

## 乾燥砂中にある構造物基礎の水平復元力特性 に関する実験的研究\*

EXPERIMENTAL STUDY ON THE HORIZONTAL RESTORING FORCE  
ACTING ON THE SUBSTRUCTURE IN DRY SAND LAYER

後藤 尚男\*\*・吉原 進\*\*\*・北浦 勝\*\*\*\*

*By Hisao Goto, Susumu Yoshihara and Masaru Kitaura*

### 1. 緒 言

一般に橋梁をはじめほとんどの土木構造物は地盤中にその基礎を有することが多く、それらの耐震設計を行うには、地盤一構造物基礎系の動的性状を把握することが必要である。しかるに地盤は組成・構成が複雑である上に、構造物基礎との相互作用により地盤一構造物基礎系は動的には一層複雑な現象を示す。この種の問題に対して、きわめて複雑な地盤を一様な弾性体と仮定することによって、一部の境界条件に対する理論解が得られているが<sup>1)</sup>、耐震設計論を確立するにはまだ種々の問題がある。

一方実用的解析の必要性から、地盤を質点およびばねに置換する方法がとられることも多いが<sup>2)</sup>、この場合には置換の方法、すなわちモデル化の方法に大きな問題があると同時に、ばねおよび減衰をいかに評価するかという問題がある。このような問題点の上に、ばねを線形あるいは適当な非線形とした理論解析ならびに数値計算が数多く行なわれており、実構造物基礎の耐震計算にも取り入れ、つつある。このときのばねの非線形特性としては、bi-linear型やその他の解釈関数<sup>3)</sup>が用いられることが多いが、これらの裏付けとなる実際的なデータが現在のところあまりにも少ないといえよう。以上の数値解析その他の研究は、そこで行なわれているさまざまな復元力の模式化の妥当性が具体的に検証されてはじめて、その価値を増すものと考えられる。ここに地盤一構造物基礎系の復元力特性についての実証的な研究の必要性があるわけである。

この種の研究はこれまでに幾らか行なわれてきたが、これらをみると、1) 地盤を構成する土の要素を取り出し、その動的な応力—ひずみの関係を求めて<sup>4)</sup>構造物基礎へ適用しようとしたもの、2) 地盤中に根入れされた構造物基礎の頂部に静的な水平交番加力を行ない、その加力（したがって静的な復元力）一変位の関係を求めて<sup>5)</sup>動的解析へ適用しようとしたもの、3) 構造物基礎の応答加速度と応答変位の関係より動的な復元力を推定したもの<sup>6)</sup>などがある。これらのうち1)は土の要素に地盤中で起こりうる種々の応力状態を再現させることもできるという利点はあるが、構造物基礎をも含めたいわゆる境界問題としての考察が十分に行なえないことはいうまでもない。また2)では実物あるいは実物大での実験が行なわれることが多いが、土の動的性質と静的性質との差異が問題点と考えられており、構造物基礎の耐震性の議論を行なうためのデータとしては十分なものとはいいくらい。3)は構造物基礎の応答加速度分布が一般には一様でないこと、基礎体の振動質量をどう評価するかということ、さらに後述するように加速度計自身にも問題があろうことなどから最適な方法とはいえない。またこの場合は実験の性質上比較的低い加振振動数での実験が困難であり、別に静的実験を行なってその結果とあわせ考察しても、加振振動数に対応する連続的な評価がむずかしいことがある。

以上のように耐震研究上重要な構造物基礎に働く動的な復元力を適確に計測することはかなり困難であり、またこのような報告も少ないので本研究を実施した。

### 2. 実験装置および実験方法

本研究で注目した構造物基礎の動的な復元力の意味と計測の対象は次のとおりである。まず構造物基礎一地盤系が仮に1自由度振動系にモデル化されたものとすると周知の次式が書ける。

\* 本論文はその一部を第3回日本地震工学シンポジウム、1970年に発表したものにさらに考察を加えてとりまとめたものである。

\*\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

\*\*\* 正会員 工修 京都大学助手 工学部交通土木工学教室

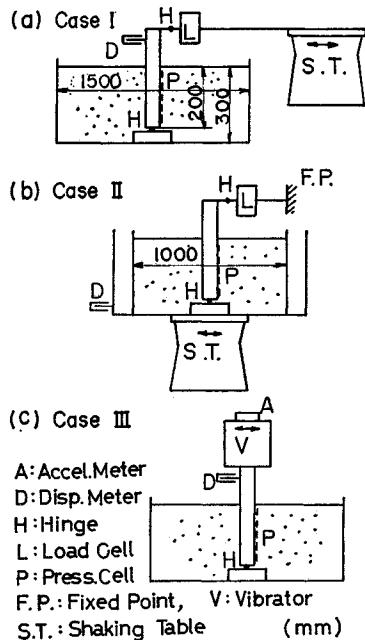
\*\*\*\* 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科博士課程

ここに,  $m$ : 質量,  $m\ddot{x}$ : 慣性力,  $Q(\dot{x})$ : 減衰力,  
 $R(x)$ : 復元力,  $P(t)$ : 外力。

上式の関係より  $P(t) - m\ddot{x}$  と変位  $x$  より減衰力を含めた復元力  $R(x) + Q(\dot{x})$  を評価できるのはあるが、なるべく模型の質量を小さくして  $P(t)$  によって近似的に  $R(x) + Q(\dot{x})$  を評価しようとした。ここで定常的加振状態の応答振幅に注目するならば  $Q(\dot{x})$  の影響は大きないと考えられる。なお実験においては回転のみの 1 自由度の振動系を対象とするので、式(1)におけるそれぞれの項はモーメント量として評価されるものである。かくして外力  $P(t)$  (加振振動数 0.005~10 Hz) を図-1 のように構造物基礎の頂部集中力\*として計測するとともに、その根入れ深さ方向に分布する  $R(x)$  を近似的に推測するため基礎体・地盤間の動圧力(振動土圧\*\*)をも計測した。

いずれにしても本研究では構造物基礎の水平復元力の大きさそのものより、その特性したがって相対的な傾向の追求に重点をおいているので、上記のような実験手法で大過なかろうと思われる。

図-1 に実験見取図の概略を示したが、そのうち (a)

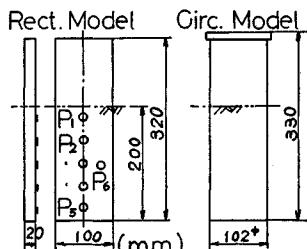


### **Fig. 1 An Outline of Experiments**

\* 図-1(a), (b)における基礎体頂部に加えられる外力はそれぞれ集中加力および集中反力とみなされるが、この両者は相対的には同性質のものであるので、以後これを頂部集中力という。

\*\* 図-1 のように基礎体もしくは基礎体と地盤が加振されることによって、基礎体と地盤間に生ずる振動的土圧のことを以下（振動反力土圧または単に）振動土圧といふ。

はコンクリート床上に置かれた砂槽に根入れした構造物基礎模型にロードセル (L) を介して隣接する振動台 (S.T.) より強制変位を与えて、模型に働く地盤の反力を頂部集中力および振動土圧として計測しようとするものである。この場合振動台の強制変位は約 0.005 Hz (周期約 200 sec) から 10 Hz (0.1 sec) までの振動数で与えた。特に非常に低い振動数の場合は、振動台の駆動主軸の回転を手動でコントロールした。これらの場合は計測された頂部集中力中に基礎模型の慣性力項、減衰力項が含まれ、また地盤自身はほとんど静止していて、地震時の現象とは異なるという問題点がある。前者に対しては自重の小さい模型をも用いることによって慣性力項の影響の程度を検討することができる。後者に対しては同図 (b) に示すように砂槽を振動台 (S.T.) 上に設置して地盤全体を加振し、模型頂部を (a) と同じようにロードセル (L) を介してヒンジ支持とすれば、模型に働く力関係は (a) と同じになるから、この両者の比較によって地盤の慣性力による影響を検討することができる。しかし以上の方によれば、基礎模型の挙動は振動台で規制され、模型と地盤とで構成される振動系としての特性はほとんど現われないことになる。そこで同図 (c) に示すように模型頂部に小型起振器 (V)、(自重 6 kg、最大起振力約 100 kg) を取り付けて加振した。この場合は図示したように模型頂部の応答加速度と模型根入部の振動土圧を計測して、それらの関係を調べた。以後これらの図-1 (a), (b), (c) の実験を順次 I, II, III と称する。



**Fig. 2** Profile of Models

(11) を設けて、回転運動のみが可能な1自由度系とした。用いた模型の諸元および形状は図-2に示すとおり、矩形断面および円形断面の模型であり、かつ剛体とみなせる程度の剛度を有するものである。矩形断面模型は質量を減ずるためにメタアクリル酸樹脂板とステンレス板を合成したもの（重量 1.6 kg）と鋼製の1枚板（重量 5.0 kg）のものを、円形断面模型は鋼製パイプ（重量 13.9 kg）のものを用いた。これらのうち前者には図-2に示す位置に小型土圧計を埋込んだメタアクリル酸樹脂板を接着した。

次に模型地盤としては、第一段階として乾燥砂を用いた。砂の力学性状におよぼす要素としては多くが考えられるが、ここでは粒度分布のみに着目して、比較的細砂

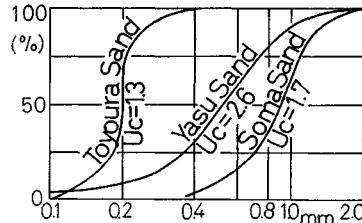


Fig. 3 Grain-size Distribution Curves

均一の豊浦標準砂、比較的粒子の粗い相馬標準砂および粗細粒子の混合した滋賀県野洲川産の川砂の 2 mm フルイを通過したもの 3 種類を選んだ。これらの粒径加積曲線、均等係数は図-3 に一括して示した。

基礎模型を砂槽の所定の位置に設置した後、ヒンジ部分をウレタンフォームでおおって防護し、砂を所定の高さより若干多い目に投入し、コンクリート締固め用の棒状バイブレーターを砂中に挿入して均等に十分締め固め、模型の根入長が 200 mm となるように表面を仕上げた。締めに要した時間は計 1 時間弱であった。

使用した計測器は模型と地盤の相対位変を計測する変位計（日本測器製、可動コア型振動計、508-A、最大  $\pm 5 \text{ mm}$ ）、模型に働く力を計測するロードセル（共和電業製、LU-50 KA、最大  $\pm 50 \text{ kg}$ ）、模型に働く振動土圧を計測する土圧計（共和電業製、BE-2 KC、最大  $\pm 2 \text{ kg/cm}^2$ ）、模型の応答加速度を計測する加速度計（新興通信製、非接着型加速度計、UA-5 G、最大  $\pm 5 \text{ G}$ ）である。これらからの出力を適当に増幅し、ペン書きレコーダー（渡辺測器製、WTR-211 型、6 成分）に記録すると同時に、ブラウン管式オシロスコープ（松下電子製、VP-541 A）上に Y 軸に力、土圧あるいは加速度の記録を、X 軸に変位記録をインプットして、それらの履歴曲線を直接描かせカメラで撮影記録する方法をとった。

加振は機械式の正弦波振動台と動電式のランダム振動台によって行なった。このうち前者による加振では振動台の変位振幅を適当に設定し、任意の加振振動数で加振する定常正弦波加振と、一定振動数に対して振動台の変位振幅を 0 から一定レベルまで連続的に上昇あるいは逆に下降させた振幅漸変正弦波加振\*（これを以後簡単のため振幅漸変加振という）を行なった。次に後者による加振ではホワイトノイズ状のランダム波によった。

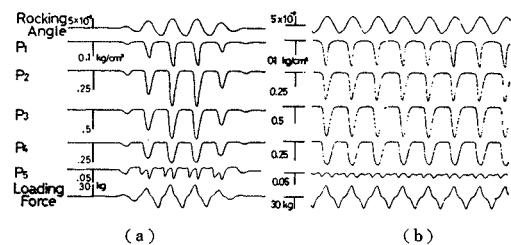
このように本実験においては、いわゆる静的実験を動的実験の極限とみて連続的な加振振動数の領域において実施できる特徴があり、したがって加振振動数に関する特性を詳しく調べられる利点がある。

\* 本来この振幅の漸変速度を規定すべきであるが、今回の実験ではこれを必ずしも一定とせず、得られた曲線群が識別できるように心掛けた。

### 3. 復元力の計測結果

#### (1) 実験結果

まず復元力と頂部集中力あるいは振動土圧とのいかなる関係にあるかを調べ、復元力の計測に関する考察を加えるに必要な実験結果の代表的なものを以下に掲げる。



(a) Trans. Harmonic Vibration, 1.0 Hz  
(b) Harmonic Vibration, 7.0 Hz

Fig. 4 Examples of Records, Yasu Sand, Case I

図-4 は記録（基礎体回転角\*, 振動土圧（反力、土圧）、頂部集中力）の一例で、(a) は振幅漸変加振によるもの、(b) は定常正弦波加振によるものである。本実験では砂地盤でしかも加振時間が短いためか、各記録波形ともそれらの中立軸の移動は見られない。また与えられた変位\*に対応する頂部集中力の波形には幾分高い周波数の波が重畠して若干変形された形となっている。なお  $P_5$  の記録波形が乱れているが、これは模型下部のヒンジに少しガタがあるためであろうと思われるが、記録の絶対値が小さいため以後の考察には大きな影響は与えない。

図-5 は振動土圧の履歴曲線であり、図-6 は同一加振時の頂部集中力の履歴曲線である。図-4 の振動土圧波形あるいは図-5 の振動土圧の履歴曲線によると、模型に働く振動土圧は反力的な土圧が支配的であろうこ

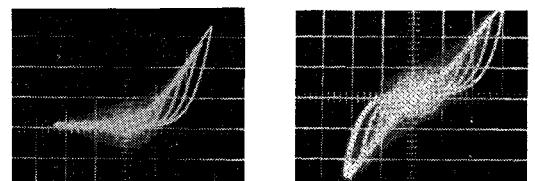


Fig. 5 Hysteresis Curve of Earthpressure, Yasu Sand, Case I, 1.0 Hz  
Fig. 6 Hysteresis Curve of Loading Force, Yasu Sand, Case I, 1.0 Hz

\* 変位は模型の 1 点（図-1 の D）で測定しており、これは模型下端をヒンジとしているので、基礎模型の回転角（以後これを基礎体回転角という）と同じ意義を有する。

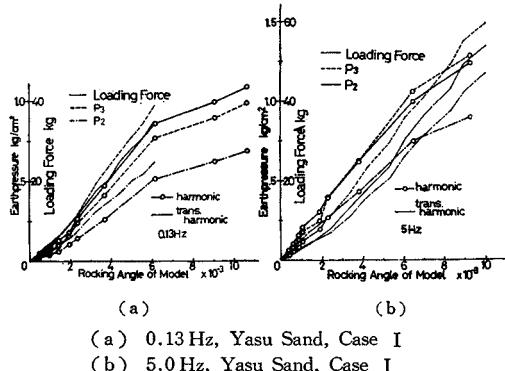


Fig. 7 Relations between Earthpressure or Loading Force and Rocking Angle of Model

とがわかる。

図-7は振動土圧  $P_2$ ,  $P_3$  および頂部集中力と基礎体回転角の関係を示したもので、(a) は 0.13 Hz, (b) は 5 Hz の場合である。いずれも基礎体回転角がある範囲まではいくぶん硬化型の曲線に、それ以上はこう配のゆるい直線状になっている。しかも土圧と頂部集中力の動向は非常によく類似しているといえよう。また同図 (a) の 0.13 Hz の場合には振幅漸変加振によるものの方が定常正弦波加振によるものよりいくぶん大きい値をとる傾向にあるが、(b) の 5 Hz の場合には逆の傾向にあるようである。

図-8 は基礎模型に働く砂の振動土圧の深さ方向の分

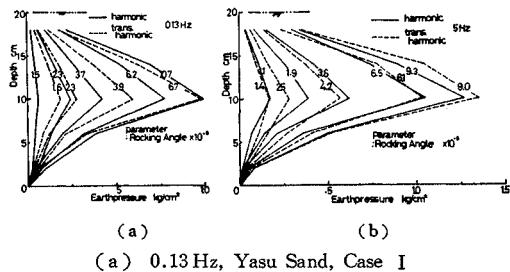


Fig. 8 Vertical Distributions of Earthpressure

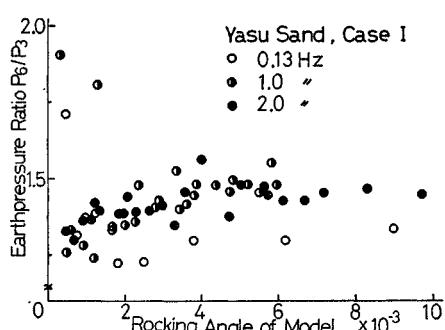


Fig. 9 Ratio of Earthpressure  $P_6/P_3$

布を表わしたもので、(a) は 0.13 Hz, (b) は 5 Hz の場合である。模型のほぼ中央付近で振動土圧は最大となっている。次に 図-9 に深さ方向にほぼ最大の振動土圧を示す模型中央部における振動土圧の水平方向の分布を表わす指標の一つとして、 $P_6/P_3$  (測点は 図-2 参照) と基礎体回転角の関係を示した。これによると  $P_6/P_3$  は基礎体回転角にほとんど関係なくほぼ一定で 1.3~1.5 とみなせる。すなわち中心部より縁部で大きな値をとり、いわゆる剛板分布に近い形であろうといえる。特に加振振動数が 0.13 Hz の時はほかの時よりいくぶん小さいようであるが、この値（水平方向の振動土圧分布）が加振振動数に関係あるかどうかは今後検討する必要がある。

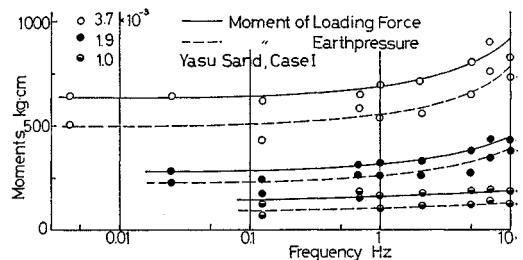


Fig. 10 Relation between Moments and Frequency

次に全振動土圧と頂部集中力の底面ヒンジまわりのモーメントを加振振動数に対して図示したのが 図-10 である。これらのモーメントは 1~10 Hz の範囲ではいくぶん増大する傾向が出ていると同時に頂部集中力によるモーメントの方が当然大きいが、これについては 図-11 で検討を加える。

## (2) 復元力の推定

以上実験より得られた結果を一覧したが、これらによると振動土圧の動向と頂部集中力の動向はよく類似しており、次にこれらと復元力の関係を考察する。

本実験で対象とする振動系においては、1. で言及したように静的な頂部集中力は当然その復元力に等しい（式 (1) 参照）と同時にまた振動土圧を精度よく計測できるなら、これをヒンジまわりのモーメントで評価するとき、頂部集中力によるモーメントと近似するであろう。これら両者の関係を図示したのが 図-11 で、図中の太い実線は実験値より得たもの、破線は 図-9 でみた振動土圧の水平方向の分布より振動土圧によるモーメントを修正した直線である。これによると両者は加振振動数の大小、基礎体回転角（変位）の大小にほとんど関係なく 45° の線に接近しているので、両者は比較的よく近似しているといえよう。両者の差は模型と砂の慣性力、模型の側面摩擦等によるものと考えられるが、本実

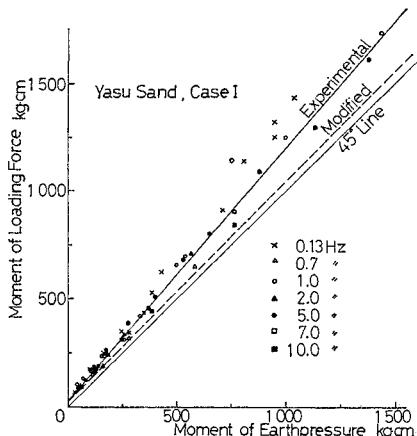


Fig. 11 Relation of Moments

験に関する限りそれらは図にみるとおりかなり小さいので、結局頂部集中力あるいは振動土圧で復元力を近似的に評価してもそれほど大きな誤まりはなかろうといえよう。

したがってこの場合復元力の履歴曲線は、頂部集中力の履歴曲線を用いても大過なかろうといえるとともに、頂部集中力を計測できないときは逆に図-5の振動土圧の履歴曲線をもとにした図-12からも推定できよう。この図は図-5の振動土圧の履歴曲線において、変位の中心点を対称点としてこれを $180^\circ$ 回転させて合成したものである。このようにして得られた図-12と頂部集中力の履歴曲線を示した図-6とはかなり類似しているといえよう。

以上要するに本模型実験に関する限り、構造物基礎の水平復元力特性を基礎の頂部集中力あるいは基礎に働く振動土圧によって推定しても大過なかろうことがわかった。

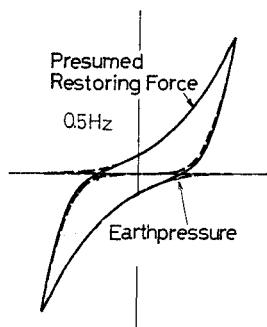


Fig. 12 Restoring Force Presumed from Earthpressure

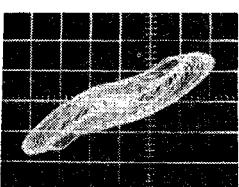


Fig. 13 Hysteresis Curve of Acceleration, Yasu Sand, Case III

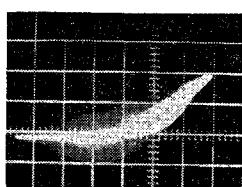


Fig. 14 Hysteresis Curve of Earthpressure, Yasu Sand, Case III

次に実験IIIにおける応答加速度および振動土圧の履歴曲線を示したのが図-13, 14である。これらの両図を比較すると、図-14の振動土圧と基礎体回転角の最大点はほとんど同時刻に起こっており、これらの間には相対的な位相差は見られないが、他方の同一加振時における応答加速度と変位は、振幅が大きくなると各履歴曲線の最大点付近がかなりの丸味を帯びており、それらの間には相対的な位相差があることが認められる。このように応答加速度と変位の間の位相差については、その原因としていろいろ考えられるが、この実験IIIの場合のみ加振振動数が40~50Hz程度にもなっていたことを考えると、その応答加速度に含まれる位相差は、多くの部分が加速度計自身の粘性減衰によるものであろうと考えられる。したがって絶対加速度の記録より $m(\ddot{x} + \dot{z}) =$ 復元力として評価するには、位相特性のよい加速度計を用いるか、位相差を適当な方法で補正する必要がある。一方この場合の振動土圧の深さ方向の分布は図-15に示したように、当然図-8とほとんど同様であり、振動土圧あるいは応答加速度と基礎体回転角との関係は図

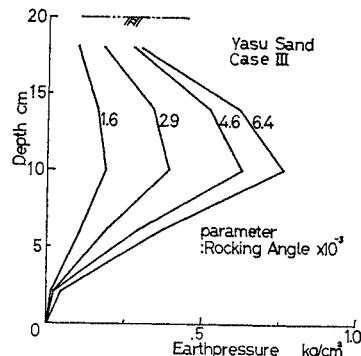


Fig. 15 Vertical Distribution of Earthpressure

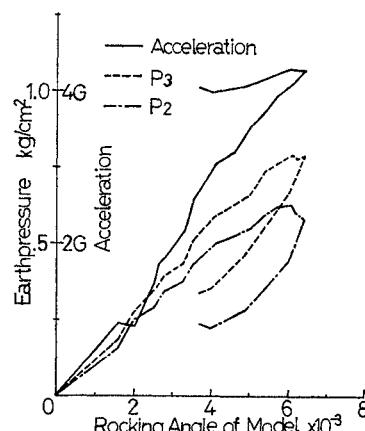
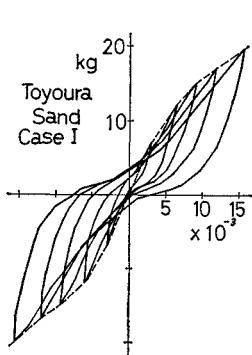


Fig. 16 Relation between Earthpressure or Acceleration and Rocking Angle of Model, Yasu Sand, Case III

—16 に示したように、それらの折り返し点（測定最大点）までは 図-7 の場合と大差はないといえよう。したがってここに述べたように加速度記録に問題のある場合には、構造物基礎の復元力は、図-14 および図-16 に示した振動土圧記録から、さきに述べたようにして推定できよう。

#### 4. 砂層の復元力特性に関する考察

以上より、本模型実験に関する限り、構造物基礎の水平復元力は、その頂部集中力あるいは振動土圧によって近似的に評価できようことがわかったので、本節では実験Ⅰ、Ⅱで得られた頂部集中力でもって、復元力特性について種々の条件下において考察を加える。ここで取り上げる条件としては i) 加振振動数(載荷速度), ii) 砂の種類, iii) 地盤の慣性力の有無, iv) 加振方法, v) 模



**Fig. 17** Hysteresis Curve  
of Restoring Force

を示すものもでている。図-17 および 図-18 の (a), (b), (c), (d) は豊浦砂の実験 I における復元力曲線で、加振振動数のみが異なる場合である。図-17 はいわゆる定常正弦波加振に相当するもので、他の図の振幅漸変加振による復元力曲線とは直接比較できないが、図-18 で (a), (b), (c), (d) と加振振動数が大きくなるにつれて中立軸（図の原点）付近のこう配は小さくなり、また同時に除荷時の摩擦効果が大きくなる傾向にある。この傾向はほかの相馬砂および野洲川砂においても認められた。这样に振動数が大きくなるにつれて、中立軸付近のこう配が小さくなるのは、基礎模型に強制変位が与えられた場合、加振振動数が大きくなると砂の変形が模型の振動変位に追随できずに、不安定な状態のまま変位・変形が繰り返されることが最も大きな理由ではなかろうかと考えられる。これは振動土圧の動向をみても同様なことがいえる。

図-18 (b), (k), (l) は実験 I における加振振動数が 5 Hz のときの豊浦, 野洲川, 相馬各砂の復元力曲線で

ある。(b), (l) の間には明らかな違いは認められないが、(k) の復元力曲線の中立軸付近のこう配は小さく、また硬化型の傾向が強くなっている。この野洲川砂はほかの砂より 図-3 にみたように粗細粒子が比較的よく混合している結果によるものでなかろうかと考えられる。

実験Ⅱによる地盤の慣性力がある場合の復元力曲線を同図(e), (h)に、またこれらと同振動数時の実験Ⅰによる復元力曲線をそれぞれ(a), (c)に示した。1 Hz の時の(e)と(a)の両者の間には差はほとんど認められないが、7 Hz のときの(h)と(c)の間には履歴曲線、最大点曲線(履歴曲線の最大点を連ねた曲線)ともかなりの差が認められる。特に(h)では最大点曲線の軟化の程度が大きくなっている、これは砂層全体が大きい加速度のために流動したためでないかと考えられる。

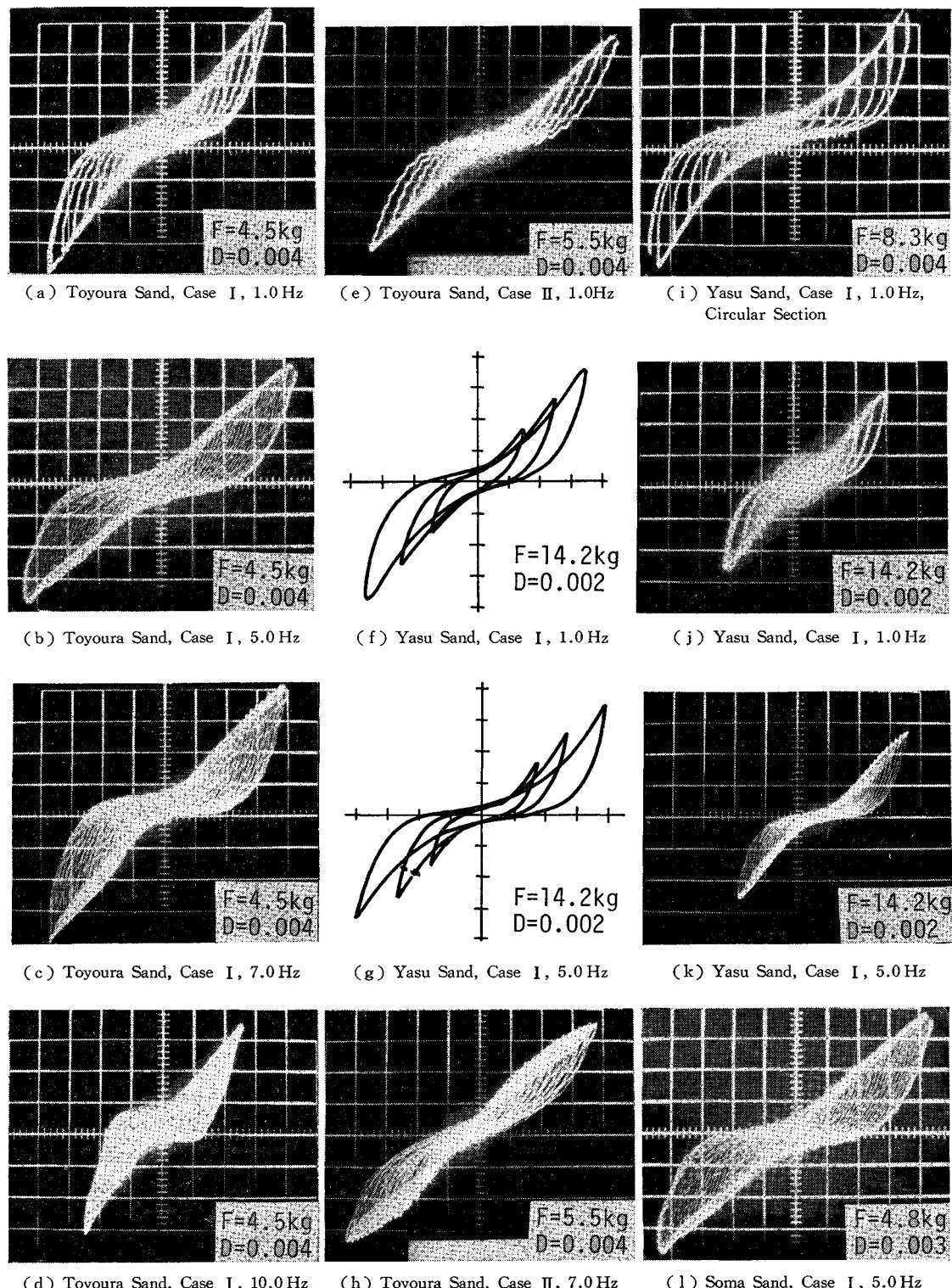
次に加振方法による復元力曲線の相違をみるために、  
**図-18** (f), (g) に定常正弦波加振の場合、同図 (j),  
(k) に振幅漸変加振の場合のそれぞれの復元力曲線を示  
した。加振振動数 1 Hz の (f) と (j), 同じく 5 Hz の  
(g) と (k) を比較すると、両者はそれぞれかなりよく  
類似しているが、定常正弦波加振の最大点曲線が振幅漸  
変加振によるそれよりもいくぶん軟化型の傾向にある。  
これは後者の方が次々と加振振幅が漸増するので、前者  
より砂層の剛度がある程度大きく現われやすい結果であ  
ろうと考えられる。

一方 図-18 の (i) は野洲川砂中の円形基礎模型の場合を示したものである。同図 (a) の矩形模型の場合に比べて、履歴曲線が硬化の傾向が強く、除荷時の摩擦も大きい。これは円形表面に作用する砂のせん断抵抗や摩擦の影響が現われているためであろうが、本実験の場合円形断面では砂槽の側壁の影響もある程度は含まれているかも知れない。この点に関してはさらに側壁の影響のないような大きい振動箱を用いるか、実地盤での実験が必要になる。

このように復元力について、いくつかの条件を変えた場合にその履歴曲線の形状がどのような影響を受けるかを考察したが、次にこれらの履歴曲線を表わすパラメータとして履歴減衰、最大点曲線について若干の考察を加える。

履歴減衰を周知の次式

により等価粘性減衰定数  $h_e$  として求めて、基礎体回転角に対して示したのが 図-19 である。これによると定常正弦波加振においては 加振振動数が大きくなると  $h_e$  が若干大きく、基礎体回転角、したがって砂の変形ひずみによってもいくぶん大きくなる傾向もうかがえるが、本実験の範囲ではそれらによる変化は小さく  $h_e \approx 8\sim 9\%$  となっている。一方振幅漸変加振においては、加振振動



**Fig. 18** Hysteresis Curves of Restoring Force ( $F$  and  $D$ ; distances between meshes scaling the ordinate and abscissa, respectively)

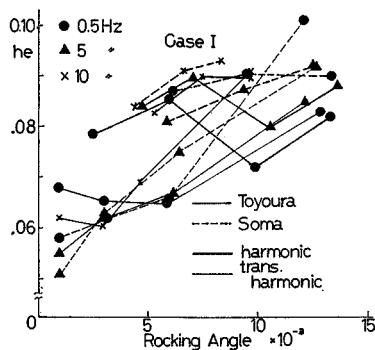
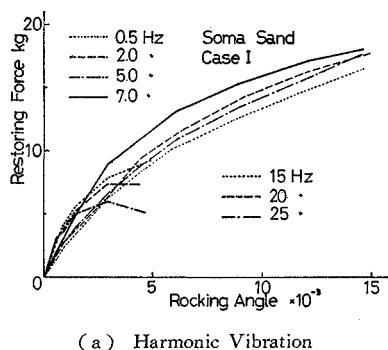


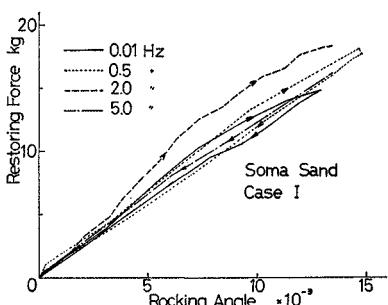
Fig. 19 Hysteresis Dampings

数の変化に対しては先と同程度の傾向を持ち、基礎体回転角の増加に対してほぼ直線状に増加している。さらに豊浦砂と相馬砂ではあまり大きな差はないようである。

次に図-20は履歴曲線の最大点曲線（砂層の平均的剛度と解される）を示したもので、同図(a)は定常正弦波加振、(b)は振幅漸変加振の場合である。(a)によれば曲線は基礎体回転角が小さいときから軟化の傾向にあること、加振振動数が高くなるにつれて曲線のこう配が急になり、見かけ上砂の剛度が増加する傾向にあること、15 Hz以上の比較的高い振動数時には、砂層の局部的な流動のため基礎体回転角が大きくなると見かけ上の砂の剛度が急激に低下することなどがわかる。一方(b)によれば曲線はむしろ直線に近い状態で、この図の範囲



(a) Harmonic Vibration



(b) Trans. Harmonic Vibration

Fig. 20 Maximum Lines of Hysteresis Curves

内ではまだ軟化の傾向が現われていないこと、基礎体回転角が増加するときと減少するときとではかなりの差があることなどがわかる。この(a), (b)を比較することにより、図-18, 図-19でもみたように定常正弦波加振と振幅漸変加振とでは若干その様相が異なっているので、振幅漸変加振あるいはランダム波をも含めた過渡波による加振実験の重要性が指摘されよう。

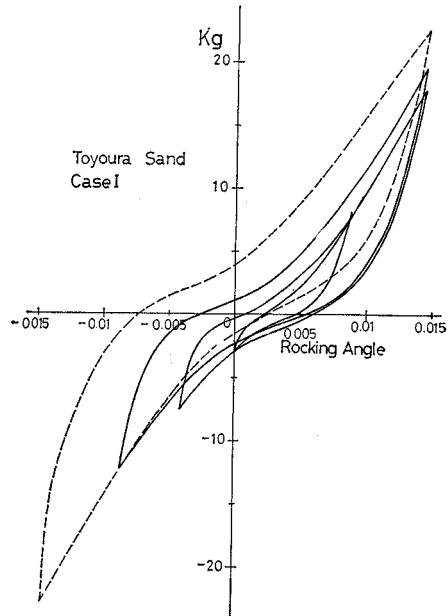


Fig. 21 Hysteresis Curve

図-21は載荷速度が非常に小さく、ほとんど静的載荷とみなしてもよい時に、載荷の方向を任意の時点で逆転した場合の履歴曲線である。これによると上下の各分枝曲線は変位の逆転位置に関係なくほぼ平行に変化していることが認められる。また図-22はランダム振動台によって、ほぼホワイトノイズ状の振動数特性をもつ強制変位を与えた場合の履歴曲線であるが、この場合にもほとんど同様なことがいえる。これらの図より、復元力の履歴曲線を模式化するに際しては、各分枝線はその逆転位置に関係なく、もとの履歴曲線の各対応曲線と平行な曲線をたどるという一つの模式化の根拠が得られたといえよう。

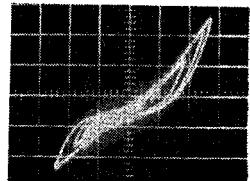


Fig. 22 Hysteresis Curve by Random Excitation, Yasu Sand, Case I

## 5. 復元力曲線の模式化

以上の模型実験により砂地盤に根入れされた構造物基

礎が、回転振動を行なう場合に、地盤より受ける水平復元力に関して概略ではあるが、ある程度の情報をうることができた。すなわちこの場合の水平復元力は、1) 最大点曲線に関しては、一定の変位レベルまでは直線ないしいくぶん硬化型の曲線、それ以上はこう配のゆるい直線ないし軟化型の曲線、履歴曲線に関しては、摩擦の効いたスリップ型の傾向を持ち、かついくぶん硬化型の場合もある、ということである。この復元力特性を地震応答解析などの耐震研究に導入するためには、これらを何らかの形で数式に表示することがまず第一に必要となる。

復元力曲線の模式化に関しては、周知のとおり完全塑性型、bi-linear 型、Jennings 型<sup>3)</sup>、その他が試みられている。

ここでは Jennings 型を修正することにより、実験で得られた復元力曲線を模式化する。この場合よく行なわれているように、1) 最大点曲線の形状と、2) 履歴曲線の形状に分けて模式化を行ない、3) しかる後これらを掛け合わせるという手法<sup>4)</sup>をとる（結果の一例は図-27 参照）。

#### (1) 復元力の最大点曲線： $k(X/x_0)$

以下の式において用いる記号の説明は次のとおりである。 $X, Y$ ：各履歴曲線の最大点の変位と復元力、 $x_0, y_0$ ：第2分枝が生ずる点の変位と復元力であり、いずれも正数、 $\alpha, r$ ：第2分枝が第1分枝から離脱する程度、いい換えると、第2分枝の軟化の程度を表わす定数、 $\alpha$ は0または正数、 $r$ は正の奇数。

実験結果より、最大点曲線  $k(X/x_0)$  を以下のように考える。すなわち一定の変位レベルまでは直線（第1分枝）、それ以上の変位に対しては先の直線よりゆるいこう配の直線ないし軟化型の曲

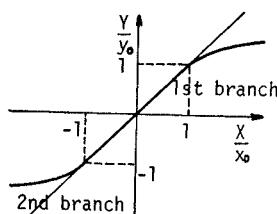


Fig. 23

線（第2分枝）とする。これを無次元化した数式で表わせば、次のようになる（図-23 参照）。

第1分枝は、直線であるから、

$$\frac{X}{x_0} = \frac{Y}{y_0} \quad \dots \dots \dots (3)$$

で表わされる。ただし第1分枝の存在する範囲は  $|X/x_0| \leq 1$  すなわち  $|Y/y_0| \leq 1$  である。

また第2分枝は、第1分枝よりゆるいこう配の直線あるいは軟化型の曲線であるから、第2分枝の存在する範囲のうち  $X/x_0 > 1$ 、すなわち  $Y/y_0 > 1$  では、

$$\frac{X}{x_0} = \frac{Y}{y_0} + \alpha \left( \frac{Y}{y_0} - 1 \right)^r \quad \dots \dots \dots (4)$$

となり、 $X/x_0 < -1$ 、すなわち  $Y/y_0 < -1$  では、

$$\frac{X}{x_0} = \frac{Y}{y_0} + \alpha \left( \frac{Y}{y_0} + 1 \right)^r \quad \dots \dots \dots (5)$$

となる。

式(3),(4),(5)を1つの式にまとめて表わすと、結局次の形となる。

$$\frac{X}{x_0} = \frac{Y}{y_0} + \alpha \cdot u \left( \left| \frac{Y}{y_0} \right| - 1 \right) + \left( \frac{Y}{y_0} - \frac{Y}{y_0} / \left| \frac{Y}{y_0} \right| \right)^r \quad \dots \dots \dots (6)$$

この式を  $Y/y_0$  について解いたものが最大点曲線  $k(X/x_0)$  を与えることになる。ここに、 $u(z)$  : unit-step 関数を表わし、 $z \geq 0$  で  $u(z)=1$ 、 $z < 0$  で  $u(z)=0$ 。

このように無次元表示することにより、 $X/x_0 - Y/y_0$  曲線は、 $(-1, -1)$  から  $(1, 1)$  においていわゆる線形範囲を示し、これ以外の領域においては、一般に非線形部分を表わす。しかもパラメータを適当に選ぶことにより、図

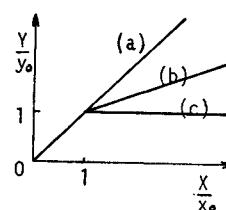


Fig. 24 Modelized Maximum Lines of Hysteresis Curve

24 のように代表的な復元力の最大点曲線を表わすことでも可能である。すなわち同図に示したように  $\alpha=0$  のときは線形の最大点曲線（a）を表わし、 $\alpha \neq 0$  において  $r=\infty$  であるとき、または  $\alpha=\infty$  であるとき完全塑性型（c）、 $\alpha \neq 0$  において  $r=1$  とすれば bi-linear 型（b）となる。また  $X-Y$  曲線において  $\alpha \neq 0, r=\infty$  でしかも  $x_0$  を0に限りなく近づければ、いわゆる剛塑性型も得られることがある。式(6)を用いて行なった計算例の結果を

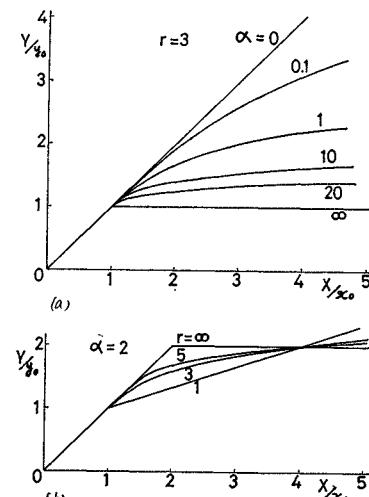


Fig. 25 Modelized Maximum Lines of Hysteresis Curve

図-25 に示した。

(2) 復元力の履歴形状:  $g(x/X)$

履歴形状  $g(x/X)$  を以下のようにして求める。すなわち 図-21, 22 や他の図でみたように履歴曲線の形状は、その最大変位に関係なくほぼ相似形であるとみなせるので、履歴曲線の最大点の変位と復元力で、その曲線上の各点の変位と復元力をそれぞれ除して規準化すると、ほぼ合同な図形が得られる。そこでこの規準化された履歴曲線を、摩擦の効いたスリップ型、いわゆる逆S字型であるとみなし、これを模式化することを考える。ここでは Jennings 型を参照して次のように表わす。すなわち、摩擦型の履歴形状を表わす Jennings の式において、上枝の上端は履歴曲線の長軸 ( $y/Y=x/X$ ) に沿って左下へ、下枝の下端は右上へスリップするように変形すると、下枝に対しては次式をうる。

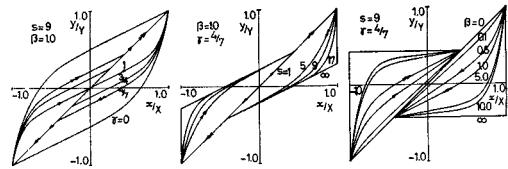
$$\left. \begin{aligned} & - (1-r) \leq \frac{x}{X} \leq 1 \text{ のとき;} \\ & \frac{y + (1-r)Y}{(2-r)Y} = \frac{1}{1+\beta} \left[ \frac{x + (1-r)X}{(2-r)X} \right. \\ & \quad \left. + \beta \left\{ \frac{x + (1-r)X}{(2-r)X} \right\}^s \right] \\ & -1 \leq \frac{x}{X} \leq - (1-r) \text{ のとき;} \frac{y}{Y} = \frac{x}{X} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

また上枝に対して、

$$\left. \begin{aligned} -1 &\leq \frac{x}{X} \leq 1-r \text{ のとき;} \\ \frac{y-(1-r)Y}{(2-r)Y} &= \frac{1}{1+\beta} \left[ \frac{x-(1-r)X}{(2-r)X} \right. \\ &\quad \left. + \beta \left\{ \frac{x-(1-r)X}{(2-r)X} \right\}^s \right] \end{aligned} \right\}$$

をうる。これらの式を  $y/Y$  について解いたものが履歴曲線  $g(x/X)$  を表わす。ここに,  $x, y$ : 履歴曲線の変位と復元力,  $X, Y$ : 各履歴曲線の最大点の変位と復元力,  $r$ : Jennings 型の履歴曲線からの変位量を表わす定数で  $0 \leq r \leq 1$ ,  $\beta, s$ : 履歴曲線のふくらみの程度を表わす定数,  $\beta$  は 0 または正数,  $s$  は正の奇数。

このように定数  $r$  を導入することにより、実験より得られたようなスリップ型の復元力を表わすことができるが、ここで  $r$  を 0 とおけば、著者の 1 人と安藤らが提示した Jennings の修正曲線<sup>6)</sup>に一致することがわかる。また  $r=1$  とすれば完全なスリップ型の履歴曲線にも一致する。このことは上式がより一般化された表現であるとみなしてよいであろう。代表的なパラメータに関して上式を図示すると 図-26 のようになる。



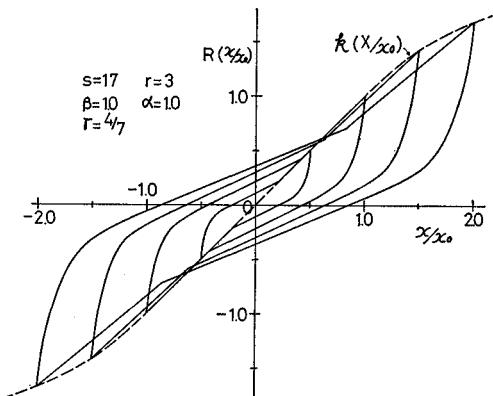
**Fig. 26** Modelized Hysteresis Curves

(3) 復元力曲線： $R(x/x_0)$

以上より復元力曲線は式(6)と式(7), 式(7)'とを掛け合わせることによって、結局次式で与えられる。

$$R(x/x_0) = k(X/x_0) \cdot g(x/X) \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

このように掛け合わせることにより、復元力曲線の最大点曲線は軟化型の傾向を持つ曲線で、しかも履歴曲線はいくぶんスリップ型の傾向を持ち、さらに逆S字型に近い曲線を表わすことができる。



**Fig. 27** Modelized Restoring Force Curves

式(8)のように模式化された復元力曲線(図-27)と実験より得られた復元力曲線(たとえば図-18の各図)を比較してみると、両者は比較的よく類似している。模型は下端をヒンジ支持したこと、底面の上向反力はほとんど作用していないことなど実基礎とは若干異なるが、少なくとも式(8)によって砂地盤に根入れされた基礎体に働く復元力曲線を傾向的にはおむね表示できるものと考えられる。しかしながら模式化した復元力曲線では、曲線から直線に乗り移る点において、こう配が急変する点に検討の余地があろう。この部分を滑らかにするには、さらにもういくつかのパラメータを必要とする同時にそれだけ表示式が複雑となろう。

6. 結語

本研究においては砂層中に根入れされた構造物基礎の水平復元力に関して、模型実験を行ない、それより得られた結果について若干の考察を加えた。種々検討の余地

もあるが、本模型実験の範囲において得られた成果を要約すれば次のようである。

(1) 模型頂部に加わる水平力（頂部集中力）と模型根入部表面各点に働く振動土圧の動向は非常によく類似しており、基礎模型の慣性力が相対的に小さいこともあって、頂部集中力のうちの大部分は当然のことながら根入地盤による水平復元力とつり合っていることがわかった。換言すると、本研究のような場合には傾向的には水平復元力は頂部集中力あるいは振動土圧でおおむね評価できるといえよう。

(2) 砂層の水平復元力は、摩擦の効いたスリップ型に近い履歴曲線を持ち、若干硬化型でもある。また履歴曲線の最大点を連ねた曲線は変位（基礎体回転角）が小さい間は直線ないし硬化型の曲線、変位が大きくなるにしたがいゆるいこう配の直線あるいは次第に軟化する曲線の傾向を示す。

(3) 振幅漸変正弦波加振と定常正弦波加振とで得られる水平復元力を比較すると、両者にはかなりの差が認められるので、耐震的見地からは当然前者による場合を重視しなければならないが、それにはさらに多くの系統的な実験が必要であろう。

(4) 乾燥砂を対象とした本実験では、水平復元力を一連の加振振動数領域（0.005～10 Hz の範囲）においてとらえて評価することができた（0.005 Hz は実質上静的実験に対応）。

(5) 砂層自身が慣性力を持つ場合と持たない場合を比較すると、1 Hz 以下の低い振動数時にはほとんど差異はないが、振動数がそれより 10 Hz ぐらいまで高くなると後者の場合に軟化の傾向が強まることが確かめられた。

(6) 砂層の復元力曲線より履歴減衰を求めた結果、定常正弦波加振の場合には、本実験の範囲では振動数、載荷速度にあまり関係なくほぼ一定の値であった。一方振幅漸変加振では加振振動数の変化より、むしろ基礎体回転角したがって砂の変形ひずみの変化による影響が大きく、それはほぼ直線状に増加する結果がえられた。

(7) 円形断面模型の水平復元力は実験資料が少ないので断定はできないが、矩形断面模型のものと大きな差はないようであり、結果的には硬化型の傾向が大きく現われている。

(8) 矩形断面模型に働く砂の振動土圧の分布は、深さ方向については模型中央部で最大となるような放物形状に近い分布を示す一方、水平方向の分布は中央部より縁部で大きくなる分布を示し、かつ振動数にはほとんど無関係であるとみなせる。

(9) 実験より得られた復元力曲線を模式表示する式として本文の式(6)～(8)を提示したが、これと実験結

果を比較すると、両者はかなり類似しているとともに、これはパラメータを変えることにより、かなりの適用範囲があるものと考えられる。

以上のような研究成果が得られたが、本実験においては次のような問題点が取り残されている。

(1) 実験に用いた模型が小型すぎたこと。また複雑な地盤を単純な乾燥砂層としたこと。したがって実現象との間の相似性という点では必ずしも満足なものとはいえないであろう。

(2) 模型の変位モードを回転のみの 1 自由度に限定したこと。しかるに実構造物の基礎は回転のみならず並進も伴うと考えられるので、この点も注意を要する。

(3) ロードセルに集約して計測された頂部集中力の中には、地盤の反力のほかに、模型の慣性力なども含まれ、慣性力による影響は当然加振振動数の増大とともに強まることを忘れてはならない。

(4) 振動土圧の水平方向の分布はおよその目安程度のものしか得られなかったので、振動土圧によるモーメントの算定値にはある程度の誤差は当然入っているであろう。

今後引き続いて次のような研究をも実施する計画である。

- (1) 実地盤での比較的大型の模型実験
- (2) 粘性土地盤での実験
- (3) 復元力特性の一般化およびその機構の追求
- (4) 理論解析ないしは数値解析

最後に本実験に多大の協力をされた本学大学院学生森田隆三郎君および種々ご検討いただいた亀田弘行助教授はじめ当研究室の諸兄に深謝の意を表する次第である。また本研究は一部昭和 44, 45 年度文部省科学研究費（総合研究）の援助を受けた。ここに記して謝意を表する次第である。

#### 参考文献

- 1) たとえば、田治見 宏：深い基礎を有する構造物の地震応答について、第 2 回日本地震工学シンポジウム（1966）講演集、1966.10, pp. 255～260.
- 2) たとえば、後藤尚男・土岐憲三・吉原 進：多自由度表示による地盤一構造物基礎系の振動解析について、京都大学防災研究所年報、第 12 号 A、昭 44.3, pp. 273～287.
- 3) Jennings, P.C.: Periodic Response of General Yielding Structure, Proc. of A.S.C.E., No. EM 2, April 1964, pp. 131～166.
- 4) たとえば、Krizek, R.J. and Franklin, A.G.: Non-linear Dynamic Response of Soft Clay, Vibration Effects of Earthquakes on Soil and Foundations, ASTM, STP 450, 1969, pp. 96～114.
- 5) 運輸省港湾技術研究所・八幡製鉄株式会社：H パイルの水平抵抗に関する研究、1963.3.
- 6) 後藤尚男・土岐憲三・安藤嘉茂・太田昭宏：土一基礎系の動的復元力特性について、昭和 43 年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要、昭 43, I-15.

（1971.1.16・受付）