

## 横構・対傾構をもつ桁の横倒れ座屈強度

LATERAL BUCKLING STRENGTH OF BEAMS  
WITH BRACING SYSTEMS

福本 晴士\*・久保 全弘\*\*

By Yuhshi Fukumoto and Masahiro Kubo

## 1. 緒 言

作用する主荷重を効果的に支えるような構造系は、通常、主構とこの主構間を結ぶ、横構および対傾構によって構成される。橋梁構造物では、個々の主部材の横方向への安定性および構造全体の横方向への安定性に関連して、主構と横つなぎ材としての2次部材との相互の協力作用の程度をどのように評価するかが問題となってくる。主荷重を支える主部材、主構に対して、補剛のために入れるブレーシングは2次部材とよばれているが、このブレーシングの果たす役割は、鋼重にしてごくわずかの部材片を効果的に組合せ配置することにより、主部材、主構の強度を増大せしめることにある。しかしながら、その組合せ配置を間違えると、重大な事故に結びつく可能性のあることは過去の橋梁の事故例をみればうなずける。

ブレーシングによる補剛点における補剛効果を十分に期待するためには、補剛する力の大きさ、補剛材の剛性、補剛点の位置（主部材の長手方向の位置と断面内での位置）、横構、対傾構の構造形式などについての検討が必要とされるが、実際の構造設計では、しばしば「…十分な剛性をもつ補剛材が適当な間隔に配置される場合…」の説明は、主として経験的に安全だとの解釈のもとに、経験のみにたよって適当に配置されている場合がみうけられる。

曲げによる単一部材の横倒れ座屈の問題点、最近の傾向などについては、さきに発表した文献(25)にふれておいた。横補剛されたはりの曲げ耐荷力に関しては、主として塑性設計の分野で活発に研究されており、はりの塑性強度と所定の塑性回転能を確保するために必要とされる横補剛材の配置間隔、強度などについて検討されている<sup>(10), (11), (12), (21)</sup>。

桁の中間点で面外変形に対して弾性拘束された桁の曲

げによる横倒れ座屈に関する研究は、弾性域での固有値問題として取り扱っている文献(6), (7), (9), (15), (16), (19), (23)があり、桁の初期変形を考慮して解いている文献(13), (17), (18)などがある。また、圧縮材(柱、はり)の横補剛支点を不動点あるいは弾性支点と考えて、主部材の元たわみ、偏心量および横補剛支点の剛性などをパラメーターとして主部材の限界耐力、横補剛力および横補剛支点のたわみなどの相互の関連性を調べた文献がみられる<sup>(13), (17), (18), (20), (26), (27)</sup>。

曲げによる並列桁の横倒れ座屈の研究は、おもに屋根ばりを対象にしたもので、並列桁のフランジに波形板をとりつけた構造系について行なわれている<sup>(1), (3), (14)</sup>。一方、2次部材として山形鋼、T形鋼部材が、通常、使用されるが、文献(22)は山形鋼部材の強度を取り扱ったものである。

本研究は、さきに発表した<sup>(1), (25)</sup>単一部材の曲げによる横倒れ座屈に関する研究の延長として、2本並列桁を横構、対傾構で結んだ構造系の曲げによる横倒れ座屈強度を理論的に求めたものである。ブレーシングの組合せ配置、ブレーシング材の剛性が主部材の横倒れ座屈に与える効果について基礎的に調べたものである。取扱った座屈は弾性域ならびに非弾性域座屈からなっている。

## 2. 解析に用いた条件

- 1) 並列主桁は全長にわたって等断面のI形断面からなり、横倒れ座屈に対しては初期変形はないものとする。
- 2) 等断面からなるブレーシング材は主桁の座屈に際して、つねに弾性的に挙動するものとする。
- 3) 荷重として各主桁断面の強軸まわりに等曲げモーメントが作用し、桁端以外の桁の中間には荷重は作用しないものとする。
- 4) 各主桁の両端における支持条件は、次の2つの場合を考える。

- i) 弱軸まわりの曲げおよびねじりに対して単純支

\* 正会員 Ph. D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 名古屋大学助手 工学部土木工学科

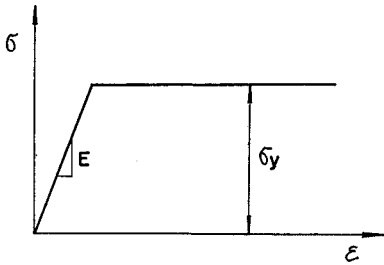


Fig. 1 Idealized Stress-Strain Relations.

持の場合、すなわち

$$u = u'' = 0, \beta = \beta'' = 0$$

$$(z = 0, L)$$

ここに、 $u$  は主桁の水平方向の変位、 $\beta$  は主桁のねじり角。

ii) 弱軸まわりの曲げ

およびねじりに対して固定支持の場合、すなわち

$$u = u' = 0, \beta = \beta' = 0$$

$$(z = 0, L)$$

1) 主桁の鋼材は理想弾塑性体とする (Fig. 1 参照)。

6) 主桁の残留応力分布は Fig. 2 のように仮定し、板厚方向および長さ方向は一様である。

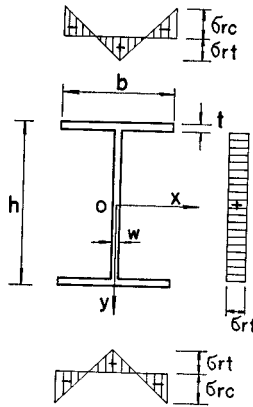


Fig. 2 An Assumed Residual Stress Distribution.

### 3. 理論解析

#### (2) エネルギー法

横補剛材によって連結された2本並列桁が等曲げモーメントを受けるときの横倒れ座屈強度を Rayleigh-Ritz法を用いて求めた。Fig. 3 に示すような横構や対傾構などによって2本の主桁が連結された構造系を考える。この構造系の曲げによるエネルギーは、次のように表わされる。

$$U = V + U_w + D \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $V$  = 主桁のひずみエネルギー、 $U_w$  = 外力によるポテンシャルエネルギー、および  $D$  = 横補剛材のひ

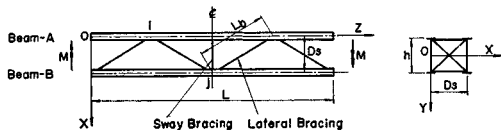


Fig. 3 Beams with Bracing Systems

ずみエネルギー。

a) 主桁のひずみエネルギー

弾性域での2軸対称薄肉閉断面部材の曲げによるひずみエネルギーは、1本の主桁に対しては<sup>2)</sup>

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L (B_y u''^2 + B_x v''^2 + C_w \beta''^2 + C_t \beta'^2) dz \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $B_y$  = 弱軸まわりの曲げ剛度、 $B_x$  = 強軸まわりの曲げ剛度、 $C_w$  = 曲げねじり剛度、 $C_t$  = St. Venant のねじり剛度、 $u, v$ , および  $\beta = X$  (水平),  $Y$  (鉛直) 方向の変位と断面のねじり角。なお、一軸対称断面では、式(2)の  $C_t$  に曲げによる垂直応力によって生ずるせん断中心まわりの付加トルク  $\bar{K} = \int A \sigma a^2 dA$  を考慮する。

中立のつり合い状態、すなわち座屈直前と座屈直後の微小変形との間のエネルギーの変化のみを考えると、式

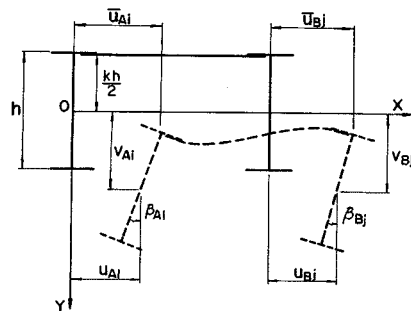


Fig. 4(a) Beams before and after Buckling

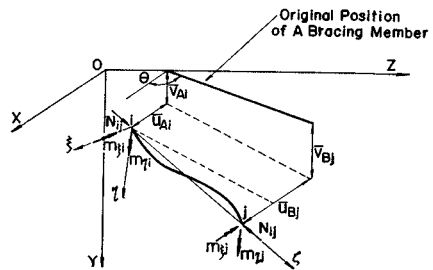


Fig. 4(b) A Lateral Bracing Member (i-j)

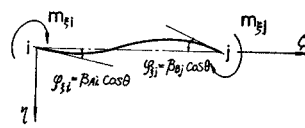


Fig. 4(c) Member (i-j)

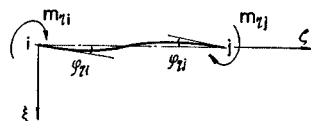


Fig. 4(d) Member (i-j)

(2) は次のように書ける。

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L (B_y u''^2 + C_w \beta''^2 + C_t \theta''^2) dz \quad \dots\dots (3)$$

b) 外力のポテンシャルエネルギー

中立のつり合い状態における曲げモーメントによる外力のポテンシャルエネルギーは、1本の主桁に対して、次の式で表わされる<sup>2)</sup>。

$$U_w = -\frac{1}{2} \int_0^L (2Mu'\beta') dz \quad \dots\dots (4)$$

ただし、 $M$ =主桁の両端で強軸まわりに作用する曲げモーメント。

c) 横補剛材のひずみエネルギー

**Fig. 4 (a)**, **Fig. 5** のように、横補剛材はその両端に連結されている主桁の変形 ( $u, \beta$ ) に伴って変形する。横補剛材のひずみエネルギーは軸方向力および曲げによるものを考える。

① 横構の変形とエネルギー：**Fig. 4 (b)** のように変形した横構部材 ( $i-j$ ) の両端における主桁  $A, B$  との節点  $i, j$  での水平変位を、それぞれ  $\bar{u}_{Ai}, \bar{u}_{Bj}$  とすると、部材 ( $i-j$ ) の伸び  $\Delta L_b$  は次のように表わされる。

$$\Delta L_b = (\bar{u}_{Bj} - \bar{u}_{Ai}) \cos \theta \quad \dots\dots (5)$$

ここに、**Fig. 4 (b)** にて  $A_b, L_b$  : プレーシング材の断面積と長さ、 $E_b$  : プレーシング材のヤング率、 $\theta$  : 横構の  $X$  軸 (スパンと直角方向) とす角である。

したがって、式 (5) から部材 ( $i-j$ ) の軸方向力によるひずみエネルギーは

$$D_{aij} = \frac{E_b A_b}{2 L_b} \Delta L_b \quad \dots\dots (6)$$

となり、全横構のひずみエネルギーの総和は

$$D_a = \frac{E_b A_b}{2 L_b} \cos^2 \theta \sum (\bar{u}_{Ai} - \bar{u}_{Bj})^2 \quad \dots\dots (7)$$

で得られる。

次に、変形後の横構に関する座標軸を **Fig. 4 (b)** に示すように、 $\xi, \eta, \zeta$  軸をとる。すなわち、 $i-j$  を  $\zeta$  軸にとり、 $\eta-\zeta$  面が鉛直面になるように  $\xi, \eta$  軸を選ぶ。プレーシング材の変形は、主桁の変形によって  $\eta-\zeta$  面内と  $\xi-\zeta$  面内の曲げ変形に分けて考える。このうち、 $\eta-\zeta$  面内では、**Fig. 4 (c)** に示すように部材両端で  $\beta \cos \theta$  なるたわみ角を受け、部材の曲げによるひずみエネルギーは次の式で与えられる。ここに、横構の変形および断面力の正の向きは **Fig. 4 (c)**, **Fig. 4 (d)** に示すものとする。

$$D_{bij} = \int_0^{L_b} \frac{E_b I_{b\xi}}{2} (\eta'')^2 d\zeta \quad \dots\dots (8)$$

ただし、 $I_{b\xi}$ =プレーシング材の  $\xi$  軸まわりの断面2次モーメント。なお、 $\eta''$  は横構の  $\eta-\zeta$  面内の曲率を与えるが、たわみ  $\eta$  の2回微分であって、2本の主桁のねじり角との間には次の関係が成り立つ。

$$\eta'' = \frac{6(\beta_{Ai} + \beta_{Bj})^2 \cos^2 \theta}{L_b^2} \zeta - \frac{2(2\beta_{Ai} + \beta_{Bj}) \cos \theta}{L_b} \quad \dots\dots (9)$$

したがって、 $\eta-\zeta$  (鉛直) 面内の曲げによる全横構のひずみエネルギーの総和は次のようになる。

$$D_b = \frac{2 E_b I_{b\xi} \cos^2 \theta}{L_b} \sum (\beta_{Ai}^2 + \beta_{Ai} \beta_{Bj} + \beta_{Bj}^2) \quad \dots\dots (10)$$

一方、 $\xi-\zeta$  面内では、2本の主桁のフランジ面内の曲率によって、**Fig. 4 (d)** に示すように部材両端で  $\bar{u}'$  なるたわみ角を受け、式 (10) と同様にして  $\xi-\zeta$  (フランジ) 面内の曲げによる全横構のひずみエネルギーの総和は次の式で与えられる。

$$D_{\bar{b}} = \frac{2 E_b I_{b\eta}}{L_b} \sum (\bar{u}_{Ai}'^2 + \bar{u}_{Ai}' \bar{u}_{Bj}' + \bar{u}_{Bj}'^2) \quad \dots\dots (11)$$

ただし、 $I_{b\eta}$ =プレーシング材の  $\eta$  軸まわりの断面2次モーメント。

したがって、式 (7), (10), および (11) から横構の全ひずみエネルギーは次の式で表わされる。

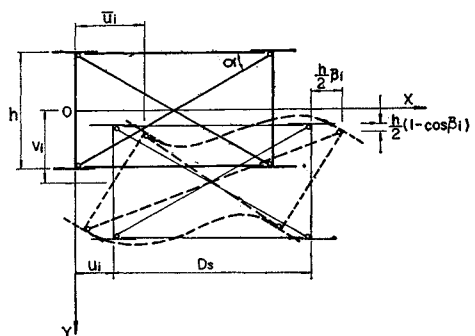
$$\begin{aligned} D &= D_a + D_b = D_{\bar{b}} \\ &= \frac{F_a}{2} \sum (\bar{u}_{Ai} - \bar{u}_{Bj})^2 + 2 F_m \sum (\beta_{Ai}^2 + \beta_{Ai} \beta_{Bj} + \beta_{Bj}^2) + 2 F_{\bar{m}} \sum (\bar{u}_{Ai}'^2 + \bar{u}_{Ai}' \bar{u}_{Bj}' + \bar{u}_{Bj}'^2) \quad \dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに、 $F_a = E_b A_b \cos^2 \theta / L_b$ ,  $F_m = E_b I_{b\xi} \cos^2 \theta / L_b$ ,  $F_{\bar{m}} = E_b I_{b\eta} / L_b$ 。

次に、横構と主桁の腹板とのとりつけ点を変えたときの、その位置の水平変位  $\bar{u}$  は、せん断中心のねじり角と横構のとりつけ位置の高さから、式 (13) の関係が得られる (**Fig. 4 (a)** 参照)。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{Ai} &= u_{Ai} - \frac{kh}{2} \beta_{Ai} \\ \bar{u}_{Bj} &= u_{Bj} - \frac{kh}{2} \beta_{Bj} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (13)$$

② 対傾構の変形とひずみエネルギー：**Fig. 5** に示すような並列桁の断面変形に対する対傾構の変形について



**Fig. 5** Sway Bracing System

て考える。対傾構部材のうち、上、下のストラット材は主桁に剛結され、また斜材は主桁にピン結合されていると仮定する。並列主桁のねじりにより、斜材は軸方向に変形するが、その値は

$$\Delta L_d = (h \cos \alpha) \beta_i \dots\dots\dots(14)$$

のようになる。

したがって、式(6)を用いて式(7)と同様に、軸方向力によるひずみエネルギーの総和は次のようになる。

$$D_a = \frac{E_b A_b}{L_d} \sum (h \cos \alpha)^2 \beta_i^2 \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 $L_d$ =斜材の長さ、 $\alpha$ =斜材のX軸(水平線)とのなす角。

次に、主桁のねじり変形とフランジ面内の曲げによるひずみエネルギーの総和は、それぞれ式(10),(11)から

$$D_m = \frac{12 E_b I_{b\zeta}}{L_s} \sum \beta_i^2 + \frac{12 E_b I_{b\eta}}{L_s} \sum \bar{u}_i'^2 \dots\dots(16)$$

になる。ここに、 $L_s$ =上、下のストラット材の長さ。

対傾構の全ひずみエネルギーは、式(12)と同様に式(15)、(16)を用いて表わされる。

$$D = F_{ad} \sum \beta_i^2 + 12 F_{ms} \sum \beta_i^2 + 12 F_{\bar{m}s} \sum \bar{u}_i'^2 \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 $F_{ad} = E_b A_b h^2 \cos^2 \alpha / L_d$ 、 $F_{ms} = E_b I_{b\zeta} / L_s$ 、 $F_{\bar{m}s} = E_b I_{b\eta} / L_s$ 。

(2) 主桁の座屈形の仮定

並列桁それぞれの主桁のせん断中心における水平変位 ( $u_A, u_B$ ) とねじり角 ( $\beta_A, \beta_B$ ) を次のように仮定する。

① 両端単純支持の場合：

$$\left. \begin{aligned} u_{Ai} &= \sum_n a_n \sin \frac{n\pi z_i}{L}, & \beta_{Ai} &= \sum_n c_n \sin \frac{n\pi z_i}{L} \\ u_{Bj} &= \sum_n b_n \sin \frac{n\pi z_j}{L}, & \beta_{Bj} &= \sum_n d_n \sin \frac{n\pi z_j}{L} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

② 両端固定支持の場合：

$$\left. \begin{aligned} u_{Ai} &= \sum_n a_n \left(1 - \cos \frac{2n\pi z_i}{L}\right), \\ \beta_{Ai} &= \sum_n c_n \left(1 - \cos \frac{2n\pi z_i}{L}\right) \\ u_{Bj} &= \sum_n b_n \left(1 - \cos \frac{2n\pi z_j}{L}\right), \\ \beta_{Bj} &= \sum_n d_n \left(1 - \cos \frac{2n\pi z_j}{L}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

(3) 座屈曲げモーメント

式(1)の全エネルギーは式(3),(4)および(12)あるいは(17)の総和によって表わされる。また、横構と対傾構の組合せによって連結された並列桁の場合は、横補剛材のひずみエネルギーとして式(12)と(17)を組合せ

て用いればよい。たとえば、横構のみによってブレースされた2本並列桁の場合は、全エネルギーは次のようになる。

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^L \{ B_y (u_A'^2 + u_B'^2) + C_w (\beta_A'^2 + \beta_B'^2) \\ &\quad + C_i (\beta_A'^2 + \beta_B'^2) - 2M (u_A' \beta_A' + u_B' \beta_B') \} dz \\ &\quad + \frac{F_a}{2} \sum (\bar{u}_{Bj} - \bar{u}_{Ai})^2 + 2 F_m \\ &\quad \cdot \sum (\beta_{Ai}^2 + \beta_{Ai} \beta_{Bj} + \beta_{Bj}^2) \\ &\quad + 2 F_{\bar{m}} \sum (\bar{u}_{Ai}'^2 + \bar{u}_{Ai}' \bar{u}_{Bj}' + \bar{u}_{Bj}'^2) \dots(20) \end{aligned}$$

式(20)の中には、互いに独立な係数  $a_n, b_n, c_n, d_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) が含まれているので、この独立な係数で偏微分し、次の式から係数行列式を作成すればよい<sup>8)</sup>。

$$\frac{\partial U}{\partial a_n} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial c_n} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial b_n} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial d_n} = 0 \dots\dots\dots(21)$$

すなわち、

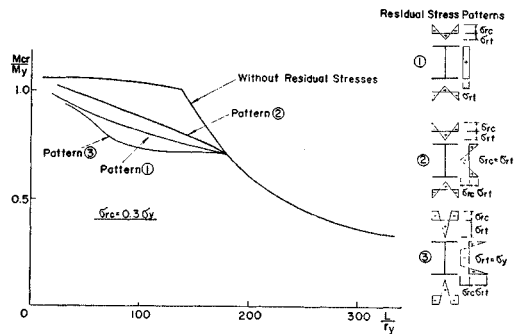
$$|A_{nn}| = |a_n, c_n, b_n, d_n| = 0 \dots\dots\dots(22)$$

なお、式(22)は  $a_n, c_n, b_n, d_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) の係数行列式を意味し、 $4n$  行  $4n$  列の対称行列式になる。

限界曲げモーメントの弾性解は、主桁およびブレース材の弾性域における断面諸剛性を用いて、式(22)の係数行列式を零にする座屈曲げモーメント  $M_{cr}$  を計算することによって求めることができる。

圧延および溶接の過程により断面に生じる残留応力分布が桁の横倒れ座屈強度に及ぼす影響は、弾塑性域では著しく、これを無視できないことがわかっている<sup>4), 5), 25)</sup>。本解析では、一例として **Fig. 2** に示すような圧延H形断面の残留応力状態を仮定した。なお、残留応力分布を考慮したときのI形部材の横倒れ座屈強度に与える各種剛度の考え方、ならびに影響については文献4), 5) に取扱われているので、ここでは省略する。また、**Fig. 2** に用いた残留応力分布と異なった分布形に対しても、容易に対応する座屈強度を求めることができる。

**Fig. 6** は、図中に示すような3種類の異なる残留応力分布を用いて計算した単一桁の横倒れ座屈強度曲線



**Fig. 6** Lateral Buckling Strength Curves for Different Residual Stress Patterns.

である。用いた桁断面はH-200×100×5.5×8である。なお、圧縮残留応力は  $\sigma_{rc}=0.3\sigma_y$  としてある。この図からも、残留応力分布の相違による弾塑性域の座屈強度低下の差がはっきり認められる。ここに示した座屈曲線は等曲げに対するエネルギー法によって求めたもので、座屈変形の級数項を3項までとった、これらの結果は、直接に微分方程式の解として求めた値より2%ほど大きな値を示している。

#### 4. 解析結果と検討

主桁の座屈強度に与えるブレース材の剛度の効果を明らかにするため、ブレースの横断面積および曲げ剛度を主桁のそれらとの比でもって表わし、次のようなパラメーターを導入した。

$$\delta = A_b/A_c, \quad r_\xi = I_{b\xi}/I_c, \quad r_\eta = I_{b\eta}/I_c \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 $A_b$ =ブレース材の断面積、 $I_{b\xi}$ 、 $I_{b\eta}$ =ブレース材の  $\xi$  および  $\eta$  軸まわりの断面2次モーメント、 $A_c$ =主桁の圧縮フランジ断面積  $A_f$  に腹板の断面積  $A_w$  の1/6を加えたものであり<sup>24)</sup>、 $A_c = A_f + A_w/6$ 、 $I_c$ =主桁の圧縮側 ( $A_c$ ) のT形断面のフランジ面内の断面2次モーメントであり、 $I_c \cong I_f = b^3t/12$  となる。なお、本解析例では、主桁断面として H-200×100×5.5×8 を用いて解析した。

##### (1) 中間支持された単一部材の横倒れ座屈強度

まず、単一桁が中間点で完全に拘束された場合、すなわち、中間拘束点での桁断面の水平方向の変位  $u_i$ 、および、ねじり角  $\beta_i$  が  $u_i = \beta_i = 0$  となる条件のもとでの座屈強度を求める。以下、この条件を満足する支持条件のことを完全拘束 (Fully Braced) と呼ぶ。文献 20) は、中間拘束点の位置と両端単純支持されたはりの弾性座屈強度との関係を求めている。桁の横倒れ座屈に対する基準強度として、両端単純支持と固定支持の二通りの場合について、ブレース点を完全拘束とみなしたときの桁の非弾性座屈強度を式 (3) と式 (4) を用いて求めた。なお、式 (18)、または式 (19) の座屈形に用いた級数の項数は  $n=6, 8, 10$  について座屈値を求めたが、座屈値の大きさは、ほとんど変化することなく、ここでは  $n=6$  を用いた。

Fig. 7, Fig. 8 は、それぞれ単一桁の中間に1点、または2点の完全拘束点をもつ場合の桁の座屈強度  $M_{cr}$  を表わしている。縦軸は  $M_{cr}$  を降伏モーメント  $M_y$  で無次元化しており、横軸は拘束位置  $\lambda$  を示している。計算に用いた断面は H-200×100×5.5×8 の圧延 H 形断面を例にした。図で、 $M_{cr}/M_y \geq 0.7$  が非弾性域における座屈を表わしており、この領域では弾性域での座屈に

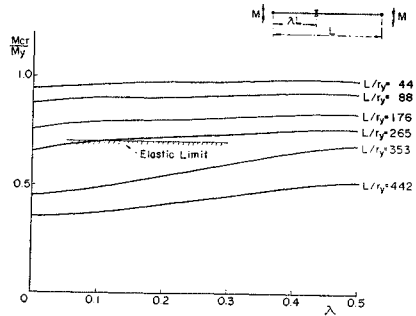


Fig. 7 Buckling Strength versus Braced Point Relationships.

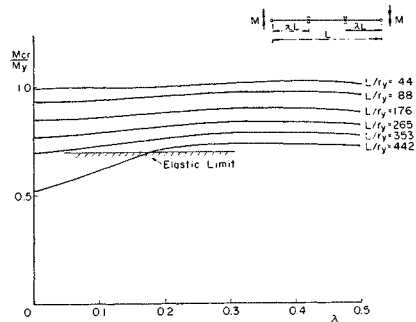


Fig. 8 Buckling Strength versus Braced Points Relationships

比べて、拘束点の位置にはあまり影響されることなく、座屈値はほぼ一定に近い値を示している。厳密にいえば、Fig. 8 では3等分点に拘束点があるとき、最大の拘束効果が得られる。また、 $\lambda=0$  の  $M_{cr}$  値は  $\lambda=0$  の桁端で横倒れに対して固定支持のときに相当する。すなわち、Fig. 7 の  $\lambda=0$  の  $M_{cr}$  値は一端単純、他端固定桁、Fig. 8 の  $\lambda=0$  の  $M_{cr}$  値は両端固定桁の座屈強度に一致している。

次に、断面内での拘束点の位置を上下に変化させたときの座屈強度の変化を調べる。断面内での拘束点におけるねじり変形のみを許すものとする、すなわち、断面内のせん断中心の水平変位は  $u_i = (kh/2)\beta_i$  となる。ここに、 $k$  は拘束点の位置を示すパラメーター、 $h$  は桁高さである。この場合の式 (22) の係数行列式は、座屈変形の級数項を6項までとると、11行11列の対称行列式になる。Fig. 9, Fig. 10 は、それぞれ1点拘束、2点拘束された桁の座屈強度曲線を拘束点の高さをパラメーターとして図示したものである。これらの図で、下限曲線は中間拘束のない部材の座屈強度であり、上限曲線は Fig. 7, 8 で示した完全拘束された部材 ( $u_i = \beta_i = 0$ ) のものである。パラメーターの  $k=1.0, 0, -1.0$  はそれぞれ、引張側フランジ、せん断中心、圧縮側フランジに拘束点があることを示している。拘束点が圧縮側で桁高さ

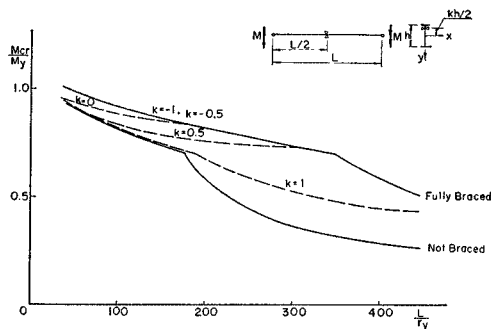


Fig. 9 Buckling Strength Curves and Height of Braced Point.

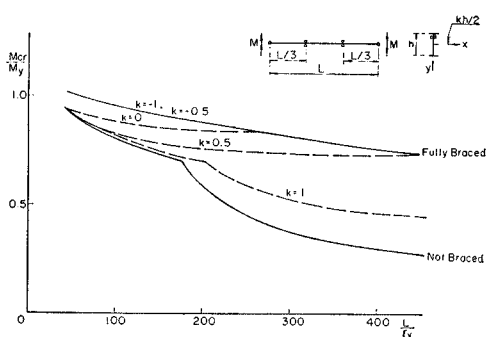


Fig. 10 Buckling Strength Curves and Height of Braced Point.

の1/4以上 ( $k = -0.5 \sim -1.0$ ) にあるときは、座屈に対してほぼ同一強度となり、完全拘束された上限曲線と一致することがわかる。一方、拘束点が桁の引張側になると、座屈強度は急に低下する。特に、非弾性域では、この傾向が著しく、引張側フランジに拘束点をもうけても、その効果はなんら期待できないことがわかる。

(2) 2本並列桁の横倒れ座屈強度とブレイシング効果

a) 横構の効果

横構に関する式(23)の剛比  $\delta, r$  をパラメーターとして求めた2本並列桁の座屈強度曲線の一例を Fig. 11 に示す。図は横構を主桁の圧縮側フランジ面に、ワレン形に組んだ場合を示す。式(23)のパラメーターに関しては、 $r=r_g$  として鉛直面内の横構の変形のみを考慮した。なお、計算結果によれば、横構のフランジ面内の変形に関する剛比  $r_y$  の主桁の座屈強度に与える影響は、鉛直面内の横構の剛比  $r_g$  に比して無視しうるほど小さいことが確かめられた。用いた主桁断面は、前節の単一部材の計算のときと同一断面である。主桁中心間隔は  $D_s = 50 \text{ cm}$  としてある。図中、Fully Braced A の曲線は主桁Aを Fig. 8 のようにブレイシング点 ( $\lambda = 0.25$ ) で  $u_i = \beta_i = 0$  に拘束された場合の座屈強度曲線であ

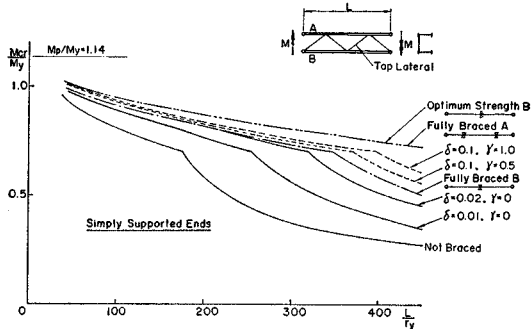


Fig. 11 Buckling Strength Curves for Beams with Lateral Bracing

あり、Fully Braced B の曲線は主桁Bが Fig. 7 のようにブレイシング点 ( $\lambda = 0.5$ ) で  $u_i = \beta_i = 0$  に拘束された場合の座屈強度曲線である。また、下限の曲線は部材中間に拘束材のない単一部材の座屈強度を表わしている。弾性域および非弾性域での2, 3の  $\delta, r$  の組合せに対する座屈強度曲線を図示してある。 $\delta, r$  の剛比を大きくすると、横構をもつ桁の座屈強度は上昇し、図中の Optimum Strength B の曲線に収束する。この曲線は、後述の座屈変形モードからもわかるように、スパン中央に対して、各桁は対称変形する場合に対応している。しかしながら、実用的な見地からの座屈強度としては、いずれかの主桁がブレイシング点で  $u_i = \beta_i = 0$  を満足し、前節で求めた単一部材の座屈強度に到達するときの強度を、期待しうる最大値 (Fully Braced) とみなすと、Fig. 11 の Fully Braced B の曲線より上側にある点線で示す曲線は理論的には求まるが、実用上の座屈強度としての興味からはずれることになる。Fig. 11 では  $r=0$  のときに  $\delta \geq 0.03$  の値を確保すると、求めた座屈曲線が Fully Braced B の曲線と一致しており、このときの  $\delta, r$  のことを最小剛比と定義する。なお、 $r=0$  は横構が圧縮側フランジとピン結合されているのに相当する。

Fig. 12 は、Fig. 11 の座屈曲線を用いて  $\delta, r$  と  $M_{cr}/M_y$  の関係を  $L/r_y = 442, 353, 265, 156$  に対して求めたものである。図中の  $M_{cr}/M_y = 0.52, 0.69, 0.76, 0.86$  の水平線は、ブレイシング点で桁Bが完全拘束されたとき

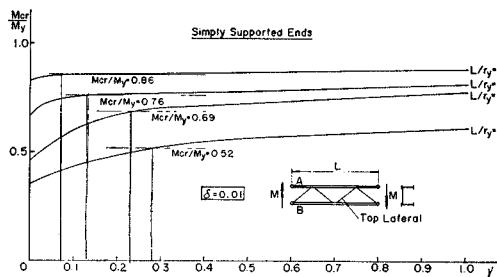


Fig. 12 Critical Moment versus Optimum Relative Stiffness of Bracing

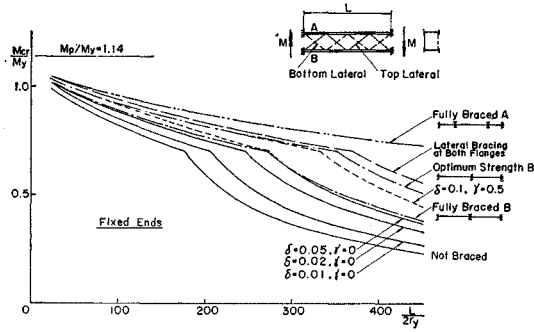


Fig. 13 Buckling Strength Curves for Braced Beams

の桁の座屈値であり、これと曲線との交わる点の剛比  $\delta = 0.01, \gamma = 0.28, 0.23, 0.13, 0.07$  をそのときの横構の最小剛比という。

Fig. 13 は、Fig. 11 と同じ構造系を用いて、両端の境界条件を横倒れに対して固定支持したときのものである。この場合には、Fully Braced B の曲線の強度を確保するために必要な剛度は  $\delta \geq 0.1, \gamma = 0$  となることがわかった。Fully Braced の条件を満足する  $\delta, \gamma$  の組合せは数多く存在するが、ここでは、計算結果から一例だけを示した。

一方、Fig. 13 のさしえ図のように、引張側フランジにも点線のように横構を配置し、上下のフランジをそれぞれの横構で結ぶと、 $\delta = 0.1, \gamma = 0.05$  では、上横構のみの点線で示す曲線から破線まで上昇することになる。この場合、さらに横構剛度を大きくすると、 $M_{cr}/M_y = 1.0$  をさらに上まわることがわかった。すなわち、上下のフランジ面を横構で結ぶことにより、構造系はねじりに対してある等価な板厚をもつ閉断面箱桁とみなせるので、横倒れ座屈に対して著しく強くなることが説明できる。また、Fig. 11 においてワーレン形の横構配置に、さらにスパン中央を上ストラット材で結ぶと、図中の  $\delta = 0.01, \gamma = 0$  に対応する座屈強度は Fully Braced B の曲線に一致し、十分なブレイシング効果の得られることがわかる。

Fig. 14 は横構の主桁の腹板とのとりつけ高さを変化

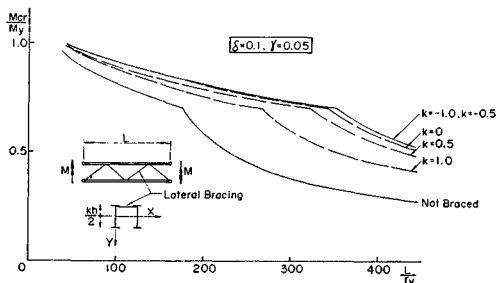


Fig. 14 Buckling Strength Curves and Height of Braced Points.

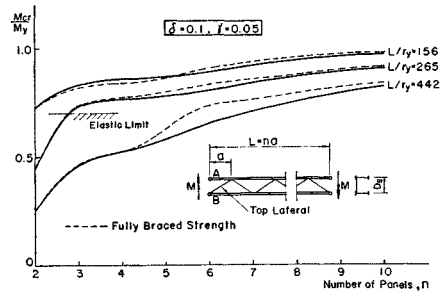


Fig. 15 Critical Moments versus Number of Panels

させて、座屈強度の変化を調べたものである。Fig. 9、Fig. 10 でみられたと同様に、横構のとりつけ点が  $k = -0.5 \sim k = -1.0$  では、とりつけ高さの移動によっても座屈強度には、ほとんど差異は認められない。

Fig. 15 は  $\delta = 0.1, \gamma = 0.05, D_s = 50 \text{ cm}$  のときに、横構の配置間隔（等間隔）と座屈強度の関係を表わしたものである。 $n = 2$  のときの座屈強度は、主桁 B の Not Braced のときの値と一致する。図から、スパン長を一定にしたときの横構間隔数による座屈強度の向上は、座屈が弾性域で生ずる  $M_{cr}/M_y < 0.7$  では著しく現われているが、非弾性域では  $n$  を増加しても座屈強度の向上はそれほど期待することができない。また、図中に示す点線は主桁 B が横構間隔で横倒れに対して単純支持とみなした、すなわち主桁 B に対して Fully Braced されたときの座屈強度を表わしている。

b) 対傾構の効果

Fig. 16 は式 (23) の  $\delta, \gamma$  をパラメーターとして、対傾構をスパン中央に配置したときの座屈強度の変化を調べたものである。図には、単一部材とみなしたときの拘束点の支持条件によって、Fully Braced, Not Braced の座屈強度曲線が描かれている。 $\delta, \gamma$  の任意の組合せに対する座屈強度曲線がこれらの間にくることがわかる。式 (23) のパラメーターは、 $r = r_s$  として対傾構の鉛直面内の変形のみを考えると、図中の Fully Braced の曲線に一致する座屈強度が得られる。しかし、後述の座屈

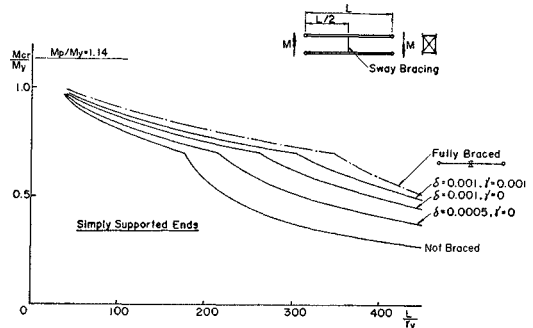


Fig. 16 Buckling Strength Curves for Beams with Sway Bracing

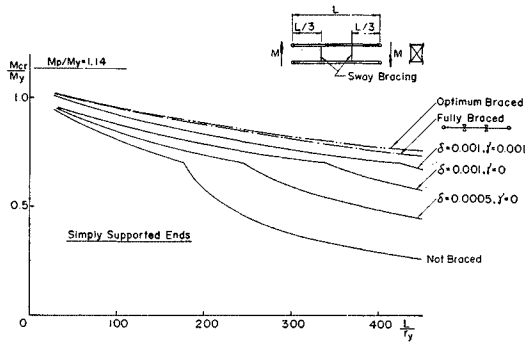


Fig. 17 Buckling Strength Curves for Beams with Sway Bracing

変形モードからもわかるように、中間対傾構は主桁の水平変位に対して、ほとんど拘束していないことから、Fig. 11 に示した Optimum Strength  $B$  の曲線に一致する座屈強度はもはや得られない。なお、この場合では Fully Braced を与える対傾構の最小剛比は  $\delta=0.001$ ,  $\gamma=0.005$  なる一対の組み合わせが得られる。

Fig. 17 は対傾構をスパン3等分点に配置したときの座屈強度曲線を示しており、Fig. 16 と同様な変化を調べたものである。この場合も、Fig. 16 と同様な対傾構によるブレイシング効果がみられるが、 $\gamma=r_{\delta}=r_{\gamma}$  として対傾構のフランジ面内の変形も考えると、Fully Braced の曲線を上まわる図中に示す2点鎖線までの座屈強度が得られる。

(3) 座屈変形モード

前節(2)で、横構および対傾構によって連結された2本並列桁のブレイシング効果を明らかにしたが、ここでは、この構造系の座屈変形モードを求めた。

Fig. 18, Fig. 19 は横構をワーレン形に配置したときの座屈変形モードの一例である。Fig. 18 は横構を3本、Fig. 19 は6本配置したものである。それぞれの図は、 $\delta=0.1, \gamma=0.05$  と  $\delta=10, \gamma=10$  (Optimum

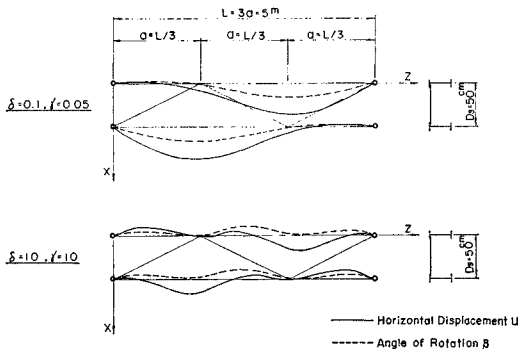


Fig. 18 Buckled Shapes for Beams with Lateral Bracing

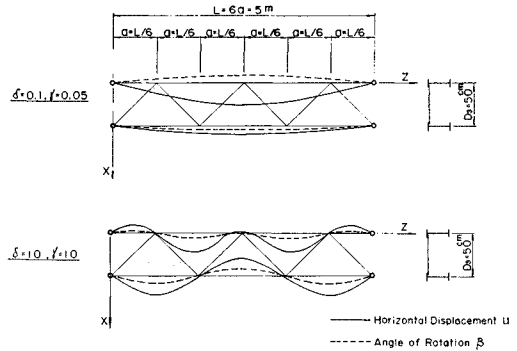


Fig. 19 Buckled Shapes for Beams with Lateral Bracing

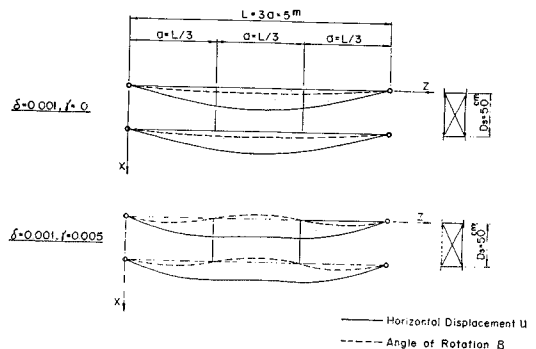


Fig. 20 Buckled Shapes for Beams with Sway Bracing

Strength) に相当する剛比に対して求めてある。横構剛度を強くした効果が座屈変形モードに及ぼす影響がよくわかる。図中、実線は水平変位、点線はねじり角をそれぞれ表わしている。

Fig. 20 は中間対傾構を3等分点に配置した場合の座屈変形モードを示している。この図から、対傾構によって主桁のねじり角が拘束されているようすがわかる。また、同図から、中間対傾構は主桁の水平変位に対して影響を与えることはほとんどなく、主桁のねじり拘束により座屈強度を向上させていることがわかる。

5. 結 言

本研究は2本並列を横構、対傾構で連結した構造系の曲げによる横倒れ座屈強度を求める基礎的な解析方法を述べ、2,3の数値計算例を示したものである。ブレイシング材は弾性挙動をするものと仮定し、主桁は残留応力分布を考慮した弾塑性解析により座屈強度を求めた。ブレイシング材の最小剛比は、ブレイシング点での主桁断面の水平変位、ねじり角が零となるように完全拘束されたときの座屈強度を確保するのに必要とされるブレイシング材の剛度をもって定義した。

主桁に与える2次部材としての横構、対傾構の効果を



次のような観点から調べた。すなわち、(1)横補剛点の長手方向の位置、および断面内の上下方向の位置と座屈強度との関係、(2)横構、対傾構部材の軸方向剛度、および曲げ剛度と座屈強度との関係、(3)横補剛部材の最小剛比、(4)座屈変形モードなどである。

実際の橋梁などにみられる構造系の横倒れ座屈に関する検討は、実用の設計基準を確立する上に重要な課題である。したがって、横補剛材の設計には弾性ブレイシング材の使用限界、すなわち、その強度と変形を考慮しなければならない、横補剛力(Lateral Bracing Force)に関する研究も必要となる。ブレイシング材として用いられるガセットで取りつけられた山形鋼、T形鋼部材の強度に関する研究も必要となる。

なお、本研究に関連して行なった実験的成果、ならびに、この種の構造系の基本設計への提案については稿を改めて発表したい。

最後に、本研究の数値計算は京都大学大型計算機センターの電子計算機 FACOM 230-60 を使用したことを付記する。

記 号

- $A_b$  : ブレイシング材の断面積
- $A_c$  : 主桁の圧縮側 T 形断面の断面積,  $A_c = A_f + A_w/6$
- $A_f, A_w$  : 主桁の圧縮側フランジおよび腹板の断面積,  $A_f = bt, A_w = (h - 2t)w$
- $|A_{nn}|$  : 係数行列式
- $a$  : 横構間隔
- $B_x, B_y$  : 主桁の  $x$  軸,  $y$  軸まわりの曲げ剛性
- $b$  : 主桁のフランジ幅
- $C_t$  : 主桁の St. Venant のねじり剛性
- $C_w$  : 主桁の曲げねじり剛性
- $D, D_a, D_b$  : 横補剛材のひずみエネルギー
- $D_s$  : 主桁中心間隔
- $E_b$  : ブレイシング材のヤング率
- $h$  : 主桁の桁高さ
- $I_{b\zeta}, I_{b\eta}$  : ブレイシング材の断面 2 次モーメント
- $I_c$  : 主桁の圧縮側 T 形断面の  $y$  軸まわりの断面 2 次モーメント,  $I_c \cong b^3t/12$
- $k$  : 主桁断面内の上下方向の横補剛位置を表わす係数
- $L$  : 主桁の全長
- $L_b, L_d, L_s$  : ブレイシング材の長さ
- $M$  : 主桁の両端に作用する曲げモーメント
- $M_{cr}$  : 座屈曲げモーメント
- $M_p$  : 全塑性曲げモーメント

- $M_y$  : 降伏曲げモーメント
- $r_x, r_y$  : 主桁の  $x$  軸,  $y$  軸まわりの回転 2 次半径
- $t$  : 主桁のフランジ厚さ
- $U$  : 構造系の全ポテンシャルエネルギー
- $U_w$  : 外力のポテンシャルエネルギー
- $u$  : 主桁のせん断中心の  $X$  軸方向の変位
- $\bar{u}$  : 横構のとりつけ点における主桁の  $X$  軸方向の変位,  $\bar{u} = u - (kh/2) \beta$
- $V$  : 主桁のひずみエネルギー
- $v$  : 主桁のせん断中心における  $Y$  軸方向の変位
- $w$  : 主桁の腹板厚さ
- $X, Y, Z$  : 構造系の座標軸
- $x, y, z$  : 主桁の部材座標軸
- $\alpha$  : 対傾構部材の斜材と  $X$  軸(水平線)となす角
- $\beta$  : 主桁のせん断中心まわりのねじり角
- $r, r_\xi, r_\eta$  : 横補剛材の曲げ剛比,  $r_\xi = I_{b\xi}/I_c, r_\eta = I_{b\eta}/I_c$
- $\delta$  : 横補剛材の軸方向剛比,  $\delta = A_b/A_c$
- $\theta$  : 横構の  $X$  軸(スパンと直角方向)となす角
- $\lambda$  : 主桁の長手方向における横補剛位置を表わす係数
- $\xi, \eta, \zeta$  : ブレイシング材の部材座標軸
- $\sigma_{rc}, \sigma_{rt}$  : 最大圧縮および引張残留応力
- $\sigma_y$  : 降伏点応力

参 考 文 献

- 1) Apparao, T.V.S.R., Errera, S.J. and Fisher, G.P. : "Columns Braced by Girts and Diaphragm", Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 5, May, 1969.
- 2) Bleich, F. : "Buckling Strength of Metal Structures", McGraw-Hill Book Co., New York, 1952.
- 3) Errera, S.J., Pincus, G. and Fisher, G.P. : "Columns and Beams braced by Diaphragms", Proc. ASCE, Vol. 93, No. ST 1, February, 1967.
- 4) Fukumoto, Y. and Galambos, T.V. : "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns", Proc. ASCE, Vol. 92, No. ST 2, April, 1966.
- 5) Galambos, T.V. : "Inelastic Buckling of Beams", Proc. ASCE, Vol. 89, No. ST 5, October, 1963.
- 6) Hartmann, A.J. : "Elastic Lateral Buckling of Continuous Beams", Proc. ASCE, Vol. 93, No. ST 4, August, 1967.
- 7) Hartmann, A.J. : "Experimental Study of Flexural-Torsional Buckling", Proc. ASCE, Vol. 96, No. ST 7, July, 1970.
- 8) Hoff, N.J. : "The Analysis of Structures", John Wiley & Sons, New York, 1956.
- 9) Klöppel, K. und Unger, B. : "Kippen von Durchlaufträgern bei seitlich und gegen Verdrehen Elastisch gelagertem Obergurt", Der Stahlbau, Heft 7. 1969.
- 10) Lay, M.G. and Galambos, T.V. : "Bracing Requir-

- ments for Inelastic Steel Beams”, Proc. ASCE, Vol. 92, No. ST 2, April, 1966.
- 11) Lee, G.C. and Galambos, T.V. : “Post Buckling Strength of Wide-Flange Beams”, Proc. ASCE, Vol. 88, No. EM 1, February, 1962.
  - 12) Lee, G.C., Ferrara, A.T. and Galambos, T.V. : “Experiments on Braced wide Flange Beams”, Bulletin No. 99, Welding Research Council, New York, N.Y., September, 1964.
  - 13) Massey, C. : “Lateral Bracing Force of Steel I-Beams”, Proc. ASCE, Vol. 88, No. EM 6, December, 1962.
  - 14) Pincus, G. and Fisher, G.P. : “Behavior of Diaphragm-Braced Columns and Beams”, Proc. ASCE, Vol. 92, No. ST2, April, 1966.
  - 15) Schmidt, L.C. : “Restraints against Elastic Lateral Buckling”, Proc. ASCE, Vol. 91, No. EM 6, December, 1965.
  - 16) Taylor, A.C. and Ojalvo, M. : “Torsional Restraint of Lateral Buckling”, Proc. ASCE, Vol. 92, No. ST 2, April, 1966.
  - 17) Winter, G. : “Lateral Bracing of Columns and Beams” Proc. ASCE, Vol. 84, No. ST 2, March, 1958.
  - 18) Zuk, W. : “Lateral Bracing Force on Beams and Columns”, Proc. ASCE, Vol. 82, No. EM 3, July, 1956.
  - 19) 井藤昭夫：横構をもつI形断面けたの横倒れ座屈について，第24，25回土木学会年次学術講演概要集，1969年9月，1970年11月
  - 20) 鈴木敏郎：拘束された部材の横座屈，日本建築学会論文報告集，第65号，1960年6月。
  - 21) 鈴木敏郎・小野徹郎：塑性設計はりに関する実験的研究，日本建築学会論文報告集，第168，171，175号。
  - 22) 宇佐美 勉・Galambos, T.V. : 2軸曲げを受ける単一山形鋼柱の強度，土木学会論文報告集，第191号，1971年7月。
  - 23) 西田 進・吉田 博：ねじり拘束のあるはりの横倒れ座屈強度，第25回土木学会年次学術講演概要集，1970年11月
  - 24) 福本嘯士・西野文雄共訳，Galambos 著：鋼構造部材と骨組一強度と設計，丸善一，1970年。
  - 25) 福本嘯士・藤原 稔・渡辺信夫：溶接I形部材の横倒れ座屈に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第189号，1971年5月
  - 26) 松井千秋・松村弘道：圧縮材の支点の補剛に関する研究，日本建築学会講演梗概集，1969年8月，1969年9月。
  - 27) 横尾義貫・若林 実・上田憲司：圧縮材の支点の補剛について，日本建築学会論文報告集，第89号，1963年。  
(1971.5.12・受付)