

Armoring をともなう河床低下について*

RIVER-BED DEGRADATION WITH ARMORING

平野宗夫**

By Muneo Hirano

1. まえがき

混合砂礫河床においては、河床砂礫が流水による分級作用をうけてその粒度構成に変化をきたすが、それに応じて限界掃流力や流砂量が変化するので均一砂礫河床とは異なった変動特性を示す場合がある。ダム築造後下流の河床砂礫の粒度が次第に粗くなる armoring 現象はその典型的な例である。したがって、将来の河床変動を予知するためには、同時に将来の河床砂礫の粒度分布を予測することが必要であり、この問題は河川工学における重要な研究課題の一つであると考えられる。

ダム下流の armoring 現象については以前から注目されており、現地河川における実測や水路実験による研究がなされてきた。たとえば、Garde および Hasan¹⁾ (1967) は水路実験と San Louis canals の資料から最終状態における armor coat の代表粒径を初期河床材料の標準偏差 ($\sqrt{d_{50}/d_{10}}$) から求める経験的な方法を提案している。また、ダム下流の河床低下計算に armoring の効果を導入する最初の試みは、河村および Simons²⁾ (1967) によりなされている。しかし、これらの研究においては粒度分布についての考察はなされていない。最近、Gessler³⁾ (1970) は河床低下を河床がほぼ平行に低下して掃流力が時間的に変化しない parallel degradation と河床勾配が変化して掃流力が次第に減少する rotational degradation の 2 つの形態に分け、前者の領域における armor coat の粒度分布について興味ある計算方法を提案し、芦田および道上⁴⁾ (1971) は粒径別流砂量式を導入することにより Gessler の方法に重大な修正を加えるとともに、拡散型の河床変動式と併用して rotational degradation における変動計算を行なってい

る。しかし、河床低下を 2 つの形態に分ける水理学的根拠が不明瞭であることや、粒度分布の時間的変動過程が導入されていない点に若干の疑点があるなど、まだ多くの問題が残されているようである。

本研究においては、河床の変動が流砂量の場所的アンバランスによって生ずると同様に河床砂礫の分級作用は粒径別流砂量の場所的な不均衡によって生ずるという考え方のもとに、まず粒径別流砂量について検討を行ない、ついで粒度分布の変動について新しい動的なモデルを提案し、分級作用をともなう河床変動式を誘導した。最後にそれらの式を用いて計算を行ない、実験値と比較してその適合性を確かめた。

2. 実験装置および方法

流砂のある河川にダムが築造されると上流からの土砂がダムにより遮断されるため下流の河床は次第に低下するとともに河床に armor coat を形成し、静的平衡河床に漸近する。本実験はこのような河床低下と armoring 現象を実験室内に再現するために行なわれたものである。

実験に用いた水路は長さ 15 m、幅 60 cm のコンクリート製水路で、下流端に砂止め用のせきを設置し、その上流に砂を敷きつめて移動床とし、上流端における土砂の供給は行なっていない。河床材料としては均一に近い粒度分布をもつ A 砂と、粒度分布の範囲の広い B 砂および C 砂を使用した。それらの粒度分布曲線および諸特性値はそれぞれ図-1 および表-1 に示されている。

実験は Run 1~Run 5 の 5 回行なった。Run 1 および Run 2 は均一砂 (A 砂) を、Run 3 および Run 4 は混合砂 (B 砂) を用いた一様幅水路における実験であるが、均一砂と混合砂の変動特性を調べる目的で、Run 1 と Run 3 および Run 2 と Run 4 は河床材料以外の水理条件がほぼ等しい状態で実験がなされている。また

* 第 14 回水理講演会および第 25 回土木学会年次学術講演会にて一部発表

** 正会員 九州大学講師 工学部水工土木工学科

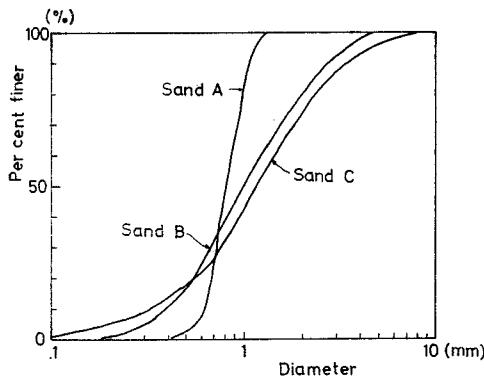


図-1 河床材料の粒度分布

Run 5 は狭さく部における armoring の特性をみるために行なわれたもので、中流部に幅 40 cm、長さ 3 m の狭さく部が設置されている。

各実験において、流量を一定に保ち、適当な時間間隔で水面形、河床高および水路下流端における流砂量を測定した。水面形は 1 m おきに設置した静圧管をマノメーターに導びいて測定し、河床高は横断方向に等間隔に 3 点、流路方向に 0.5 m おきに測定した。また、混合砂の実験 Run 3~5 においては、arming の状態を調べるために、1~2 m おきに河床砂が採取されている。河床砂の採取は、通水を一時停止した後、河床表面に形成される armor coat を 10 cm 幅で水路横断方向全幅にわたってけずりとることによって行なった。実験結果によると、armor coat の厚さは 0.5~1 cm 程度で、その下には原河床の砂が、そのままの状態で残されているので、河床砂の採取に当たっては、armor coat の砂のみを採取し、armor coat の取り残しや、armor coat の下の原河床砂の混入のないよう十分な注意が必要であった。河床砂を採取した地点では、armor coat が除去されて原河床砂が露出し、河床高も採取した砂量だけ低下するので、河床砂を採取した跡に、採取した砂と同量、同配合の砂をうめもどし、armor coat を復元した後実験を再開した。

各実験の条件は表-1 のようである。Run 1~3 においては、河床低下が終了したと判断した時点で実験を打ち切ったが、Run 3 の粒度分布を測定した結果、河床低下がほとんど終了した後もなお河床砂の粒度分布の変化

が続くことがわかったので、Run 4 および Run 5 においては、河床低下が終了した後も実験を継続し、それぞれ 50 時間通水を行なっている。

3. 混合砂礫河床における掃流砂量の検討

(1) 概 要

従来、掃流砂量に関する数多くの計算式が提案されているが、それらを混合砂礫河床に適用する際に、Einstein⁵⁾ や Egiazaroff⁶⁾ のように砂礫の混合特性を導入したものは少なく、多くは形式的に粒径別に分けて計算したものを合計したり、平均粒径を用いて均一砂と同じあつかいをして全流砂量を計算しているのが現状のようである。これは、そのようにして求められた流砂量がトータルの量に関するかぎりほぼ妥当な値を与えることによるものと思われる。しかし、砂礫の分級作用を考える場合にはトータルの流砂量だけでなく粒径別の流砂量も正確に把握することが必要である。そこで、実験からえられた資料を用いて粒径別流砂量や粒径別限界掃流力について検討することにする。

(2) 実験結果とその考察

水路下流端における全流砂量と掃流力の関係を無次元量 q_B/m と τ_{*m} を用いて図示すると図-2 のようである。ここに $q_B/m = q_B/u_*d_m$, $\tau_{*m} = u_*^2/(\sigma/\rho - 1)gd_m$, q_B : 単位幅当たり全流砂量, u_* : 摩擦速度, d_m : 河床砂礫の平均粒径, σ および ρ : それぞれ砂礫および水の密度である。図によると

掃流力の小さい領域において均一砂 (A 砂) と混合砂 (B, C 砂) の差異が大きいが、これは限界掃流力の相違によるものと思われる。図には佐藤・吉川・芦田公式

$$\left. \begin{aligned} q_B/m &= K \tau_{*m} f(\tau_{*cm}/\tau_{*m}) \\ K &= 0.623(40n)^{-3.5} \quad (n < 0.025) \\ K &= 0.623 \quad (n \geq 0.025) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

に $n = 0.0167$ (Run 1, 2 の平均値) および $\tau_{*cm} = 0.03$

表-1 実験条件

実験	河床材料		単位幅流 量 (cm ² /sec)	初期河 床勾配	通水時 間(分)	摘要
	種別	d_{50} (mm)				
Run 1	A	0.83	1.24	243	0.0154	1200
Run 2	A	0.83	1.24	117	0.0154	1700
Run 3	B	0.98	2.31	293	0.0154	720
Run 4	B	0.98	2.31	127	0.0154	3000
Run 5	C	1.20	2.66	167	0.0065	3000 狹さく部あり

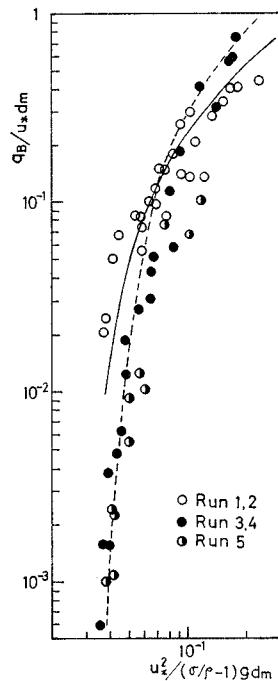


図-2 全流砂量

を用いて計算した線と、 $n=0.0155$ (Run 3, 4 の平均値) および $\tau_{*cm}=0.04$ として計算した線の 2 本の曲線が記入されているが、A 砂のデータは前者に、B 砂のデータは後者にかなりよく一致しており、全流砂量に関しては従来の流砂量式が適用できることを示している。ここに n : Manning の粗度係数、 $\tau_{*cm} = u_{*cm}^2 cm / (\sigma/\rho - 1) gd_m$ 、 u_{*cm} : 平均粒径に関する限界摩擦速度である。

次に、粒径別流砂量と掃流力の関係をみるために無次元量 $q_{B*i} = i_B q_B / i_B u_* d_i$ と $\tau_{*i} = u_*^2 / (\sigma/\rho - 1) g d_i$ を用いてプロットすると図-3 のようである。ここに、 i_B および i_B ：それぞれある粒径範囲の砂礫が流砂中および河床砂礫中に占める割合、 d_i ：ある粒径範囲の砂礫の平均粒径である。図には芦田ら⁷⁾のデータも記入されているが、本実験と同じ性状を示している。図の描点は粒径ごとににはっきりと分かれており、この範囲においては、粒径別の流砂量は均一砂量のそれとはかなり相違してい

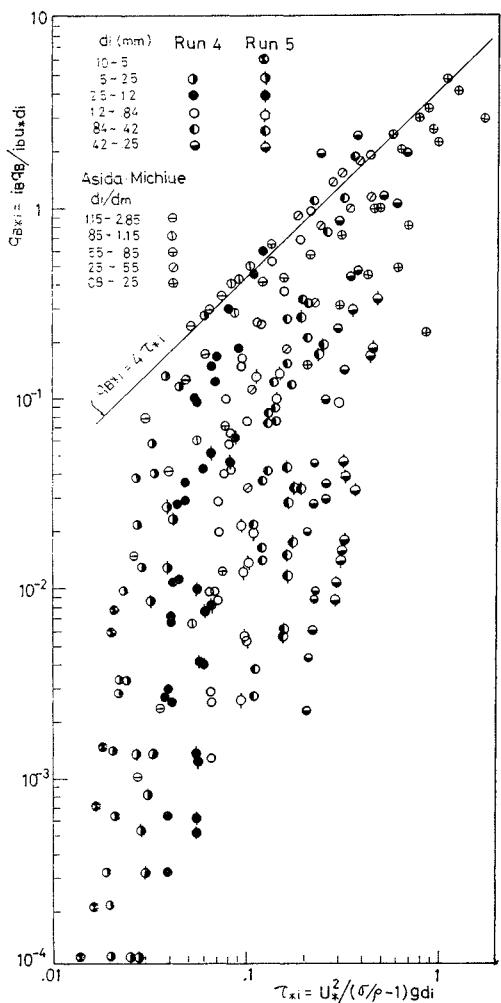


図-3 粒 径 別 流 砂 量

ることがわかる。また、粒径別の限界摩擦速度 u_{*ci} の無次元量 $\tau_{*ci} = u_{*ci}^2 c_i / (\sigma/\rho - 1) g d_i$ が粒径により大きく異なることも明らかである。

(3) 粒径別限界掃流力の検討

上述のように τ_{*ci} は粒径によって変化するので検討の必要があるが、その際どのような状態をもって移動限界とするかに問題がある。この点について土屋⁸⁾は河床単位面積中で単位時間中に移動をはじめる砂粒の割合 p_0 が 0.5%/sec となる状態をもって限界とし、田畠および市ノ瀬⁹⁾は掃流砂疊数が急増をはじめる状態を移動限界としている。しかし、本実験においては移動砂粒の数は測定されていないし、かつ、流砂量との関連において限界掃流力を定義した方が流砂量式に導入する際に便利であろうという考えのもとに次のような定義を用いることにする。すなわち、掃流砂量に関する佐藤・吉川・芦田公式(1)において $u_* = u_{*cm}$ のとき次式の関係

があるが、同公式において $f(1)=0.0497$ であり、本実験においては後述のように $K \neq 4$ であるから $Kf(1)=0.2$ とし、図-3 のデータより $q_{B*}/\tau_{*i}=0.2$ となる点の τ_{*i} をもって τ_{*ci} と定義する。このようにして求めた τ_{*ci} をその粒径 d_i と平均粒径 d_m との比 d_i/d_m に対してプロットしたものが図-4 である。それによると $d_i/d_m=1$ に対して τ_{*ci} は 0.04 程度となっており、均一砂礫に対する岩垣公式による値とほぼ一致するが、 τ_{*ci} は d_i/d_m によって変化し、均一砂礫の場合にくらべると平均粒径 d_m より大きい粒径は動きやすく、小さい粒径は動きにくくなる傾向があることがわかる。図には Pantelopulos ほかのデータ¹⁰⁾が記入されているが、いずれも筆者のデータよりやや大きい値を示している。この差は平均粒径の違いや、実験者による限界状態判定の基準の差異によるものと思われる。図には、また、Egiazaroff の式¹⁰⁾

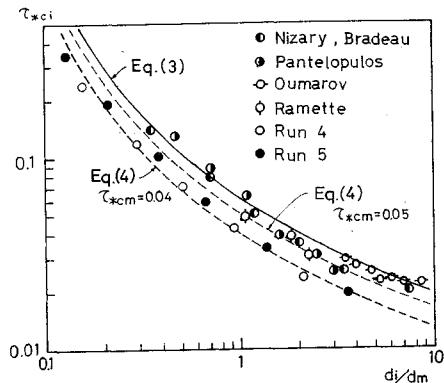


図-4 粒径別限界掃流力

$$\tau_{*ci} = 0.1 \left/ \left(\log_{10} 19 \frac{d_i}{d_m} \right)^2 \right. \dots \dots \dots \quad (3)$$

が記入されているが、どの実験値とも傾向はよく一致している。上式右辺の定数は $d_i/d_m=1$ のとき Shields の値 $\tau_{*cm}=0.06$ に一致するように定められたものであるが、一般には、 τ_{*cm} はレイノルズ数 $u_{*cm} \cdot d_m / \nu$ (ここに、 ν は水の動粘性係数) によって変化するし、 $\tau_{*cm}=0.06$ という数値もそれほど精度のよいものではない。そこで、 $d_i=d_m$ に対する τ_{*ci} を τ_{*cm} とおいて式(3)を変形し、

$$\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}} = \left(\frac{\log 19}{\log 19 \frac{d_i}{d_m}} \right)^2 \dots \dots \dots (4)$$

として、 τ_{*cm} を適当に与えることにすると、図-4の点線で示すように、筆者のデータは $\tau_{*cm}=0.04$ とした線に、Rametteのデータは $\tau_{*cm}=0.05$ とした線に、その他のデータは $\tau_{*cm}=0.06$ とした線(すなわち、式(3)の線)によく一致する。

混合砂礫河床における τ_{*cm} は、レイノルズ数 $u_{*cm} \cdot d_m/\nu$ のほかに粒度分布の影響も受けると思われるが、データの数が少なく、かつ限界状態の判定基準が実験者によりまちまちであるので、くわしい吟味はできない。ここでは、筆者のデータにおける τ_{*cm} が均一砂礫の限界掃流力に関する岩垣公式による計算ときわめてよく一致することを付記するにとどめたい。

なお、式(3)の誘導の際に、流速分布式として対数分布則が用いられているので、 d_i/d_m があまり小さくなると式(3)および式(4)は適用できない(たとえば、式(4)において $d_i/d_m = 1/19$ とおくと $\tau_{*ci} = \infty$ となる)。図-4をみると、 $d_i/d_m < 0.1$ の範囲に対しては式(4)は過大な値を与えるように思われる。

(4) 粒径別流砂量の検討

a) Einstein 公式における遮蔽係数の検討

混合砂礫の粒径別掃流砂量式としては Einstein 式が著名であり、混合粒径の効果を遮蔽係数 δ で表わしている。そこで、次式

$$\frac{43.5 \phi_*}{1 + 43.5 \phi_*} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0.143\psi_*^{-2}}^{0.143\psi_*^{-2}} e^{-t^2} dt \quad \dots (5)$$

مکالمہ

$$\psi_* = \xi Y(\beta^2/\beta_x^2) (\sigma/\rho - 1) g d_i / u'^*{}^2$$

$$\phi_* = i_B q_B / i_b \sqrt{(\sigma/\rho - 1) g d_i^3}$$

$$\beta/\beta_x = (\log_{10} 10.6)/\{\log_{10} 10.6(Xx/d_{65})\}$$

u_{*}' : 河床砂粒に関する摩擦速度

d_{65} ：粒度累加曲線において 65% に相当する

粒径

$d_{65}u_*/(11.6\nu x) > 1.80$ のとき $X = 0.77d_{65}/x$

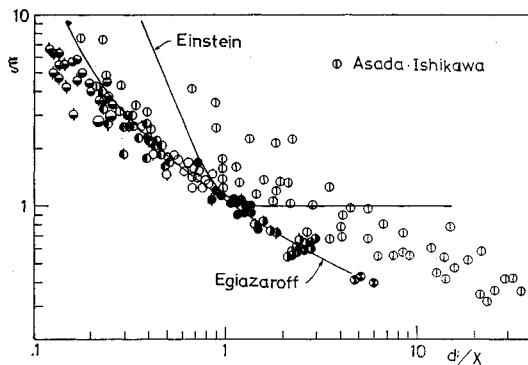


図-5 遮蔽係数 (Einstein式)

$$d_{65} u_*' / (11.6 \nu x) < 1.80 \text{ のとき } X = 1.39 (11.6 \nu / u_*')$$

ν : 水の動粘性係数, $x : d_{65} u_*' / \nu$ の関数

により定義される ξ を求め d_i/X に対してプロットすると図-5 のようになり、データはかなりよくまとまる。図には浅田および石川^[11]のデータも記入されているが、ほぼ同じ傾向を示している。しかし Einstein の与えた線とはかなり異なり $d_i/X < 1$ の範囲において Einstein の線よりかなり小さく、よくいわれているように、Einstein の補正が小さい粒径に対して過大であることを示している。また、Einstein の線が d_i/X が大きくなるにつれて 1 に收れんしているのに対してデータはいずれも 1 より減少している。本実験のデータは $d_i/X > 0.2$ の範囲では式(4)において d_m のかわりに X を用いて計算した線とよく一致している。 $d_i/X < 0.2$ の範囲では上述の線はデータより大きくなっているが、これは前述のように流速分布として対数分布則が用いられているため d_i/X が小さい領域で ξ が過大となることによるものと思われる。

b) 佐藤・吉川・芦田公式の補正

次にわが国でよく用いられる佐藤・吉川・芦田公式を混合砂礫河床に適用する場合について検討してみよう。Einstein の場合と同様に考えて 混合砂礫による補正係数 ε' を次式

$$\phi_* = K \left(\frac{\tau_* i}{\xi'} \right)^{3/2} f \left(\frac{\tau_* cm}{\tau_* + \xi'} \xi' \right) \dots \dots \dots \quad (6)$$

で定義し、 $K=4$, $\tau_{*cm}=0.04$ として本実験のデータより求めてプロットすると図-6 のようである。描点の傾向は図-5 のとほぼ同じであるが、掃流力が大きくなるにつれて δ_1 が 1 に近づき、掃流力が限界掃流力に近づくと Egiazaroff の式に一致してくるようである。このことから、粒径別流砂量と均一砂の流砂量との差異は主として両者の限界掃流力の差によるものと思われる。そこで、限界掃流力を式(4)を用いて計算し、 τ_{*ci}/τ_{*i} と qB_{*i}/τ_{*i} をデータより求めてプロットすると図-7 のよ

うになり、描点はかなりよくまとまる。したがって、次の実験式が妥当なものと思われる。

$$\left. \begin{aligned} q_{B*i} &= K \tau_{*i} f(\tau_{*ci}/\tau_{*i}) \\ \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} &= \frac{\tau_{*cm}}{\tau_{*i}} \left(\frac{\log 19}{\log 19 \frac{d_i}{d_m}} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

なお、筆者および芦田らのデータに対しては、図-7に示すように K の値は $4(n=0.015$ に相当) が適当である。

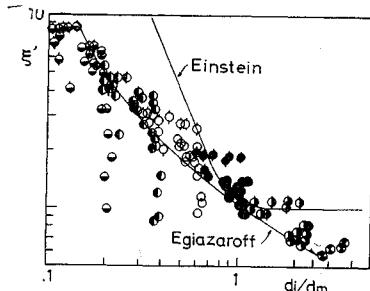


図-6 遮蔽係数（佐藤・吉川・芦田式）

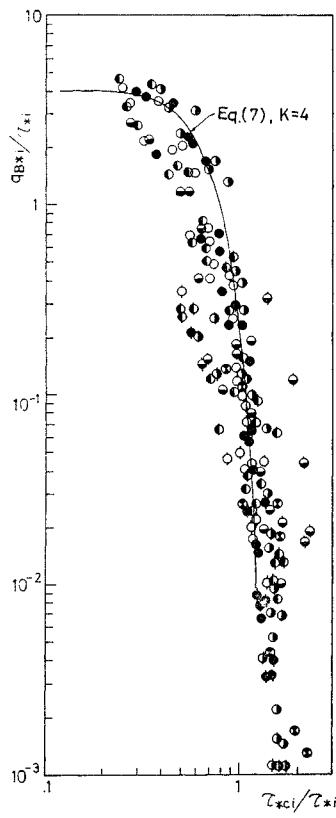


図-7 粒 径 別 流 砂 量

4. 河床および粒度分布の変動

(1) 実験結果とその考察

a) 河床および水位の変動

各実験において、河床は平滑に近く、ripple や dune のような顕著な sand wave は発生しなかった。河床の横断形状は、実験初期には水平であるが、時間がたつにつれて水路の片側に若干の深掘れを生ずる傾向がみられる。各実験における横断方向の最高河床高と最低河床高

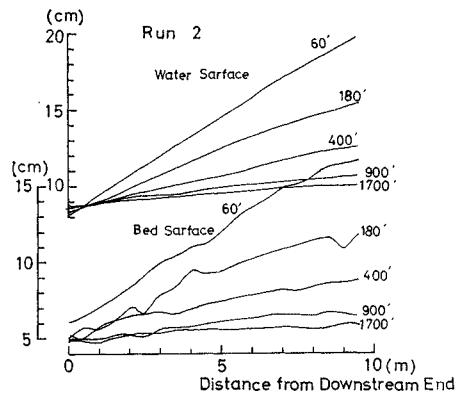


図-8(1) 水面および河床高の変化

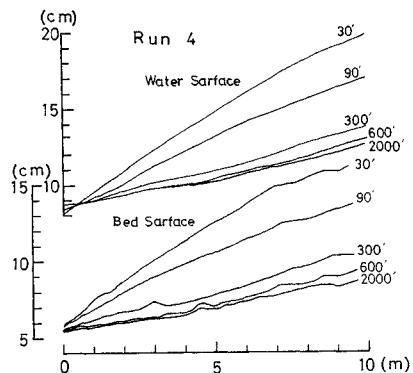


図-8(2) 水面および河床高の変化

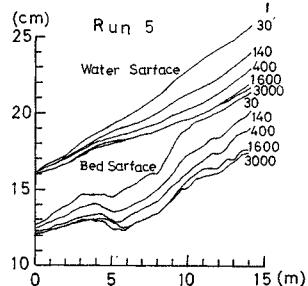


図-8(3) 水面および河床高の変化

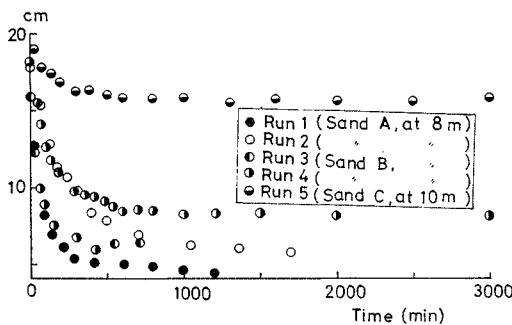


図-9 河床高の時間的変化

の差は、通常数 mm 程度で、大きい所で 1 cm ほどである。深掘れは水路の左右両側に交互に現われ、その波長は 4~5 m 程度のようであるが、はっきりした砂礫堆は形成されなかった。

ここでは、河床高の縦断方向の変化をみるために、横断方向に等間隔に 3 点測定した河床高の平均値を実測河床高とし、各実験における河床高と水位の実測値の時間的变化の状態を図示すると図-9 のようになる。図によると、実験開始と同時に河床高と水位は急激に低下をはじめ、時間がたつにつれて低下の割合を減じながら最終状態に漸近している。一様水路幅における実験 Run 1 ~Run 4 においては、水面と河床がほぼ平行で、流れが等流に近いことを示している。また、水面、河床とも直線状をなしているが、河床には若干上に凸の傾向がみられる。Run 5 では狭さく部において深掘れを生じているが、それ以外の点では他の実験とほぼ同じ傾向にある。

次に、図-9 は均一砂河床と混合砂礫河床の相違を見るために下流端から 8 m の地点における河床高を Run 1~Run 4 について比較したものである。それによると、実験初期においては Run 1 と Run 3 および Run 2 と Run 4 はそれぞれほぼ同じように低下しているが、低下がゆるやかになるにつれて両者の間に差を生じ、armor-ing の影響が顕著に現われていることがわかる。なお、Run 3 において、実験開始後 420 分の河床高がそれ以後の河床高より若干低くなっているが、これは、この付近に一時的に砂礫堆が形成されたためであると思われる。

b) 河床砂礫の粒度分布

水路の横断方向に河床高が変化している場合には、河床の armor-ing の状態も横断方向に一様でなく、浅い所より深い所の方が armor-ing が著しいようである。しかし、河床砂礫の採取は水路の横断方向に一様に行なわれているので、粒度分布の測定値は水路横断方向の平均値を表わしていると考えられる。

河床砂礫の中央粒径 d_{50} の場所的、時間的变化は図-10 のようであり、粒度が次第に粗くなって河床が armor

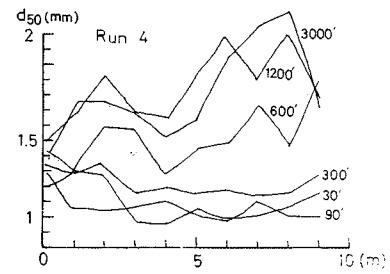


図-10(1) 河床砂の中央粒径の変化

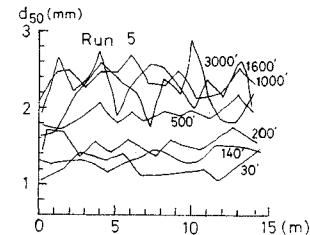


図-10(2) 河床砂の中央粒径の変化

されていく過程がうかがえる。図によると、上流ほど粒度が粗くなる傾向がみられるが、粒度の水路縦断方向の変化は河床低下量のそれに比しかなり小さく、armor-ing の状態は水路縦断方向に一様に近いようである。また、Run 5 において、河床には狭さく部の影響が顕著に現われているのに対し、粒度は水路方向に一様に近く、狭さく部の影響は不明瞭である。

次に、水路方向の粒度の変化は小さく、かつ、ばらつきが大きいので水路方向に平均した量について時間的変動を調べてみよう。図-11 は中央粒径の水路方向の平均値を時間に対してプロットしたものである。それによると中央粒径 d_{50} は時間とともに次第に大きくなっているが、その変化の割合は河床低下のはげしい実験初期よりもむしろ河床低下の割合が小さくなった後の方が大きいようである。また、河床低下がほとんど終了した後 (Run 3 では 600 分以後、Run 5 では 300 分以後) も中

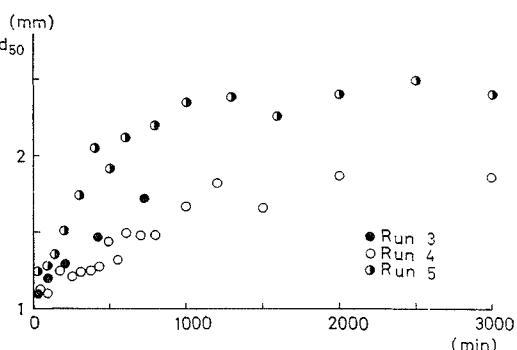


図-11 河床砂中央粒径の平均値の時間的変化

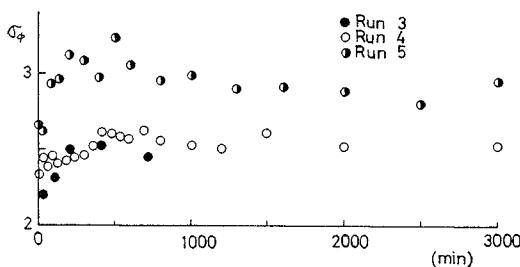


図-12 河床砂の標準偏差

央粒径の増大は続き、armoringが進行中であることを示している。これらのことから、armoringは河床の掃流力 τ_{*m} が限界掃流力 τ_{*cm} に近い場合に顕著に起こる現象であると思われる。図-12は河床砂粒度分布の標準偏差 $\sigma_\phi (= \sqrt{d_{84}/d_{16}}$, d_{84} および d_{16} : それぞれ累加百分率84%および16%に相当する粒径)の水路方向の平均値の時間的变化を示したものである。それによると各実験とも初期河床における値よりやや増加しているがその変化は小さく、混合の程度はあまり変化していないようである。

c) 流砂の粒度分布

流砂の中央粒径および粒度分布の標準偏差の時間的变化はそれぞれ図-13および図-14のようである。図によると、流砂の中央粒径は河床砂のそれとは逆に時間と

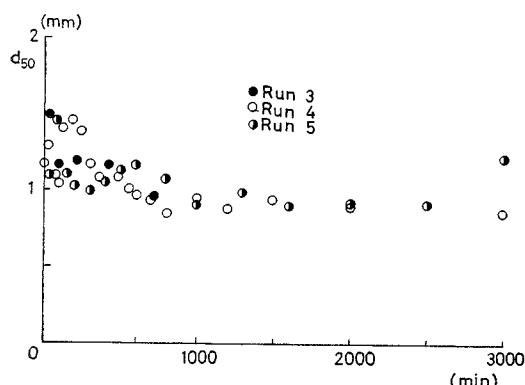


図-13 流砂の中央粒径

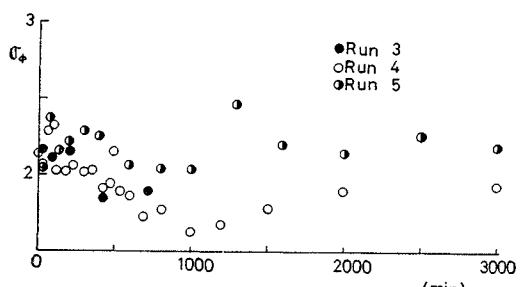


図-14 流砂の標準偏差

ともに若干小さくなり、河床がarmorされた後はほぼ一定値となっているようである。粒度分布の標準偏差も河床砂のそれと逆の傾向を示し、実験の初期に減少しその後ほぼ一定になっている。また、その値は河床砂のそれよりもかなり小さく、粒度分布が一様に近いことを示している。

(2) 混合砂礫河床における河床および粒度分布の連続式

a) 河床近傍のモデル

河床低下の実験によると、河床が低下するにつれて河床の粒度は次第に粗くなるが、粒度が変化するのは河床表面のごく近傍に限定され、その下には原河床の砂礫がそのままの状態で残されている。したがって、流砂は河床表面のごくうすい層にのみ起因し、この層からとび出した砂粒が流砂となって移動した後再びこの層に落ち着くという具合に、このうすい層と流砂との間で砂粒を交換しながら河床と粒度分布の変動が進行するものと考えられる。そこで、河床を表面のごくうすい層(以下、この層をかりに交換層とよぶことにする)とそれ以下の原河床とに分けて考えることにする。Einsteinは河床上に厚さが粒径の2倍程度の掃流層を想定しているが、掃流層は“浮流砂の底面濃度が掃流層の濃度に接続する”と

いうように移動していく砂よりなる層と考えられて

いるので交換層

と同一ではない。また

“armor coat”は交換

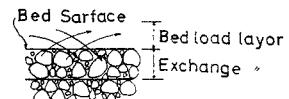


図-15 河床のモデル図

層の粒度が粗くなった場合を指すものと考えられる。したがって、河床近傍を模式的に示せば図-15のようになるであろう。

b) 連続式の誘導

図-15のようなモデルを考えると、河床が上昇する場合は交換層の粒度はそれより下の河床の粒度に無関係であるのに対して、河床が低下する場合は交換層はそれより下の河床砂礫を層内にくりこむことになり原河床の粒度の影響を受ける。したがって、河床が上昇する場合と低下する場合とで、その取り扱いに若干の差異を生ずる。

① 河床上昇の場合：図-16のように、河床高を z 、交換層の厚さを a 、交換層における河床砂礫の空げき率

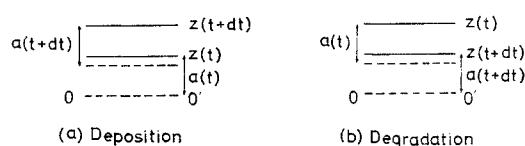


図-16 記号説明図

を λ , 単位幅流砂量を q_B , ある粒径範囲の砂礫が交換層および流砂中に占める割合をそれぞれ i_b および i_B , 河床幅を B , 流れ方向にとった距離を x とすると, 時刻 t における交換層下端(図-16(a)の0-0'線)より上の部分についての連続の条件より, 河床および粒度分布に関するそれ次の関係がある。

$$\begin{aligned} & [a(x, t+dt) \{1-\lambda(x, t+dt)\} + \{z(x, t+dt) \\ & - a(x, t+dt) - z(x, t) + a(x, t)\} \\ & \times \{1-\lambda(x, t)\}] - a(x, t) \{1-\lambda(x, t)\} \\ & = -\frac{1}{B} \frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} dt \\ & [a(x, t+dt) \{1-\lambda(x, t+dt)\} i_b(x, t+dt) \\ & + \{z(x, t+dt) - a(x, t+dt) - z(x, t) \\ & + a(x, t)\} \times \{1-\lambda(x, t)\} i_b(x, t)] - a(x, t) \\ & \times \{1-\lambda(x, t)\} i_b(x, t) = -\frac{1}{B} \frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} dt \end{aligned}$$

上記2式を整理すると,

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} + \frac{a}{1-\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{\partial i_b}{\partial t} = -\frac{1}{aB(1-\lambda)} \left\{ \frac{\partial(i_B q_B \cdot B)}{\partial x} - i_b \frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} \right\} \quad \dots \dots \dots (9)$$

(2) 河床低下の場合: 時刻 $t+dt$ における交換層下端(図-16(b)の0-0'線)より上の部分について連続の条件を適用すると,

$$\begin{aligned} & a(x, t+dt) \{1-\lambda(x, t+dt)\} - \left[a(x, t) \{1-\lambda(x, t)\} \right. \\ & \left. + \int_{z(x, t+dt)-a(x, t)}^{z(x, t)-a(x, t)} \{1-\lambda_0(x, y)\} dy \right] \\ & = -\frac{1}{B} \frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} dt \\ & a(x, t+dt) \{1-\lambda(x, t+dt)\} i_b(x, t+dt) \\ & - \left[a(x, t) \{1-\lambda(x, t)\} i_b(x, t) \right. \\ & \left. + \int_{z(x, t+dt)-a(x, t)}^{z(x, t)-a(x, t)} \{1-\lambda_0(x, y)\} i_{b0}(x, y) dy \right] \\ & = -\frac{1}{B} \frac{\partial(i_B q_B \cdot B)}{\partial x} dt \end{aligned}$$

ここに, i_{b0} および λ_0 はそれぞれ交換層直下の原河床におけるある粒径範囲の砂礫の占める割合および空げき率, y は鉛直上向きにとった距離である。上記2式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} & = -\frac{1}{(1-\lambda_0)B} \frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} \\ & + \frac{1}{1-\lambda_0} \left\{ a \frac{\partial \lambda}{\partial t} + (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial a}{\partial t} \right\} \quad \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_b}{\partial t} & = -\frac{1}{aB(1-\lambda)} \left\{ \frac{\partial(i_B q_B \cdot B)}{\partial x} - i_{b0} \frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} \right\} \\ & + (i_b - i_{b0}) \left(\frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} - \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial t} \right) \quad \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

c) 連続の式の定性的検討

① 河床の連続の式: 式(8)および(10)はそれぞれ河床が上昇および低下する場合の河床の連続の式であるが, 式(10)において $\lambda=\lambda_0$ または $\partial a/\partial t=0$ とおけば式(8)に一致し, さらに $\partial \lambda/\partial t=0$ とすれば両式とも従来の河床の連続の式に一致する。一般には空げきの変化は小さいと思われるが河床の連続の式としては従来の式を用いて差し支えないであろう。しかし, 河床に少量しか存在せず大きな砂礫の空げきを単に埋めているに過ぎないような小粒径の砂は, それらが流出しても河床は空げきが増加するだけで低下はしないから, 移動砂の大部分が河床に少量存在する砂と同じ大きさの砂からなるような場合には空げき率の変化を考慮しないと河床高の変動量を過大に見積るおそれがあると思われる。

② 粒度分布の連続の式: 河床が上昇および低下する場合の粒度分布の連続の式(9)および(11)に河床の連続の式(8)および(10)をそれぞれ代入し, $\lambda=\lambda_0=\text{const}$ として若干変形すると次式がえられる。

河床上昇:

$$\frac{\partial i_b}{\partial t} = \frac{1}{a} (i_B - i_b) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{q_B}{a(1-\lambda)} \left(-\frac{\partial i_B}{\partial x} \right) \quad \dots \dots \dots (12)$$

河床低下:

$$\frac{\partial i_b}{\partial t} = \frac{1}{a} (i_B - i_{b0}) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{q_B}{a(1-\lambda)} \left(-\frac{\partial i_B}{\partial x} \right) \quad \dots \dots \dots (13)$$

混合砂礫河床においては, 相対的に大きい粒径の砂礫は小さい砂礫より動きにくいから, 平均より大きい粒径では i_B は i_b や i_{b0} より小さく, 平均より小さい粒径では i_B は i_b や i_{b0} より大きい。したがって, 式(12)および(13)の右辺第1項は河床上昇 ($\partial z/\partial t > 0$) の場合平均より大きい粒径に対して負, 平均より小さい粒径に対して正となり, 河床低下 ($\partial z/\partial t < 0$) の場合はその逆となるから, 河床の粒度は河床上昇の場合は細かくなり, 河床低下の場合は粗くなつて armor される傾向があることがわかる。また, 一般に粒度分布の範囲が広いほど i_B と i_b や i_{b0} の差は大きくなるから, 河村¹²⁾が指摘しているように粒度分布の標準偏差が大きいほど sorting や armoring が起りやすいことが明らかである。次に, 河床の粒度が上流ほど粗い場合, 一般に大きい粒径では $\partial i_B/\partial x < 0$, 小さい粒径では $\partial i_B/\partial x > 0$ であるから, 式(12)および(13)の右辺第2項は大粒径では正, 小粒径では負となり, 上流ほど細かい場合にはその逆となる。したがって, 上流における粒度変動の下流への伝ばんは, 上式右辺第2項によるものと考えられる。

(3) 河床および粒度分布変動の基礎式

通常河床変動計算においては河床の連続の式、流砂量の式および流れの運動方程式が用いられる。粒度分布の変動を考慮する場合にはこれらの式の他に前節で導いた粒度分布の連続の式(9)および(11)を用いる必要がある。流れの運動式としては普通不等流の式が用いられるが、一様幅の水路においては流れが疑似等流状態にあるとみなして等流の式を用いた例も少なくない。本計算においても、一様幅水路の実験では前述のように水面と河床がほぼ平行で流れが等流に近いこと、および河床低下とともにフルード数が減少して流れが射流から常流へと遷移しているため不等流の式を適用することがきわめて困難であることなどの理由により、疑似等流としての取りあつかいをすることにする。

a) 基礎式の誘導

流れの運動方程式は流れ方向に x 軸をとると次式で表わされる。

$$\frac{\partial h}{\partial x}(1-F_r^2) + \frac{\partial z}{\partial x} + I_e = 0 \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここに, h :水深, F_r :フルード数= $\alpha q^2/gh^3$, α :エネルギーの補正係数, q :単位幅流量, I_e :エネルギー分配である。流れが疑似等流の場合は上式の左辺第1項を無視して近似的に

上式と $q = \varphi u_* h$ および $u_* = \sqrt{ghI_e}$ なる関係より次式がえられる。

$$u_* = \left(-\frac{gq}{\varphi} \frac{\partial z}{\partial x} \right)^{1/3} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

ここに、 φ ：流速係数 = q/hu_* 、である。

次に、流砂量の式として佐藤・吉川・芦田公式に混合粒径の効果を導入した式(7)を用い、上式を代入すると、

ここに、

$$K_0 = \frac{Kq}{(\sigma/\rho - 1)\varphi}, \quad f_i = f(u_*^2 c_i / u_*^2 i) \quad \dots \dots (18)$$

となる。さらに、 K_0 、 λ および a を一定とし、式(17)を河床低下の場合の河床および粒度分布の連続の式(10)および(11)に代入すると

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{K_0}{1-\lambda_0} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial z}{\partial x} \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} i_b f \left(\frac{u_*^* c_i}{u_*^* c_i} \right) dd \right\}$$

.....(19)

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_b}{\partial t} = & \frac{K_0}{\alpha(1-\lambda)} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial z}{\partial x} i_{bf} \left(\frac{u_*^2 c_i}{u_*^2 i} \right) \right\} \right. \\ & - i_{bv} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial z}{\partial x} \int_{d_{min}}^{d_{max}} i_{bf} \left(\frac{u_*^2 c_i}{u_*^2 i} \right) dd \right\} \Big] \\ & \dots \dots \dots \quad (20) \end{aligned}$$

ここに、 d は粒径、 d_{\max} および d_{\min} はそれぞれ河床に存在する最大粒径および最小粒径である。

上記2式が河床および粒度分布の変動計算式である。
 $\int_{d_{\min}}^{d_{\max}} i_b f(u_*^2 c_i / u_*^2) dd$ が一定とみなされる場合には式(19)は拡散方程式となり、芦田⁽¹³⁾により解析解が与えられている。しかし、粒度分布の変動を考慮する場合にはこの項は場所的にも時間的にも変化するので数値計算を行なわなければならない。

(4) 計算値と実測値の比較

a) 計算条件

まず、境界条件は \bar{x} について2個、 i_b について1個必要であり、下記の3条件を用いる。

- ① $\partial z(0, t)/\partial x = 0$
 - ② $\partial z(l, t)/\partial x = q^2/g \varphi^2 \{H - z(l, t)\}$
 - ③ $i_b(0, t) = i_{ba}(0)$

ここに, l : 水路上流端から下流端までの距離, H : 下流端における水位である。上記諸条件のうち, 条件①は上流端において流砂量 $q_B=0$ という条件であり, 条件②は下流端において水位 H が与えられる場合に用いられる。条件③は上流端における河床砂礫の粒度分布が変化しないという条件であるが, 本実験においては $x=0$ より上流の河床は安息角に近い逆勾配となっており, この部分の粒度分布は変化しないので, この条件は妥当なものと考えられる。

次に、流速係数 φ は実験中若干変化するが、ここでは実験中の平均値 $\varphi=9.8$ を用い、粒度分布は 2.5 mm 以上、2.5~1.2 mm, 1.2~0.84 mm, 0.84~0.42 mm, 0.42 mm 以下の 5 段階に分けている。また、交換層の厚さ a は、実験中の観察によると 0.5~1 cm 程度と思われるが、ここでは $a=1 \text{ cm}$ としている。この値は河床砂礫の最大粒径にはほぼ等しい。

b) 計算結果

式(19)および(20)を用いて河床および粒度分布の変動を計算し、実験値(Run 3 および Run 4)と比較し

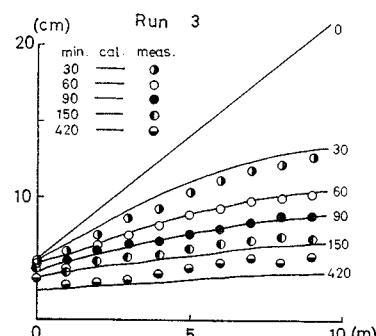


図-17(1) 計算値と実験値の比較（河床高）

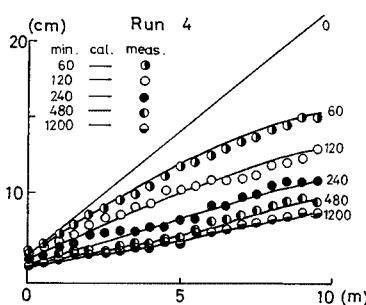


図-17(2) 計算値と実験値の比較（河床高）

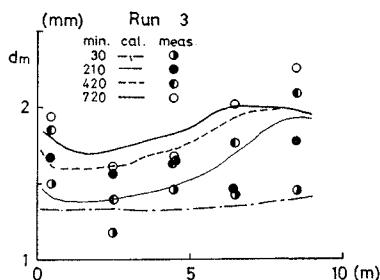


図-18(1) 計算値と実験値の比較（平均粒径）

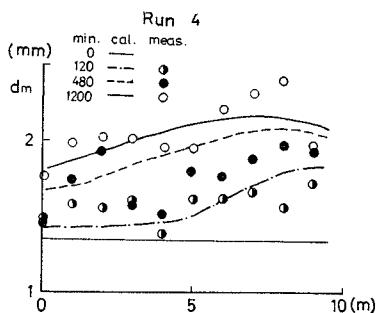


図-18(2) 計算値と実験値の比較（平均粒径）

たものが図-17 および図-18 である。図-17 は河床高の実測値と計算値を比較したものである。両者は非常によく一致しているが、流砂量式として本実験における測定値に合うように定めた式を用い、境界条件として下流端における実測水位を使用していることなどから、計算値と実測値の一一致は当然であろう。図-18 は河床砂の平均粒径の計算値と実測値の比較である。実測値のばらつきが大きいが、計算値は平均粒径の時間的、場所的な変動過程をかなりよく追隨しているといえよう。

5. まとめ

以上述べたことを要約すると下記のようである。
まず、河床低下の実験を行ない、

i) 混合砂礫の粒径別限界掃流力はその粒径と平均粒径との比 d_i/d_m によって変化し、均一砂礫のそれと比較すると d_i/d_m が大きくなるにつれて小さく、 d_i/d_m が小さくなるにつれて大きくなる傾向があり、Egiazaroff の式とかなりよく一致する。

ii) 混合砂礫の粒径別流砂量における遮蔽係数は Einstein の与えた線とかなり異なり、 $d_i/X > 0.2$ の範囲に対して Egiazaroff の式とよく一致する。また、粒径別限界掃流力として Egiazaroff の式で計算した値を用いれば、佐藤・吉川・芦田公式を用いて粒径別掃流砂量を計算することができる、などのことを明らかにした。

ついで、混合砂礫河床における河床と粒度分布の連続の式 (8)～(11) を導き、河床砂礫の粒度は、河床が上昇する場合には細かく、低下する場合には粗くなる傾向があることを示した。さらに、疑似等流の場合について河床と粒度分布の変動計算式 (19) および (20) を導いて計算を行ない、それらの式の適合性を確かめた。

なお、河床砂礫のふるい分けは粒径別流砂量の場所的なアンバランスによって起こると考えられるから、粒度分布推定の精度を高めるためには粒径別流砂量式の精度向上が不可欠の条件であり、今後さらに研究を進める必要があると考えられる。

謝辞：本研究に対してご懇切なご指導を賜わった九州大学椿東一郎教授に深く感謝します。また、実験に際して九州大学碇謙三助手、当時学生小山弘純氏および亀島海人氏の多大のご援助を受けました。各位に深く感謝します。

参考文献

- 1) Garde, R.J. and Hasan, S.M.: An Experimental Investigation of Degradation in Alluvial Channels, 12th Congress of IAHR, Vol. 3 (1967)
- 2) Komura, S and Simons, D.B.: River-bed Degradation below Dams, proc. of ASCE, Vol. 93, No. HY 4 (1967)
- 3) Gessler, J.: Self-stabilizing Tendencies of Alluvial Channels, proc. of ASCE, Vol. 96, No. WW 2 (1970)
- 4) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の河床変動、第15回水理講演会講演集（昭 46.2）
- 5) Einstein, H.A.: The Bed-load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U.S. Dept. of Agriculture, Technical Bulletin, No. 1026 (1950)
- 6) Egiazaroff, I.V.: Calculation of Non-uniform Sediment Concentration, proc. of ASCE, Vol. 91, No. HY 4 (1965)
- 7) 前出 4)
- 8) 土屋義人：混合砂礫の限界掃流力について、土木学会論文集, 98 号 (昭 38)
- 9) 田畠茂清・市ノ瀬栄彦：大礫の限界掃流力に関する実験的研究、土木学会年次学術講演会講演概要 (昭 45.11)
- 10) 前出 6)
- 11) 浅田 宏・石川晴雄：回流水路による混合砂礫の流送実験、土木学会年次学術講演会講演概要 (昭 43.10)

- 12) 河村三郎：ダム下流流域における河床変動の研究（昭 44. 4).
 13) 芦田和男：河床変動に対する境界条件の影響，土木学会年次学術講演会講演概要（昭 45.10).

記 号

この論文に使用されている記号は下記のとおりである。

a : 交換層の厚さ	q_B : 単位幅当り流砂量
B : 河 床 幅	q_{B*m} : 流砂量の無次元表示 = $q_B/u_* d_m$
d : 粒 径	q_{B*i} : 粒径別流砂量の無次元表示 = $i_B q_B / i_b u_* d_i$
d_i : ある粒径範囲の砂礫の平均粒径	t : 時 間
d_m : 平均粒径	u_* : 摩 擦 速 度
d_{50} : 中央粒径	u_*' : 河床砂粒に関する摩擦速度
d_{16}, d_{65} および d_{84} : それぞれ粒度累加曲線において 16 %, 65% および 84% に相当する粒径	u_{*cm} : 平均粒径に関する限界摩擦速度
d_{max} および d_{min} : それぞれ河床に存在する最大および最小粒径	u_{*ci} : 粒径別限界摩擦速度
g : 重力の加速度	V : 平均流速
h : 水 深	x : 流路方向の長さ
I_e : エネルギー勾配	y : 鉛直方向の長さ
i_B, i_b および i_{bo} : それぞれある粒径範囲の砂礫が流水、交換層および原河床中に占める割合	z : 河 床 高
K : 流砂量式中の定数	λ および λ_0 : それぞれ交換層および原河床における砂礫の空げき率
m : 流砂量式中の指数	ν : 水の動粘性係数
n : マニングの粗度係数	ξ および ξ' : 遮蔽係数
q : 単位幅当り流量	ρ : 水 の 密 度
	σ : 砂礫の密度
	σ_ϕ : 砂礫の粒度分布の標準偏差 = $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$
	τ_{*ci} : 粒径別限界掃流力の無次元表示 = $u_{*c,i}^2 / (\sigma/\rho - 1) g d_i$
	τ_{*cm} : 限界掃流力の無次元表示 = $u_{*cm}^2 / (\sigma/\rho - 1) g d_m$
	τ_{*i} : 掃流力の無次元表示 = $u_*^2 / (\sigma/\rho - 1) g d_i$
	τ_{*m} : 掫流力の無次元表示 = $u_*^2 / (\sigma/\rho - 1) g d_m$
	φ : 流速係数 = V/u_*

(1971.5.20・受付)