

## 矩形沈殿池の非定常特性に関する研究

A STUDY ON NONSTEADY STATE CHARACTERISTICS OF  
RECTANGULAR SETTLING BASIN

高松 武一郎\*・井上 頼輝\*\*・芝 定孝\*\*\*・上田 育世\*\*\*\*

By Takeichiro Takamatsu, Yoriteru Inoue, Sadataka Shiba and Yasuyo Ueda

## 1. 緒 言

本研究は水処理装置として欠かすことのできない沈殿池について、内部の現象の記述に 1 次元非定常拡散モデルを用いて、その非定常特性を解析しようとするものである。沈殿池の設計あるいは操作に際して定常運転時における静特性を把握することの重要性は多くの便覧<sup>1)</sup>にみられるごとくいうまでもないが、実際には沈殿池における流入水の水質その他はいつも一定であるというわけではなく<sup>2)</sup>、周期的なあるいは非周期的な変動の生じているのが常である。このような流入水の時間的な負荷変動に対しても十分対処し得るような沈殿池の設計が望まれる。また、さらにこのような時間的な負荷変動に対して、常に適正な処理水を維持するためには、それに応じた処理流量あるいは薬剤添加量などの調整その他の操作上の対応策をとる必要があるものと思われる。それには負荷の時間的な変動を考慮しない従来のような沈殿池の特性、すなわち静特性の把握のみでは不十分であろう。また、負荷の時間的な変動を考慮したとしても、それが単なる出力の定常状態における特性（時間に関して常に同じ変化が周期的に出現するようになった状態のいわゆる周波数応答<sup>3)</sup>による動特性）の解析にとどまれば任意に生ずる負荷の変動に対応する処理水濃度の時間的な予測には不十分であろう。われわれは先にこのような観点から急激な浮遊物質濃度の変動が流入水に生じた場合の沈殿池における濃度変動の過渡特性を濃度がステップ関数的に変動した場合を例にとり、その解析を行なったが<sup>4)</sup>、さらにそれを進めて、濃度が時間的に変動し始めた場合の非定常特性の解析を試みた。濃度変動の例として周期

的（正弦波的）に変動し始めた時の過渡特性を理論的に調べ、さらにその場合の定常的な動特性に周波数応答の立場から検討を加えた。

非定常状態における基礎方程式は複雑になりがちであるが、本論文では沈殿池を水処理システムの 1 つのエレメントとしてとらえ、その動的挙動を記述するために、その内部で生ずる質的变化（濃度変化）は主要現象に注目した、極力簡単なモデルによって取扱う方針をとっている。その意味では、沈殿池内における第 1 の主現象は重力場における粒子の沈降であり、この沈降に対立する現象として沈殿物の再浮上<sup>5)</sup>が考えられる。われわれはこの沈殿物の再浮上現象は流体の運動、主として乱れ（拡散混合）によるものとして捉えており、沈殿池内における質的变化は拡散モデルによって記述している。また、本論文では非定常特性を解析することが第 1 目的であるから解析の際に簡単なように流れ方向のみの濃度変化を考えた 1 次元非定常拡散モデルを用いている。

動特性の解析は静特性の解析にくらべ、空間的要素のほかに時間的要素が加わり、一段と複雑さを増し、その特性を記述するモデルの組立て方によっては非常に困難あるいはほとんど不可能となることも考えられる。ただ出力の定常状態における動特性の解析には周波数応答が自動制御などを中心として広く用いられている。この周波数応答は Laplace 変換による伝達関数を求めることにより比較的容易に解析を行なうことができる。しかし、これに対して負荷変動が始まってからの初期の変化の状態（いわゆる立ちあがりの状態）を解析するのは、本論文におけるような偏微分方程式で表わされた分布定数系のモデルでは、そのモデルを記述する基礎方程式あるいは境界条件の与え方などによっては、非常に解析が困難（場合によっては不可能）となり、本論文におけるような簡単な 1 次元拡散モデルにおける非定常特性の解析さえもほとんど行なわれていないようなありさまで、比較的この方面の研究が進んでいると思われる化学工学

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部化学工学教室  
\*\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部衛生工学教室  
\*\*\* 正会員 工修 京都大学助手 工学部衛生工学教室  
\*\*\*\* 学生会員 京都大学工学部研究生

においてさえも非定常状態の解析としては、逆混合モデルもあるがその大部分は内部の濃度を均一とする完全混合槽モデル、あるいは完全混合槽をいくつか組み合わせた槽列モデルなどによる解析にとどまっている<sup>5)</sup>。本論文の場合のような1次元拡散モデルによる過渡特性の解析はわれわれが先に矩形沈殿池について求めた内部濃度の分布状態とインディシャル応答<sup>4)</sup>あるいは、やや異なった装置についてはあるが化学工学において、2流体の接触による流体間の物質移動操作の例として、水科・高松・中西らが求めたインディシャル応答の例（ただし、装置内部の分布状態については言及していない<sup>6)</sup>）が見当る程度である。このたびわれわれはさいわいにも、この1次元非定常拡散モデルを用いて流入水濃度が任意に時間的に変動する場合の矩形沈殿池の非定常特性を記述する濃度分布式を得ることができたので、ここにその分布式を明かにし、それを用いて行なった若干の解析例について述べる次第である。

2. 1 次元非定常拡散モデルと濃度分布式

矩形沈殿池内の浮遊物質の挙動を記述する基礎方程式は次のような2次元非定常拡散モデルを1次元化したものである。Fig. 1 に示すような流れ方向（x 軸）および鉛直方向（z 軸）の2次元を考えた矩形沈殿池に対する2次元非定常拡散方程式は次のようになる。

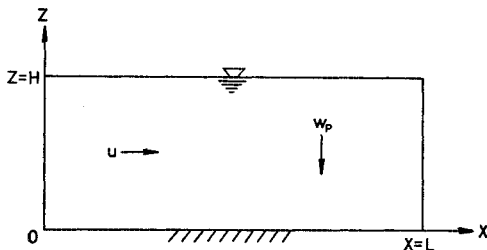


Fig. 1 Definition Sketch for Dimensions of Settling Basin

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - w_p \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \dots\dots\dots(2.1)$$

ここで、C は池内の浮遊物質濃度、u は池内平均流速、w<sub>p</sub> は粒子沈降速度、E<sub>x</sub>、E<sub>z</sub> はそれぞれ流れ方向と鉛直方向の拡散係数である。式(2.1)に対する初期条件および池の入口(x=0)、出口(x=L)、水面(z=H)、水底(z=0)における境界条件はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} t=0 \text{ で } C=0 \dots\dots\dots(2.2) \\ x=0 \text{ で } C=C(t) \\ x=L \text{ で } \partial C/\partial x=0 \\ z=0 \text{ で } E_x \partial C/\partial z + k w_p C=0 \\ z=H \text{ で } E_x \partial C/\partial z + w_p C=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.3)$$

とする。ただし、H は水深、L は池の長さである。(2.3)の水底(z=0)に対する境界条件におけるパラメーターkは、水底からの沈殿物の再浮上を記述するためのもので、合田の与えた境界条件<sup>7)</sup>に含まれているkと同じ物理的意味をもつものである。すなわち、k=0では沈殿物の再浮上がなく、0 < k < 1では再浮上が存在し、k=1では沈降と再浮上とが平衡状態にある。

1次元非定常拡散方程式を得るために基礎方程式(2.1)および初期条件(2.2)、境界条件(2.3)を鉛直方向についてz=0~Hで積分をし、

$$C(x, t) = \frac{1}{H} \int_0^H C(x, z, t) dz \dots\dots\dots(2.4)$$

のような、x軸に垂直な断面での平均濃度を用いて書きかえると、次のような1次元非定常拡散方程式が得られる<sup>4)</sup>。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{w_p}{H} (1-k) C \dots\dots\dots(2.5)$$

$$t=0 \text{ で } C=0 \dots\dots\dots(2.6)$$

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で } C=C(t) \\ x=L \text{ で } \partial C/\partial x=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.7)$$

ただし、[C(x, z, t)]<sub>z=0</sub> ≡ C(x, t)なる仮定を用いている。

なお、(2.7)のような入口(x=0)の境界条件の他に流入水濃度をC<sub>IN</sub>として池内部(x=+0)でE<sub>x</sub>∂C/∂x=u(C-C<sub>IN</sub>)なる境界条件<sup>8)</sup>を与える場合もあるが、実際の沈殿池においては流入端における池内外の濃度差はそれほど大きくないと考えられるので、われわれは流入端内外における濃度が連続となる(2.7)のような境界条件を用いることにした。また拡散の場が大きい場合には出口(x=L)における境界条件を与えるかわりに無限遠(x=∞)における条件を与えて解析を行なうものが多い。すなわち、x=∞でC=0(ないしはC=finite)のごとき条件がよく用いられるが、われわれは沈殿池なる拡散の場は有限系であるとの立場から出口(x=L)において境界条件を与えている。解析上は、上述のように拡散の場が無限系であるとして無限遠(x=∞)での条件で近似する方が、有限系として扱うよりもはるかに楽である。われわれは沈殿池外においては拡散現象が存在しないという立場からあえて有限系を採用したが、このような出口、入口の2点で境界条件を与える方法<sup>9)</sup>は化学工学における流体を取扱うプラントなどの設計理論によくみられる拡散モデルの境界条件としてさかんに用いられている。

ここで、沈殿物の再浮上現象の2次元モデルと1次元モデルにおける記述の相違について少し考察する。(2.1)、(2.2)、(2.3)で示される2次元モデルにおいては、沈殿

物の再浮上という因子は(2.3)の底面における境界条件に含まれているが、(2.5),(2.6),(2.7)のような1次元モデルにおいては基礎方程式(2.5)の右辺第2項で示されるごとき生成消滅項に含まれてくる。この1次元モデルによると再浮上パラメーター  $k$  のもつ物理的意味はいっそう明瞭となる。すなわち、式(2.5)の右辺第2項  $-(w_p/H)(1-k)C$  において  $k=0$  とすると沈降による消滅のみとなり、 $k=1$  とするとこの項は無くなるので、沈殿池内では見かけ上、生成も消滅もない(すなわち沈殿と再浮上とが平衡状態にある)ことを示している。

ここで、流入端における濃度の時間的な変動を後の解析に便利のように次のように書く。

$$\begin{aligned} x=0 \text{ で } C(x, t) &= \begin{cases} C_B f(t) & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & t > T_0 \end{cases} \\ x=L \text{ で } \partial C/\partial x &= 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

これは流入水の変動が時刻  $t=0$  から  $t=T_0$  までの場合を示すが、変動が持続している場合は  $0 \leq t \leq T_0$  のみを考えればよい ( $t > T_0$  で一定濃度となる場合はインディシャル応答の結果<sup>4)</sup>を重ね合せるとよい)。あらためて、初期条件(2.6)および境界条件(2.8)のもとに基礎方程式(2.5)を解けば濃度分布式が求まる。基礎方程式および境界条件を

$$C^p(x, p) = \int_0^\infty C(x, t) e^{-pt} dt \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

によって Laplace 変換し、 $x-p$  平面で解いたのち、再び展開定理により、逆変換をして  $x-t$  平面にもどす。やや面倒な計算の後に、池内 ( $0 < x \leq L$ ) に対して、

1)  $0 \leq t \leq T_0$  の場合

$$\begin{aligned} C(x, t) &= \frac{2 C_B E_x e^{\mu x}}{L^2} \sum_{m=1}^\infty \frac{y_m^2 \left\{ \mu L \sin y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) + y_m \cos y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \right\}}{\{(\mu L)^2 + (\mu L + y_m^2) \sin y_m\}} \\ &\times \int_0^t f(t') \exp \left[ - \left\{ \left( \frac{\mu^2 L^2}{4 E_x^2} + y_m^2 \right) \frac{E_x}{L^2} \right. \right. \\ &\left. \left. + G \right\} (t-t') \right] dt' \quad \dots\dots\dots(2.10) \end{aligned}$$

2)  $t > T_0$  の場合

$$\begin{aligned} C(x, t) &= \frac{2 C_B E_x e^{\mu x}}{L^2} \sum_{m=1}^\infty \frac{y_m^2 \left\{ \mu L \sin y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) + y_m \cos y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \right\}}{\{(\mu L)^2 + (\mu L + y_m^2) \sin y_m\}} \\ &\times \int_0^{T_0} f(t') \exp \left[ - \left\{ \left( \frac{\mu^2 L^2}{4 E_x^2} + y_m^2 \right) \frac{E_x}{L^2} \right. \right. \\ &\left. \left. + G \right\} (t-t') \right] dt' \quad \dots\dots\dots(2.11) \end{aligned}$$

となる。ただし  $y_m$  は

$$\tan y_m = - \frac{y_m}{\mu L} \quad \dots\dots\dots(2.12)$$

を解いて得られる正根で、 $\mu, G$  はそれぞれ

$$\mu = \frac{u}{2 E_x}, \quad G = \frac{w_p}{H} (1-k) \quad \dots\dots\dots(2.13)$$

である。

先に述べたように流入水濃度の変動による出口濃度の立ち上りの変化の様子あるいは定常状態における出口濃度の動特性を式(2.10)によって解析することができるが、式(2.11)の方は濃度変動が停止してから、その影響がどの程度尾を引くかなどを解析するのに有効であると考えられる。ここで負荷変動の例として  $f(t)$  が後述する式(2.14)のような正弦波的变化をする場合を考える。たとえば田井<sup>3)</sup>によると下水処理場への流入水の水質の変動は調和解析により種々の周波数をもつ三角関数の和で表わせるから水質の変動の影響をこのような正弦波によって解析しておけば便利であろう。そこで、

$$f(t) = \sin(\omega t + \phi) + S \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

とする。ここに  $\omega$  は周波数 (1/sec) で  $\phi$  は位相角 (rad) であり、 $S$  は  $S \geq 1$  なる正の定数である。すなわち、沈殿池への流入水の濃度は入口において、

$$C(0, t) = C_B \{ \sin(\omega t + \phi) + S \} \quad \dots\dots\dots(2.15)$$

とあらわせる。式(2.14)を式(2.10)、式(2.11)に代入して積分をすれば、それぞれ次のようになる。

1)  $0 \leq \tau \leq \tau_0$  の場合

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_B} &= 2 \tau e^{\alpha \lambda} \sum_{m=1}^\infty \frac{y_m^2 \{ \alpha \sin y_m (1-\lambda) + y_m \cos y_m (1-\lambda) \}}{(\alpha^2 + \alpha + y_m^2) \sin y_m} \\ &\times \left[ \frac{1}{A^2 + \omega^2 T^2} \{ A \sin(\omega T \tau + \phi) - \omega T \cos(\omega T \tau + \phi) \right. \\ &\left. - (A \sin \phi - \omega T \cos \phi) e^{-A \tau} \right] + \frac{S}{A} (1 - e^{-A \tau}) \quad \dots\dots\dots(2.16) \end{aligned}$$

2)  $\tau > \tau_0$  の場合

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_B} &= 2 \tau e^{\alpha \lambda} \sum_{m=1}^\infty \frac{y_m^2 \{ \alpha \sin y_m (1-\lambda) + y_m \cos y_m (1-\lambda) \}}{(\alpha^2 + \alpha + y_m^2) \sin y_m} \\ &\times \left( \frac{e^{-A \tau}}{A^2 + \omega^2 T^2} [ e^{A \tau_0} \{ A \sin(\omega T \tau_0 + \phi) - \omega T \cos(\omega T \tau_0 + \phi) \} \right. \\ &\left. - (A \sin \phi - \omega T \cos \phi) \right] + \frac{e^{-A \tau}}{A} (e^{A \tau_0} - 1) S \quad \dots\dots\dots(2.17) \end{aligned}$$

ただし、

$$A = \{ (\alpha^2 + y_m^2) + \beta \} \tau \quad \dots\dots\dots(2.18)$$

で、 $\alpha, \beta, \tau, \lambda, \tau$  は次のような無次元数である。

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\mu L}{2 E_x}, \quad \beta = \frac{w_p}{H} (1-k) \frac{L^2}{E_x}, \quad \tau = \frac{E_x T}{L^2} \\ \lambda &= \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t}{T} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2.19)$$

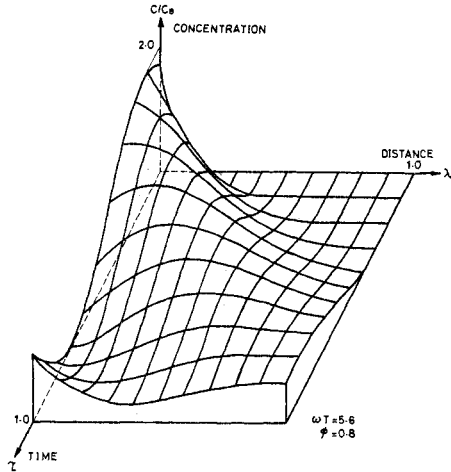


Fig. 2 Distribution of Sediment Concentration in  $(C/C_B - \tau - \lambda)$ -Space

ここに、 $L$  は沈殿池の長さ、 $T$  は理論滞留時間で、 $\lambda, \tau$  はそれぞれ無次元流下距離、無次元時間をあらわす。式 (2.16) により池内の濃度分布状態の時間的な変化の一例を、濃度  $C/C_B$ 、時間  $\tau$ 、流下距離  $\lambda$  によって形成される  $(C/C_B - \tau - \lambda)$ -空間に図示すれば Fig. 2 のようになる。ただし Fig. 2 は  $\omega = 0.05/\text{sec}$ 、 $\phi = 0.8 \text{ rad}$ 、 $S = 1$ 、 $Q = 100 \text{ cc/sec}$ 、 $B = 20 \text{ cm}$ 、 $L = 80 \text{ cm}$ 、 $H = 7 \text{ cm}$ 、 $w_p = 0.026 \text{ cm/sec}$  の場合である。

### 3. 非定常特性の解析例

1次元非定常拡散モデル式 (2.5), (2.6), (2.8) より得られた濃度分布式 (2.16) を用いて、流入水における

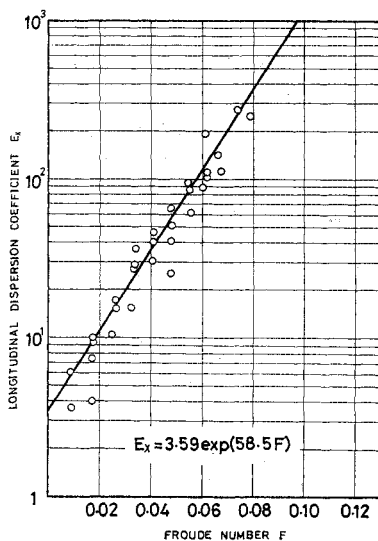


Fig. 3 Relations Between Longitudinal Dispersion Coefficient  $E_x$  and Froude Number  $F$

濃度変動が正弦波的な場合の沈殿池内および出口における濃度変動を解析して得た結果の一部を以下に述べる。なお、定常状態における濃度変動の様子は後述の周波数応答による解析で述べる。また、以下の解析においては流下方向の拡散係数  $E_x$  は長さ  $80 \text{ cm}$ 、幅  $20 \text{ cm}$ 、水深  $7 \text{ cm}$  の矩形実験水槽において求めた Fig. 3 のような関係

$$E_x = 3.59 \exp(58.5 F) \dots\dots\dots(3.1)$$

を用いている。ここで、 $F$  は  $F = u/\sqrt{gH}$  なる Froude 数である。以下順次、沈殿池出口濃度の非定常特性におよぼす流入水濃度変動の周波数  $\omega$ 、沈殿物の再浮上パラメーター  $k$ 、流入量  $Q$ 、水深  $H$ 、池長  $L$ 、粒子沈降速度  $w_p$  の影響について考察する。

#### (1) 周波数 $\omega$ の影響

流量  $Q = 100 \text{ cc/sec}$ 、粒子沈降速度  $w_p = 0.026 \text{ cm/sec}$ 、幅  $B = 20 \text{ cm}$ 、池長  $L = 80 \text{ cm}$ 、水深  $H = 7 \text{ cm}$ 、再浮上パラメーター  $k = 0$  に対して流入水濃度変動の周波数  $\omega = 0.1/\text{sec}$ 、 $0.05/\text{sec}$ 、位相角  $\phi = 0.8 \text{ rad}$  の場合について無次元時間  $\tau$  をパラメーターとして池内の濃度分布を図示すると Fig. 4 (A( $\omega = 0.1/\text{sec}$ ), B( $\omega = 0.05/\text{sec}$ )) のようになる。縦軸は入口濃度変動の振幅  $C_B$  による無次元濃度  $C/C_B$  で、横軸は池長  $L$  による無次元流下距離  $\lambda$  である。また、出口 ( $\lambda = 1.0$ ) における濃度変動を入口の濃度変動と対比して示したものが Fig. 5 (A( $\omega = 0.1/\text{sec}$ ), B( $\omega = 0.05/\text{sec}$ )) である。縦軸は無次

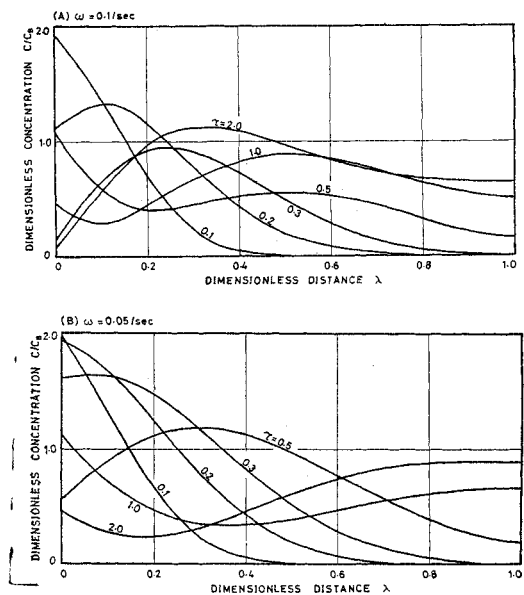
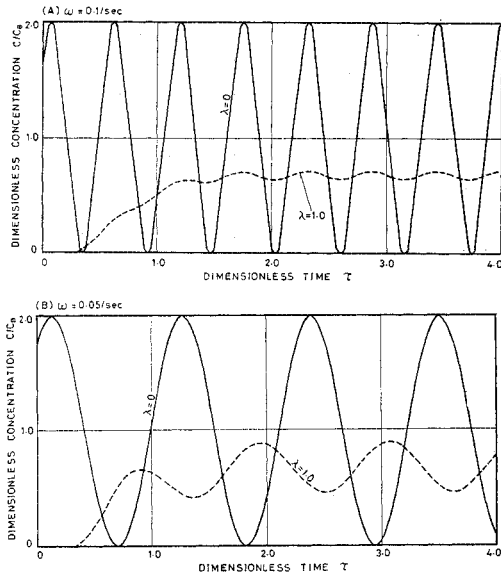


Fig. 4 Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (1) ( $Q = 100 \text{ cc/sec}$ ,  $w_p = 0.026 \text{ cm/sec}$ ,  $B = 20 \text{ cm}$ ,  $L = 80 \text{ cm}$ ,  $H = 7 \text{ cm}$ ,  $k = 0$ ,  $\phi = 0.8 \text{ rad}$ )

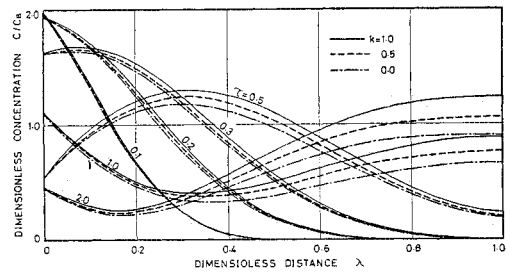


**Fig. 5** Relations Between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (1) ( $Q=100$  cc/sec,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $k=0$ ,  $\phi=0.8$  rad)

元濃度  $C/C_B$ 、横軸は無次元時間  $\tau$  である。周波数  $\omega$  が小さいほど池内の濃度分布は大きく波うっており、出口における濃度変動も周波数  $\omega$  の大きいものよりも振幅が大きい。このことは沈殿池では沈殿現象による濃度（濁度）の除去の他に、負荷変動を平滑して、よりゆるやかな変動に低減せしめるという変動のダンパー (Damper) としての役目が存在するという観点から見ても興味ある点と思われる。Fig. 5 に見られるごとく、周波数が大きいほど、すなわち、変動の周期が短い高周波側の方がより大きく平滑されることがわかる。この結果は後述する周波数応答による解析の結果とも一致し、濃度分布式の妥当性を裏付けているものと考えられる。

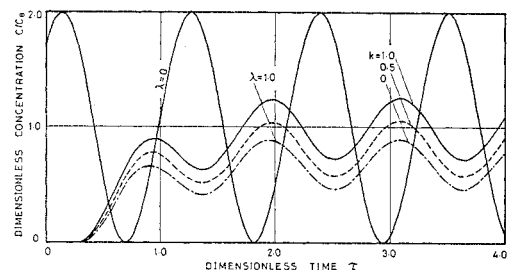
(2) 再浮上パラメーター  $k$  の影響

沈殿物の底面からの再浮上現象は、われわれの行なった静特性の解析の結果<sup>9)</sup>にも見られるごとく池内の濃度を高めるから沈殿除去効率は当然低下するが、濃度の時間的変動にいかなる影響を与えるであろうか。濃度変動の過渡特性を調べた結果では濃度が定常値に達するのを遅らせる作用があった<sup>4)</sup>。流入水濃度が式 (2.15) のような正弦波的な変動を行なった場合の沈殿池出口濃度の変動についても、濃度が高くなったり低くなったりすることの他に、出口における変動の振幅、位相等も濃度分布式 (2.16), (2.17) などから推察すると再浮上パラメーター  $k$  の変化とともに変わることが予想される。 $k=0, 0.5, 1.0$  の場合について沈殿池内の濃度分布の様子を無次元



**Fig. 6** Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (2) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

時間  $\tau$  をパラメーターにして、縦軸に無次元濃度  $C/C_B$ 、横軸に無次元流下距離  $\lambda$  をとり図示すると Fig. 6 のようになる (ただし、 $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)。Fig. 6 では  $\tau$  の小さい間、すなわち経過時間の短い間は再浮上パラメーター  $k$  の値の相違による濃度分布の差異はほとんど見られない。しかし、 $\tau$  が大きくなるにつれて濃度分布の差異がはっきりしてくる。また、出口に近づくほどその差は大きくなっていく。出口濃度の変化を再浮上パラメーター  $k$  を種々変えて縦軸を  $C/C_B$ 、横軸を  $\tau$  とし、流入水の濃度変動と対比させて図示すると Fig. 7 のようになる。再浮上パラメーター  $k$  が大なるほど出口濃度は全体に高くなるということの他に  $k$  が大なるほど出口濃度の変動の振幅が大きくなるようである。このことは再浮上現象が出口濃度そのものを高めるという悪影響の他に、さらに出口濃度の変動を再浮上のない場合に比して大きくするという悪影響をも備えていることを意味する。すなわち、沈殿物の再浮上現象は沈殿池の操作という面についても好ましくないものであるといえよう。また、出口濃度の変動の山と入口濃度の変動の山とを見れば再浮上パラメーター  $k$  が大なるほど、わずかではあるがずれの大きくなるの



**Fig. 7** Relations Between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (2) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

が見られるが、これは位相のずれが大きくなることを示している。

(3) 流入量  $Q$  の影響

流入水量が変化した場合の例として、 $Q=400, 200, 50$  cc/sec の場合について池内濃度分布の時間的変化を  $\tau$  をパラメーターとして図示すると、それぞれ Fig. 8 (A( $Q=400$  cc/sec), B( $Q=200$  cc/sec), C( $Q=50$  cc/sec)) のようになる (いずれも  $w_p=0.026$  cm/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad としている)。また出口における濃度変化の様子は Fig. 9 (A( $Q=400$  cc/sec), B( $Q=200$  cc/sec), C( $Q=50$  cc/sec)) のようになる。出口濃度の変動は流量が大きいほど大きく、流入水濃度の変動が平滑されにくいことを示している。また濃度自身の最大値も流量が大きいほど高い値となっている。いずれの場合も周波数  $\omega$  は一定で、流量  $Q$  が大なるほど、理論滞留時間  $T$  は小さくなるから、 $\omega T$  (無次元数) は小さくなる。この

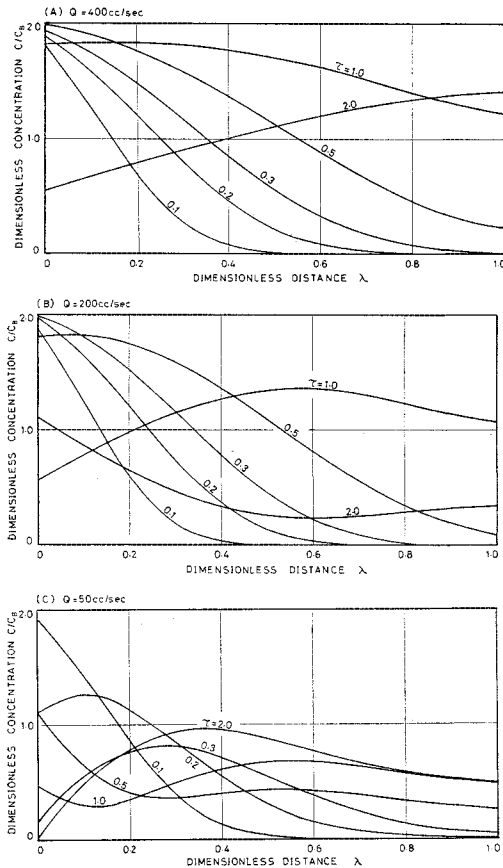


Fig. 8 Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (3) ( $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

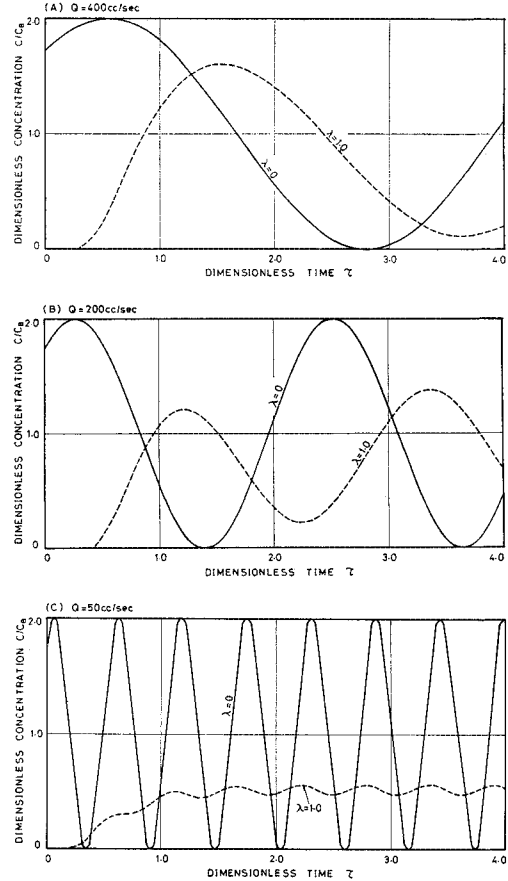
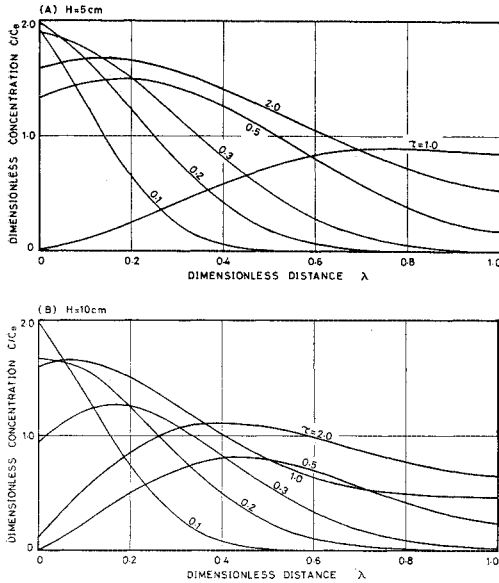


Fig. 9 Relations Between Sediment Concentrations at Inlet Section and that of Outlet Section (3) ( $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

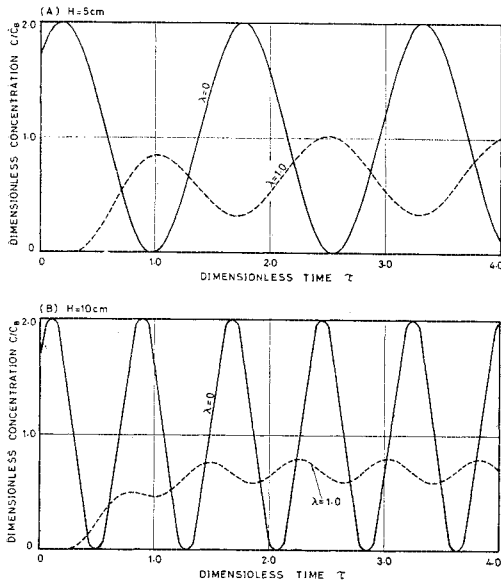
$\omega T$  の値が小さいほど、同じ無次元時間の中に含まれる波数は少なくなっていることがわかる。

(4) 水深  $H$  の影響

水深が  $H=5, 10$  cm の場合について、沈殿池内の濃度分布の時間的変化を図示するとそれぞれ Fig. 10 (A ( $H=5$  cm), B( $H=10$  cm)) のようになる ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $L=80$  cm,  $k=0$ )。また入口の濃度変動と出口の濃度変動とを対比させると Fig. 11 (A( $H=5$  cm), B( $H=10$  cm)) のようになる。水深の浅い方が出口の濃度変動は大きい、出口変動の入口変動に対する遅れ(位相の遅れ)は水深の浅い方が小さい。流量が一定であるから水深の浅い方が  $\omega T$  が小さくなるからであるが ( $H=5$  cm の方は  $\omega T=4.0$ ,  $H=10$  cm の方は  $\omega T=8.0$ )、このことは周波数応答でも確かめられる。沈殿物の底面からの再浮上を押えるという観点から浅くできる水深には限界が存在したが<sup>10)</sup>、出口の濃度変動を所定の範囲内に押えるという



**Fig. 10** Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (4) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

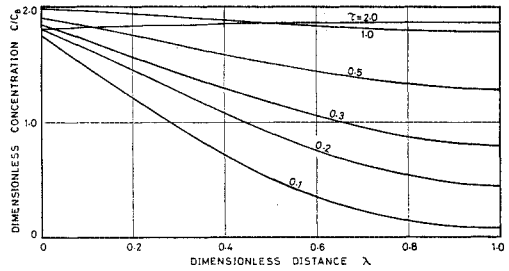


**Fig. 11** Relations Between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (4) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

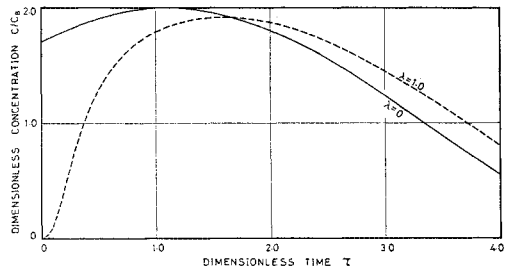
点からも水深を浅くすることのできる限界が存在することを示すものと思われる。

(5) 池長  $L$  の影響

$L$  の短いものの例として、 $L=10$  cm の場合の池内濃



**Fig. 12** Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (5) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=10$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)



**Fig. 13** Relations Between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (5) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=10$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

度の時間的変動と出口濃度の時間的変動を図示すると **Fig. 12, 13** のようになる。長さ以外の条件が同一とすれば、 $L$  の短いものは長いものに比べて滞留時間が短くなるから、入口の濃度変動はあまり変化を受けずに出口の濃度変動となって現われることが予想されるが、確かに **Fig. 13** の濃度変動の振幅も入口と出口とであまり変わらず、また入口と出口の変動の山と山とは接近しており、位相のおくれも小さいことがわかる。また、時間が  $\tau=1.0, 2.0$  程度になると池内の濃度分布曲線はほとんど水平となり、入口と出口とでの濃度差の小さいことを示している。周波数応答の結果の **Table 3** においてもこの様子がわかる。

(6) 粒子沈降速度  $w_p$  の影響

粒子沈降速度が  $w_p=0.005, 0.05, 0.1$  cm/sec の場合の池内濃度分布の時間的変動は **Fig. 14** ( $A(w_p=0.005$  cm/sec),  $B(w_p=0.05$  cm/sec),  $C(w_p=0.1$  cm/sec)) のようになる。粒子沈降速度  $w_p$  が大きいほど、池内の濃度変動は小さく、濃度も全般に低くなっている。また出口における濃度変動の様子を入口の濃度変動と対応させて示すと **Fig. 15** のようになる。粒子沈降速度  $w_p$  の

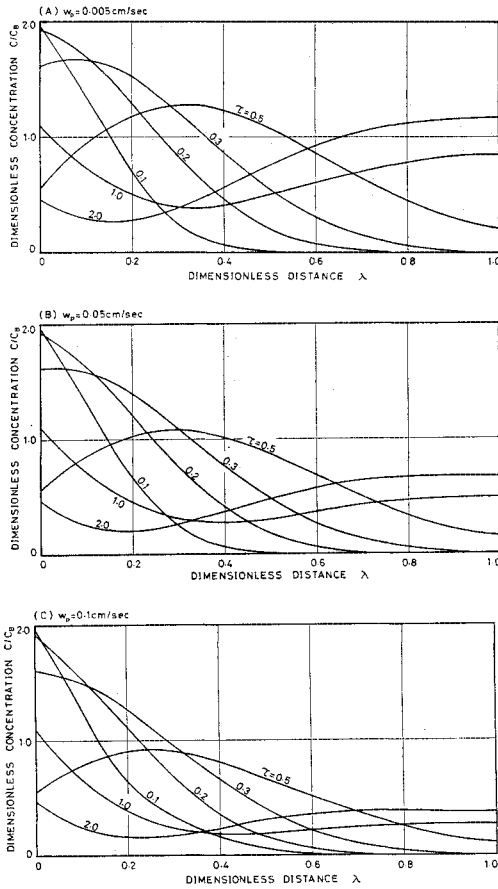


Fig. 14 Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (6) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

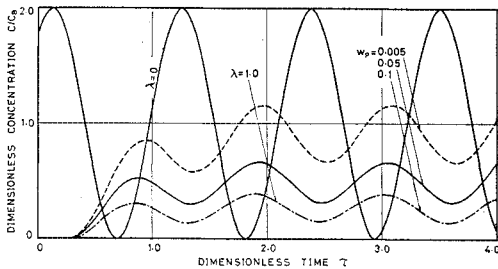


Fig. 15 Relations Between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (6) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $k=0$ ,  $\omega=0.05$ /sec,  $\phi=0.8$  rad)

増大とともに出口濃度は低下しているが、さらに  $w_p$  の増大とともに濃度変動の振幅および位相の遅れも小さくなることを示している。水処理において粒子沈降速度が大きいほど効率を高めるといふ当然の結果の他に、濃度変動をも減少せしめるといふ処理操作上も有利な条件となることを示す興味ある点と思われる。

なお、以上の解析における種々の流量  $Q$ 、再浮上パラメーター  $k$ 、水深  $H$ 、長さ  $L$  などと無次元数  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  などとの関係は Table 1 のとおりである。

#### 4. 沈殿池の周波数応答

矩形沈殿池の濃度分布の時間的変動は、2において示したごとく基礎方程式 (2.5) を初期条件 (2.6)、境界条件 (2.8) のもとに解くと式 (2.10)、(2.11) に示す濃

Table 1 Variations of Dimensionless Numbers ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) with values of  $Q$ ,  $H$ ,  $L$  and  $w_p$

(1) In the Case of Changing Flow Rate  $Q$  ( $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec)

$Q$ (cc/sec)	$k$ (-)	$E_x$ ( $\text{cm}^2/\text{sec}$ )	$T$ (sec)	$\alpha$ (-)	$\beta$ (-)	$\gamma$ (-)
50	0	4.620	$2.24 \times 10^2$	3.092	5.145	$1.617 \times 10^{-1}$
"	0.1	"	"	"	4.631	"
"	0.3	"	"	"	3.602	"
"	0.5	"	"	"	2.573	"
"	0.7	"	"	"	1.544	"
"	1.0	"	"	"	0.0	"
100	0	5.946	$1.12 \times 10^2$	4.805	3.998	$1.040 \times 10^{-1}$
"	0.1	"	"	"	3.598	"
"	0.3	"	"	"	2.799	"
"	0.5	"	"	"	1.999	"
"	0.7	"	"	"	1.199	"
"	1.0	"	"	"	0.0	"
200	0	9.847	$5.60 \times 10$	5.803	2.414	$8.616 \times 10^{-2}$
"	0.1	"	"	"	2.173	"
"	0.3	"	"	"	1.690	"
"	0.5	"	"	"	1.207	"
"	0.7	"	"	"	$7.242 \times 10^{-1}$	"
"	1.0	"	"	"	0.0	"

(2) In the Case of Changing Depth  $H$  ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec)

$H$ (cm)	$k$ (-)	$E_x$ ( $\text{cm}^2/\text{sec}$ )	$T$ (sec)	$\alpha$ (-)	$\beta$ (-)	$\gamma$ (-)
5	0	8.280	$8.00 \times 10$	4.831	4.019	$1.035 \times 10^{-1}$
10	0	4.824	$1.60 \times 10^2$	4.146	3.449	$1.206 \times 10^{-1}$
20	0	3.985	$3.20 \times 10^2$	2.509	2.088	$1.993 \times 10^{-1}$

(3) In the Case of Changing Length  $L$  ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec)

$L$ (cm)	$k$ (-)	$E_x$ ( $\text{cm}^2/\text{sec}$ )	$T$ (sec)	$\alpha$ (-)	$\beta$ (-)	$\gamma$ (-)
10	0	5.946	$1.40 \times 10$	$6.007 \times 10^{-1}$	$6.247 \times 10^{-2}$	$8.324 \times 10^{-1}$
50	0	"	$7.00 \times 10$	3.003	1.562	$1.665 \times 10^{-1}$
200	0	"	$2.80 \times 10^2$	$1.201 \times 10$	$2.499 \times 10$	$4.162 \times 10^{-2}$

(4) In the Case of Changing Fall Velocity  $w_p$  ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm)

$w_p$ (cm/sec)	$k$ (-)	$E_x$ ( $\text{cm}^2/\text{sec}$ )	$T$ (sec)	$\alpha$ (-)	$\beta$ (-)	$\gamma$ (-)
0.005	0	5.946	$1.12 \times 10^2$	4.805	$7.689 \times 10^{-1}$	$1.040 \times 10^{-1}$
0.01	0	"	"	"	1.538	"
0.05	0	"	"	"	7.689	"
0.1	0	"	"	"	$1.538 \times 10$	"



度分布式によって与えられる。これらの式は  $t \geq 0$  の範囲の濃度分布を与えるものであるが、時間  $t$  が十分大となれば、たとえば入口濃度が式 (2.15) のような変動をし、かつ変動が定常的に持続する場合には式 (2.16) の結果において  $\tau \rightarrow \infty$  とすれば、定常的な出口濃度の変動を与える式が得られる。すなわち、

$$\frac{C}{C_B} = 2\tau e^{\alpha\mu} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \{\alpha \sin y_m(1-\lambda) + y_m \cos y_m(1-\lambda)\}}{(\alpha^2 + \alpha + y_m^2) \sin y_m} \times \left[ \frac{1}{A^2 + \omega^2 T^2} \{A_s \sin(\omega T \tau + \phi) - \omega T \cos(\omega T \tau + \phi)\} + \frac{S}{A} \right] \dots\dots\dots(4.1)$$

が式 (2.16) の定常状態の濃度分布となる。この式の形より入口濃度が正弦波的に変動した場合、出口 ( $\lambda=1.0$ ) における濃度変動も入口と同じ周波数をもった正弦波の変動することが予想される。したがって、出口における濃度の定常的な変動の様子は、その振幅および位相のずれを知らば大体の様子が把握できる。この定常状態における出口濃度の変動の振幅および位相のずれは式 (4.1) を計算しなくても、伝達関数の概念を用いれば求めることができる。基礎方程式 (2.5) および境界条件 (2.8) を Laplace 変換すると、それぞれ次のようになる ( $0 \leq t \leq T_0$ )。

$$PC^p + u \frac{dC^p}{dx} + \frac{w_p}{H} (1-k) C^p = E_x \frac{d^2 C^p}{dx^2} \dots\dots\dots(4.2)$$

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で } C^p &= C_B f^p(p) \\ x=L \text{ で } \partial C^p / \partial x &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.3)$$

ただし、 $C^p$  は次式で与えられる濃度  $C$  を Laplace 変換したものである。

$$\begin{aligned} \text{Re}[D(j\omega)] &= \left[ e^{\mu L r^{1/2}} \cos \frac{\phi}{2} \left\{ \mu \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + r^{1/2} \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \frac{\phi}{2} \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) - r^{1/2} \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + e^{\mu L r^{1/2}} \sin \frac{\phi}{2} \left\{ \mu \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) + r^{1/2} \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \frac{\phi}{2} \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + r^{1/2} \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \frac{\phi}{2} \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right\} \right] / \left[ \left\{ \mu \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + r^{1/2} \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \frac{\phi}{2} \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) - r^{1/2} \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \times \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \mu \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) + r^{1/2} \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \frac{\phi}{2} \times \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + r^{1/2} \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \frac{\phi}{2} \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right\}^2 \right] \dots\dots\dots(4.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Im}[D(j\omega)] &= \left[ -e^{\mu L r^{1/2}} \cos \frac{\phi}{2} \left\{ \mu \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + r^{1/2} \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \frac{\phi}{2} \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) + r^{1/2} \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \frac{\phi}{2} \sin \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + e^{\mu L r^{1/2}} \sin \frac{\phi}{2} \left\{ \mu \sinh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) + r^{1/2} \cosh \left( r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2} \right) \cos \frac{\phi}{2} \cos \left( r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \end{aligned}$$

$$C^p(x, p) = \int_0^{\infty} C(x, t) e^{-pt} dt \dots\dots\dots(4.4)$$

式 (4.2) を (4.3) の境界条件のもとに解くと

$$C_B f^p(p) e^{\mu x} \left\{ \frac{\mu \sinh \nu(L-x)}{\mu \sinh \nu L + \mu \cosh \nu L} + \nu \cosh \nu(L-x) \right\} \dots\dots\dots(4.5)$$

が得られる。伝達関数を  $D(p)$  とすると、伝達関数は出力を入力で割れば得られるから、 $x=L$  として、

$$D(p) = \frac{\nu e^{\mu L}}{\mu \sinh \nu L + \nu \cosh \nu L} \dots\dots\dots(4.6)$$

出口の濃度変動 (出力) の振幅と入口の濃度変動 (入力) の振幅との比 Gain および位相のずれ Phase Shift は  $D(p)$  を用いて次のように与えられる。Gain を  $G$ 、Phase Shift を  $\phi$  とすれば、

$$G = |D(j\omega)| = \{ \text{Re}^2[D(j\omega)] + \text{Im}^2[D(j\omega)] \}^{1/2} \dots\dots\dots(4.7)$$

$$\phi = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[D(j\omega)]}{\text{Re}[D(j\omega)]} \right\} \dots\dots\dots(4.8)$$

ただし、 $\text{Im}[D(j\omega)]$ 、 $\text{Re}[D(j\omega)]$  はそれぞれ  $D(j\omega)$  の虚数部と実数部を表わす。また  $\omega$  は入口における濃度変動の周波数で、 $j$  は虚数単位  $\sqrt{-1}$  である。ここで、

$$\nu = \left\{ \left( \frac{u^2}{4E_x^2} + \frac{G}{E_x} \right) + \frac{p}{E_x} \right\}^{1/2} = (a+bp)^{1/2} \dots\dots\dots(4.9)$$

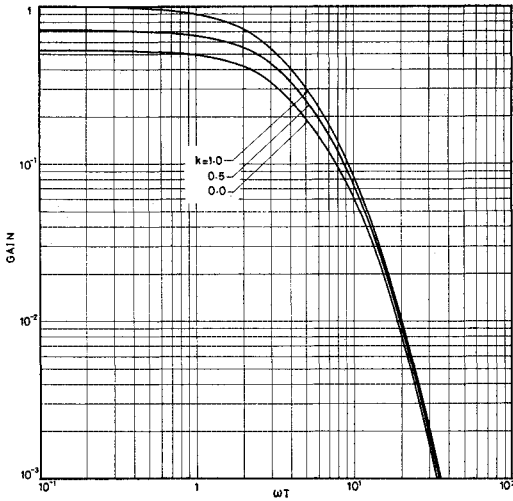
$$\left. \begin{aligned} r &= (a^2 + b^2)^{1/2} \\ \phi &= \arctan \left( \frac{b\omega}{a} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.10)$$

とおき、 $p=j\omega$  を式 (4.6) に代入して  $D(j\omega)$  の実数部  $\text{Re}[D(j\omega)]$  と虚数部  $\text{Im}[D(j\omega)]$  とを求めるとそれぞれ次のようになる。

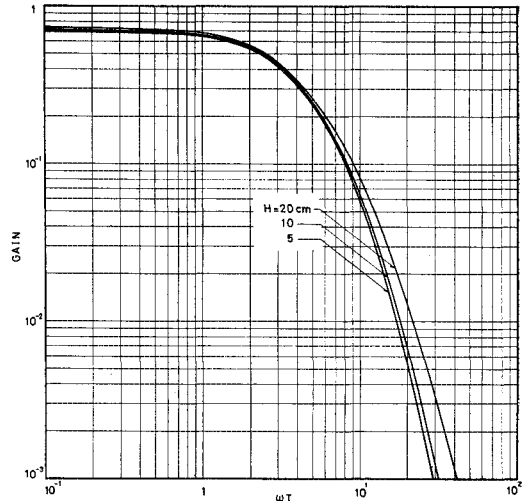
$$\begin{aligned}
 & -r^{1/2} \sinh\left(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}\right) \sin \frac{\phi}{2} \sin\left(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}\right) \Big\} \Big/ \left[ \left\{ \mu \sinh\left(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}\right) \cos\left(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}\right) \right. \right. \\
 & + r^{1/2} \cosh\left(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}\right) \cos \frac{\phi}{2} \cos\left(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}\right) - r^{1/2} \sinh\left(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}\right) \times \sin \frac{\phi}{2} \sin\left(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}\right) \Big\}^2 \\
 & + \left\{ \mu \cosh\left(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}\right) \sin\left(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}\right) + r^{1/2} \cosh\left(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}\right) \sin \frac{\phi}{2} \times \cos\left(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}\right) \right. \\
 & \left. \left. + r^{1/2} \sinh\left(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}\right) \cos \frac{\phi}{2} \sin\left(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}\right) \right\}^2 \right] \dots\dots\dots (4.12)
 \end{aligned}$$

Gain  $G$  および Phase Sift  $\phi$  は式 (4.11), (4.12) を式 (4.7), (4.8) に代入すれば求まる。その結果の一部を図示すると **Fig. 16, 17, 18, 19** のようになる。**Fig. 16, 18** は無次元数  $\omega T$  ( $\omega$ : 周波数,  $T$ : 理論滞留時間) に対する Gain の変化の様子を示す。また **Fig. 17, 19** は無次元数  $\omega T$  に対する Phase Sift の変化を示すも

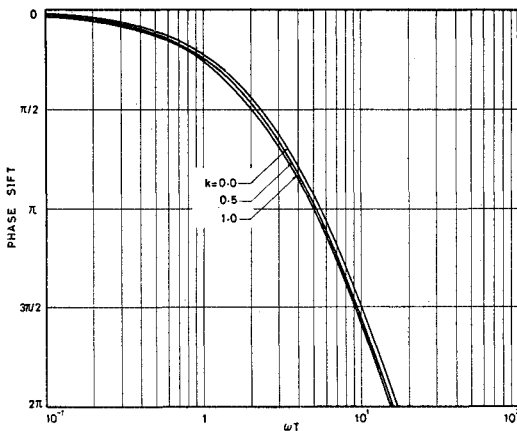
ので、負の符号は位相おくれを表わす。**Fig. 16, 17** は  $Q=50$  cc/sec,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm の場合について沈殿物の再浮上パラメーター  $k$  を変えてプロットしたものであり、**Fig. 18, 19** は  $Q=100$  cc/sec,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $k=0$  の場合について水深  $H$  を変えてプロットしたも



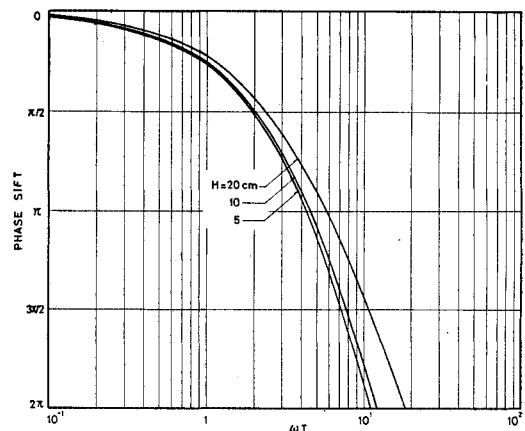
**Fig. 16** Relations Between Gain and  $\omega T$  (1) ( $Q=50$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec)



**Fig. 18** Relations Between Gain and  $\omega T$  (2) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ )



**Fig. 17** Relations Between Phase Sift and  $\omega T$  (1) ( $Q=50$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm)



**Fig. 19** Relations Between Phase Sift and  $\omega T$  (2) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec,  $k=0$ )

のである。紙数の都合上とくに再浮上パラメーター  $k$  と水深  $H$  について、それらが Gain  $G$  および Phase Sift  $\phi$  に与える影響について簡単に考察する。

(1) 再浮上パラメーター  $k$  の影響

Gain  $G$  については Fig. 16 より  $\omega T$  の小さい側すなわち低周波領域では再浮上パラメーター  $k$  の値が大きいほど Gain が大きく (出口における濃度変動の減少幅が小さく平滑されにくいことを示す)、また  $k$  の影響を相当受けることがわかる。しかし、 $\omega T$  の大きい側すなわち高周波領域では  $k$  の値の違いによる Gain の差異は次第に小さくなり、 $k$  の影響の小さくなることがわかる。これに対して Phase Sift  $\phi$  は Fig. 17 に見られるごとく、 $\omega T$  の小さい低周波側では小さく、 $\omega T$  の大きい高周波側では大きい。全般に  $k$  の値の違いによる Phase Sift  $\phi$  の差異は小さいが、高周波側で、これが低周波側に比してやや大きくなっていく。これは Gain の場合とちょうど反対の様子を示している。いずれにしても沈殿物の再浮上現象は濃度変動の平滑をさま

たげるといふ好ましくない結果をもたらすようである。

(2) 水深  $H$  の影響

Fig. 18 に見られるごとく水深  $H$  が小さいほど Gain  $G$  は小さくなり、出口の濃度変動は小さくなるが、その違いは  $\omega T$  の小さい低周波側では小さく、 $\omega T$  の大きい高周波側ほど大きくなる。Phase Sift  $\phi$  についても Fig. 19 のように  $H$  が小さいほど大きい、 $H$  の影響は高周波側ほど大きくなる。

なお、流量  $Q$  を変化させた場合、池長  $L$  を変化させた場合、粒子の沈降速度  $w_p$  を変化させた場合の  $\omega T$  に対する Gain, Phase Sift の変化の様子はおのおの Table 2, 3, 4 に示すようになる。

5. 結果の要約と結言

1 次元非正常拡散モデルを矩形沈殿池に適用して、その非正常特性を解析して得られた結果を要約すると次のようになる。

Table 2 Variations of Gain and Phase Sift with Flow Rate  $Q$  (1) ( $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec)

$Q$ (cc/sec)	$k$ (-)	$\omega$ (1/sec)	$\omega T$ (-)	Gain (-)	Phase Sift (rad)	$Q$ (cc/sec)	$k$ (-)	$\omega$ (1/sec)	$\omega T$ (-)	Gain (-)	Phase Sift (rad)
50	0	$1.00 \times 10^{-4}$	$2.24 \times 10^{-2}$	$5.268 \times 10^{-1}$	$-1.596 \times 10^{-2}$	"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$8.149 \times 10^{-1}$	$-4.828 \times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-4}$	$4.98 \times 10^{-2}$	$5.267 \times 10^{-1}$	$-3.192 \times 10^{-2}$	"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	1.12	$7.659 \times 10^{-1}$	$-9.545 \times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-4}$	$4.12 \times 10^{-1}$	$5.264 \times 10^{-1}$	$-7.978 \times 10^{-2}$	"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	2.24	$6.154 \times 10^{-1}$	-1.835
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$2.24 \times 10^{-1}$	$5.252 \times 10^{-1}$	$-1.595 \times 10^{-1}$	"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	5.60	$2.354 \times 10^{-1}$	-3.925
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$4.48 \times 10^{-1}$	$5.206 \times 10^{-1}$	$-3.183 \times 10^{-1}$	"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	$1.12 \times 10$	$3.245 \times 10^{-3}$	-6.475
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	1.12	$4.903 \times 10^{-1}$	$-7.840 \times 10^{-1}$	"	"	$2.00 \times 10^{-1}$	$2.24 \times 10$	$4.672 \times 10^{-2}$	-1.260 $\times 10$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	2.24	$4.071 \times 10^{-1}$	-1.504	100	1.0	$1.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$9.990 \times 10^{-1}$	-1.003 $\times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	4.48	$2.417 \times 10^{-1}$	-2.695	"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$9.764 \times 10^{-1}$	-4.994 $\times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10$	$4.877 \times 10^{-2}$	-5.118	"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	1.12	$9.118 \times 10^{-1}$	-9.858 $\times 10^{-1}$
50	0.5	$1.00 \times 10^{-4}$	$2.24 \times 10^{-2}$	$7.164 \times 10^{-1}$	$-1.720 \times 10^{-2}$	"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	2.24	$7.191 \times 10^{-1}$	-1.887
"	"	$2.00 \times 10^{-4}$	$4.48 \times 10^{-2}$	$7.163 \times 10^{-1}$	$-3.440 \times 10^{-2}$	"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	5.60	$2.624 \times 10^{-1}$	-3.989
"	"	$5.00 \times 10^{-4}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$7.157 \times 10^{-1}$	$-8.598 \times 10^{-2}$	"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	$1.12 \times 10$	$5.036 \times 10^{-2}$	-6.386
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$2.24 \times 10^{-1}$	$7.137 \times 10^{-1}$	$-1.718 \times 10^{-1}$	"	"	$2.00 \times 10^{-1}$	$2.24 \times 10$	$3.415 \times 10^{-3}$	-1.280 $\times 10$
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$4.48 \times 10^{-1}$	$7.059 \times 10^{-1}$	$-3.427 \times 10^{-1}$	200	0	$1.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-2}$	$8.291 \times 10^{-1}$	-4.967 $\times 10^{-2}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	1.12	$6.557 \times 10^{-1}$	$-8.411 \times 10^{-1}$	"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$8.286 \times 10^{-1}$	-9.933 $\times 10^{-2}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	2.24	$5.255 \times 10^{-1}$	-1.595	"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$2.80 \times 10^{-1}$	$8.252 \times 10^{-1}$	-2.482 $\times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	4.48	$2.937 \times 10^{-1}$	-2.803	"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$8.135 \times 10^{-1}$	-4.952 $\times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10$	$5.497 \times 10^{-2}$	-5.211	"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	1.12	$7.692 \times 10^{-1}$	-9.817 $\times 10^{-1}$
50	1.0	$1.00 \times 10^{-4}$	$2.24 \times 10^{-2}$	1.000	$-1.879 \times 10^{-2}$	"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	2.80	$5.495 \times 10^{-1}$	-2.331
"	"	$2.00 \times 10^{-4}$	$4.48 \times 10^{-2}$	$9.998 \times 10^{-1}$	$-3.757 \times 10^{-2}$	"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	5.60	$2.430 \times 10^{-1}$	-4.161
"	"	$5.00 \times 10^{-4}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$9.988 \times 10^{-1}$	$-9.390 \times 10^{-2}$	200	0.5	$1.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-2}$	$9.098 \times 10^{-1}$	-5.040 $\times 10^{-2}$
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$2.24 \times 10^{-1}$	$9.952 \times 10^{-1}$	$-1.876 \times 10^{-1}$	"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$9.093 \times 10^{-1}$	-1.008 $\times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$4.48 \times 10^{-1}$	$9.809 \times 10^{-1}$	$-3.737 \times 10^{-1}$	"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$2.80 \times 10^{-1}$	$9.054 \times 10^{-1}$	-2.518 $\times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	1.12	$8.931 \times 10^{-1}$	$-9.109 \times 10^{-1}$	"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$8.919 \times 10^{-1}$	-5.024 $\times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	2.24	$6.838 \times 10^{-1}$	-1.700	"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	1.12	$8.414 \times 10^{-1}$	-9.955 $\times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	4.48	$3.569 \times 10^{-1}$	-2.920	"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	2.80	$5.939 \times 10^{-1}$	-2.358
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10$	$6.189 \times 10^{-2}$	-5.306	"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	5.60	$2.579 \times 10^{-1}$	-4.193
100	0	$1.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$6.969 \times 10^{-1}$	$-9.385 \times 10^{-2}$	200	1.0	$1.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-2}$	$9.998 \times 10^{-1}$	-5.117 $\times 10^{-2}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$6.840 \times 10^{-1}$	$-4.677 \times 10^{-1}$	"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$9.992 \times 10^{-1}$	-1.023 $\times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	1.12	$6.463 \times 10^{-1}$	$-9.259 \times 10^{-1}$	"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$2.80 \times 10^{-1}$	$9.947 \times 10^{-1}$	-2.557 $\times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	2.24	$5.281 \times 10^{-1}$	-1.788	"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$9.792 \times 10^{-1}$	-5.100 $\times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	5.60	$2.111 \times 10^{-1}$	-3.863	"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	1.12	$9.213 \times 10^{-1}$	-1.010
"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	$1.12 \times 10$	$4.333 \times 10^{-2}$	-6.274	"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	2.80	$6.422 \times 10^{-1}$	-2.386
"	"	$2.00 \times 10^{-1}$	$2.24 \times 10$	$3.082 \times 10^{-3}$	-1.271 $\times 10$	"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	5.60	$2.738 \times 10^{-1}$	-4.226
100	0.5	$1.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$8.319 \times 10^{-1}$	$-9.693 \times 10^{-2}$						

**Table 3** Variations of Gain and Phase Shift with Length  $L$  (2) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $H=7$  cm,  $w_p=0.026$  cm/sec)

$L$ (cm)	$k$ (-)	$\omega$ (1/sec)	$\omega T$ (-)	Gain (-)	Phase Shift (rad)
10	0	$2.00 \times 10^{-3}$	$2.80 \times 10^{-2}$	$9.786 \times 10^{-1}$	$-1.156 \times 10^{-2}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$7.00 \times 10^{-2}$	$9.784 \times 10^{-1}$	$-2.890 \times 10^{-2}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	$1.40 \times 10^{-1}$	$9.777 \times 10^{-1}$	$-5.779 \times 10^{-2}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	$2.80 \times 10^{-1}$	$9.750 \times 10^{-1}$	$-1.154 \times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	$7.00 \times 10^{-1}$	$9.565 \times 10^{-1}$	$-2.859 \times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	1.40	$8.980 \times 10^{-1}$	$-5.549 \times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-1}$	2.80	$7.368 \times 10^{-1}$	-1.010
"	"	$5.00 \times 10^{-1}$	7.00	$3.879 \times 10^{-1}$	-1.883
"	"	1.00	1.40 × 10	$1.740 \times 10^{-1}$	-2.773
50	0	$5.00 \times 10^{-4}$	$3.50 \times 10^{-2}$	$8.100 \times 10^{-1}$	$-2.755 \times 10^{-2}$
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$7.00 \times 10^{-2}$	$8.098 \times 10^{-1}$	$-5.509 \times 10^{-2}$
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$1.40 \times 10^{-1}$	$8.088 \times 10^{-1}$	$-1.101 \times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$3.50 \times 10^{-1}$	$8.020 \times 10^{-1}$	$-2.748 \times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	$7.00 \times 10^{-1}$	$7.788 \times 10^{-1}$	$-5.453 \times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	1.40	$6.992 \times 10^{-1}$	-1.060
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	3.50	$4.151 \times 10^{-1}$	-2.336
"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	7.00	$1.612 \times 10^{-1}$	-3.845
"	"	$2.00 \times 10^{-1}$	1.40 × 10	$3.202 \times 10^{-2}$	-5.918
200	0	$1.00 \times 10^{-4}$	$2.80 \times 10^{-2}$	$3.831 \times 10^{-1}$	$-2.490 \times 10^{-2}$
"	"	$2.00 \times 10^{-4}$	$5.60 \times 10^{-2}$	$3.831 \times 10^{-1}$	$-4.979 \times 10^{-2}$
"	"	$5.00 \times 10^{-4}$	$1.40 \times 10^{-1}$	$3.829 \times 10^{-1}$	$-1.245 \times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$2.80 \times 10^{-1}$	$3.822 \times 10^{-1}$	$-2.489 \times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$3.796 \times 10^{-1}$	$-4.976 \times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	1.40	$3.617 \times 10^{-1}$	-1.239
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	2.80	$3.065 \times 10^{-1}$	-2.448
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	5.60	$1.718 \times 10^{-1}$	-4.695
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	1.40 × 10	$1.412 \times 10^{-2}$	-9.971

**Table 4** Variations of Gain and Phase Shift with Fall Velocity  $w_p$  (3) ( $Q=100$  cc/sec,  $B=20$  cm,  $L=80$  cm,  $H=7$  cm)

$w_p$ (cm/sec)	$k$ (-)	$\omega$ (1/sec)	$\omega T$ (-)	Gain (-)	Phase Shift (rad)
0.005	0	$2.00 \times 10^{-4}$	$2.24 \times 10^{-2}$	$9.312 \times 10^{-1}$	$-1.980 \times 10^{-2}$
"	"	$5.00 \times 10^{-4}$	$5.60 \times 10^{-2}$	$9.311 \times 10^{-1}$	$-4.950 \times 10^{-2}$
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$9.304 \times 10^{-1}$	$-9.898 \times 10^{-2}$
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$2.24 \times 10^{-1}$	$9.278 \times 10^{-1}$	$-1.979 \times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$9.103 \times 10^{-1}$	$-4.928 \times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	1.12	$8.522 \times 10^{-1}$	$-9.734 \times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	2.24	$6.771 \times 10^{-1}$	-1.866
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	5.60	$2.517 \times 10^{-1}$	-3.964
"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	1.12 × 10	$4.893 \times 10^{-2}$	-6.364
0.05	0	$2.00 \times 10^{-4}$	$2.24 \times 10^{-2}$	$5.100 \times 10^{-1}$	$-1.778 \times 10^{-2}$
"	"	$5.00 \times 10^{-4}$	$5.60 \times 10^{-2}$	$5.099 \times 10^{-1}$	$-4.445 \times 10^{-2}$
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$5.097 \times 10^{-1}$	$-8.888 \times 10^{-2}$
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$2.24 \times 10^{-1}$	$5.086 \times 10^{-1}$	$-1.777 \times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$5.016 \times 10^{-1}$	$-4.432 \times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	1.12	$4.779 \times 10^{-1}$	$-8.791 \times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	2.24	$4.007 \times 10^{-1}$	-1.708
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	5.60	$1.727 \times 10^{-1}$	-3.753
"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	1.12 × 10	$3.768 \times 10^{-2}$	-6.173
0.1	0	$2.00 \times 10^{-4}$	$2.24 \times 10^{-2}$	$2.787 \times 10^{-1}$	$-1.613 \times 10^{-2}$
"	"	$5.00 \times 10^{-4}$	$5.60 \times 10^{-2}$	$2.787 \times 10^{-1}$	$-4.033 \times 10^{-2}$
"	"	$1.00 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$2.786 \times 10^{-1}$	$-8.066 \times 10^{-2}$
"	"	$2.00 \times 10^{-3}$	$2.24 \times 10^{-1}$	$2.782 \times 10^{-1}$	$-1.613 \times 10^{-1}$
"	"	$5.00 \times 10^{-3}$	$5.60 \times 10^{-1}$	$2.753 \times 10^{-1}$	$-4.026 \times 10^{-1}$
"	"	$1.00 \times 10^{-2}$	1.12	$2.655 \times 10^{-1}$	$-8.006 \times 10^{-1}$
"	"	$2.00 \times 10^{-2}$	2.24	$2.316 \times 10^{-1}$	-1.568
"	"	$5.00 \times 10^{-2}$	5.60	$1.140 \times 10^{-1}$	-3.543
"	"	$1.00 \times 10^{-1}$	1.12 × 10	$2.810 \times 10^{-2}$	-5.971

(1) 入口での濃度変動が  $C=C_B f(t)$  で与えられる場合の池内の濃度分布の時間的変化は入口の変動が持続する場合、

$$C(x, t) = \frac{2C_B E_x e^{\mu x}}{L^2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \left\{ \mu L \sin y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) + y_m \cos y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \right\}}{(\mu L)^2 + (\mu L) + y_m^2} \sin y_m \times \int_0^t f(t') \exp \left[ - \left\{ \left( \frac{u^2 L^2}{4 E_x^2} + y_m^2 \right) \frac{E_x}{L^2} \right\} (t - t') \right] dt' \dots (2.10)$$

で与えられる。特に入口濃度が正弦波的に変動する場合は、

$$\frac{C}{C_B} = 2r e^{\alpha \lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \{ \alpha \sin y_m (1 - \lambda) + y_m \cos y_m (1 - \lambda) \}}{(\alpha^2 + \alpha + y_m^2) \sin y_m} \times \left[ \frac{1}{A^2 + \omega^2 T^2} \{ A \sin(\omega T \tau + \phi) - \omega T \cos(\omega T \tau + \phi) - (A \sin \phi - \omega T \cos \phi) e^{-A \tau} \} + \frac{S}{A} (1 - e^{-A \tau}) \right] \dots (2.16)$$

となる。この式を用いて濃度分布の非定常特性を解析した結果を要約すると、

a) 沈殿物の再浮上パラメーター  $k$  が大なるほど、

出口濃度は全体に高くなるが、さらに出口濃度の変動についても、その振幅は  $k$  が大なるほど大きくなる。すなわち、沈殿物の再浮上現象は出口濃度そのものを高めるという好ましくない作用をもつ他に、沈殿池の負荷変動に対するダンパー (Damper) としての作用をも弱わめ、沈殿池の操作という面からも好ましくない結果をもたらすようである。また入口変動と出口変動とのずれも再浮上パラメーターが大なるほど大きくなる。

b) 処理流量  $Q$  が大なるほど濃度変動は平滑されにくい。

c) 流入水質の変動が頻繁なほど、すなわち周波数が高いほど変動は平滑されやすい。

d) 粒子沈降速度  $w_p$  を増加せしめると、濃度自身が低下する他に、変動の振幅も小さくなり操作上も都合が良いようである。

(2) 周波数応答により定常的な出口濃度の変動を把握できるが、その場合の Gain  $G$  および Phase Shift  $\phi$  はそれぞれ、

$$G = |D(j\omega)| \dots (4.7)$$

$$\phi = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[D(j\omega)]}{\text{Re}[D(j\omega)]} \right\} \dots (4.8)$$

で与えられる。これを用いた周波数応答の結果を要約すると、

a) 沈殿物の再浮上パラメーター  $k$  の影響は  $\omega T$  の小さい領域で大きく,  $\omega T$  の大きい領域では小さい。

b) 水深  $H$  の相異による Gain の違いは  $\omega T$  の大きい領域にいくほど次第に増大し, 濃度変動の平滑のされ方の差が大きくなる。

従来, ほとんど手のつけられていない矩形沈殿池の非定常特性を, 1次元非定常拡散モデルによって明らかにしようとしたのであるが, 以上の解析においては沈殿池内で安定な一様流が存在するとしており, さらにこれに沈殿池における他の重要な因子, たとえば短絡流や循環流, 死水域などをも考慮する必要があるものと思われる。紙数の制約上, 沈殿池内の初期濃度分布の影響や周波数応答などの詳しい解析を発表できなかったが, 稿を改めて述べたい。

なお, 本研究を進めるにあたり多くの有益な助言をいただいた京都大学衛生工学教室の内藤正明博士に謝意を表す。

本論文におけるすべての計算は京都大学大型計算機センターの FACOM 230-60 によって行なったものであることをここに明記する。

#### 参 考 文 献

1) 日本工業用水協会: 工業用水便覧, 産業図書, 昭和 35 年

8月。

用水廃水便覧編集委員会: 用水廃水便覧, 丸善, 昭和 39 年12月。

日本水道協会: 水道施設基準解説 (1966年版), 昭和 41 年4月など。

- 2) 田井慎吾: 下水処理場流入水量・水質変化の調和解析, 用水と廃水, Vol. 7, No. 4, 1965年4月。
- 3) 化学工学協会: プロセス制御, いずみ書房, 昭和 40 年 8 月。
- 4) 芝 定孝: 矩形沈殿池の非定常特性について, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 昭和 46 年 5 月。
- 5) David M. Himmelblau & Kenneth B. Bischoff: Process Analysis and Simulation, John Wiley & Sons, New York, 1968.
- 6) 水科篤郎・高松武一郎・中西英二: 気液接触段の動特性, 制御工学, 第 3 巻, 第 6 号, 1959 年。
- 7) 合田 健: 上水浄化における水理学上の基礎的諸問題, 京都大学学位論文, 昭和 31 年。
- 8) P.V. Danckwerts: Continuous Flow System, Chemical Engineering Science, Vol. 2, No. 1, 1953.
- 9) 高松武一郎・内藤正明・芝 定孝: 矩形沈殿槽における沈殿物の再浮上に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第 183 号, 1970 年 11 月。
- 10) 高松武一郎・内藤正明・芝 定孝: 矩形沈殿池の最適水深に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第 191 号, 1971 年 7 月。

(1971.6.25・受付)