

# 開水路流れの中の円柱の相互干渉

## INTERFERENCE BETWEEN CYLINDERS IN OPEN CHANNEL FLOW

永井 莊七郎\*・倉田 克彦\*\*  
By Shoshichiro Nagai and Katsuhiko Kurata

### 1. 緒 言

流れの中に 2 つ以上の物体が、相互の間隔をあまりあけることなく存在する場合には、物体のまわりの流れの状態および物体に働く力（あるいは抵抗力とも称する）は、物体の相互干渉によって、それらの物体がそれぞれ単独に置かれている場合とは異なってくることは当然のことである。しかしながら、このような相互干渉に関する研究は現在まであまりなされておらない。

一方、円柱の組み合わせ構造物は、種々の海中構造物などに今後多く用いられることが考えられる。このような円柱の組み合わせ構造物に働く力を算定するための基礎的研究として、流れの方向に平行に 2 本の円柱を置いた場合、それぞれの円柱に働く力について、相互干渉による影響を明らかにしようとするものである。

流れと直角方向に並んだ円柱間の相互干渉については、すでに永井など<sup>4),5)</sup>によって、実験的に明らかにされており（なお、追加実験を行なって補足される予定）、本論文中では、有限な水路幅による影響として述べられている。

### 2. 実験装置

実験は、大阪市立大学工学部河海工学実験場の幅 2.2 m、深さ 0.8 m、長さ 40 m のモルタル仕上げの開水路

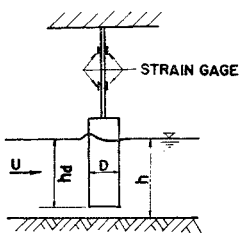


図-1 測定装置概略

を用いて行ない、水深  $h=40$  cm と一定にした。流速は、フォトランジスタ型のプロペラ式流速計を用いて測定し、14~40 cm/sec の範囲で変化させた。円柱に働く力は、図-1 に示すような片持ばり形式の測定装置を用い、板ばね（幅 3

cm、長さ 45 cm、厚さ 0.6 および 0.9 cm の鋼板) の 2 ヶ所の表裏両面にひずみゲージを貼り、円柱に働く力の合力を測定した。流れの状態は、蛍光塗料を塗布した浮子を流下させ、流線を black-lamp を用いて写真撮影し、また目視観察によって考察した。なお、円柱としては外径 10.6 cm のエスロンパイプを用いた。

### 3. 円柱に働く力に関する次元解析

図-2 のように開水路中に置かれた 2 本の円柱に働く力は、無限に広い 2 次元流中に単独に置かれた円柱に働く力とは異なり、自由水面、有限な水路幅、流速分布の非一様性（速度勾配の存在）、円柱の相互干渉による影響などが入ってくる。これらの影響を知るために、実験結果の検討に先立って次元解析を行なう。一般に円柱に働く力  $F$  は次のような要素の関数である。

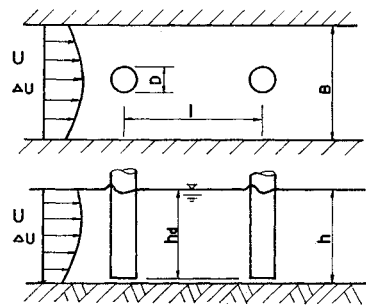


図-2 流れに平行におかれた 2 本の円柱

$$F = \phi(U, \Delta U, \rho, \mu, B, h, D, h_d, l, g, \lambda, \epsilon) \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで

- $F$ : 円柱に働く力（抵抗力）
- $U$ : 流れの代表的な流速
- $\Delta U$ : 流速差（速度勾配に相当）
- $\rho$ : 水の密度
- $\mu$ : 水の粘性係数
- $B$ : 水路幅
- $h$ : 水深

\* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科

- $D$  : 円柱の直径 (外径)
- $h_d$  : 円柱の水浸長 (吃水)
- $l$  : 円柱間の距離 (中心間隔)
- $g$  : 重力の加速度
- $\lambda$  : 円柱の表面粗度を表わす係数
- $\epsilon$  : 流れの乱れを表わす係数

基本量として,  $U, D, \rho$  をとり,  $\pi$  定理を用いて解くと,

$$A = D \cdot h_d : \text{円柱の水中部分の流れに垂直な面への投影面積}$$

$$\mu/\rho = \nu : \text{水の動粘性係数}$$

$$U \cdot D/\nu = R_e : \text{レイノルズ数}$$

$$U/\sqrt{gD} = Fr(D), \quad U/\sqrt{gh_d} = Fr(h_d),$$

$$U/\sqrt{gh} = Fr(h) : \text{フルード数}$$

$$F/\frac{1}{2}\rho AU^2 = C_R : \text{抵抗係数}$$

とすれば, 抵抗係数  $C_R$  は次のような無次元量の関数である。

$$C_R = \phi_1(\Delta U/U, R_e, B/D, h_d/h, h_d/D, Fr(D), Fr(h), Fr(h_d), l/D, \lambda, \epsilon) \dots \dots \dots (2)$$

一般に, 自由水面を持つ流れの中に置かれた物体に働く力  $F$  は,  $R_e$  に関する圧力抵抗  $F_p$  および摩擦抵抗  $F_f$  あるいは両者を合わせた抗力  $F_D = F_p + F_f$ , およびフルード数  $Fr$  に関する造波抵抗  $F_w$  とに分けて考えられている。したがって, 開水路中に置かれた円柱のうける全抵抗  $F$  は次式のように書かれる。

$$F = F_D + F_w \dots \dots \dots (3)$$

したがって, 式 (2) は,  $R_e, Fr$  の影響を分けて考えた

$$C_R = \phi_1(R_e, \lambda) \cdot \phi_2(B/D) \cdot \phi_3(\Delta U/U) \cdot \phi_4(h_d/h, h_d/D, Fr(D), Fr(h_d), Fr(h)) \cdot \phi_5(l/D, \epsilon) \dots \dots \dots (4)$$

のように各項の影響を掛け合わせた形に書けるであろう。ここで

$\phi_1(R_e, \lambda)$  : 2次元流中の円柱に働く力  $F_D$  に関する抵抗係数に相当するもの

$\phi_2(B/D)$  : 有限な水路幅に関する係数

$\phi_3(\Delta U/U)$  : 流速分布の非一様性 (速度勾配) に関する係数

$\phi_4(h_d/h, h_d/D, Fr(D), Fr(h_d), Fr(h))$  : 自由水面の存在による造波抵抗  $F_w$  の抵抗係数

$\phi_5(l/D, \epsilon)$  : 円柱間の相互干渉に関する係数

を表わすものである。

(1)  $\phi_1(R_e, \lambda)$

今回の実験においては, 円柱としては直径  $D=10.6$  cm のエスロンパイプを用い,  $R_e$  の範囲は,  $R_e=(1.41 \sim 3.84) \times 10^4$  である。 $R_e=10^4 \sim 10^5$  の範囲においては,

2次元流中の円柱の抵抗係数  $C_D=1.2$  でほぼ一定であり, 後流の状態も変化はみられない。また, この実験では同一の円柱を用いたため, 円柱の形状, 表面粗度も一定であるので,  $R_e, \lambda$  の影響は検討できない。

(2)  $\phi_2(B/D)$

水路幅  $B$  が円柱のまわりの流れの流速分布に対してどのような影響を及ぼすか, すなわち, 側壁の影響がない場合に比して, どの程度流速の増加が生じるかを求める。

幅  $B$  なる水路中に置かれた一本の円柱のまわりの流れに対して 2次元ポテンシャル流理論を適用すれば, 速度ポテンシャル  $\phi$  および 図-3 における  $x=0$  ( $\theta=90^\circ$ ) での速度  $u_{x=0}$  は次式により与えられる<sup>1)</sup>。

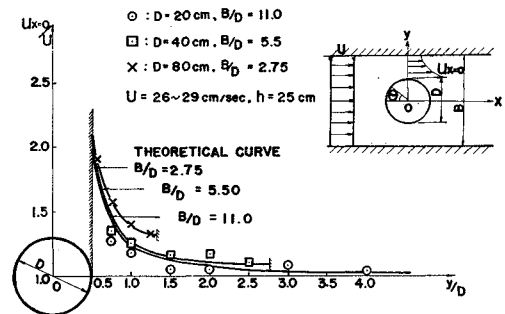


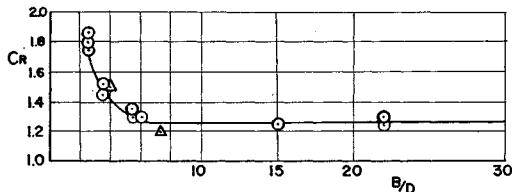
図-3 円柱周囲の流速分布 ( $x=0$ )  
(式 (6) と実験値との比較)

$$\phi = U \cdot x \cdot \frac{\pi}{B} \cdot C \cdot \frac{\sinh \frac{2\pi x}{B}}{\cosh \frac{2\pi x}{B} - \cos \frac{2\pi y}{B}} \dots \dots \dots (5)$$

$$u_{x=0} = U + \frac{2\pi^2}{B^2} \cdot C \cdot \frac{1}{1 - \cos \frac{2\pi y}{B}} \dots \dots \dots (6)$$

$$C = U \cdot \frac{D^2}{4}$$

式 (6) と実験結果とを比較したものを 図-3 に示す<sup>2),3)</sup>。図から明らかなように, 式 (6) による理論値と実験値 (鉛直方向の平均流速) とはほぼ一致している。したがって, 剝離点 ( $D=20$  cm :  $\theta=84^\circ$ ,  $D=40$  cm :  $\theta=94^\circ$ ,  $D=80$  cm :  $\theta=114^\circ$ ) より上流側の円柱周囲の流れはポテンシャル流として取扱うことができる。式 (6) を用いれば, 側壁の影響による流速の増加は,  $B/D=2.75$  では円柱表面 ( $x=0, y=D/2$ ) において 6%, 側壁近くでは 17% 程度になる。 $B/D=5.5$  になれば円柱表面においては 1.5% に, 側壁近くでは 4.5% に減少する。したがって  $B/D>5.5$  であれば, 剝離点より上流の円柱周囲の流れに関しては, 側壁の影響を無視して差し支えないであろう。



○ : NAGAI ; h = 50cm, Fr = 0.11 ~ 0.30, R = 2.8 × 10<sup>4</sup> ~ 2.7 × 10<sup>5</sup>

△ : T.HSIEH, R.E.NECE, R.D.UNRUE ; Re = (2.33 ~ 2.45) × 10<sup>4</sup>

図-4 抵抗係数 CR と B/D との関係

一方、円柱の抵抗係数 CR の値と B/D との関係は図-4 のように求められている<sup>3), 5)</sup>。図-4 から明らかなように、CR の値は B/D > 6 になればほぼ一定値を示し、側壁の影響がほとんどないことを示している。また他の実験<sup>6)</sup>によれば、円柱の中心間隔 S と円柱直径 D との比 S/D が 5 以上になれば、CR はほぼ一定値をとり、両隣の円柱の影響をうけないことが明らかになっている。側壁の影響は、水路中に置かれた円柱の鏡像の位置に置かれた同じ大きさの円柱の影響に置き換えることができることを永井, Hsieh らの実験結果から推定される。したがって、側壁の影響 B/D と両隣の円柱の影響 S/D とは同じことを表わしていると考えて差し支えないようである。以上のことから、流れに直角に並んだ 2 本以上の円柱の間の相互干渉は、S/D > 6 になれば無視して差し支えないといえる。

今回行なった実験では、円柱直径 D = 10.6 cm, 水路幅 B = 220 cm, B/D = 20.8 > 6 であり、側壁の影響すなわち流れと直角に並んだ円柱の間の相互干渉は生じない。

(3)  $\phi_3(4U/U)$

今回の実験では、水路床近くを除いて速度勾配は小さく、ほぼ一様流れとみなすことができ、また流速をかなり変えても、速度分布の形状は大きく変化しなかったため、速度勾配の影響を検討することはできなかった。

(4)  $\phi_4(h_d/h, h_d/D, Fr(D), Fr(h_d), Fr(h))$

実験においては、水深 h = 40 cm, 吃水 h<sub>d</sub> = 37.5 cm, h<sub>d</sub>/h = 0.938, h<sub>d</sub>/D = 3.54, h, h<sub>d</sub> とともに一定にしたため、得られた結果に対する h<sub>d</sub>/h, h<sub>d</sub>/D の影響は一定とみなせる。また実験<sup>3)</sup>によれば、h<sub>d</sub>/h > 0.90 では、h<sub>d</sub> による抵抗係数 CR の変化はなく、ほぼ一定値を示す。したがって、今回は h<sub>d</sub>/h, h<sub>d</sub>/D についての検討は行っていない。

Fr の影響については、すでに 2, 3 の研究結果が発表されている<sup>3), 7)</sup>。それらの結果によると、今回の実験のように、Fr(h) = 0.0734 ~ 0.209, Fr(D) = 0.143 ~ 0.392,

Fr(h<sub>d</sub>) = 0.0760 ~ 0.215 と Fr が小さい範囲では、Fr による影響はあまり見られない。

(5)  $\phi_5(l/D, \epsilon)$

上流側円柱に働く力 F<sub>u</sub>, 下流側円柱に働く力 F<sub>d</sub> は、2 本の円柱の間の中心間隔 l により変化するのであろうと予想されるが、現在までに得られている研究結果は数少なく、詳細は明らかになっていない。流れの乱れの程度を表わす ε は、特に後流中においてその影響が顕著に現われてくるのが考えられ、この後流中の乱れは、円柱よりの距離に関係するものであることは容易に推察される。したがって  $\epsilon \equiv \epsilon(l/D)$  と書けば、 $\phi_5(l/D, \epsilon)$  は、l/D のみの関数  $\phi_5(l/D)$  と書きなおせる。

以上 (1) ~ (5) の考察により、式 (4) は、今回の実験においては

$$C_R = \phi(l/D) \dots\dots\dots (7)$$

のように簡単化され、今回の実験における抵抗係数 CR は円柱間の中心距離 l によってのみ影響を受けることになる。

4. 円柱背後の後流中の速度減少

円柱の抵抗を検討する前に、円柱背後の後流について若干の考察を加える。図-5 のように一様流中に置かれた物体の後流の幅および後流中の速度減少は次式により与えられる<sup>8)</sup>。

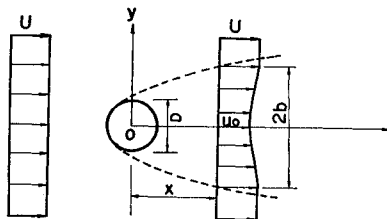


図-5 一様流におかれた物体の後流

$$\left. \begin{aligned} b &= \sqrt{10} k (C_D \cdot a \cdot x)^{1/2} \\ \frac{u_1}{U} &= \frac{\sqrt{10}}{18 k} \left( \frac{C_D \cdot a}{x} \right)^{1/2} \left\{ 1 - \left( \frac{y}{b} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

式中

- U : 一様流の速度
- u<sub>1</sub> = U - u
- 2b : 後流の幅
- a : 物体の流れに直角方向の長さ、円柱の場合は直径 D
- k : 混合距離 l' と後流幅 b との比 = l'/b

実験によれば、k は Re によって異なるが、Re = 10<sup>4</sup> 前

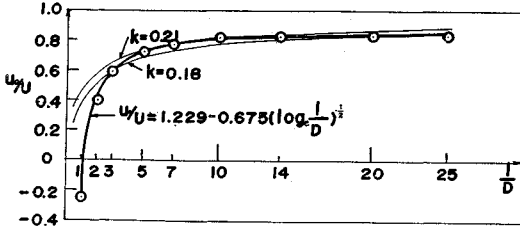


図-6 後流中心の流速分布

後では  $k=0.18\sim 0.21$  の値をとるといわれている。後流中心の流速  $u_0$  を式 (8) を用いて表わすと

$$\frac{u_0}{U} = 1 - \frac{u_{1, \max}}{U} = 1 - \frac{\sqrt{10}}{18k} \left( \frac{C_D \cdot D}{x} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (9)$$

となる。式 (9) において、 $k=0.18$  および  $0.21$  として計算した結果と、実験値とを比較したものが図-6である<sup>9)</sup>。図-6 中の細い実線が計算値、○印が実験値、太い実線は後に示す実験式 (11) による曲線である。図-6 より明らかなように、計算値と実験値とは、 $x/D > 4$  では比較的良好一致しているが、 $x/D < 4$  になれば、両者の差は大きくなっている。その理由は、式 (8) を導く際に、後流中の静圧が一樣流中の静圧に等しいと仮定したが、 $x/D < 4$  の範囲ではこの仮定が適用できないためであろうと考えられる。次に矩形柱背後の後流について考える。矩形柱背後の後流の幅に関して、不連続流理論における自由流線の方程式<sup>10)</sup>は

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{a}{\pi+4} \left[ \sec \theta \cdot \tan \theta - \log \left\{ \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) \right\} \right] \\ y &= \frac{2a}{\pi+4} \left( \sec \theta + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

図-7 に示すように、実験値に比較的良好一致することがすでに発表されている<sup>2)</sup>。この自由流線上の  $x$  方向の流速に関して計算値と実験値とを比較したものが表-1

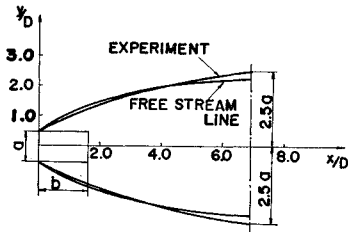


図-7 後流域 (不連続流理論との比較)

表 -1 自由流線上の流速の比較 (矩形柱の場合)

$x/a$	0.91		4.68		10.5		18.9		25.1	
	実験値	計算値	実験値	計算値	実験値	計算値	実験値	計算値	実験値	計算値
$u/U$	1.23	0.92	0.97	0.98	0.97	0.99	0.98	0.99	0.98	1.00

$a=14$  cm,  $b=25.5$  cm,  $U=19.3\sim 33.3$  cm,  $h=24\sim 42$  cm,  $F_r=0.096\sim 0.170$

である。不連続流理論においては、(1) 自由流線上の流速は物体前面の一樣流速  $U$  に等しい、(2) 死水領域内の圧力  $p$  は一樣流中の圧力に等しいと仮定している。しかし、物体背後の渦を伴った逆流領域においては、自由流線上の流速  $q$  は  $U$  には等しくなく、 $q=\alpha U$  とおくべきで、物体の近くでは  $\alpha=1.4$ 、無限遠で  $\alpha=1.0$  にとればよいとされている<sup>11)</sup>。当実験室の実験結果では、物体近くの  $x/D=0.91$  では  $\alpha=1.35$  である。 $x/D \geq 4.68$  の物体より離れたところでは  $\alpha=1.0$  にとれば、計算値と実験値とは非常によく一致する。それゆえ、 $0 < x/D < 4\sim 5$  では、 $\alpha=1.4\sim 1.0$  の範囲の値をとり、 $x/D > 5$  では、 $\alpha=1.0$  と考えてよい。また後流中の圧力  $p$  については、 $0 < x/D < 4\sim 5$  では、 $x$  方向に流速  $q$  が変化するに従って、圧力  $p$  もまた  $x$  方向に変化し、 $x/D > 5$  では、 $q=U=\text{const.}$  となり、圧力  $p$  もまた一定になるのであろう。以上の考え方が正しいことを証明するために、流れの中に置かれた円柱の壁面の圧力分布を次に示す。いま剥離点以後の後流中の圧力  $p$  は、物体近くでは  $x$  方向に変化するが、 $y$  方向には変化せず一定であると仮定し、後流と主流との境界の流線の圧力  $p'$  が、後流を横切って円柱壁面にまで達すると考える。したがって、円柱壁面上の圧力  $p$  はベルヌイの定理を用い、 $q=\alpha U$  とおいて求められる。

$$p = p' = p_0 + \frac{w_0}{2g} U^2 - \frac{w_0}{2g} \cdot q^2$$

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{w_0}{2g} \cdot U^2} = 1 - \alpha^2$$

$p_0$ : 実験では圧力計の設置水深に相当する。

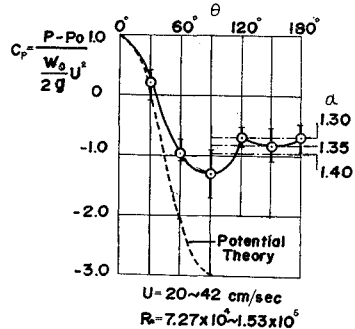


図-8 円柱壁面の圧力分布

$\alpha=1.3\sim 1.4$  とおいた場合の計算値を図-8 に一点鎖線で示した。図より明らかなように計算値と実験値とはよく一致している。以上の結果より、後流中の圧力は  $0 < x/D < 4\sim 5$  では、 $x$  方向に変化するが、 $y$  方向には変化せず一定である。 $x/D > 5$  になれば、後流中の圧力は、 $x, y$

方向ともに変化せず一定であると考えられる。

すでに述べたように、円柱背後の後流中の流速分布については、 $x/D > 4$  の範囲では、式 (8) を用いてよく、その場合  $k=0.18\sim 0.21$  にとればよい。しかし、物体近くの  $x/D < 4$  においては、式 (8) は適用できない。円柱の背後の後流内の流速分布を調べた結果によると<sup>12)</sup>、後流中心の流速  $u_0$  は、 $1.5 \leq x/D \leq 25$  の範囲内で、次式が実験値によく合う。

$$u_0/U = 1.229 - 0.675 \left( \log_e \frac{x}{D} \right)^{-1/2} \dots\dots\dots (11)$$

5. 円柱に働く力<sup>9)</sup>

(1) 上流側円柱に働く抗力  $F_u$

Hoerner<sup>13)</sup> によれば、直径が等しい2本の円柱を流れに平行に置いた場合、上流側円柱の抗力係数  $C_D$  は図-9 に示すような値をとる。 $1 < l/D < 4$  において、 $C_D < 1.17$  となる原因として、Hoerner は渦列の形成が下流側円柱の存在により弱められることを挙げている。有江<sup>14)</sup> は、円柱背後に平板 (tail-plate) をおいた場合、円柱と tail-plate との間隔により、円柱の抗力係数がどのように変化するかを実験的に求め、図-10 に示す結果

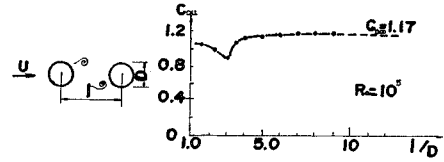


図-9 Hoerner による値

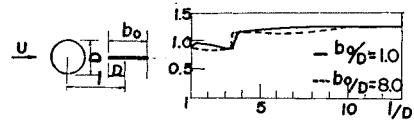


図-10 有江らによる実験値

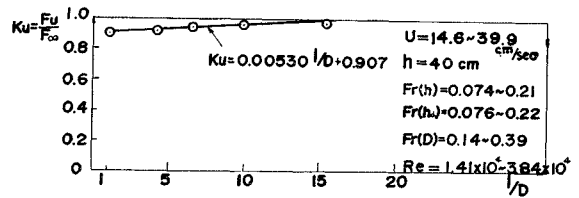
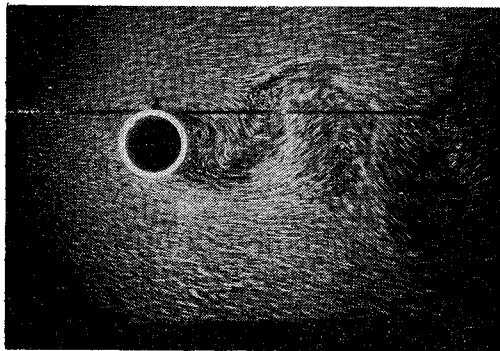
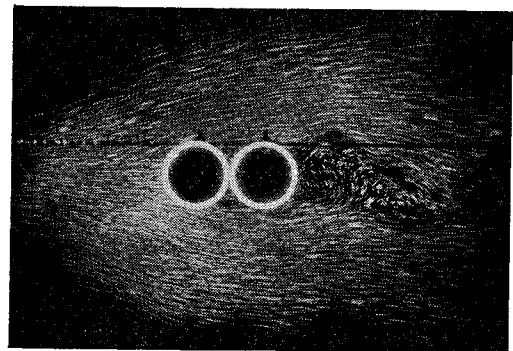


図-11  $K_u = F_u / F_{\infty}$  と  $l/D$  との関係

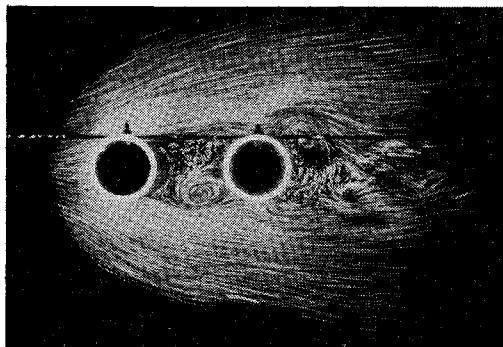
を得ている。抗力係数が  $l/D$  が4から3において急に減少している。その理由は tail-plate の設置によって、円柱の両側の流れが分離され、相互の干渉が阻止される



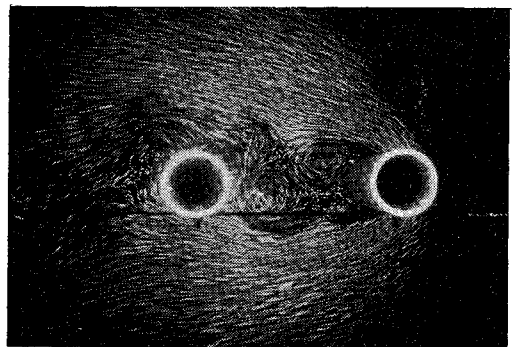
(a)  $l/D = \infty$



(b)  $l/D = 1.1$



(c)  $l/D = 2.2$



(d)  $l/D = 3.3$

写真-1 円柱周囲の流れ ( $u=21.4$  cm/sec,  $F_r=0.108$ ,  $Re=2.06 \times 10^4$ )

結果、後流の振動が抑制され、流れが安定し、乱れが減少するためである。 $l/D > 4$  になると、後流の振動が顕著になり、流れが不安定な状態になるので、抗力係数が增大するのであると説明している。図-9 および 図-10 によると、2本の円柱、円柱と tail-plate という実験方法に違いはあるが、両場合とも、 $l/D$  が4から3の間で抗力係数が急に減少し、 $l/D > 4$  では単独の円柱の場合の値とほぼ等しくなっている。

直径が等しい2本の円柱を流れに平行においた場合、上流側の円柱に働く抗力  $F_u$  と、単独に置かれた円柱に働く抗力  $F_\infty$  との比  $K_u = F_u/F_\infty$  と  $l/D$  との関係、当実験室で行なった実験の結果から求めると 図-11 のごとくである<sup>12)</sup>。図-11 に示す実験結果は Hoerner, 有江などの実験結果と異なっている。 $l/D > 15$  では  $K_u = 1.0$  であるが、 $1 \leq l/D \leq 15$  の範囲では  $K_u$  は  $l/D$  の変化に伴って直線的に変化していて、次式で表わせる<sup>9)</sup>。

$$K_u = 0.00530 \frac{l}{D} + 0.937 \dots \dots \dots (12)$$

われわれの実験においても、 $l/D$  が小さい範囲では、下流側の円柱による上流側円柱の後流の振動を抑制し、渦列の形成を抑制して、上流側円柱に働く力を減少させている。写真-1 (a), (b), (c), (d) により、下流側円柱が上流側円柱の後流の振動および渦列の形成を抑制していることが観察される。 $l/D = 1.1$  の場合には、流れは2本の円柱を包むように流れ、2本の円柱間の水は静止状態にあるように見える。このため上流側円柱背面の圧力は単独に置かれた円柱の背面の圧力より大きくなり、その結果上流側円柱のうける力  $F_u$  は単独の場合の  $F_\infty$  より小さくなる。 $l/D \geq 2.2$  になれば、すでに述べたように、後流の振動、渦列の形成が抑制されるため、 $F_u$  が  $F_\infty$  に比して小さくなると考えられる。 $l/D < 4$  の範囲の  $K_u$  の大きさについては、Hoerner および有江などによる値とはかなり違った傾向を示しているが、その理由は、流体の性質の違い、自由表面（造波の影響）、速度勾配、流体中の乱れの大きさと円柱の直径との比などが考えられる。

(2) 下流側円柱に働く抗力  $F_d$

2本の円柱を流れに平行に置いた場合、下流側円柱に働く抗力の係数  $C_{Dd}$  については、図-12 に示すような結果が得られている<sup>13)</sup>。Hoerner によれば、このように下流側円柱に働く力が小さくなるのは、下流側円柱が上流側円柱の後流中に入るため、下流側円柱の境界層が上流側円柱の後流の乱れをうけて乱流境界層となり、 $R_e$  が非常に大きくなったのと同様の効果が生ずるためであろうと説明している。

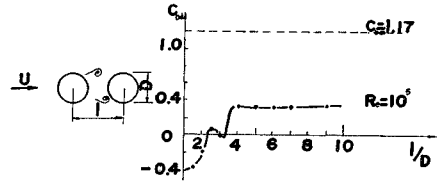


図-12 Hoerner による値

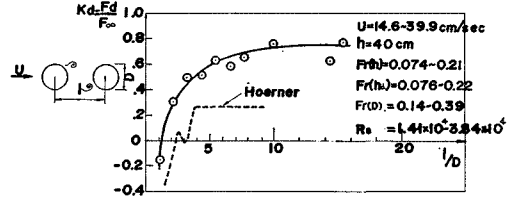


図-13  $K_d = F_d/F_\infty$  と  $l/D$  との関係

われわれの実験の結果を  $F_d/F_\infty = K_d$  と  $l/D$  の関係で示すと 図-13 のごとくである。図-13 に示された  $K_d$  の値について、写真-1 に示す円柱周囲の流れの状態を考慮に入れ、考察を加える。

円柱間の中心間隔が小さく、 $l/D = 1.1$  の場合には、すでに述べたように、2本の円柱間の水は静止状態に近く、一方下流側円柱背後では、写真-1 (b) および 図-6 から明らかのように、流れは上流側に向かう逆流となる。その結果下流側円柱に働く力は上流側すなわち負の方向に働くことになる。円柱間隔が大きくなり、下流側円柱が上流側円柱の後流中に入る  $1.1 \leq l/D < 6$  の範囲では、上流側より発生した渦が負の運動量を持っているため、下流側円柱に作用する平均流の有する運動量は、上流側の平均流の有する運動量より小さい。このため下流側の円柱に働く抗力は単独の円柱の場合に比してかなり小さくなると考えられる。さらに円柱間隔が大きくなり  $6 < l/D$  になると、上流側円柱の後流域の大きな渦が下流側円柱に直接当たることはなく、円柱直径よりも大きな振動の幅をもった後流中に下流側円柱は入る。しかし、いまだなお後流域内にあるので、下流側円柱に当る平均流の運動量は単独円柱の場合より小さい。

次に下流側円柱に働く抗力の抵抗係数  $C_R$  の値について考察を加える。

下流側円柱に働く平均流の速度を  $u$  で表わすと、抗力  $F_d$  は次式で表わされる。

$$F_d = \frac{\rho}{2} C_{Rd} A u^2$$

$F_r$  が小さく円柱壁面での水位変化が小さい場合には、 $A$  の値はほとんど変わらず、

$$\frac{F_d}{F_\infty} = \frac{C_{Rd} \cdot u^2}{C_{R\infty} \cdot U^2}$$

で表わされる。

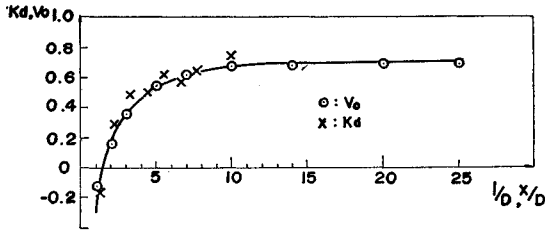


図-14  $K_d$  と  $V_0$  との比較

$$\therefore \frac{C_{Rd}}{C_{R\infty}} = \frac{F_d/F_\infty}{u^2/U^2}$$

ゆえに  $C_{Rd}$  の値は、 $F_d/F_\infty = K_d$  と  $u^2/U^2$  との関係を求めれば求まる。ここで円柱の中心から下流へ  $x$  なる距離の後流中心の流速  $u_0$  で表わすと、 $K_d = F_d/F_\infty$  および  $u_0^2/U^2 = V_0$  と  $l/D$  あるいは  $x/D$  との関係を示すと 図-14 のごとくである<sup>9)</sup>。Hoerner によれば、下流側円柱の抵抗の減少は、下流側円柱の境界層が乱流境界層になるためであるとしているが、われわれの実験結果によると、図-14 に示すように  $K_d$  および  $V_0$  と  $l/D$  あるいは  $x/D$  との変化は非常によく一致しており、下流側円柱に働く力の減少は、上流側円柱の存在による流速の減少すなわち平均流のもつ運動量の減少によるものであって、下流側円柱が置かれた点での流速を用いれば、抵抗係数  $C_R$  は単独に円柱が置かれた場合の抵抗係数  $C_{R\infty}$  に等しいことを示している。図-13 に示す実験結果が Hoerner の実験結果と違う理由として次のようなことが考えられる。

- ① 流れが自由表面を有するか否か
- ② 円柱の軸方向に流れの速度勾配が存在するか否か
- ③  $R_e$ 、流体の粘性の違い
- ④ 流れのもつ乱れの大きさの違い

これらの詳細については明らかでないので、適格な判断はできないが、大体次のように考えられる。

われわれの実験においては、渦の発生、後流の振動による流れの乱れが、平行流が最初からもっている乱れと重なり、円柱壁面の境界層の厚さに比して大きかったので、境界層には直接影響しなかったためではないかと考えられる。このことは飛行機の翼に働く力は、翼に比して大きな大気の乱れによっては影響されないということと同じような現象であると思われる。また 写真-1 においても明らかのように、下流側円柱の後流は、上流側円柱の存在によってもなんらの拘束を受けず、その振動範囲は単独に置かれた場合と同じようになる。これによっても下流側円柱の受ける力が単独の円柱の場合と同様の性質を持つことが理解されるであろう。

図-13、図-14 において実験値とよく合う曲線は次式で与えられる<sup>9)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} K_d = F_d/F_\infty &= 1.16 - 1.34(l/D)^{-1/2} & 1.1 \leq l/D \leq 10 \\ &= 0.693 - 0.005(l/D)^{-1/4} & 10 < l/D \leq 16 \\ &= 0.68 + 0.00556 \frac{l}{D} & \dots \dots \dots (13) \end{aligned} \right\}$$

## 6. 結 論

以上述べてきたことを要約すると、直径が等しい2本の円柱が一様な流れの中に置かれた場合、

(1) 上流側円柱に働く抗力は、2本の円柱間隔  $l$  と直径  $D$  との比、 $l/D < 15$  においては、 $l/D$  が小さくなるほど、単独に置かれた円柱と比較してわずかに減少し、その変化の状況は 図-11 および式 (12) に示されるような直線的な変化をするようである。

(2) 下流側円柱に働く抗力は、単独の円柱に働く抗力に比較するとかなり小さく、その変化の状況は 図-13 および式 (13) に示すごとくで、上流側円柱のすぐ背後では、負の力（上流側向きの力）が作用する。この抗力の減少は、下流側円柱に作用する流れの速度が減少するためであって、円柱表面の境界層が乱流境界層になるものではないと考えられる。すなわち、上流側円柱の後流中心の流速を測定し、その流速をもつ流れが下流側円柱に作用するとして求めた抵抗係数  $C_R$  は、単独円柱の場合の値  $C_{R\infty}$  に等しく、 $C_R = C_{R\infty} = 1.25$  である。

(3) 円柱背後の後流中心の流速  $u_0$  は、 $x/D > 4$  では式 (9) を用いて求めることができる。その場合、式中の  $k = 0.18 \sim 0.21$  とする。 $x/D < 4$  では式 (8) を誘導する際に用いた、「静圧  $p = \text{一定}$ 」という仮定は満足されず、 $p$  は  $x$  方向に変化するので、式 (8) および (9) は適用できない。実験式 (11) は  $1.5 \leq x/D \leq 25$  の範囲に適用できる。

## 付 記

この実験を行なうにあたりご協力いただいた大阪市立大学工学部河海工学研究室の諸君および実験の手伝いをしていただいた当時大阪市立大学工学部土木工学科の学生角野昇八君（現在大阪市立大学工学部助手）に対し、ここに付記して感謝の意を表したい。

## 参 考 文 献

- 1) 本間 仁・安芸皎一編：物部水理学，岩波書店
- 2) 永井・小田・倉田：円形および矩形橋脚近傍の流況，第23回土木学会年次学術講演会，昭和43年10月
- 3) 稲垣紘史：橋脚のまわりの流れおよび洗掘に関する研究，大阪市立大学大学院工学研究科修士論文，昭和42年2月
- 4) 永井莊七郎：水理学（改訂増補版），コロナ社
- 5) R.E. Nece, R.D. Unrue and A.G. Mirajgaoker: Discussion about Resistance of Cylindrical Piers in

- Open-Channel Flow, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 90, HY 5, Sept., 1964
- 6) 秋草・吉川・坂上・芦田・土屋：水制に関する研究，土木研究所報告，昭和35年10月
  - 7) 土木研究所河川研究室：橋脚の抗力について，土木研究所報告，昭和41年3月
  - 8) 藤本武助：改著流体力学，養賢堂
  - 9) 永井・倉田・角野：円柱の相互干渉，第24回土木学会年次学術講演会，昭和44年9月
  - 10) H. Lamb : Hydrodynamics, 6th Edn., 1932
  - 11) 谷 一郎：流れ学，岩波書店
  - 12) 本州四国連絡橋橋脚に関する研究報告書：大阪市立大学工学部永井研究室，昭和44年3月
  - 13) S.F. Hoerner : Fluid-Dynamic Drag, 1965
  - 14) 有江・坂本・森田：ウェークの制御による円筒抗力の変化について，第781回講演会 流体力学流体機械 講演論文集，昭和43年8月
  - 15) 神元五郎：水力学Ⅱ，応用力学講座 4-B，共立出版  
(1971.6.14・受付)
-