

## 鉛直上向き噴流の水理特性に関する実験的研究

EXPERIMENTAL STUDY ON HYDRAULIC CHARACTERISTICS  
OF VERTICALLY UPWARD JET

村 岡 浩 爾\*

By Kohji Muraoka

## 1. 緒 言

非圧縮性流体の乱流自由噴流は、1926 年 Tollmien が Prandtl の混合距離概念を導入してその機構を理論的に明らかにして以来、幾多の研究者がその詳細について調べあげ、その成果は工学的な応用面において有意義に活用されている。このような背景で著者が再び噴流の流体力学的実態の実験を行なったのは、従来の研究の対象となった噴流の場が半無限流体域に広がる自由乱流であるような理想的な状態であって、障害物などの境界が影響をおよぼす噴流については基礎的な研究が少ない点に着目したからである。最近の水工学における諸現象を取り扱った例の中にも、このような境界の存在によって stagnation 効果を受ける自由噴流を問題にする場合がしばしばあるが、実際には境界のあり方によって種々の噴流形態が存在するため多くの場合 case study として問題解決に努められるようである。著者は、これらを一般的に考察することは困難であるにしても、少なくとも stagnation 効果を受ける噴流に共通する現象の実態解明を意図して、最も基本的な形態と考えられる自由水面に衝突する鉛直上向き噴流を取り上げた。この噴流場においてまず平均流速特性が無限領域におけるそれとどのような相違を示すか、ついで粒子拡散の挙動を調べて混合特性を明らかにすることを主題として詳細な実験を行ない、関連研究の成果と比較検討したものである。

## 2. 流速分布の特性

## (1) 実験装置と流況の概要

2次元噴流の実験水槽は図-1 に示すような a 型水槽である。別にこれよりやや小型の長さ、幅、深さがそれぞれ 2.83 m, 0.2 m, 0.6 m であるような b 型水槽も使用した。また補助的に実験した 3次元噴流は 1 m 四方の断面形と深さ 0.8 m をもつ水槽を使用した。噴出孔の構造は a 型および b 型水槽について図-2 の (a), (b) に示す。特に (b) は噴出角度が鉛直線と  $\pm 20^\circ$  の範囲で可変する構造となっている（本実験では可変させない）。排水部は a 型水槽では排水パイプの下流に水槽を設け、その堰調整によって流量と水位を制御する。b 型水槽では下流端のおさえ板によってその間げきから深さ方向にほぼ一様な流量を排水する方式を取り、いずれも水槽終端まで流下した水流を著しく乱さずに排水するよう留意している。

流速の測定は主として注射針によるピトー管を使用

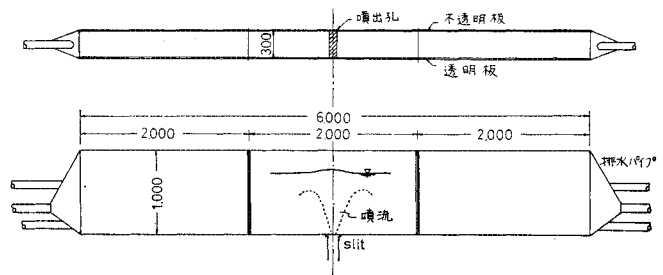


図-1 実験水槽 (2次元噴流)

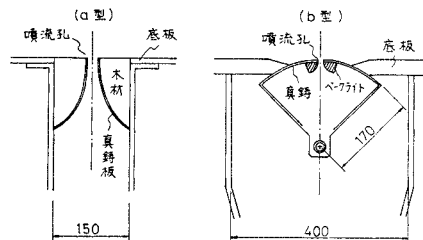


図-2 噴出孔の構造 (2次元噴流)

\* 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科

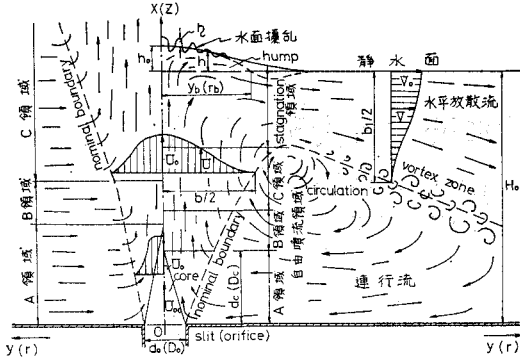


図-3 鉛直上向き噴流の流況

し、この流速測定範囲は 7~8 cm/sec 以上である。速度勾配が小さいと考えられる流れでは直径 15 mm のプロペラ式流速計も使い、この測定範囲は 3~4 cm/sec 以上である。これ以下の微流速については tracer の目視観測によった。2 次元水槽では側壁の影響を受けて幅方向に流速が一様でないが、このひずみは小さいので測点は幅の midpoint で代表させた。

上記の水槽で観測される鉛直上向き噴流の流況の概要を図-3 に示す。図中、鉛直軸の左側は比較のために無限領域の噴流の流況を示している。鉛直上向き噴流の特徴は、量的な検討は後述するとして、以下の通りである。  
 ㊸ 噴流幅の拡がりは無限領域噴流のそれに比べて一般に大きい。  
 ㊹ 水面下、水深の 3 割付近で水面の stagnation 効果を受け、流線は水平方向に曲げられる。  
 ㊺ 水面は擾乱を伴って盛り上がる。  
 ㊻ 水平放散流は水平方向の噴流のごとく流下する。  
 ㊼ 水平放散流の一部は噴流の連行流に加わり、図のような循環が生ずる。

なお、本文で使用する主な記号は図-3 に示したものを使用している。

(2) 噴流軸上の鉛直方向流速分布

予備的な実験として噴流軸上の流速を例にとり、噴流出口における Reynolds 数および Froude 数の変化に対する流速分布の相似性を 3 次元噴流で確かめたのが

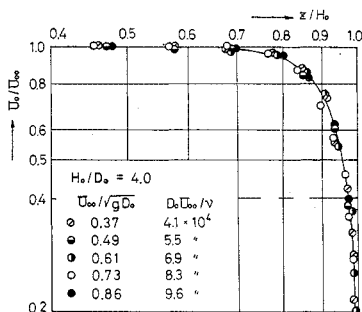


図-4 噴流軸上流速分布 (3 次元噴流)

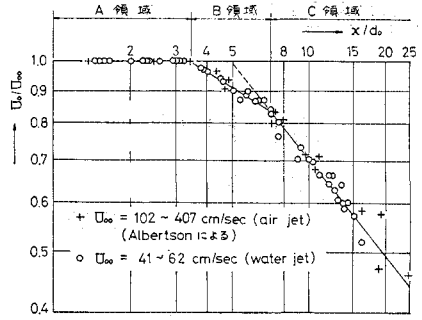


図-5 噴流軸上流速分布 (2 次元噴流)

図-4 である。これに限らず、2 次元噴流の種々の流速特性も多くの実験によって相似性が成り立つことを確かめている。図-5 は 2 次元噴流の軸上流速分布を Albertson<sup>1)</sup> の実験値と共に示したものである。Kuetze<sup>2)</sup> が指摘したように、A 領域 (乱れが発達する領域) と C 領域 (成熟した乱れの領域) との間には遷移領域として B 領域の存在することがわかる。各領域の流速分布は実験より次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \text{(A領域)} \quad & x/d_0 = 0 \sim 3.5, \quad U_0/U_{00} = 1 \\ \text{(B領域)} \quad & x/d_0 = 3.5 \sim 7.1, \quad U_0/U_{00} = 1.37 \sqrt{d_0/x} \\ \text{(C領域)} \quad & x/d_0 \geq 7.1, \quad U_0/U_{00} = 2.24 \sqrt{d_0/x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.1)$$

ここに、 $d_0$ : 出口 slit 幅,  $U_0$ : 軸上流速,  $U_{00}$ : 出口流速である。

B 領域を無視して A, C 領域からなる噴流を考えた Albertson の理論では、両領域の境界で流速が連続しない (軸方向流速  $U$  を接続させれば横断方向流速  $V$  が不連続となる)。したがって現象論的に B 領域が生ずるのは当然と考えられる。

水面に近い領域では流速分布は式 (2.1) で表わされない。流速値が同式から離脱する点を  $x_s$  (2 次元),  $z_s$  (3 次元) とし、水深  $H_0$  との比  $x_s/H_0$ ,  $z_s/H_0$  を相対水深  $H_0/d_0$  (2 次元),  $H_0/D_0$  (3 次元,  $D_0$ : orifice 径) について調べたのが図-6 である。一部土屋ら<sup>3)</sup> の実験値を併記している。これより  $H_0/d_0$  または  $H_0/D_0$  が約 15 を越える大きい水深では、水面の stagnation 効果

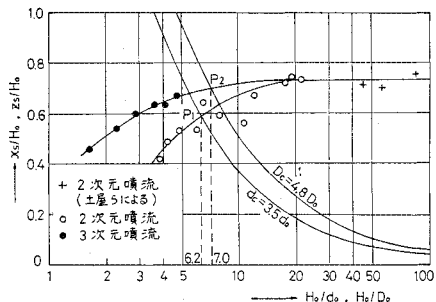


図-6 Stagnation 領域の始まる位置

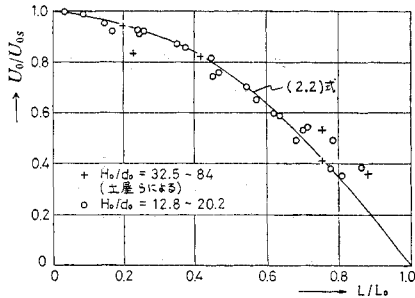


図-7 Stagnation 領域での噴流軸上流速分布 (2 次元噴流)

を受ける領域が水面下水深の3割であることがわかる。同図には、A 領域に存在する potential core の長さを  $d_c$  (2次元)、 $D_c$  (3次元) として、その位置を示す曲線を併記しているが、これらの交点  $P_1, P_2$  の示す水深より小さな水深における噴流では core の長さが無限領域噴流のそれより短縮された形で存在することを示している。

水深が大きい場合、stagnation 効果を受ける領域 (以後これを stagnation 領域、そしてそれ以下の領域を自由噴流領域という) での軸上流速を示したのが図-7である。ここに  $U_{0s}$  は  $x_s$  における  $U_0$  の値である。これを式で表わすと、 $L=x-x_s, L_0=H_0+h_0-x_s, h_0$ : 静水面からの最大水面上昇量、として

$$U_0/U_{0s} = 1 - (L/L_0)^2 \dots\dots\dots (2.2)$$

が実験値とよく一致する。

(3) 噴流横断面上の鉛直方向流速分布

自由噴流領域での噴流横断面上の流速分布は図-8に示す通り Tollmien<sup>4)</sup> の理論値がよく合う。ここに  $Y$  は流速  $U$  が  $U_0$  の半分となる  $y$  の値である。stagnation 領域に入ってしまうにはまだ理論曲線上にのるが、これは水面に近づくにつれて扁平となり水平流が卓越する。流速  $U$  が  $U_0$  の2割となる位置  $y_b$  を結んだ線を見かけの噴流拡散幅の境界 (nominal boundary) と考え、この分布は図-9 のように直線的のびを示すが、この傾き  $\eta_b = x/y_b$  は明らかに水深の大きさによってその

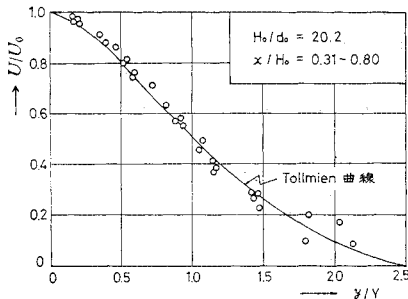


図-8 噴流横断面上の流速分布 (2 次元噴流)

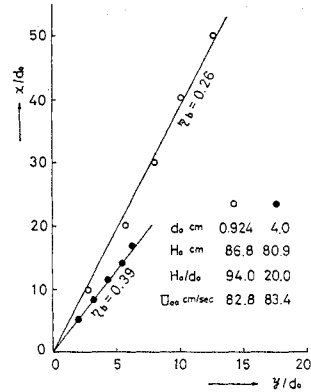


図-9 噴流拡散幅の変化 (2 次元噴流)

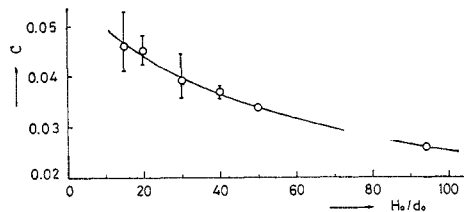


図-10 Tollmien 理論における混合距離係数 C の変化 (2 次元噴流)

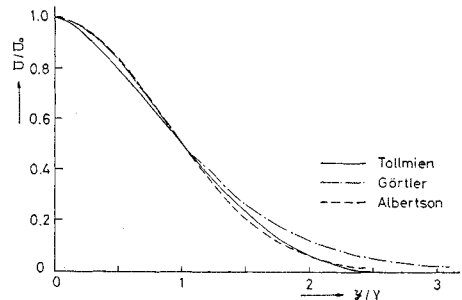


図-11 各理論の流速分布の比較 (2 次元噴流)

値が異なることがわかる。Tollmien の理論では  $c$  を混合距離係数として  $\eta_b = 2.412 \sqrt{2c^2}$  で表わされ、この  $c$  を種々の水深について実験的に求めた結果を図-10に示す。Förthmann<sup>5)</sup> の実験による無限領域の噴流では  $c=0.0165$  であるから、有限領域の噴流ではかなり大きな値をもつといえる。したがって  $l=cx$  で定義される混合距離  $l$  は同値の  $x$  に対して無限領域の噴流より鉛直上向き噴流の方が一般に大きく、このことは噴流の拡散幅ののびも大きいことを意味する。

なお、噴流の理論としては前記の Albertson, Tollmien のほかに Görtler<sup>6)</sup> の理論がよく知られているが、流速分布形は図-11に示すように実用的に同形と見なせよう。したがって拡散の程度を示す三者の理論中の係数の間には、nominal boundary を共通の拡散幅と見な

表一 噴流拡散幅に関する係数間の近似関係式

研究者名	2次元噴流	3次元噴流
Tollmien (係数 $c$ )	$b/2=2.50 Y$ $c=0.188 \eta_b^{3/2}$	$b/2=2.78 R$ $c=0.159 \eta_b^{3/2}$
Görtler (係数 $\sigma$ )	$b/2=3.10 Y$ $c=0.809 \sigma^{-3/2}$ $\sigma=0.870 c^{-2/3}$	$b/2=3.87 R$ $c=1.75 \sigma^{-3/2}$ $\sigma=1.45 c^{-2/3}$
Albertson (係数 $C$ )	$b/2=2.39 Y$ $c=0.452 C^{3/2}$ $C=1.70 c^{2/3}$	$b/2=2.39 R$ $c=0.382 C^{3/2}$ $C=1.21 c^{2/3}$

注  $b$  : 噴流拡散幅,  $Y$  または  $R$  : 流速が半減する距離  
 $\eta_b$  : 噴流幅の勾配 ( $=b/2x$  または  $b/2z$ )

して、表一のような関係にあると見なしてさしつかえないであろう。

(4) 放散流の水平流速の特性

stagnation 領域を経て流れは水平方向に放散する。この流況の一例を示したのが図一12である。図より、有限水深のために領域は限られるが、あたかも  $O_1$  点を仮定の噴流源として生ずる噴流のごとく放散するように見える。仮想噴流源の位置  $y_{01}$  (2次元) または  $r_{01}$  (3次元) は実験よりほぼ次式で表わすことができる。

$$y_{01} \text{ or } r_{01} = \pm 2 H_0 \eta_b \dots \dots \dots (2.3)$$

仮想噴流源を新たな座標原点として水平方向を  $y_1$ , 鉛直下方を  $x_1$  とすると、Tollmien の理論と同様に放散流が以下のように解析できる。

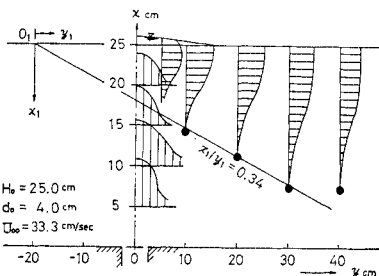
2次元放散噴流については、運動方程式および連続方程式は、ともに無限領域の噴流理論と同形であるから、水平方向の流速  $V$  の分布も同形となる。すなわち、

$$V = (\text{const}) \frac{1}{\sqrt{y_1}} \frac{dF}{d\zeta} \dots \dots \dots (2.4)$$

$$F = \zeta^* \exp\left(-\frac{0.8}{3} \zeta^{*3/2} + \frac{0.01}{3} \zeta^{*3} - \dots\right) \quad (2.5)$$

ここに、 $\zeta^* = \zeta / \sqrt{2c_1^2}$ ,  $\zeta = x_1/y_1$ ,  $c_1$  : 混合距離係数 (2次元) であり、実験から  $c_1$  の値は 0.037 程度である。

次に3次元放散噴流については、座標軸を水平方向に  $r_1$ , 鉛直方向に  $z_1$  と改め、放散流の連続方程式より Stokes の流れの関数  $\psi$  を用いて水平および鉛直方向流速  $V$  および  $U$  は



図一12 水平放散流の流況 (2次元噴流)

$$V = \frac{1}{r_1} \frac{\partial \psi}{\partial z_1}, \quad U = -\frac{1}{r_1} \frac{\partial \psi}{\partial r_1} \dots \dots \dots (2.6)$$

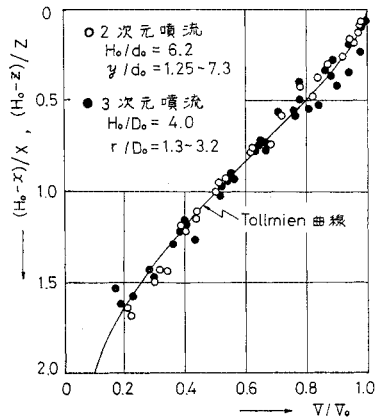
と表現できる。この式 (2.6) と運動量保存式より  $V, U$  は  $\zeta (=z_1/r_1)$  のみの関数  $F$  で表わされ、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} V &= (\text{const}) \frac{1}{r_1} \frac{dF}{d\zeta} \\ U &= (\text{const}) \left( -\frac{F}{r_1} + \zeta \frac{dF}{d\zeta} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.7)$$

一方、運動方程式は微小項を省略し、 $c'$  を3次元放散噴流の混合距離係数とすると

$$\begin{aligned} V \frac{\partial V}{\partial r_1} + U \frac{\partial V}{\partial z_1} &= -\frac{\partial}{\partial z_1} (\overline{uv}) \\ &= -\frac{\partial}{\partial z_1} \left\{ c_1' r_1^2 \left( \frac{\partial V}{\partial z_1} \right)^2 \right\} \end{aligned} \dots \dots \dots (2.8)$$

となる。式 (2.7) を (2.8) に代入し噴流の境界条件のもとで  $F$  について解くと、 $\zeta^* = \zeta / c_1'^{2/3}$  と変換すれば結果は式 (2.4) と同様になる。すなわち  $\zeta^*$  の定義が異なるのみで、流速分布は2次元、3次元ともに相似形となる。このことを実験的に確かめたのが図一13である。



図一13 水平放散流の流速分布

3. 水面形と水面擾乱

(1) 水面形状

壁面に衝突する水流によって動水圧が作用する原理を自由水面に適用すれば、鉛直上向き噴流においては水面が動水圧に等しい分だけ上昇すると考えられる。しかし実際には水面擾乱や表層流が起こす定常波などが生じてその機構は複雑である。まず、噴流軸線上の最大水面上昇量  $h_0$  について考える。測定値は水位計によって20秒以上観測した水位変化の平均である。水面上昇に関係する物理量は噴流孔における運動量またはエネルギーの flux,  $M_0$  または  $E_0$  と、水深  $H_0$  などがあげられ、次元解析の結果得られる無次元量で実験値を整理すれば

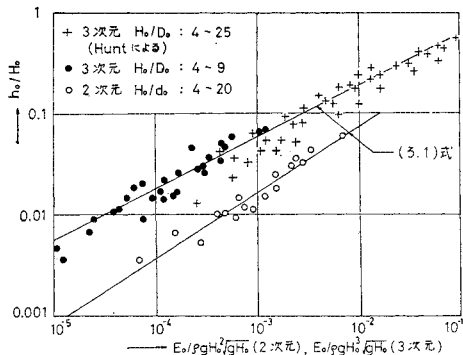


図-14 最大水面上昇量

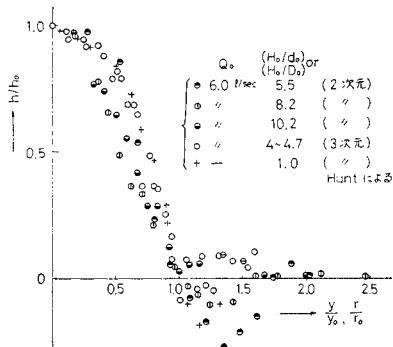


図-15 水面上昇の形状

図-14のごとくなる。同図には Hunt<sup>7)</sup>が行なった3次元噴流の結果も示す。これより次のような実験式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 (2 \text{ 次元}) \quad \frac{h_0}{H_0} &= 1.35 \left( \frac{E_0}{\rho g H_0^2 \sqrt{g H_0}} \right)^{0.65} \\
 &= \frac{1.35 d_0^{0.65} U_{00}^{1.95}}{g^{0.975} H_0^{1.625}} \\
 (3 \text{ 次元}) \quad \frac{h_0}{H_0} &= 1.85 \left( \frac{E_0}{\rho g H_0^2 \sqrt{g H_0}} \right)^{0.50} \\
 &= \frac{1.61 D_0 U_{00}^{3/2}}{g^{3/4} H_0^{7/4}}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1)$$

ここに  $E_0 = \rho d_0 U_{00}^2$  (2次元), または  $\rho(\pi D_0^2/4) U_{00}^3$  (3次元) とする。

水面の盛り上がり形状については 図-15 に実験値を示す。この形状はほぼ相似と見なせるが、humpの周辺で水面が静水面より低下することがある。これに関連し、Chandrasekhara<sup>8)</sup> は空気噴流を静水面に衝突させて生ずる水面低下形状を観察しているが、この形状を上下逆に見れば著者の実験による水面形と類似性のある点に着目し、水面形を近似的な手法で理論考察ができる。まず、Olmstead<sup>9)</sup>が Chandrasekharaの用いた空気噴流を完全流体の噴流と考えて写像計算を行なったところ、 $\lambda = (2\rho_0 U_{00}^2)/(\rho g d_0)$ 、(ここに  $\rho_0$  および  $\rho$ : 空気および

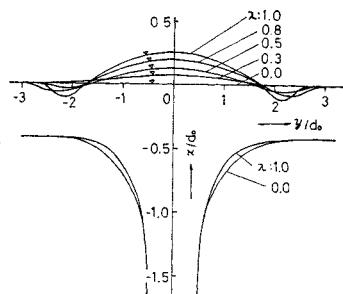


図-16 Olmstead 理論の応用による水面形状

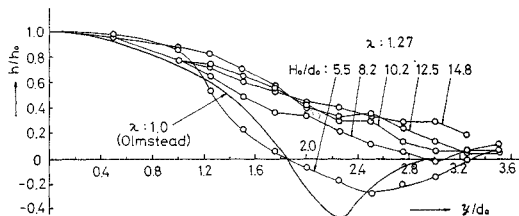


図-17 Olmstead 理論による水面形状と実験値の比較

水の密度)をパラメーターとして水面形状が求まることを示した。鉛直上向き噴流の場合、相対水深  $H_0/d_0$  が小さいとき噴流は完全流体の噴流に近似できると仮定して考察を進めれば、

$$\lambda = (2 U_{00}^2)/(g d_0) \dots\dots\dots (3.2)$$

をパラメーターにとることによって Olmstead が得た水面形状に一致することを見出だした。この結果を図-16に示す。また実験との比較は図-17であるが、 $H_0/d_0$  が小さい時はこの理論に近い水面形状を示す事がわかる。

(2) 水面擾乱

水面に生ずる擾乱は random な波動と見られる。しかしながら、平均水面上昇が動水圧に対応するならば、擾乱波の強さは動水圧の変動成分に対応するという考え方は通用しないことが実験で明らかとなった。すなわち 図-18 は擾乱波の強さ  $\sqrt{\bar{w}^2}$  (波数 100 以上の波高から求める) の実験値と、Corrsin<sup>10)</sup> が空気噴流で実測した速度変動の2乗平均  $\bar{w}^2$  とを無次元表示したものであるが、擾乱波の挙動は速度変動のみによっては説明できな

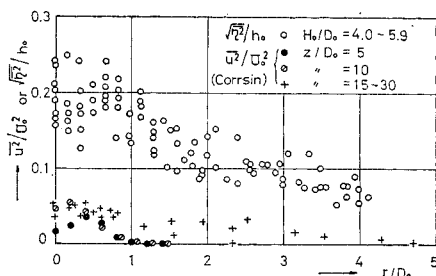
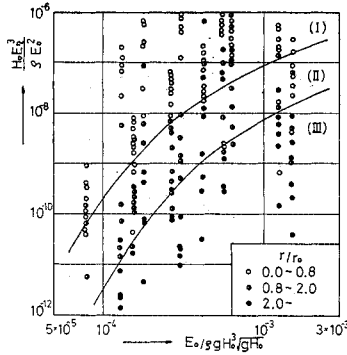


図-18 水面擾乱の大きさ (3次元噴流)



図一19 水面擾乱の分布 (3次元噴流)

いことがわかる。擾乱波は水面を押し上げる不規則な水塊の衝突と、水面の盛り上がり自体の不安定な揺れた表層流などが干渉して生ずる独自の現象で、それがさらに水平放散流に乗って流下するようである。

噴流の発生条件を種々に変えた場合の擾乱波について、そのエネルギー表示を  $E_0 = \frac{1}{2} \rho g \bar{\eta}^2$  として無次元表示したものが図一19であるが、これより水面頂点からの距離に関して擾乱波を (I)(II)(III) の三領域に分類できるようである。ここに  $r_0$  は hump の外縁までの距離である。

#### 4. 噴流の拡散と混合

##### (1) 実験方法

自由噴流の乱流特性は wake と並んで数多くの実験による成果がある。まとまったものとしては Corrsin<sup>10)</sup>, Corrsin および Uberoi<sup>11)</sup> による3次元噴流, Liepmann および Laufer<sup>12)</sup> による半無限2次元流 (half jet), Sato<sup>13)</sup> による2次元噴流, Sami, Carmody および Rouse<sup>14)</sup> の potential core 付近に着目した3次元噴流などがある。これらのすべては空気噴流であり、熱線流速計によって速度変動や熱源による温度分布を測定したものである。筆者が取り扱った鉛直上向き噴流では、tracer の追跡観測により拡散の挙動を調べたものである。これは、使用流体が水であるため熱線流速計がまだ扱い難いこと、鉛直上向き噴流に限られた流れの場合であるため tracer 観測が容易であること、tracer 追跡によって Lagrange 的な粒子運動の挙動が調べられ、これによって工学的に役立つ資料がただちに得られるなどの理由による。

使用した tracer は四塩化炭素とキシレンの混合液をさび止めペイントで赤色に着色した比重1の液体である。これを注射針で水中に注入すると水に不溶解の tracer 球となる。tracer としては観測可能な範囲ででき

るだけ小さく、また注入時点の流速がその点での流れの平均流に近いことが望ましいが、この発生技術はやや困難であった。しかし、tracer 液に与える水頭、注入針の孔径などに工夫を重ね、粒径 0.5~3.0 mm の tracer をほぼ所定の条件で発生させることができた。

tracer の観測には 16 mm シネカメラによるカラー・フィルムから判別する。実験の一部はコマ送り判読から tracer の追跡観測を行なったが、他は固定 source から一定の流下距離に垂直に置かれた measure 上を通過する tracer 個数の読みとりから横断方向拡散の分布を調べている。したがって一定時間後の拡散分布でなく、噴流軸方向に考えた一定拡散距離での分布を観測することになる。

観測値の精度は、tracer の形状と発生量にかかわる filter 作用および干渉作用によるものと、有効な観測個数の判断によって決まる。前者については未知な点が多いため、本実験では特に source からの拡散距離が著しく短い拡散現象を対象外とするという配慮をするにとどめる。後者については、有限の標本から得る母集団の推定値の精度として通常変動係数が採択されていることから、標本数を tracer の観測個数として変動係数を計算してその結果を表一2に示す。本実験では、一部観測個数は 500~1000 であるが、大部分は 1000~2000 であり、この種の観測としては十分の精度をもつと判断される。

表一2 tracer 観測個数に対応する変動係数

観測個数	100	500	1000	2000	5000
変動係数(%)	14.2	6.3	4.5	3.2	2.0

表一3 実験 A および実験 B の諸量

	実験 A		実験 B				
	$x_s$	$y_s$	$x_s$	$y_s$			
slit 幅 $d_s$ cm	0.924		0.6				
水深 $H_0$ cm	86.8		87.0				
初期流速 $U_{00}$ cm/sec	82.8		100.0				
source の位置 ( $x_s$ cm, $y_s$ cm)	$S_0$	18.5 0	$S_{11}$	4 0	$S_{41}$	30 0	
	$S_2$	18.5 2	$S_{12}$	4 3	$S_{42}$	30 3	
	$S_{13}$	18.5 15	$S_{21}$	10 0	$S_{43}$	30 22.5	
			$S_{22}$	10 1	$S_{51}$	45 0	
	$S_{23}$	10 7.5	$S_{52}$	45 5			
	$S_{31}$	20 0	$S_{53}$	45 18.5			
	$S_{32}$	20 2	$S_{61}$	60 0			
	$S_{33}$	20 15	$S_{62}$	60 6.5			
	measure の位置 ( $x$ cm)	$M_1$	25.4	$M_1$	10	$M_8$	45
		$M_2$	30.4	$M_2$	15	$M_9$	50
$M_3$		35.4	$M_3$	20	$M_{10}$	55	
$M_4$		40.4	$M_4$	25	$M_{11}$	60	
$M_5$		45.4	$M_5$	30	$M_{12}$	65	
$M_6$		50.4	$M_6$	35	$M_{13}$	70	
			$M_7$	40	$M_{14}$	75	

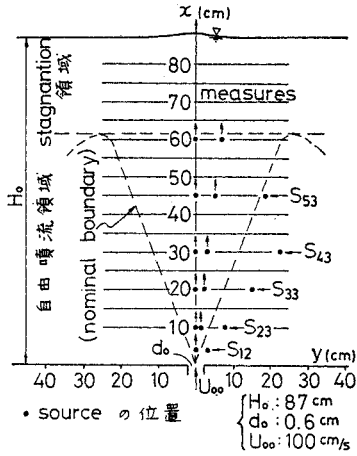


図-20 拡散実験に用いた source と measure の位置 (実験 B)

実験は既述 a 型水槽を用い、source の位置、水深などを変えて A, B の二種類の状態で行なった。その諸量を表-3 に示す。また、図-20 は実験 B における source と measure の位置を示したものである。

(2) 粒子拡散の特性

実験 A について、source からでた tracer が measure を設置した噴流横断面上を通過するときの位置の分布を調べたのが 図-21 である。またこれを正規確率紙上で調べたのが 図-22 である。図よりいずれの分布形もほぼ Gauss 分布をなしていることがわかる。たとえ source を  $S_2, S_{15}$  のように噴流の拡散域内 (せん断流の部分) もしくは拡散域外においても、観測分布形においては著しいひずみは見られない。せん断流場の熱拡散分布に関して Hinze<sup>15)</sup> が考察したごとく、拡散距離の短い場合に (Hinze の実験では 2.4 mm 以内) 分布形のひずみがあるという理論と実験結果は、筆者の実験では観察されなかった。このことは実験において、source とそれに最も近い measure  $M_1$  との距離 (6.9 cm) が Hinze の実験に比べてかなり大きいために比較のしようがないが、少なくとも拡散距離の大きい場合には噴流のせん断

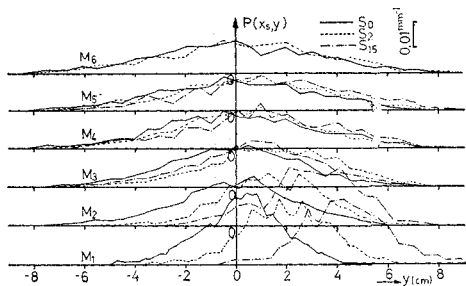


図-21 拡散分布 (実験 A)

流によって一定距離の横断面上の拡散分布がひずまされることはないようである。特に 図-22 に見られるように、source の y 方向位置に関係なく x 方向の流下距離が等しければ (同じ measure の上にあれば) 拡散分布形はほぼ同形とみなせ、その平均値の位置のみが異なるのも一つの特徴である。このことをよりくわしくみるために、分布形の平均値の位置の y 座標  $\mu$  の変化と、分布形の標準偏差  $\sigma$  の変化の二点について実験結果を検

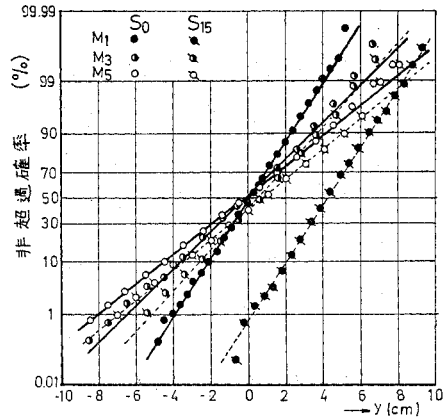


図-22 正規確率紙上の拡散分布 (実験 A)

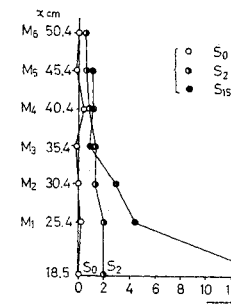


図-23 拡散分布の平均値の変化 (実験 A)

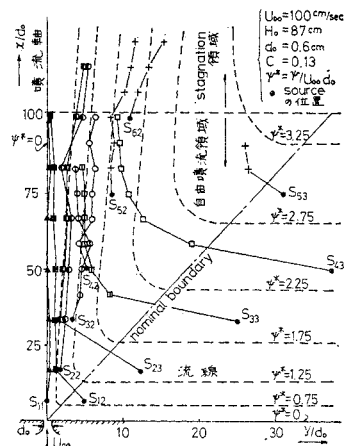


図-24 拡散分布の平均値の位置と流線との比較 (実験 B)

討しよう。

まず、実験Aについて  $\mu$  の分布を図-23 に示す。同じく実験Bについての  $\mu$  の分布をそのときの噴流の平均流の流線と対比させて描いたのが 図-24 である。これらより、stagnation 領域では流線が水平方向に曲げられるため  $\mu$  も拡がる傾向をもつが、自由噴流領域では非乱流域から連行されるものについては流線上に拡散の中心をもつのではなく、噴流軸の方に片寄る傾向を有

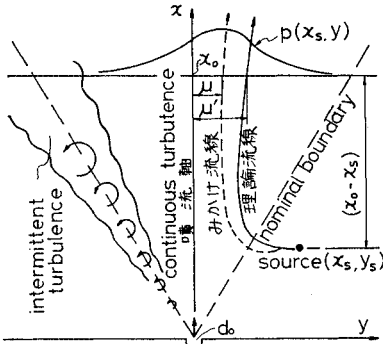


図-25 噴流場における渦の模式図

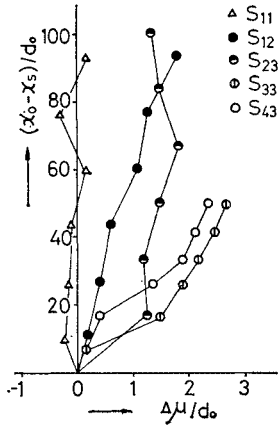


図-26  $\Delta\mu$  の変化 (実験 B)

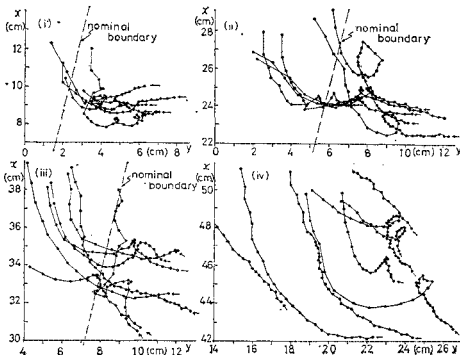


図-27 Nominal boundary 付近の tracer 軌跡 (実験 B)

することがわかる。図-25 の模式図に示すごとく、source を通る計算上の流線と  $x=x_0$  断面との交点の座標を  $\mu'$  とすると、実測の拡散の中心  $\mu$  とのずれ  $\Delta\mu$  ( $=\mu'-\mu$ ) が生ずることになり、これを図に表わしたのが図-26 である ( $\Delta\mu$  の実験式は後述の式 (3.11) で与えられる)。これより連行流の粒子拡散が明らかに噴流拡散域内で噴流軸寄りに集中することがわかる。この理由の一つとして噴流拡散境界付近の渦特性が関係するものと考えられる。すなわち、図-25 に示すように噴流の nominal boundary 付近は intermittent turbulence zone で、大きな渦が噴流軸に背を向ける方向に回転しているのが観測される。連行粒子はこの渦によって流線で予想される方向よりかなり下方にまきこまれるものと考えられる。この様子を確認するために、この付近で tracer の追跡観測を行なった結果、図-27 のように nominal boundary 付近で粒子の運動は停滞し、ときには回転して下方から吸い込まれるように噴流内に入ることがわかった。

次に拡散分布の標準偏差  $\sigma = \sqrt{(y-\mu)^2}$  を図-28、図-29 に示す。両図より拡散幅は直線的に増加することがわかる。これに関しては Batchelor<sup>16)</sup> が jet や wake など自己保存型の乱流拡散について考察した相似理論で、2 次元噴流について拡散が直線的拡がりをなすとする結論と一致する。また Batchelor の理論が拡散距離が小さい場合には成立しないのと同じく、実験においてもこれらの直線群は source を通らず、source より後方に仮の source があるかのごとくみえる ( $\sigma$  の実験式は後述の式 (3.12) に示す)。また図-28 からわかるように source の位置が同じ断面上、すなわち  $x=x_s$  上にあれば、source が噴流軸上にあるなしにかかわらず  $\sigma$  の拡がりは同じであることがわかる。

これら 拡散分布形の 外縁の peak からの 距離  $b$  は、分布形を Gauss 分布とすると  $b \approx 2.8\sigma$  とみなせる。

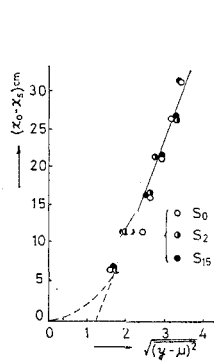


図-28 拡散分布の標準偏差の変化 (実験 A)

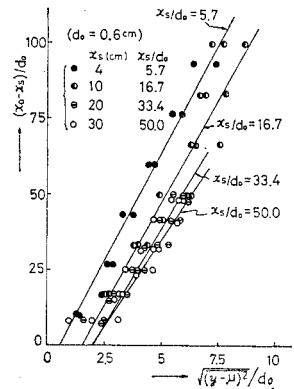


図-29 拡散分布の標準偏差の変化 (実験 B)



実験Bにおいてこの外縁を結ぶ線の噴流軸に対する勾配は約 0.073 であるが、流速分布の外縁（噴流の乱流域境界に相当）についての勾配は約 0.11 である。したがって噴流の乱流域の拡がりより source からの水粒子拡散の拡がりの方が緩やかである。これは噴流外縁付近の水の実質は連行された水粒子がその大部分を占めるけれども、乱れの発達には必ずしも水粒子の移動を伴わなくてもせん断流の効果によって渦の発生を促し得ることを示すもので、自己保存型の乱れの一つの特徴といえよう。なお、熱噴流に関する Corrsin<sup>9)</sup> の実験では温度分布が流速分布を上回っているが、噴流の噴出流体そのものが熱源である場合にはこれが正しく、噴流拡散域内におかれた点源もしくは線源からの熱拡散についてはいまだ詳細な実験がない。したがって著者の実験と厳密な比較はできないわけであるが、tracer の source を噴流孔に最も接近させておいた source  $S_{11}$  に関する拡散分布が既述の通り流速分布より狭い分布をすることから、熱拡散と粒子拡散の違いを予想することができるようである。

(3) 連行流粒子の輸送確率と輸送量

2次元鉛直上向き噴流では噴流軸上の source からでる tracer 粒子は、水面に衝突した後左右の水域に同量の粒子輸送があると考えられる。しかし source が噴流軸から離れて存在すると左右水域への輸送量は異なるはずである。ここでは特に非乱流域から連行される粒子の輸送について考える。

非乱流域に設けた source の座標を  $x_s$  ( $y$  座標は無関係) とし、そこからの粒子が stagnation 領域を経て、連行した側と反対の水域に流下する確率を  $P(x_s)$  とおき、これを輸送確率と称することにする。この輸送確率の概念は、粒子の運動経路の詳細とは無関係に最初の位置（連行流の高さ  $x_s$ ）と考える断面位置（ここでは水面位置  $x=x_0$  とする）の場所関係のみで拡散特性が決定されてしまうものとし、これによって輸送量の量的評価を試

みようとするものである。したがって前節の粒子拡散の実験成果を利用することによって、解析的な手段で輸送確率および輸送量を以下のように求めることができる。

図-30 に示す模式図のように、水面位置を  $x=x_0$  とする噴流場を考え、source  $S(x_s, y_s)$  ( $y_s$  は十分大) を通る粒子は  $x=x_0$  上で  $p(x_s, y)$  なる拡散分布を示すものとする。そして  $p(x_s, y)$  は平均値  $\mu$ 、標準偏差  $\sigma$  の Gauss 分布であるとするとこれは次式で与えられる。

$$p(x_s, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \dots\dots(4.1)$$

連行流の領域で流れの関数  $\psi$  を定義すると、流線間隔  $\Delta\psi$  に流れる拡散物質量  $\Delta q$  は  $\rho\theta\Delta\psi$  (ここに  $\theta$  は濃度) であり、この流入量のうち  $x=x_0$  上の区間 ( $a, b$ ) を通過する量  $[\Delta q]_a^b$  は

$$[\Delta q]_a^b = \rho\theta\Delta\psi \int_a^b p(x_s, y) dy \dots\dots(4.2)$$

である。ここで  $a \rightarrow -\infty, b=0$  とするとき、この量が連行流と反対側水域に輸送されるものとする、輸送確率は次式で表現できる。

$$P(x_s) = \int_{-\infty}^0 p(x_s, y) dy \dots\dots(4.3)$$

同様の考え方で、 $\psi_x=0$  と  $\psi_x=x_s$  で囲まれる連行流の拡散物質量に対する反対側水域に輸送される量の比を  $R(x_s)$  で定義するとこれは次式のごとく与えられる。

$$R(x_s) = \frac{\int_{\psi(0)}^{\psi(x_s)} \left\{ \int_{-\infty}^0 p(x_s, y) dy \right\} d\psi}{\{\psi(x_c) - \psi(0)\} *}$$

$$+ \frac{\int_{\psi(x_c)}^{\psi(x_s)} \left\{ \int_{-\infty}^0 p(x_s, y) dy \right\} d\psi}{+ \{\psi(x_s) - \psi(x_c)\} *}$$

\* ... (4.4)

ここに  $x_c$  はA領域とC領域の境界、すなわち potential core の先端の  $x$  座標である。式 (4.4) は source の位置に関し  $x_s \geq x_c$  の場合であって、もし  $0 \leq x_s \leq x_c$  の場合には分母のそれぞれ第2項を省略し、それぞれ第1項の  $x_c$  の代りに  $x_s$  とおけばよい。式 (4.4) を計算するために流れの関数を決める必要がある。噴流理論として Albertson 理論を用いることにすれば、流速分布は、

$$U = U_{00}, y + \sqrt{\pi} C \frac{x}{2} - \frac{d_0}{2} \leq 0 \text{ の場合 (core 内)}$$

$$U = U_{00} \exp\left\{-\frac{\left(y + \sqrt{\pi} C \frac{x}{2} - \frac{d_0}{2}\right)^2}{2 C^2 x^2}\right\},$$

$$y + \sqrt{\pi} C \frac{x}{2} - \frac{d_0}{2} \geq 0, 0 \leq x \leq \frac{d_0}{\sqrt{\pi} C} \text{ の場合}$$

(A領域)

$$U = U_{00} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\pi} C}} \sqrt{\frac{d_0}{x}} \exp\left\{-\frac{y^2}{2 C^2 x^2}\right\},$$

$$x \geq \frac{d_0}{\sqrt{\pi} C} \text{ の場合 (C領域)}$$

.....(4.5)

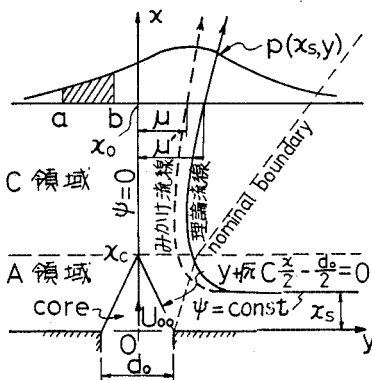


図-30 輸送確率に関する模式図

であり、これに対応する流れの関数は

$$\left. \begin{aligned} \psi &= U_{00}y, \text{ (core 内)} \\ \psi &= U_{00}\sqrt{2}Cx \operatorname{erf}\left(\frac{y + \sqrt{\pi}C\frac{x}{2} - \frac{d_0}{2}}{\sqrt{2}Cx}\right) \\ &\quad + U_{00}\frac{d_0}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{\pi}Cx}{d_0}\right), \text{ (A領域)} \\ \psi &= U_{00}\frac{d_0}{\sqrt{\pi}C}\sqrt{2x}C \operatorname{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{2}Cx}\right), \end{aligned} \right\} \dots(4.6)$$

(C領域)

与えられる。式(4.3)に式(4.1)を、式(4.4)に式(4.1)および式(4.6)を代入して整理すると  $P(x_s)$  および  $R(x_s)$  が次のように求まる。

$$\begin{aligned} P(x_s) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \dots\dots\dots(4.7) \\ R(x_s) &= \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1) \int_0^{x_c} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right\} dx_s}{\frac{\sqrt{\pi}}{2}(\sqrt{2}-1)x_c} * \\ &\quad + \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{d_0}{\pi C}} \int_{x_c}^{x_s} \frac{1}{x_s} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right\} dx_s * \\ &\quad + \sqrt{\frac{d_0}{\pi C}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot (\sqrt{x_s} - \sqrt{x_c}) \end{aligned} \dots\dots\dots(4.8)$$

上式では  $\sigma, \mu$  が未知で、これについては実験結果から考察する。まず  $\mu$  については

$$\mu = \mu' - \Delta\mu \dots\dots\dots(4.9)$$

であり、 $\mu'$  は source  $(x_s, y_s)$  を通る式(4.6)で与えられる流線と  $x = x_0 (> x_c)$  との交点の  $y$  座標で与えられ、次式から求まる。

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{erf}\left(\frac{\mu'}{\sqrt{2}Cx_0}\right) &= \frac{\pi^{3/4}\sqrt{C}}{2} \frac{x_s}{\sqrt{d_0}x_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ &\quad + \frac{\pi^{1/4}}{2\sqrt{2}C} \sqrt{\frac{d_0}{x_0}}, \quad 0 \leq x_s \leq x_c \text{ の場合} \\ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{x_s}{x_0}} &= \operatorname{erf}\left(\frac{\mu'}{\sqrt{2}Cx_0}\right), \quad x_s \geq x_c \text{ の場合} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.10)$$

$\Delta\mu$  は source の位置  $x_s$  の大きさに比例するものとして

$$\frac{\Delta\mu}{d_0} = k_1 C \frac{x_s}{d_0} \dots\dots\dots(4.11)$$

$\sigma$  は  $x_s$  から  $x_0$  に拡散したときの値として

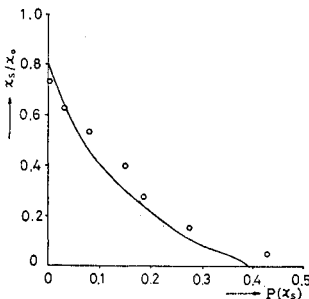


図-31 輸送確率 (実験 B)

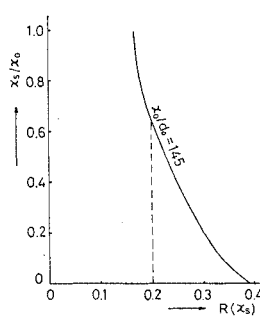


図-32 輸送量 (実験 B)

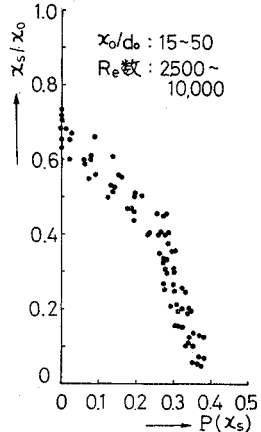


図-33 輸送確率の実験値

$$\frac{\sigma}{d_0} = k_2 C \frac{x_0 - x_s}{d_0} + k_3 \frac{x_s}{d_0} \dots\dots\dots(4.12)$$

とおけるものとする。前節の実験  $B(H_0/d_0=145, U_{00}=100 \text{ cm/sec})$  より得た 図-26, 図-29 より式(4.11), 式(4.12)の係数が  $C=0.130$  として、 $k_1=0.737, k_2=0.562, k_3=0.04$  と決めることができる。ここに Albertson の係数  $C$  は 図-10 と表-1 から決まる。この  $4\mu, \sigma$  を用い式(4.7), 式(4.8)を数値計算すれば輸送確率  $P(x_s)$  および輸送量比  $R(x_s)$  が求まる。結果を 図-31 および 図-32 に示すが、 $P(x_s)$  に関しては相対水深が7割を超える確率からの連行流は反対側水域に粒子輸送がないと考えられ、tracer 観測による  $P(x_s)$  の実験値はかなり計算曲線と一致しているとみられる。また  $R(x_s)$  に関しては全連行流量の2割程度が反対側水域に輸送されることがわかる。

しかしながら、 $\Delta\mu, \sigma$  に関する式(4.11), 式(4.12)はかなり単純な仮定によるもので、式中の係数  $k_1, k_2, k_3$  はどのような噴流場でも一定値をとるとはいえない。すなわち、 $k_1$  は intermittent zone の渦径の大きさに、 $k_2$  は粒子拡散の拡がり勾配に、 $k_3$  は実際の source と仮定の source との距離にそれぞれ関係する係数で、これらは特に相対水深  $H_0/d_0$  に大きく影響されるものと考えられる。このため、種々の噴流場で実験を行なって係数を定める必要があるが、実際にこれを遂行するのはかなり困難のようである。相対水深が比較的小さいときは、図-31 で得られた輸送確率に比して、中ごろの水深付近の輸送確率が大きくなるという特徴がある。図-33 は  $H_0/d_0=15\sim50$ , 噴流出口の Reynolds 数=2400~10000 について tracer 実験による輸送確率を示したもので、前述の中ぶくらの特徴と、7割以上の水域から反対側水域への輸送は生じない点が読みとれる。

## 5. 結 言

有限水域の噴流の典型的な例として実験的に取扱った鉛直上向き噴流において、平均流の特性に関する結果は噴流近似が要求される多くの水理現象の解明に役立つであろう。特に stagnation 効果を受ける領域が量的に明らかとなったため、自由噴流理論が適用できる領域とそうでない領域とを区別して扱えるようになった。一方、噴流の拡散現象に関しては古くから流体力学的な成果はあるが、実際に混合量もしくは輸送量を算定するには未知の点が多い。tracer 実験では量的な結果が得やすく、これを活用した輸送確率の概念の導入は簡単に噴流現象における輸送量の推定に利用できる点で有効であろう。噴流を水質混合を助成する手段、もしくは逆に阻止する手段に応用する場合に、その量的な扱いが可能であることからより能率的に利用することができるであろう。

本研究を遂行するに当たり、数々の助言を得た大阪大学工学部 室田明教授に心から謝意を表する次第である。また実験とその整理に協力を賜った、当時大阪大学工学部土木工学教室の学生 中山茂雄氏（運輸省）、清水洋氏（大阪府）に対して厚く感謝する。

なお、本研究は数年来の実験成果のまとめであるので、一部、土木学会年次学術講演会等に報告したことを断わっておく。

### 参 考 文 献

- 1) Albertson, M.L., Dai, Y.C., Jensen, R.A. and Rouse, H. : Diffusion of submerged Jet, Proc. of ASCE, Vol. 74, 1948.
- 2) Kuethe, A.M. : Investigations of the Turbulent Mixing Regions Formed by Jets, Jour. of Applied Mec-

- hanics, 2, No. 3, 1935.
- 3) 土屋昭彦・河野二夫 : 垂直噴流におよぼす境界の影響 (第2報), 第21回土木学会年次学術講演会講演概要, II-100, 1966.
- 4) Tollmien, W. : Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge, ZAMM, Bd. 6, 1926.
- 5) Förthmann, E. : Über turbulente Strahlausbreitung Ingenieur Archiv, ZAMM, Bd. 5, 1934.
- 6) Görtler, H. : Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes, ZAMM, Bd. 22, Nr. 5, 1942.
- 7) Hunt, B. and Hsu, S.T. : Configuration of the Free Surface above a Vertical Jet, La Houille Branche, No. 6, 1965.
- 8) Banks, R.B. and Chandrasekhara, D.V. : Experimental Investigation of a High-Velocity Gas Jet through a Liquid Surface, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 19, Part 4, 1964.
- 9) Olmstead, W.E. and Raynor, S. : Depression of an Infinite Liquid Surface by an Incompressible Gas Jet, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 19, Part 4, 1964.
- 10) Corrsin, S. : Investigation of Flow in an Axially Symmetrical Heated Jet of Air, NACA, Wartime Report, W-94, 1943.
- 11) Corrsin, S. and Uberoi, M.S. : Spectrums and Diffusion in a Round Turbulent Jet, NACA, TN. 2124, 1950.
- 12) Liepmann, H.W. and Laufer, J. : Investigations of Free Turbulent Mixing, NACA, TN. 1257, 1947.
- 13) Sato, H. : The Stability and Transition of a Two-Dimensional Jet, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 7, Part 1, 1960.
- 14) Sami, S., Carmody, T. and Rouse, H. : Jet Diffusion in the Region of Flow Establishment, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 27, Part 2, 1967.
- 15) Hinze, J.O. : Turbulence, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1959.
- 16) Batchelor, G.K. : Diffusion in Free Turbulent Shear Flows, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 3, Part 1, 1957. (1971.7.26・受付)