, ホットフィルム流速計による乱れ計測法の確立により, いままさに過去の障壁となりつつある。特に2成分および3成分用ホットフィルム流速計の完成はさらに高度な計測をも可能とし, 今後に期待されるのはきわめて大きく, 本研究でなされた定量的評価の再検討される日もそれほど遠い将来ではあるまい。

本研究においては2次元開水路流れの乱れ特性を明らかにするため, 支配スケールとして水深のみを取り上げたが, 実際の乱流現象を支配する水路幅, 路床面の凹凸, 湾曲部の効果などについては今後研究を進めていく予定である。また, Euler 的多点同時計測による乱れの空間構造の特性については近く発表する予定である。

最後に, 本研究の遂行にあたり多くの有益なご指導・ご鞭撻をいただいた京都大学工学部石原藤次郎教授ならびに岩佐義朗教授に深甚なる謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Taylor, G.I. : Statistical theory of turbulence, Parts I-IV, Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 151, pp. 421~478, 1935.
- 2) Kolmogoroff, A.N. : Dissipation of energy in locally isotropic turbulence, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U.R.S.S., Vol. 32, pp. 16~18, 1941.
- 3) Monin, A.S. and A.M. Yaglom : Statistical Hydro-mechanics, Nauka Press, Moscow, 1967.
- 4) 井上栄一 : 乱れの最小乱子について, 東大理工研報告, 4 pp. 194~200, 1950.
- 5) Heisenberg, W. : On the theory of statistical and isotropic turbulence, Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 195, 1948.
- 6) 井上栄一 : 地表風の構造, 農業技術研究所報告, A-2,

- 1952.
- 7) Taylor, G.I. : The spectrum of turbulence, Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 164, pp. 476~490, 1938.
- 8) 余越正一郎 : 乱れの Lagrange 的特性について, 農業土木学会講演会講演集, 1969.
- 9) Hay, J.S. and F. Pasquill : Diffusion from a fixed source at a height of a few hundred feet in the atmosphere, Jour. of Fluid Mech., Vol. 2, Part 3, pp. 229~310, 1957.
- 10) Lumley, J.L. and H.A. Panofsky : The Structure of Atmospheric Turbulence, Interscience Publishers, New York, 1964.
- 11) Wandel, C.F. and O. Kofoid-Hansen : On the Eulerian-Lagrangian transform in the statistical theory of turbulence, Jour. Geophys. Res., Vol. 67, 1962.
- 12) Townsend, A.A. : The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1956.
- 13) Engelund, F. : Dispersion of floating particles in uniform channel flow, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. HY 4, pp. 1149~1162, 1969.
- 14) 今本博健 : 開水路流れにおける乱れの相似性について, 土木学会関西支部講演会講演集, II-34, 1970.
- 15) Laufer, J. : Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel, NACA Rep. 1053, 1951, The structure of turbulence in fully developed pipeflow, NACA Rep. 1174, 1954.
- 16) Velikanov, M.A. : Large-scale turbulence and structure of the river-bed process, Izv. Akad. Nauk, SSSR (Geo. Ser.), Vol. 1, 1957.
- 17) Monin, A.S. and A.M. Obukhov : Basic regularity in turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere, Trudy Geophys. Inst. ANSSSR, Vol. 24, 1954.
- 18) Ippen, A.T. and F. Raichlen : Turbulence in civil engineering : Measurements in free surface streams, Proc. ASCE, Vol. 83, No. HY 5, pp. 1392-1~27, 1957.
- 19) Jonsson, I.G. : On turbulence in open channel flow, Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 31, 1965.
- 20) Raichlen, F. : Some turbulence measurements in water, Proc. ASCE, No. EM 2, pp. 73~97, 1967.
- 21) McQuivey, R.S. and E.V. Richardson : Some turbulence measurements in open channel flow, Proc. ASCE, Vol. 95, No. HY 1, pp. 209~223, 1969.
- 22) Rudiš, M. and R. Smutek : Relation between turbulence characteristics and the hydraulic parameters of the shear flow, Acta Technica, ČSAV, Vol. 11, No. 2, pp. 310~339, 1966.
- 23) Theodorsen, Th. : The structure of turbulence, 50 Jahre Grenzschicht forschung, ed. H. Görtler and W. Tollmien, Friedr. Vieweg & Sons, 1955.
- 24) 石原安雄・余越正一郎 : 河川の乱流構造に関する一考察, 京大防災研年報, 第13号B, pp. 323~331, 1970.

(1971.7.27・受付)