

# 被圧水で満たされた円形暗きよの取水量について

## ON THE QUANTITY OF WATER INTAKEN FROM INFILTRATION GALLERY FILLED WITH WATER

上田年比古\*・杉尾 哲\*\*  
By Toshihiko Ueda and Satoru Sugio

### 1. ま え が き

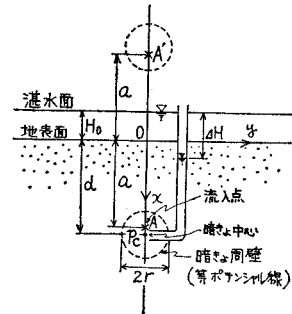
円形暗きよへの流れの浸透領域は、大別すると、地表面が湛水で被われている場合と地表面より下に自由地下水面がある場合との二つに分けられる。本報は湛水で被われている場合について、流れを二次元定常流と考え、複素ポテンシャルの理論により解析したものである。

均一な透水性の半無限領域に設置された満水状態（被圧状態）の円形暗きよの取水量算定式としては Muskat 式<sup>1)</sup>あるいは Kirkham 式<sup>2)</sup>がひろく用いられているようで、公式集<sup>3)</sup>などにもあげられている。これら二式は円形暗きよへの流れを流入流出点間の Potential Flow におきかえて解析する際に、流入点暗きよ中心にあると近似して誘導されたものである。このような流入点の近似ともなう算定誤差についてこれまでに検討したものとして、河原田氏の実験的研究<sup>4)</sup>および丹保氏の理論的研究<sup>5)</sup>がみられる。

本報ではまず、この近似による算定誤差を除去するために、円形暗きよを等ポテンシャル線とする流入点の位置を求め、半無限領域の取水量算定式の厳密解を求め、この計算結果を被膜抵抗体を用いた電気モデルの実験結果と比較して、解析の妥当性を検討した。また従来の算定式について検討を加えた。ついで円形暗きよが長方形浸透領域内にある場合を考え、地表面における湛水の流入幅が領域の横幅より狭い場合、また暗きよの位置が長方形浸透領域の中心より横方向にずれている場合を解析して取水量算定式の近似解を求めた。さらに浸透領域が水平方向、鉛直方向あるいはその両方向に広い場合を考え、長方形領域の解を拡張してこれらの領域の取水量算定式を導き、算定結果の比較により境界条件の相違による取水量の変化を検討した。

### 2. 基 礎 式

いま 図—1 に示すような浸透流の流れの場合において、水の単位重量を  $w$ 、領域内の任意点の圧力を  $p$ 、その点の  $x$  方向（鉛直下向きを正）および  $y$  方向の速度成分を  $u$  および  $v$  とし、透水係数を  $k$  とする。いま



図—1 半無限浸透領域 (Z 平面)

$$\phi = k\{(p/w) - x\} \dots\dots\dots (1)$$

とおけば、Darcy の法則より

$$u = -\partial\phi/\partial x, v = -\partial\phi/\partial y \dots\dots\dots (2)$$

と表わされる。すなわち  $\phi$  は速度ポテンシャルであり、以上により  $\phi$  が存在することがいえる。また非圧縮性流体であることから、流れ関数  $\psi$  が存在する。したがって Darcy の法則が成立する範囲で、複素ポテンシャル理論を用いることができる。以下において、この理論を用いて解析を行なった。

式 (1) より、地表面 ( $x=0$ ) における速度ポテンシャル  $\phi_0$  は地表面上の湛水深を  $H_0$  とすれば、

$$\phi_0 = kH_0 \dots\dots\dots (3)$$

次に暗きよ中心の圧力を  $p_c$  とすれば、暗きよ内のすべての点で速度ポテンシャルの値は

$$\phi_r = k\{(p_c/w) - d\} \dots\dots\dots (4)$$

\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科  
\*\* 正会員 九州大学助手 工学部水工土木学科

となり，地表面および暗きよ周壁は等ポテンシャル線である。

### 3. 半無限領域の解析

#### (1) 解析

##### a) $W$ および $\phi, \psi$ の式

いま，図-1 に示す半無限領域内の被圧円形暗きよを考えると，図-1 の流れは， $y$  軸と円形暗きよを等ポテンシャル線とする Potential Flow であり，この流れは暗きよ内の一点  $A(x=a, y=0)$  に流入点をもち， $y$  軸に対して  $A$  点と対称な位置  $A'$  点  $(x=-a, y=0)$  に流出点をもつ Potential Flow と同じになる。

この場合の複素ポテンシャルは次式で示され，

$$W = \phi + i\psi = \mu \cdot \ln\{(z-a)/(z+a)\} + \mu' \dots (5)$$

その流線網は 図-2 のようになる。

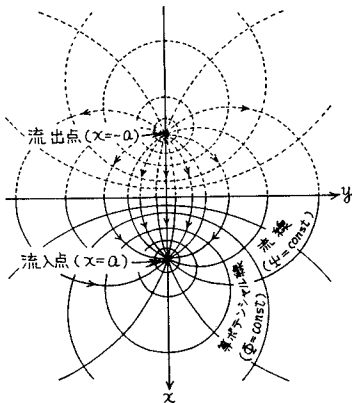


図-2 浸透流線網

式 (5) に  $z=x+iy$  を代入し，実数部と虚数部に分けると，

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{\mu}{2} \cdot \ln \frac{(x-a)^2 + y^2}{(x+a)^2 + y^2} + \mu', \\ \psi &= \mu \cdot \tan^{-1} \frac{2ay}{x^2 - a^2 + y^2} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

式 (6) に  $x=0$  を代入すれば，式 (3) より

$$\mu' = k \cdot H_0 \dots (7)$$

次に地表面から流入する浸透流量の総和すなわち円形暗きよの取水量  $Q$  は

$$Q = 2 \int_0^\infty \left( -\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{x=0} dy = 2 \int_0^\infty \frac{2a\mu}{y^2 + a^2} dy = 2\pi\mu$$

$$\therefore \mu = Q/(2\pi) \dots (8)$$

したがって  $\phi$  および  $\psi$  の式は式 (6) より

$$\phi = \frac{Q}{4\pi} \cdot \ln \frac{(x-a)^2 + y^2}{(x+a)^2 + y^2} + kH_0 \dots (9)$$

$$\psi = \frac{Q}{2\pi} \cdot \tan^{-1} \frac{2ay}{x^2 - a^2 + y^2} \dots (10)$$

##### b) 流入点の位置 $a$

式 (9) において  $\phi$  を一定として変形すれば円の方方程式がえられる。この式から 図-2 の等ポテンシャル線群は中心  $(x_c, y_c)$  および半径  $r$  を次の値とする同軸円群であることがわかる。

$$x_c \equiv d = a \{ (1+e^\alpha)/(1-e^\alpha) \}, y_c = 0 \dots (11)$$

$$r = a \sqrt{ \{ (1+e^\alpha)/(1-e^\alpha) \}^2 - 1 } \dots (12)$$

ここに  $\alpha = 4\pi(\phi - kH_0)/Q$

式 (11), (12) から  $\alpha$  を消去して， $a, r$  および  $d$  の関係式を求めると，

$$a = \sqrt{d^2 - r^2} = \sqrt{(d-r) \cdot (d+r)} \dots (13)$$

ここに  $a$  : 流入点の位置， $d$  : 暗きよ中心の位置，

$r$  : 暗きよ半径

すなわち，流入点の位置は暗きよ周壁の上端と下端の位置の幾何平均の位置であらわされる。なお式 (13) は式 (9) において，

$$\phi_{(x=d-r, y=0)} = \phi_{(x=d+r, y=0)} \dots (14)$$

としても導出できる。

##### c) 取水量算定式

満水状態(被圧状態)の円形暗きよ周壁は式 (4) の  $\phi$  の値をもつ一本の等ポテンシャル線であり，これと一致する等ポテンシャル線はある流入点に対する 図-2 に示される等ポテンシャル円群(式 (9) で示される)の中に必ず一本存在する。したがって与えられた円形暗きよの周壁の条件を入れた式 (9) による  $\phi$  と式 (4) の  $\phi$  とを等しいとしてえられる  $Q$  (式 (15)) は求める円形暗きよ取水量の厳密解である。すなわち，いまたとえば暗きよ周壁上端の条件  $(x=d-r, y=0)$  および式 (13) を式 (9) に入れると，

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{Q}{4\pi} \cdot \ln \frac{(d-r - \sqrt{d^2 - r^2})^2}{(d-r + \sqrt{d^2 - r^2})^2} + kH_0 \\ &= \frac{Q}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{d^2 - r^2} - (d-r)}{\sqrt{d^2 - r^2} + (d-r)} + kH_0 \end{aligned}$$

これと式 (4) とを等しいとおけば

$$Q = \frac{2\pi k \{ H_0 + d - (p_c/w) \}}{\ln \{ (d + \sqrt{d^2 - r^2})/r \}} \dots (15)$$

ここに  $H_0 + d - (p_c/w) = \Delta H$  は浸透領域上面と暗きよ内との水頭差をあらわす。

#### (2) 電気モデル実験

浸透流と電気の流れはともに Laplace の方程式を満足する Potential Flow であり，単位奥行き当りの浸透流量  $Q$  と単位厚さの被膜抵抗体を流れる電流の強さ  $I/\xi$  ( $\xi$  は被膜抵抗体の厚さ)，水頭差  $\Delta H$  と電位差  $V$  および透水係数  $k$  と比伝導度  $r$  とが対応する。したがって相対応する境界条件をもつ電気モデルの電流を測定して浸透流量  $Q$  を算定できる。すなわち上記の相似関

係から次式をうる。

$$Q/(I\xi) = (k/r) \cdot (\Delta H/V) \dots\dots\dots(16)$$

いま電気モデルにおける地表面と円形暗きょとの間の抵抗値を  $R$  とし, Ohm の法則  $R=V/I$  を式 (16) に適用すると

$$Q = (k \cdot \Delta H) / (r \cdot \xi \cdot R) \dots\dots\dots(17)$$

また比伝導度を測定するために作った長さ  $l$ , 幅  $b$  の標準体の抵抗を  $R'$  とすると

$$R' = l / (r \cdot b \cdot \xi) \dots\dots\dots(18)$$

式 (17), (18) より  $r, \xi$  を消去すると

$$Q / (k \cdot \Delta H) = b \cdot R' / (l \cdot R) \dots\dots\dots(19)$$

となり, 無次元化された浸透流量が被膜抵抗体の抵抗値の比で求められる。

抵抗測定回路と測定に用いた電気モデルを図-3に示す。モデルの大きさは縦幅, 横幅とも  $5d$  の有限領域であるが, 予備実験においてモデルの大きさをいろいろ変えて測定した結果,  $4d \times 4d$  の正方形より大きくしても測定値はほとんど変わらなかった。したがって  $5d \times 5d$  の大きさは十分に半無限領域とみなせると考えた。このモデルによる測定結果および式 (15) の算定結果を図-4に示す。これによると式 (15) はよい一

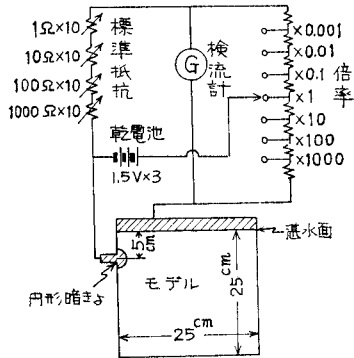


図-3 抵抗測定回路および電気モデル

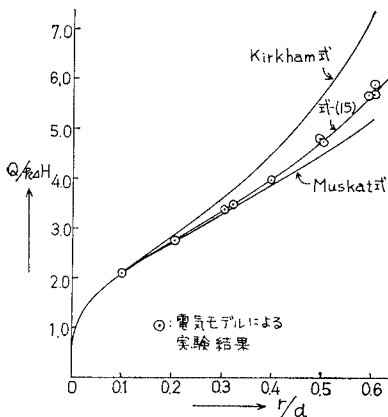


図-4 計算結果と実験値との比較

致を示している。また, これによって電気モデル実験が十分の精度をもつことがわかる。図-4には Muskat式および Kirkham式による算定結果も示しているが, これらは  $r/d$  が大きくなると実験結果とかなりの差異を生ずることがわかる。

(3) 算定式の検討

従来の取水量算定式と厳密解式 (15) とを比較する。

$$\text{厳密解 } Q = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln\{(d + \sqrt{d^2 - r^2})/r\}} \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{Muskat 式}^1) Q_M = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln(2d/r)} \dots\dots\dots(20)$$

$$\text{Kirkham 式}^2) Q_K = \frac{2\pi k (H_0 + d - r)}{\ln\{(2d - r)/r\}} \dots\dots\dots(21)$$

$$\text{丹保式}^3) Q_T = \frac{2\pi k (H_0 + \sqrt{d^2 - r^2})}{\ln\{(d + \sqrt{d^2 - r^2})/r\}} \dots\dots\dots(22)$$

まず Muskat 式はその誘導過程で流入点と暗きょ中心とを近似的に等しいとして解析されたものであるが, 式 (15) において  $\sqrt{d^2 - r^2} \approx d$  と近似すると Muskat式に一致する。次に Kirkham 式は流入点と暗きょ中心とを等しいとした複素ポテンシャルの式から誘導された式であるが, 結果的には  $\sqrt{d^2 - r^2} = d - r$  すなわち流入点を暗きょ周壁上端に近似的においた式になっている。また分子において, 浸透領域上面と暗きょ内との水頭差  $\Delta H$  が  $H_0 + d - r$  となっていて, これより暗きょ周壁上端の圧力を大気圧とした場合の解であることがわかる。また丹保式は分母が厳密解と同じである。分子については  $\Delta H$  が  $H_0 + \sqrt{d^2 - r^2}$  となっていて, これは暗きょ内流入点の圧力を大気圧とした場合に相当する。すなわち丹保式は暗きょ内流入点の圧力が大気圧の水で満たされている場合の厳密解である。

次に式 (20), (21) について, 正しい流入点を用いないための誤差を求めると図-5 のようになる。なお式 (15), (20) における暗きょ内の圧力は Kirkham 式で与えた値と同じとして誤差を求めている。これより Muskat 式が Kirkham 式より誤差が小さく, また  $r/d$  の

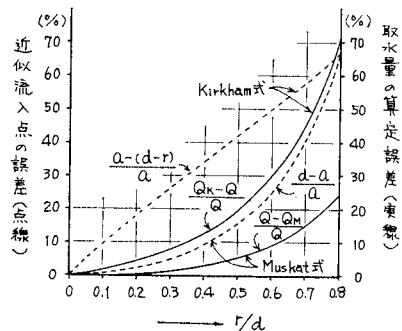


図-5 取水量算定式の比較

小さい場合には Muskat 式の誤差はかなり小さいといえる。

4. 長方形領域の解析

円形暗きょが長方形領域内にある場合を考える。このような浸透領域としては、不透水性土質の河床の一部を長方形に掘削し円形暗きょを設置して砂質土で埋めもどした場合、あるいは横方向に長い帯状の浸透領域に、同じ直径の多数の円形暗きょを同じ深さに並列設置した場合の一個の暗きょの浸透領域などが想定できる<sup>2), 6)</sup>。

(1) 暗きょが領域の中心軸上にある場合

この場合の解析断面として、より一般化された領域を考えることにして、図-6 のように浸透領域の横幅より狭い幅の流入部をもつ長方形領域を考える。

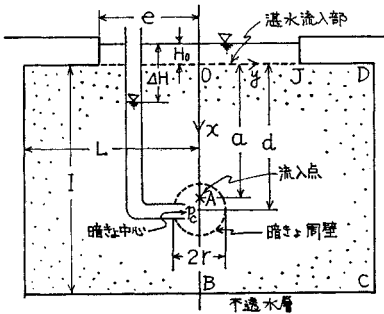


図-6 長方形浸透領域 (Z 平面)

a) 複素ポテンシャル

Schwarz-Christoffel の定理により、図-6 の長方形領域の内部は、

$$Z = \frac{1}{N} \int_0^z \frac{dZ}{\sqrt{(1-Z)(1+Z)(1-mZ)(1+mZ)}} \dots\dots\dots (23)$$

の写像関数によって 図-7 の Z 平面の半平面 (Y ≥ 0) に写像される<sup>7)</sup>。さらにこの幅 2E の流入部をもつ半無限領域 (Z 平面) を

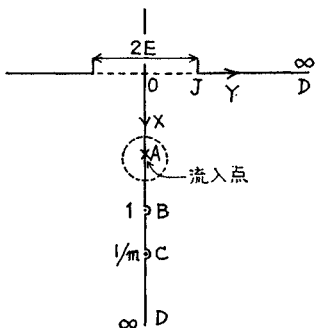


図-7 半無限浸透領域 (Z 平面)

$$t = Z / \sqrt{E^2 + Z^2} \dots\dots\dots (24)$$

で t 平面に写像すると 図-1 と同じ半無限領域をうる。

すなわち長方形領域における湛水面と暗きょとの間の Potential Flow を式 (23), (24) の写像関数によって、さきに解析した半無限領域内の Potential Flow におきかえることができる。したがって 図-6 の領域内の複素ポテンシャルは次のようにしてえられる。すなわち式 (23) の逆関数で Jacobi のだ円関数の sn 関数<sup>8)</sup>

$$Z = sn(N \cdot z, m) \dots\dots\dots (25)$$

を式 (24) に代入し、この t を式 (5) の z に代入すれば

$$W = \frac{Q}{2\pi} \cdot \ln \frac{\frac{sn(Nz, m)}{\sqrt{sn^2(Nz, m) + sc^2(Ne, m')}}}{\frac{sn(Na, m)}{\sqrt{sn^2(Na, m) + sc^2(Ne, m')}}} + kH_0 + \frac{sn(Na, m)}{\sqrt{sn^2(Na, m) + sc^2(Ne, m')}} \dots\dots\dots (26)$$

$$\text{ここに } E = (1/i) \cdot sn(Nei, m) = sn(Ne, m') / cn(Ne, m') \equiv sc(Ne, m')$$

b) φ, ψ の式

sn 関数の複素数の加法定理を用い、式 (26) を実数部と虚数部にわけると、速度ポテンシャル φ と流れ関数 ψ をうる。式がかなり複雑になるから、sn 関数の母数 m, m' の表示を省略し、母数が m' の場合には N' (≡ N) で表示する。さらに

$$\begin{aligned} & \sqrt{sn^2\{N(x+iy)\} + sc^2 N'e} \\ &= (R_e + iI_m) / (1 - sn^2 N'y \cdot dn^2 Nx) \\ R_e &= \sqrt{\{F + \sqrt{F^2 + 4G}\} / 2} \\ I_m &= \sqrt{\{-F + \sqrt{F^2 + 4G}\} / 2} \end{aligned} \dots\dots\dots (27)$$

$$\begin{aligned} F &= sc^2 N'e \cdot (1 - sn^2 N'y \cdot dn^2 Nx)^2 \\ &+ sn^2 Nx \cdot dn^2 N'y \\ &- sn^2 N'y \cdot cn^2 Nx \cdot cn^2 N'y \cdot dn^2 Nx \\ G &= sn^2 Nx \cdot sn^2 N'y \cdot cn^2 Nx \cdot cn^2 N'y \\ &\cdot dn^2 Nx \cdot dn^2 N'y \end{aligned}$$

と整理すると、速度ポテンシャル φ は

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{Q}{4\pi} \cdot \ln \left\{ \frac{sn Nx \cdot dn N'y}{sn Nx \cdot dn N'y} \right. \\ & \left. - \frac{R_e \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e}}{Re \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e}} \right. \\ & \left. + \frac{(sn N'y \cdot cn Nx \cdot cn N'y \cdot dn Nx)}{(sn N'y \cdot cn Nx \cdot cn N'y \cdot dn Nx)} \right. \\ & \left. - \frac{I_m \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e}}{I_m \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e}} \right\} + kH_0 \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

また流れ関数  $\Psi$  は

$$\Psi = \frac{Q}{2\pi} \cdot \tan^{-1} \frac{2(sn N'y \cdot cn Nx \cdot cn N'y \cdot dn Nx \cdot R_e}{sn^2 Nx \cdot dn^2 N'y - R_e^2 \cdot sn^2 Na / (sn^2 Na + sc^2 N'e)} \cdot \frac{-sn Nx \cdot dn N'y \cdot I_m \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e}}{+sn^2 N'y \cdot cn^2 Nx \cdot cn^2 N'y \cdot dn^2 Nx - I_m^2 \cdot sn^2 Na / (sn^2 Na + sc^2 N'e)} \dots\dots\dots (29)$$

であらわされる。

c) 定数  $N, m$  の決定

母数  $m$  とその補母数  $m' (= \sqrt{1-m^2})$  に関する第一種完全だ円積分を  $M(m)$  と  $M(m')$  であらわす。式 (23) による領域の写像は  $X=1$  と  $x=I$  および  $Y=0$  と  $y=L$  を対応点としているから、式 (23) より

$$N \cdot I = M(m), \quad N \cdot L = M(m')$$

または  $N = M(m)/I = M(m')/L \dots\dots\dots (30)$

またこの式より

$$M(m')/M(m) = L/I \dots\dots\dots (31)$$

をうる。すなわち式 (31) より母数  $m$  が求められ、式 (30) より  $N$  が求められる。

d) 流入点の位置  $a$

半無限領域の場合と異なり、式 (28) を変形しても円の方程式にはならない。すなわち等ポテンシャル線は図-8 のようになり、流入点近傍の閉曲線をなす等ポテンシャル線は円ではなく、やや縦に長い形になる。この場合、領域内のある等ポテンシャル線に対する流入点の位置  $(x=a, y=0)$  の  $a$  はその等ポテンシャル線上の二点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  を式 (28) に与えて、

$$\Phi(x=x_1, y=y_1) = \Phi(x=x_2, y=y_2)$$

$$\frac{sn Na}{\sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e}} = \sqrt{\frac{sn N(d+r) \cdot sn N(d-r)}{\sqrt{\{sn^2 N(d+r) + sc^2 N'e\} \cdot \{sn^2 N(d-r) + sc^2 N'e\}}}} \dots\dots\dots (32)$$

となる。上記は暗きょ周壁が長方形領域内に入っている場合であるが、暗きょの下部が長方形領域下辺の不透水層中に埋め込まれている場合にも、暗きょ上端と暗きょが領域下辺と交わる点との二点におけるポテンシャルが等しいとして同様に求められる（この場合  $a \leq I$  でな

として求められる。

与えられた被圧円形暗きょの周壁のポテンシャルは等しいが、いまこの暗きょの上端と下端の位置を通る式 (28) に示される等ポテンシャル線を考えよう。これに対する流入点の位置  $a$  は

$$\Phi(x=d-r, y=0) = \Phi(x=d+r, y=0)$$

から求められ

れば求められないであろう)。たとえば暗きょ下半分が埋め込まれている場合を考えると、その流入点の位置  $a$  は  $\Phi(x=I-r, y=0) = \Phi(x=I, y=r)$  としてえられる式 (33) より求められる。

$$\frac{sn Na}{\sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e}} = \sqrt{\frac{cn Nr}{\sqrt{(1+dn^2 Nr \cdot sc^2 N'e) \cdot (cn^2 Nr + dn^2 Nr \cdot sc^2 N'e)}}}} \dots\dots\dots (33)$$

e) 取水量算定式

いま式 (28) の等ポテンシャル線のうち、閉曲線をなすものを考える。これは前述のように円ではなく、やや縦に長いから、円形暗きょ周壁とは一致しない。したがって式 (28) の等ポテンシャル線群のうちから暗きょ周壁に最も近いものを選び、これに暗きょのポテンシャル値を与えれば、近

似的取水量算定式をうる。いま上記の暗きょ周壁に近似する等ポテンシャル線として、図-9 のように暗きょの上下端を通る式 (28) の等ポテンシャル線（以下これを  $UD$  等ポテンシャル線とよぶ）をとれば、これは暗きょ周壁より内側にくる。

次に  $UD$  等ポテンシャル線と同じ流入点をもつ等ポテンシャル線のうち、暗きょ周壁左右端に相当する二点  $(x=d, y=r), (x=d, y=-r)$  を通る等ポテンシャル線 ( $LR$  等ポテンシャル線) をとれば、これは暗きょ周壁より外側にくる。

いま暗きょ周壁のポテンシャルを式 (4) とし、この暗きょの取水量を  $Q$  とする。また  $UD$  等ポテンシ

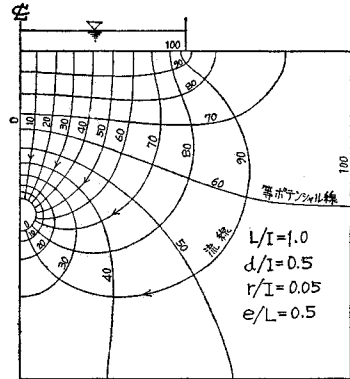


図-8 浸透流線網

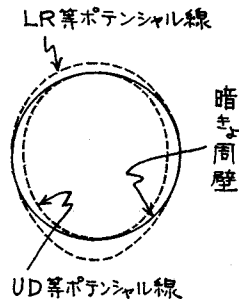


図-9 暗きょ周壁(実線)とUD-LR等ポテンシャル線(点線)

ル線に式(4)の値を与えたときの浸透流量を  $Q_{UD}$ ,  $LR$  等ポテンシャル線に式(4)の値を与えたときの浸透流量を  $Q_{LR}$  とすれば,  $Q_{UD} < Q < Q_{LR}$  となると考えられる。

なお暗きよへの流入量は暗きよ上端付近の流入量が大いから, 暗きよ上端を一致させた  $Q_{UD}$  の方が  $Q_{LR}$  より  $Q$  に近いものと考えられる。したがって  $Q \approx Q_{UD}$

$$Q_{UD} = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \frac{sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e} + sn N(d-r) / \sqrt{sn^2 N(d-r) + sc^2 N'e}}{sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e} - sn N(d-r) / \sqrt{sn^2 N(d-r) + sc^2 N'e}}} \dots\dots\dots(34)$$

次に  $Q_{LR}$  は式(28)に式(32)の  $a$  を入れ,  $x=d, y=r$  または  $-r$  とし,  $\phi$  を式(4)の  $\phi_r$  とすれば,

$$Q_{LR} = 4\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\} / \ln(K)$$

$$K = \frac{(sn Nd \cdot dn N'r + R_e \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e})^2}{(sn Nd \cdot dn N'r - R_e \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e})^2} \left. \begin{aligned} &+ \frac{(sn N'r \cdot cn Nd \cdot cn N'r \cdot dn Nd + I_m \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e})^2}{(sn N'r \cdot cn Nd \cdot cn N'r \cdot dn Nd - I_m \cdot sn Na / \sqrt{sn^2 Na + sc^2 N'e})^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

なお式(27)により  $R_e, I_m$  を求める際の  $F, G$  の値は

$$F = sc^2 N'e \cdot (1 - sn^2 N'r \cdot dn^2 Nd)^2 + sn^2 Nd \cdot dn^2 N'r - sn^2 N'r \cdot cn^2 Nd \cdot cn^2 N'r \cdot dn^2 Nd$$

$$G = sn^2 Nd \cdot sn^2 N'r \cdot cn^2 Nd \cdot cn^2 N'r \cdot dn^2 Nd \cdot dn^2 N'r$$

次に暗きよの下半分が長方形領域下辺に埋め込まれている場合は, 式(28)に式(33)の  $a$  を入れ,  $x=d-r,$

$$Q_{LR(e=L)} = 4\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\} / \ln(K)$$

$$K = \frac{\{sn Nd \cdot dn N'r + sn Na \cdot (1 - sn^2 N'r \cdot dn^2 Nd)\}^2 + sn^2 N'r \cdot cn^2 Nd \cdot cn^2 N'r \cdot dn^2 Nd}{\{sn Nd \cdot dn N'r - sn Na \cdot (1 - sn^2 N'r \cdot dn^2 Nd)\}^2 + sn^2 N'r \cdot cn^2 Nd \cdot cn^2 N'r \cdot dn^2 Nd} \dots\dots\dots(37)$$

また流入点の位置について,

$$sn Na = \sqrt{sn N(d-r) \cdot sn N(d+r)} \dots\dots\dots(38)$$

暗きよ下半分が長方形領域下辺に埋め込まれている場合

$$sn Na = \sqrt{cn Nr / (dn Nr \cdot dn N'r)} \dots\dots\dots(39)$$

f) 取水量算定式の検討

図-10 に示した取水量算定結果は  $e/d=0.5$  の浸透領域について求めたもので,  $Q_{UD}$  を破線で  $Q_{LR}$  を一点鎖線で示している。これより  $Q_{LR} > Q_{UD}$  であるが,

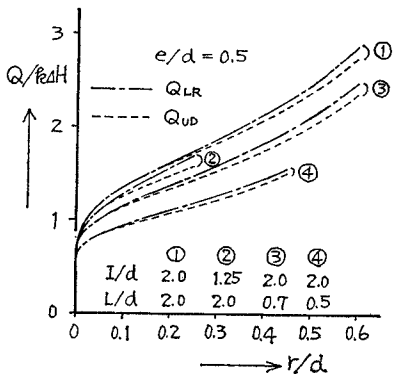


図-10  $Q_{LR}$  と  $Q_{UD}$  の比較

または  $Q_{UD}$  に重みをつけた平均, たとえば  $Q \approx (2Q_{UD} + Q_{LR})/3$  の近似式により 十分の精度をもつ  $Q$  を算定できると考えられる。

ここに  $Q_{UD}$  は式(28)に式(32)の  $a$  を入れ,  $x=d-r$  または  $d+r, y=0$  とし,  $\phi$  を式(4)の  $\phi_r$  とすれば,

$$Q_{UD(e=L)} = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \frac{sn Na + sn N(d-r)}{sn Na - sn N(d-r)}} \dots\dots\dots(36)$$

$y=0$  とし,  $\phi$  を式(4)の  $\phi_r$  として  $Q$  を求めれば, 十分の精度をもつ取水量算定式をうる。

次に湛水流入幅が浸透領域幅と等しい場合(図-6の  $OJ=OD$  の場合)には  $sc\{M(m') \cdot e/L, m'\} = \infty$  より, 式(34), (35) は次式のように書き改められる。

両者の差異はかなり小さく,  $r/d$  が大きくなるにしたがってやや大きくなる。

$$Q_m = (Q_{UD} + Q_{LR})/2 \dots\dots\dots(40)$$

いま式(40)に示すように  $Q_{UD}$  と  $Q_{LR}$  との算術平均を円形暗きよの取水量とし, これを円形等ポテンシャル線について行なった電気モデルの実験結果と比較すれば, 図-11 となる。これから,  $Q_m$  は  $L/d$  が小さい場合には実験結果より小さく,  $L/d$  が大きい場合には実験結果より大きいことがわかった。また算定結果と実験

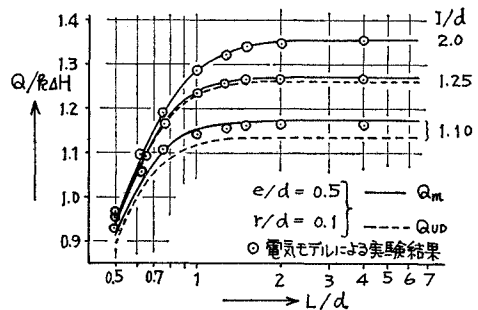


図-11 算定結果と実験値の比較および  $Q/k \Delta H \sim L/d$  の関係

結果との誤差は、 $I/d$  が小さい場合に大きく、 $I/d$  が大きい場合に小さくなる。また図中には  $Q_{UD}$  を破線で示しているが、 $I/d=1.25, 2.0$  の場合には  $Q_{UD}$  も実験結果とよく合うようである。

$$Q = 2\pi k \{H_0 + d - r\} / F$$

$$F = \ln \left\{ \tan \frac{\pi(2d-r)}{4I} \cdot \cot \frac{\pi r}{4I} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left\{ \frac{\cosh \frac{\pi nL}{I} + \cos \frac{\pi r}{2I}}{\cosh \frac{\pi nL}{I} - \cos \frac{\pi r}{2I}} \right\} \left\{ \frac{\cosh \frac{\pi nL}{I} - \cos \frac{\pi(2d-r)}{2I}}{\cosh \frac{\pi nL}{I} + \cos \frac{\pi(2d-r)}{2I}} \right\} \dots (41)$$

この式は流入点を暗きょ中心に近似し、UD 等ポテンシャル線について誘導されたものであり、算定結果は図-12 の破線で示すように、本解析結果より大きめの値がえられる。

(2) 領域の拡大

式 (31) の関係式にだ円関数の性質を適用すると、地表面から不透水層までの深さ  $I$  に比較して領域幅  $L$  が非常に大きい場合、すなわち  $L/I = M(m')/M(m) = \infty$  の領域は  $m^2=0$  の場合に相当し、また領域幅に比較して不透水層までの深さが非常に大きい場合、すなわち  $L/I = M(m')/M(m) = 0$  の領域は  $m^2=1$  の場合に相当

次に式 (36), (37) の湛水流入幅が浸透領域幅横と等しい場合に相当する従来の式として Kirkham 式<sup>2)</sup>がある。

なお  $m^2=0$  のとき  $M(0)=\pi/2$ 、また Jacobi のだ円関数は

$$sn(\beta, 0) = \sin \beta, \quad cn(\beta, 0) = \cos \beta, \quad dn(\beta, 0) = 1 \dots (42)$$

$m^2=1$  のとき  $M(1)=\infty$ 、また

$$sn(\beta, 1) = \tanh \beta, \quad cn(\beta, 1) = dn(\beta, 1) = 1/\cosh \beta \dots (43)$$

で表示される。

したがって暗きょ取水量の算定式は式 (34), (35) および (32), (33) より

a) 横方向に無限大の領域の場合 ( $L/I = \infty$ )

$$Q_{UD} = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \frac{\sin Na / \sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne} + \sin N(d-r) / \sqrt{\sin^2 N(d-r) + \sinh^2 Ne}}{\sin Na / \sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne} - \sin N(d-r) / \sqrt{\sin^2 N(d-r) + \sinh^2 Ne}}} \dots (44)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{LR} &= 2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\} / \ln(K) \\ K &= \frac{(\sin Nd / \cosh Nr + R_e \cdot \sin Na / \sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne})^2}{(\sin Nd / \cosh Nr - R_e \cdot \sin Na / \sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne})^2} \\ &\quad + \frac{(\cos Nd \cdot \sinh Nr / \cosh^2 Nr + I_m \cdot \sin Na / \sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne})^2}{(\cos Nd \cdot \sinh Nr / \cosh^2 Nr - I_m \cdot \sin Na / \sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne})^2} \\ F &= (\sinh^2 Ne + \sin^2 Nd \cdot \cosh^2 Nr - \cos^2 Nd \cdot \sinh^2 Nr) / \cosh^4 Nr \\ G &= \sin^2 Nd \cdot \cos^2 Nd \cdot \sinh^2 Nr / \cosh^6 Nr \\ N &= \pi / (2I) \end{aligned} \right\} \dots (45)$$

流入点の位置について

$$\frac{\sin Na}{\sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne}} = \sqrt{\frac{\sin N(d+r) \cdot \sin N(d-r)}{\{\sin^2 N(d+r) + \sinh^2 Ne\} \cdot \{\sin^2 N(d-r) + \sinh^2 Ne\}}} \dots (46)$$

暗きょの下半分が埋め込まれているとき

$$\frac{\sin Na}{\sqrt{\sin^2 Na + \sinh^2 Ne}} = \sqrt{\frac{\cos Nr \cdot \cosh Nr}{\sqrt{(\cos^2 Nr + \sinh^2 Ne) \cdot (\cosh^2 Nr + \sinh^2 Ne)}}} \dots (47)$$

b) 縦方向に無限大の領域の場合 ( $L/I=0$ )

$$Q_{UD} = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \frac{\tanh Na / \sqrt{\tanh^2 Na + \tan^2 Ne} + \tanh N(d-r) / \sqrt{\tanh^2 N(d-r) + \tan^2 Ne}}{\tanh Na / \sqrt{\tanh^2 Na + \tan^2 Ne} - \tanh N(d-r) / \sqrt{\tanh^2 N(d-r) + \tan^2 Ne}}} \dots (48)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{LR} &= 2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\} / \ln(K) \\ K &= \frac{(\tanh Nd + R_e \cdot \tanh Na / \sqrt{\tanh^2 Na + \tan^2 Ne})^2}{(\tanh Nd - R_e \cdot \tanh Na / \sqrt{\tanh^2 Na + \tan^2 Ne})^2} \\ &\quad + \frac{(\sin Nr \cdot \cos Nr / \cosh^2 Nd + I_m \cdot \tanh Na / \sqrt{\tanh^2 Na + \tan^2 Ne})^2}{(\sin Nr \cdot \cos Nr / \cosh^2 Nd - I_m \cdot \tanh Na / \sqrt{\tanh^2 Na + \tan^2 Ne})^2} \\ F &= \{\tan^2 Ne \cdot (\cosh^2 Nd - \sin^2 Nr)^2 + \sinh^2 Nd \cdot \cosh^2 Nd - \sin^2 Nr \cdot \cos^2 Nr\} / \cosh^4 Nd \\ G &= \sin^2 Nr \cdot \cos^2 Nr \cdot \sinh^2 Nd / \cosh^6 Nd \end{aligned} \right\} \dots (49)$$

$$N = \pi / (2L)$$

流入点の位置について

$$\frac{\tanh Na}{\sqrt{\tanh^2 Na + \tan^2 Ne}} = \sqrt{\frac{\tanh N(d+r) \cdot \tanh N(d-r)}{\{ \tanh^2 N(d+r) + \tan^2 Ne \} \cdot \{ \tanh^2 N(d-r) + \tan^2 Ne \}}} \dots\dots\dots (50)$$

暗きよの下半分が埋め込まれているとき

$$\tanh Na = 1 \dots\dots\dots (51)$$

なお式 (36)~(39) の  $e=L$  の場合および、(4) でのべる、暗きよが領域中心より左右にずれている場合も式 (44)~(51) と同様に表示できる。

c) 半無限領域について

次に地表面から円形暗きよまでの深さに比較して、浸透層の厚さおよび領域幅が非常に大きい場合、すなわち図-7の半無限領域の取水量算定式を求めよう。式 (44)~(51) の算定式の三角関数および双曲線関数を Maclaurin 展開し、 $L/I = \infty$  の算定式であれば  $e/I \neq 0$ ,  $(d \pm r)/I \neq 0$  とおき、また  $L/I = 0$  の算定式であれば  $e/L \neq 0$ ,  $(d \pm r)/L \neq 0$  とおいて整理すると、次式がえられる。

$$Q_{UD} = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \frac{a/\sqrt{a^2+e^2} + (d-r)/\sqrt{(d-r)^2+e^2}}{a/\sqrt{a^2+e^2} - (d-r)/\sqrt{(d-r)^2+e^2}}} \dots\dots\dots (52)$$

$$Q_{LR} = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \frac{(d+R_0 \cdot a/\sqrt{a^2+e^2})^2 + (r+I_m \cdot a/\sqrt{a^2+e^2})^2}{(d-R_0 \cdot a/\sqrt{a^2+e^2})^2 + (r-I_m \cdot a/\sqrt{a^2+e^2})^2}} \dots\dots\dots (53)$$

$$F = d^2 - r^2 + e^2, G = d^2 \cdot r^2$$

流入点の位置について

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+e^2}} = \sqrt{\frac{d^2 - r^2}{\sqrt{\{(d+r)^2+e^2\} \cdot \{(d-r)^2+e^2\}}}} \dots\dots\dots (54)$$

この有限流入部をもつ半無限領域の取水量算定式としては、いままで次の Muskat 式<sup>9)</sup>が用いられてきた。

$$Q_M = \frac{2\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \frac{2d}{r} \left(1 + \frac{d^2}{e^2}\right)} \dots\dots\dots (55)$$

この Muskat 式を本解析結果と比較してみると、式 (52) において  $a \neq d$ ,  $r/d \neq 0$  とした解と一致している。すなわち式 (55) も式 (20) と同様に、流入点の位置を暗きよ中心に近似して解析されたものである。

次に式 (52)~(54) において  $e = \infty$  の場合を考えると、 $Q_{UD}$ ,  $Q_{LR}$  とともに先に求めた 図-1 の半無限領域の厳密解式 (15) と一致する。

(3) 取水量に及ぼす諸要素の影響

次に境界条件の相違による暗きよ取水量の変化を求めてみる。

a)  $r, d$  について

浸透領域の大きさ  $I, L, e$  および暗きよ位置  $d$  を一定にして、暗きよ径  $r$  を大きくした場合の取水量指数  $Q/(k \cdot \Delta H)$  の変化は 図-10 に示され、半無限領域の場合 (図-4) と類似している。

次に  $L, e$  および  $r$  を一定にして、暗きよ位置  $d$  を大きくした場合の取水量指数の変化を 図-12 に示す。

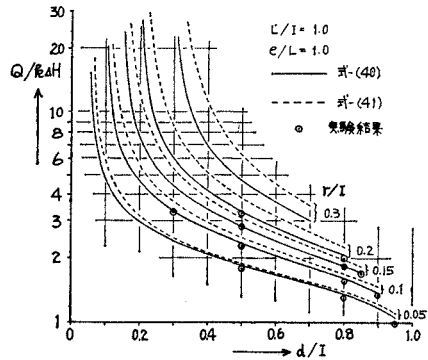


図-12 算定結果  $Q/k \Delta H \sim d/I$  の関係および Kirkham 式の算定結果との比較

次に水が暗きよ内を満水状態で自然流下している場合、水頭差  $\Delta H$  の最大値は湛水面から暗きよ周壁上端までの長さであらわされ、各埋設深さにおいて取水できる最大の取水量 (限界取水量) は水頭差を最大にした時にえられる。そこで限界取水量の変化を求めてみると 図-13 のようになり、湛水深 ( $H_0/I$ ) が大きい場合に  $d/I$  を大きくすると限界取水量は減少するが、 $H_0/I$  が小さい場合には  $d/I$  を大きくすると限界取水量は増加する傾向にあることがわかる。

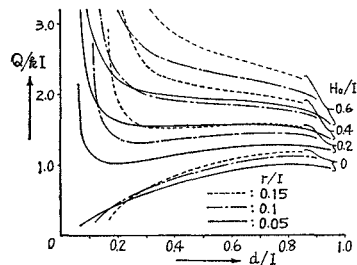


図-13 限界取水量の算定結果

b)  $L, I$  および  $e$  について

図-11 は  $r, d, e$  および  $I$  を一定にして、領域幅  $L/d$  を大きくした場合の取水量指数の変化を示している。また浸透層の厚さ  $I/d$  を大きくした場合の取水量



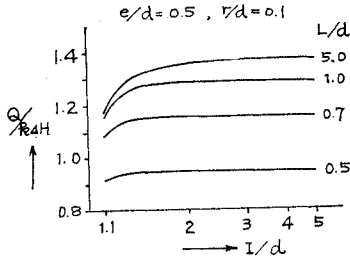


図-14 算定結果  $Q/k\Delta H \sim L/d$  の関係

の変化を 図-14 に示している。この 図-11, 14 から、ほぼ  $L/d \geq 2.0$  あるいは  $I/d \geq 2.0$  になると、それ以上領域が大きくても取水量はほとんど増加せず、 $L/d = \infty$  あるいは  $I/d = \infty$  の領域の取水量とほぼ同値になることがわかる。

次に浸透流入幅  $e$  を大きくした場合の取水量の変化を 図-15 に示している。

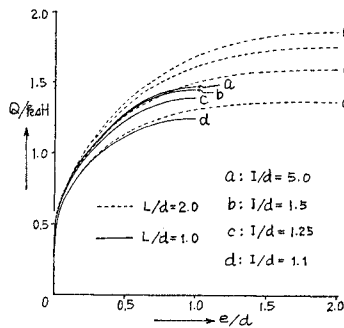


図-15 算定結果  $Q/k\Delta H \sim e/d$  の関係

c) 領域の大きさと取水量算定式

上述のように浸透領域の大きさがある程度大きくなると、取水量は  $I/d = \infty$  あるいは  $L/d = \infty$  の領域の取水量と等しくなる傾向にあることがわかった。

いま長方形領域の取水量算定結果が水平方向に長い領

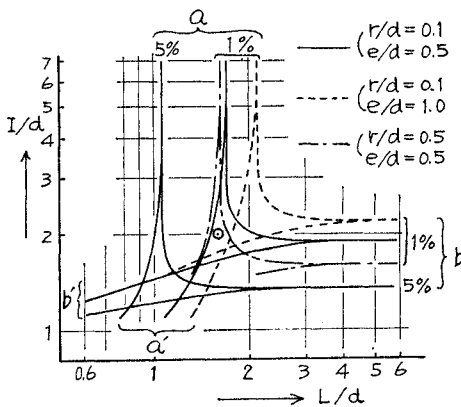


図-16 浸透領域の大きさと取水量算定式

域、鉛直方向に長い領域あるいは半無限領域のおおの取水量算定式から求めた算定結果と、ある一定の誤差以内で一致する長方形領域の大きさを求めてみると 図-16 のようになる。ここに 図-16 は  $r/d = 0.1$  で  $e/d = 0.5$  (これを実線で示す)、 $r/d = 0.1$  で  $e/d = 1.0$  (破線) および  $r/d = 0.5$  で  $e/d = 0.5$  (一点鎖線) の場合について計算したものであり、長方形領域の大きさを示す図上の位置が  $a, a'$  を結ぶ線群より右側にある場合、その取水量算定結果は  $L/d = \infty$  の領域の算定式から求めた値と 1% あるいは 5% の誤差以下で一致し、同様に  $bb'$  線群より上方にある場合は  $I/d = \infty$  の領域の算定結果と、また  $aa'$  線群と  $bb'$  線群とをなめらかに結ぶ  $ab$  線群より右上方にある場合は半無限領域の算定結果と 1% あるいは 5% の誤差以下で一致していることを示している。たとえば図中の●印に相当する長方形領域 ( $I/d = 2.0, L/d = 1.6$ ) の取水量算定結果は  $r/d = 0.1, e/d = 0.5$  の場合、 $I/d = \infty$  の算定結果および  $L/d = \infty$  の算定結果と 1% 以下の誤差で一致し、半無限領域の算定結果と 2~3% の誤差で一致することを示す。

次に実線および破線の位置の比較により、地表面の湛水流入幅が大きいほど近似算定誤差が大きいことが、また実線と一点鎖線との位置の比較により、暗きょ径が大きいほど  $I/d = \infty$  の領域との近似算定誤差が小さくなり、 $I/d = \infty$  の領域に近似しやすくなることなどがわかる。なお破線および一点鎖線の算定誤差が 5% になる曲線を省略したが、この曲線は、実線の 1% の曲線と 5% の曲線との間隔とほぼ同じ量だけそれぞれの 1% の曲線からはなれた位置にあると考えればよい。

(4) 暗きょが領域の中心軸にない場合

暗きょが浸透領域の中心軸より横方向にずれた位置に設置された場合の暗きょ取水量を求める。

a) 複素ポテンシャル

地表面を  $y$  軸として、図-17 のように座標軸を選び、鏡像の原理を適用して浸透領域 OBCD と対称な領

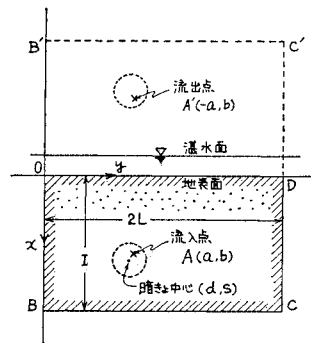


図-17 長方形浸透領域 (Z 平面)

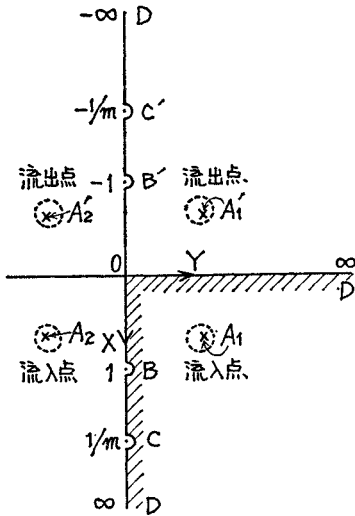


図-18 無限浸透領域 (Z 平面)

域  $OB'C'D$  を考えると、長方形領域  $BCC'B'$  は図-6 と同様に式 (23) によって 図-18 に示す半無限領域に写像される。図-18 の半無限領域における地表面と暗きよとの間の Potential Flow は、図-1 と同様に、流入点  $A_1$  のまわりの等ポテンシャル線を暗きよ周壁とみなし、さらに流入点  $A_1$ 、流出点  $A_1'$  の X 軸に関して対称な位置にそれぞれ流入点、流出点を想定すれば、無限大領域に流入流出点がそれぞれ二個ずつある場合の Potential Flow と等しい。

この無限大領域内の複素ポテンシャルは

$$W = \mu \cdot \ln \left( \frac{Z - Z_{A_1}}{Z - Z_{A_1'}} \cdot \frac{Z - Z_{A_2}}{Z - Z_{A_2'}} \right) + \mu' \dots (56)$$

であらわされるから、図-17 の長方形領域における複素ポテンシャルは式 (56) に式 (25) を代入して求めた次式で示される。

$$W = \mu \cdot \ln \left\{ \frac{sn Nz - sn N(a+ib)}{sn Nz - sn N(-a+ib)} \cdot \frac{sn Nz - sn N(a-ib)}{sn Nz - sn N(-a-ib)} \right\} + \mu' \dots (57)$$

b)  $\phi, \psi$  の式

式 (57) に  $z = x + iy$  を代入して実数部と虚数部とに分けると、速度ポテンシャルと流れ関数の式がえられる。

$$\phi = \frac{\mu}{2} \cdot \ln \left\{ \frac{(CA - CB)^2 + (CC - CD)^2}{(CA + CB)^2 + (CC - CD)^2} \cdot \frac{(CA - CB)^2 + (CC + CD)^2}{(CA + CB)^2 + (CC + CD)^2} \right\} + \mu' \dots (58)$$

$$Q_{UD} \text{ または } Q_{LR} = \frac{4\pi k \{H_0 + d - (p_c/w)\}}{\ln \left\{ \frac{(CA + CB)^2 + (CC - CD)^2}{(CA - CB)^2 + (CC - CD)^2} \cdot \frac{(CA + CB)^2 + (CC + CD)^2}{(CA - CB)^2 + (CC + CD)^2} \right\}} \dots (61)$$

$Q_{UD}$  を求める場合

$$\left. \begin{aligned} CA &= sn N(d-r) \cdot dn N's \cdot (1 - sn^2 N'b \cdot dn^2 Na) \\ CB &= sn Na \cdot dn N'b \cdot (1 - sn^2 N's \cdot dn^2 N(d-r)) \end{aligned} \right\} \dots (62)$$

$$\psi = \mu \cdot \left\{ \tan^{-1} \frac{2 \cdot CB \cdot (CC - CD)}{CA^2 - CB^2 + (CC - CD)^2} + \tan^{-1} \frac{2 \cdot CB \cdot (CC + CD)}{CA^2 - CB^2 + (CC + CD)^2} \right\} \dots (59)$$

ここに

$$CA = sn Nx \cdot dn N'y \cdot (1 - sn^2 N'b \cdot dn^2 Na)$$

$$CB = sn Na \cdot dn N'b \cdot (1 - sn^2 N'y \cdot dn^2 Nx)$$

$$CC = sn N'y \cdot cn Nx \cdot cn N'y \cdot dn Nx \cdot (1 - sn^2 N'b \cdot dn^2 Na)$$

$$CD = sn N'b \cdot cn Na \cdot cn N'b \cdot dn Na \cdot (1 - sn^2 N'y \cdot dn^2 Nx)$$

$\mu'$  の値は式 (7) と同じ  $\mu' = k \cdot H_0$

$\mu$  の値は円形暗きよ一本当りの取水量を  $Q$  とおくと  $\mu = Q/(2\pi)$

また  $N$  の値は  $N = M(m)/I = M(m')/(2L)$  である。

次に流入点の位置 ( $x = a, y = b$ ) は

$$\left. \begin{aligned} \phi_{(x=d-r, y=s)} &= \phi_{(x=d+r, y=s)} \\ \phi_{(x=d, y=s-r)} &= \phi_{(x=d, y=s+r)} \end{aligned} \right\} \dots (60)$$

とおいて  $a, b$  を求めてみる。すなわち円形暗きよの上下端および左右端の四点を通る式 (58) の等ポテンシャル線を求め、それに対する流入点を求めることになる。すなわち式 (60) の二元連立方程式を逐次近似により求めれば  $a, b$  がえられる。式 (60) の解、換言すれば上述の四点を同時に通る等ポテンシャル線が存在するかどうかについての数学的証明は困難であるが、計算上では十分な精度で  $a, b$  が求まるようである。

c) 取水量算定式

流線網を 図-19 に示しているが、流入点のまわりの等ポテンシャル線は円でないから暗きよ周壁と一致しない。この場合の  $UD$  等ポテンシャル線あるいは  $LR$  等ポテンシャル線を円形暗きよと考えた算定式は次式で示される。

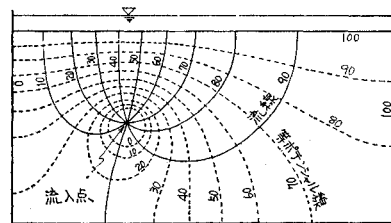


図-19 浸透流線網 ( $2L/I=2.0, S/2L=0.3, r/d=0.2$ )

$$\left. \begin{aligned} CC &= sn N' s \cdot cn N(d-r) \cdot cn N' s \cdot dn N(d-r) \cdot (1 - sn^2 N' b \cdot dn^2 Na) \\ CD &= sn N' b \cdot cn Na \cdot cn N' b \cdot dn Na \cdot \{1 - sn^2 N' s \cdot dn^2 N(d-r)\} \end{aligned} \right\}$$

$Q_{LR}$  を求める場合

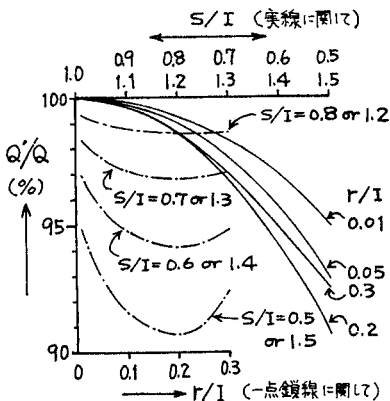
$$\left. \begin{aligned} CA &= sn Nd \cdot dn N'(s-r) \cdot (1 - sn^2 N' b \cdot dn^2 Na) \\ CB &= sn Na \cdot dn N' b \cdot \{1 - sn^2 N'(s-r) \cdot dn^2 Nd\} \\ CC &= sn N'(s-r) cn Nd \cdot cn N'(s-r) \cdot dn Nd \cdot (1 - sn^2 N' b \cdot dn^2 Na) \\ CD &= sn N' b \cdot cn Na \cdot cn N' b \cdot dn Na \cdot \{1 - sn^2 N'(s-r) \cdot dn^2 Nd\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (63)$$

d) 取水量に与える暗きょの横方向のずれの影響  
暗きょの位置が浸透領域の中心軸より横方向にずれた場合の取水量の変化を式 (61)~(63) より求めてみよう。

の場合の解析結果は取水量算定式の厳密解である。その他の領域の場合は近似解であるが電気モデルによる実験結果とよく一致した。

地表面が湛水で被われていても、暗きょ内が水で満たされずに暗きょ内に水面が現われる場合には、暗きょ周壁が等ポテンシャルでないから、浸透層内の流れの状態が本解析の場合と多少異なり、暗きょ取水量は以上の算定式からは求められない。また本解析は暗きょを完全透水体として解析しているが、暗きょ周壁による水頭の損失が無視できない場合には、以上の算定式から求めた算定結果を多少補正する必要がある。これらの場合については改めて検討したいと考えている。

最後に、本研究を進めるにあたって、卒業研究として実験に協力してもらった衣非安章君に感謝します。また本研究の一部は文部省科学研究費の補助をうけてなされたこと、ならびに計算には本学中央計数施設の電子計算機 OKITAC 5090 H および同大型計算機センターの FACOM 230-60 によったことを記し、関係方面に感謝の意を表します。



図—20 暗きょ位置のずれによる取水量の変化 ( $L/I=1.0, d/I=0.5$ )

図—20 は  $L/I=1.0, d/I=0.5$  の領域について算定したもので、 $S/I=L/I=1.0$  (暗きょが中心軸にある場合) の取水量  $Q$  と  $S/I \neq 1.0$  の取水量  $Q'$  との割合を示している。すなわち暗きょの位置が中心軸より左右にずれた場合、取水量は減少するが、ずれが大きくなるにしたがって減少傾向が大きくなるのが実線よりわかる。また減少の割合は暗きょ径によって異なり、 $r/I=0.2$  付近が最も大きく減少することが一点鎖線よりわかる。なお  $d/I=0.5$  以外の算定結果も 図—20 と同じ傾向を示し、やはり  $r/I=0.2$  付近が最も大きく減少する。ただ  $d/I$  が大きいほど減少の割合が大きくなるようで、たとえば  $r/I=0.2, S/I=0.5$  の場合には  $d/I=0.5$  のとき  $Q'/Q$  は 90.7% となるのに対し、 $d/I=0.3$  のとき 94.3%,  $d/I=0.7$  のとき 89.4% となる。

### 5. むすび

以上で、地表面上に湛水があって、暗きょ内が被圧水で満たされている場合の暗きょ取水量の算定式を、いろいろな浸透領域について解析した。このうち半無限領域

### 参 考 文 献

- 1) Muskat, M. : The flow of homogeneous fluid through porous media, second printing, J.W. Edwards, Inc., Ann Arbor, Mich., p. 175~181, 1946.
- 2) Kirkham, D. : Flow of ponded water into drain tubes in soil overlying an impervious layer, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 30-3, p. 369~385, 1949.
- 3) たとえば“水理公式集”, 土木学会, p. 323, 昭和 38 年 8 月。  
安芸皎一・多田文男: 水資源ハンドブック, p. 276, 朝倉書店, 昭和 41 年 3 月など。
- 4) 河原田礼次郎: 電氣的相似法による浸透流の研究, 鹿児島大学農学部学術報告, 第 12 号別刷, p. 56~59, 昭和 37 年 11 月。
- 5) 丹保憲仁: 集水暗渠の水理(埋設深度に比して管径の無視できぬ場合について), 北海道大学工学部衛生工学科教室“衛生工学”, 第 3 号, p. 32~43, 昭和 34 年 10 月。
- 6) 富士岡義一・高橋 強: 成層土壌における暗きょ排水の基礎的研究(Ⅲ), 農業土木学会論文集, 第 23 号, p. 19~24, 昭和 43 年 3 年。
- 7) 池田芳郎: 等角写像とその応用, p. 85~96, 内田老鶴圃, 昭和 10 年 7 月。
- 8) 友近 普: 楕円函数論, p. 167~230, 共立出版, 昭和 33 年 4 月。
- 9) 前出 1) p. 186~192.

(1971.5.1・受付)