

曲線桁橋の構造特性について

ON THE STATIC STRUCTURAL CHARACTERS OF CURVED GIRDER BRIDGES

稼 農 知 徳*・大 島 久**・新 山 惇***
By Tomonori Kano, Hisashi Oshima and Makoto Niiyama

1. ま え が き

曲線橋は幾何学的形状に起因する多くの構造特性を有しており、直線橋のそれとは非常に異なっている。特に曲線橋においては、その曲率面に垂直な荷重、またはねじれモーメント荷重を受けると曲げモーメントとともにねじれモーメントおよび曲げねじれモーメントを受ける。また曲線桁は曲率面外への垂直変形を起こすとともにねじれ変形を生ずる。これは曲げとねじれの連成が生ずるので曲線橋の設計において、応力度およびたわみを算出するには立体的構造解析をしなければならないことを意味する。さらに、曲線橋の横断面形状が開き断面であるか、閉じ断面であるかによって構造特性が異なってくる。主桁に開いた断面を用いると、主桁のねじれ剛性が小さく、主桁がねじれると同時にたわみが大きくなる。しかし、中心角 θ の小さい小支間の曲線橋においてはI形断面主桁を用いた方が経済的になる場合もある。

並列主桁形式の曲線橋では各主桁は横桁によって剛に結合されているのが普通であるがI形断面主桁を用いる場合における主桁断面の算定には主桁と横桁がヒンジ結合と仮定した構造解析をすることもできる。

曲線橋の計画・設計において、合理的かつ経済的な設計をするには曲線橋のもつ構造特性を十分把握しておくことは必要なことと思う。曲線橋に関する従来の研究^{1)~7)}は数多く発表され、その理論はほぼ確立されている。しかし、曲線橋の構造特性に関する資料については断片的で、その資料不足の感はまぬがれ得ない。

本報告は一般的な円弧単純曲線桁に限定し、一本の曲線桁の特性を吟味して、さらに単純曲線格子桁の構造特

性を考察して、合理的かつ経済的な設計のための資料の一部を求めようとしたものである。

解析方法は曲線格子桁理論^{8),9)}により断面力および変形を求めている。ただし、主桁の横桁間のフランジに生ずる附加的な曲げ（フランジ水平面内）およびねじれ変形は考慮していない。また、コンクリート床版の協力作用および横構の配置による準閉断面形式としての影響も応力解析の中に含まれる問題であるが、これらも本文の解析の対象からは除外してある。

研究項目は次のとおりである。

- 1) 単純曲線桁の構造特性
 - a. 平面形状による特性とその考察
 - b. 断面定数による特性とその考察
- 2) 曲線格子桁の構造特性
 - a. 格子形状による特性とその考察
 - b. 断面定数による特性とその考察
 - c. 横桁本数による特性とその考察
 - d. 主桁と横桁の結合仮定について

2. 単純曲線桁の構造特性

曲線橋の基本計画においてもっとも重要な設計因子は支間長 (l)、幅員 (B)、中心角 (θ) である。曲線橋のその平面形状がもつ幾何学的特性としては曲率をもっていることに特徴づけられる。一般に主構造の骨組線は同一曲率平面上の同心円周上に配列されるので、以後円弧曲線桁としての特性を検討する。

(1) 平面形状による特性とその考察

図-1 および 図-2 は単純曲線桁の支間中央点 ($\theta/2$) に集中荷重 P_x および T_x が作用した時の $\theta/2$ 点の曲げモーメント M およびねじれモーメント T を表わしたものである。これらによると、中心角 θ が大きくなると M および T は大きくなり $\theta=\pi$ において無限大

* 正会員 工修 北海道大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 北海道開発局土木試験所 構造研究室長

*** 正会員 工修 北海道開発局札幌開発建設部橋梁係長

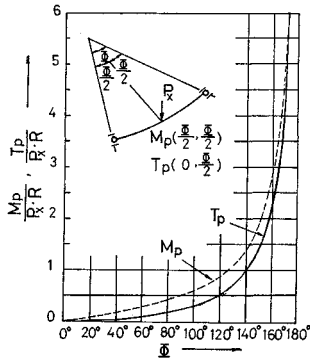


図-1

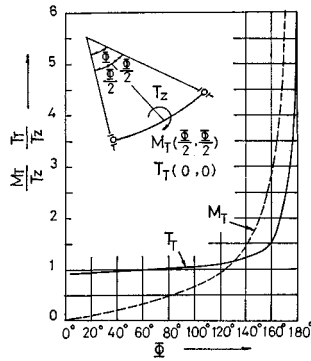


図-2

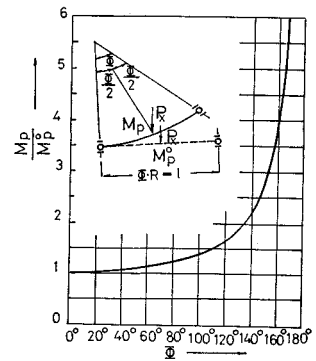


図-3

となる。大体 $\phi=100^\circ$ 位から急激に大きくなるが T_T は $\phi=120^\circ$ 位までほとんど 1 に近く $\phi=140^\circ$ 位から急激に大きくなっている。

図-3 は直線桁と比較するために曲線桁の円弧長 $\phi \cdot R=l$ と同一支間 l の直線桁を考え、支間中央点の曲げモーメント比 M_p/M_p を表わしたものである。曲げモーメント比は大体 $\phi=100^\circ \sim 120^\circ$ 位より急激に大きくなっている。 $\phi=110^\circ$ では 5 割増しとなっている。これからわかるように曲線桁では直線桁に比べ断面力および変形が中心角が大きくなるほど大きくなるのが特徴的である。

図-4 および 図-5 は集中荷重 P_x および T_z が作用した時の垂直変位 (たわみ) u_x およびねじれ角変位 ψ_z を表わしたものである。変形に関して

は曲線桁断面の諸定数が影響して変形特性が大きく変化するが、中心角の変化に対してのみ注目すれば中心角 ϕ が大きくなれば断面力以上に急激に変形は大きくなる。

曲率をもっていることによる特性を変形から考察すれば 図-6 に示すように横断面のねじれの中心 S に垂直荷重 P_x が作用しても垂直変位 u_x を生ずると同時にねじれ中心のまわりにねじれ角変位 ψ_z を生ずる。このことから直線橋における変形に対して曲線橋における変形はより大きいわけである。

以上のことから平面形状の特性として中心角 ϕ の影響が非常に大きいことがよくわかる。

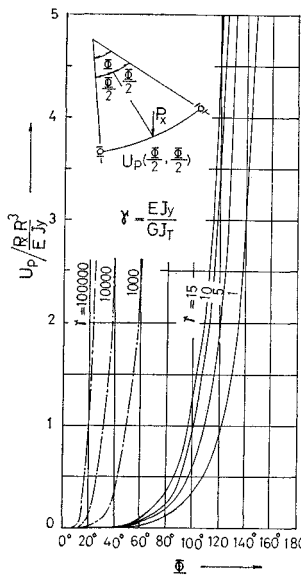


図-4

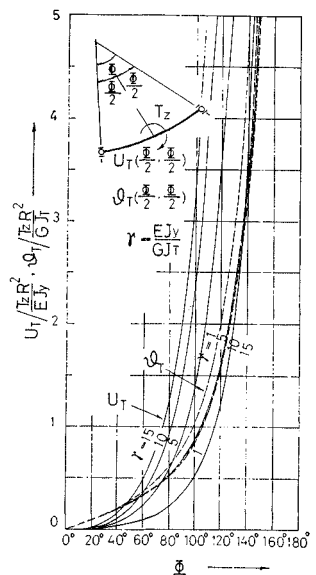


図-5

(2) 断面定数による特性とその考察

曲線橋の断面定数による影響はその変形に対して著しく表われてくる。

図-4 および 図-5 は曲げねじれ剛性を無視した場合の垂直変位 u_x およびねじれ角変位 ψ_z を表わしたものであり、図-7 は曲げねじれ剛性を考慮した場合の垂直変位 u_x を表わしたものである。

曲げ剛性 EJ_y とねじれ剛性 GJ_T の比 $r=EJ_y/GJ_T$ を因子としているが $r=0 \sim 15$ 位は曲線桁の横断面が箱形の閉じ断面に相当し、桁違いに大きい範囲は I 形などの開き断面となっている。 $r=0 \sim 15$ の範囲、すなわち閉じ断面の曲線桁では $\phi=60^\circ$ 以内では r による差は少ないが $\phi=80^\circ$ 以上になると r による差は著しい。 r が非常に大きい開き断面ではその変形がきわめて大きく曲げねじれ剛性 EJ_y を無視することはできないことを示

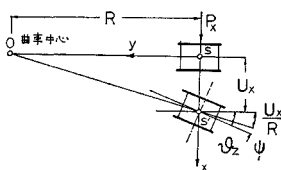


図-6

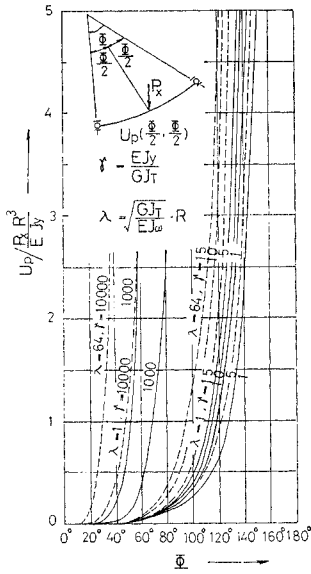


図-7

曲げねじれ剛性 EJ_w を無視して差し支えないと思われる。これは閉じ断面の直応力度においては曲げによる直応力度が大きく、曲げねじれによる直応力度が小さいが、開き断面においては曲げねじれによる直応力度が曲げによる直応力度と匹敵するほど大きくなることもあり得ることからもわかる。

3. 曲線格子桁の構造特性

曲線格子桁はその設計因子の多様性のために非常にむずかしくなってくる。まず基本計画において支間長 (l)、幅員 (B) および中心角 (ϕ) はもちろん、主桁本数 (主桁間隔と幅員の関係)、横桁本数、主桁剛度比、横桁の主桁との剛度比、主桁と横桁の連結構造による解析方法など数多くの因子がある。

ここでは曲率中心を共有し、円弧中心角 ϕ が等しい、2本以上の曲線主桁とその軸線が曲率中心にすべて一致し、各主桁と半径方向に直角に交わる直線横桁とで構成する曲線格子桁橋を取り扱う。特に、主桁本数は図-8に示すように3本主桁に限定し、横桁本数は任意とする。

曲線格子桁橋の特徴は、外力として作用する荷重を2本以上の曲線主桁で分担するところにあることから、荷重分配率の概念を導入した曲げモ

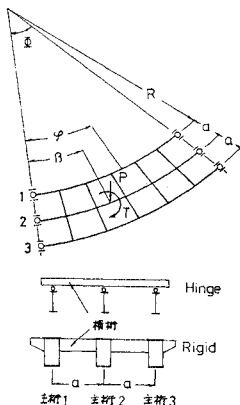


図-8

メント分配率おおよび変形分配率を指標にとる。すなわち、単一の単純曲線桁 i の曲げモーメントを M_i^0 とし、単純曲線格子桁の主桁 i の曲げモーメントを M_{ii} とすれば、曲げモーメント分配率は M_{ii}/M_i^0 となる。変形についても同様である。

また、構造特性を考察する上において主桁断面の形状による影響が非常に大きいので、開き断面と閉じ断面にわけており、さらに構造解析方法の仮定上の問題に主桁と横桁の結合条件があり、ここではヒンジ結合と剛な結合に分類して考察してある。

なお、横桁本数を限定した場合には横桁間隔を 5 m 以内となるよう配慮して、横桁 5 本となっている。

外力としての荷重は、通常の自動車荷重としては垂直荷重が支配的であるので、単位垂直荷重に限定している。

(1) 格子形状による特性とその考察

格子形状による影響としては中心角 ϕ および曲率半径 R と主桁間隔 a との比を変化させることにより考察される。他のすべての因子を一定にして、中心角 ϕ の

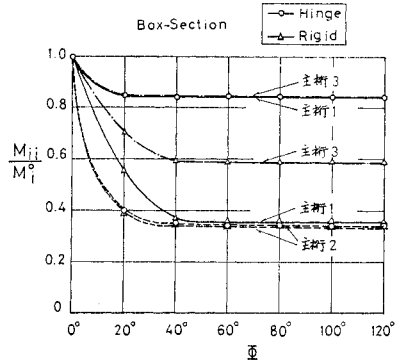


図-9

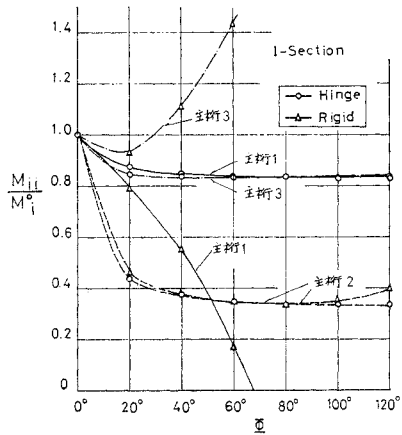


図-10

変化による影響は 図-9 および 図-10 に示される。これによると、主桁断面が閉じ断面の場合には $\phi=40^\circ$ 位までは分配率がよくなり、それ以上はほとんど一定である。これは幅員が一定で支間 $l=R\cdot\phi$ が大きくなり、中桁（主桁2）の負担が軽くなっていくことを示している。しかし、ヒンジ結合の場合には内・外桁（主桁1・主桁3）ともその負担は大きい、剛な結合の場合には主として外桁に依存している。このことは主桁断面が開き断面になると極端に顕著となる（図-10）。ヒンジ結合の場合の分配率の形態は閉じ断面とほとんど変わらないが、剛な結合の場合には外桁の負担が非常に大きい。曲率半径 R との関連性もあるが、開き断面の用いられる範囲は中心角 $\phi=40^\circ$ 以内であろう。

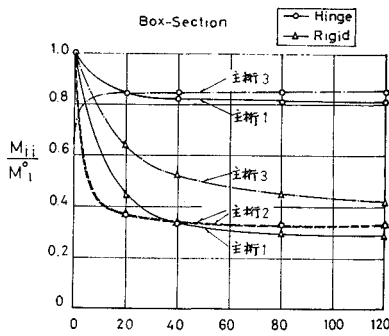


図-11

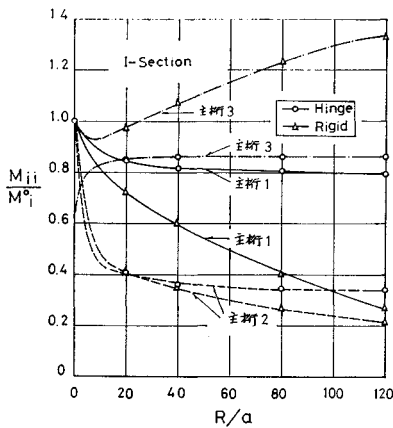


図-12

次に他のすべての因子を一定にして、曲率半径 R と主桁間隔 a の比を変化した時の影響は 図-11 および 図-12 に示す。閉じ断面の場合には支間 l が大きい、または主桁間隔が小さいほど、分配率はよくなっていくがヒンジ結合では外桁の負担が大きくなる。開き断面の場合にはヒンジ結合では閉じ断面の場合とほとんど同じであるが、剛な結合では外桁の負担は増大する。これに

より開き断面の使用範囲は中心角 $\phi=40^\circ$ 以内を考慮して格子形状比 $R\cdot\phi/a=10$ 以内が適切かと思われる。この格子形状比 $R\cdot\phi/a$ について分配率を吟味すれば、半径 R を n 倍し、かつ主桁間隔 a を n 倍すると分配率はまったく同じであり相似律が成立するが、中心角 ϕ を n 倍し、同時に主桁間隔 a を n 倍しても相似律は成立しないことがわかった。なお、図-9~図-12 については主桁の曲げねじれ剛性 $EJ_{\omega i}$ を考慮してある。

(2) 断面定数による特性とその考察

曲線格子桁の断面定数をどの位にとるかは設計の重要なポイントとなる。これが不適当であると、断面寸法の算定が円滑に実行できなくなる。

断面定数としては主桁の曲げ剛性 $EJ_{y i}$ 、ねじれ剛性 $GJ_{T i}$ および曲げねじれ剛性 $EJ_{\omega i}$ と横桁の曲げ剛性 EJ_Q を考え、これらの変化によって曲げモーメント分配率がどのように変化するか調べたものである。この場合閉じ断面については $\phi=30^\circ$ 、 $R_2=63\text{ m}$ 、 $a=3\text{ m}$ とし、開き断面については $\phi=20^\circ$ 、 $R_2=40\text{ m}$ 、 $a=3\text{ m}$ として一定である。

断面定数による特性に関する図表を 図-13 から 図-22 までに示す。ただし、図-13~図-18 において曲げ剛性 $EJ_{y i}$ 、ねじれ剛性 $GJ_{T i}$ および曲げねじれ剛性 $EJ_{\omega i}$ のみが変化する断面寸法は実状を離れた仮定となっているが、断面定数の定性的な性状をつかむための一手段として考えたものである。

図-13 および 図-14 は主桁の曲げ剛性 $EJ_{y i}$ の剛度比を内主桁から中主桁および外主桁へと一様に変化させた場合の分配率の変化を示したものである。剛度比1とは3本の主桁の剛度が等しい場合であり、剛度比2とは中主桁の剛度が内主桁の剛度の2倍、外主桁の剛度が中主桁の剛度の2倍の場合である。曲げ剛性 $EJ_{y i}$ のみが変化する場合の曲

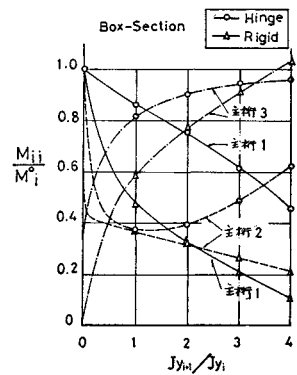


図-13

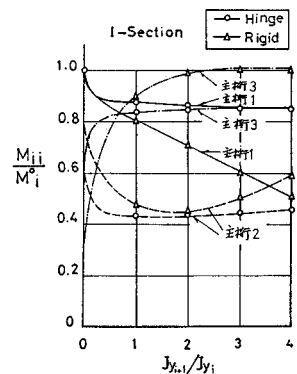


図-14

げモーメント分配率に与える影響はかなり大きく断面形状にかかわらず、主桁の曲げ剛性 EJ_{yi} を増すとその主桁自身がそれだけ多くの荷重を負担し、曲げモーメント分配率は悪くなっている。

図-15 および 図-16 は主桁のねじれ剛性 GJ_{Ti} の剛度比を変化させた時の曲げモーメント分配率の変化を示したものである。ねじれ剛性 GJ_{Ti} を増すと、やや分配率はよくなっている。閉じ断面の剛な結合の場合には外主桁へ一様にねじれ剛性 GJ_{Ti} を増してやると、外主桁・内主桁とも分配率の悪化が防がれていることがわかる。

図-17 および 図-18 は主桁の曲げねじれ剛性 $EJ_{\omega i}$ の剛度比の影響を示したものである。図-17 は閉じ断面における分配率の変化であるが、ヒンジ結合および剛な結合のいずれの場合においても曲げねじれ剛度比の影響はほとんどない。図-18 の開き断面においては、曲げねじれ剛性 $EJ_{\omega i}$ を無視することができないわけであるが、剛な結合の場合には曲げモーメント分配率には影響が少ないことがわかる。しかし、ヒンジ結合とした場合には曲げねじれ剛性 $EJ_{\omega i}$ を外主桁に増大しても曲げモーメントの負担はかなり大きくなることは注意する

必要がある。

図-19 および 図-20 は主桁の曲げ剛性 EJ_{yi} 、ねじれ剛性 GJ_{Ti} および曲げねじれ剛性 $EJ_{\omega i}$ を一様に外主桁へと増大させた時の影響を示したものである。閉じ断面および開き断面のいずれの場合においても、外主桁へ一様に主桁の剛度比を増大すれば、増大された主桁自身の曲げモーメント分配率は悪くなっていることは明白である。これは主桁の剛度比を増すと、その桁自身にそれだけ多くエネルギーが蓄積されることを示している。主桁の剛度比をいくらにとるかという問題は並列主桁曲線橋の設計には必要な項目の一つである。各主桁間の剛度比は格子形状比 $R \cdot \phi/a$ にも少なからず左右されるけれど、隣合う主桁剛度比は 1~2 の間にあり、ちなみに既設の曲線橋の主桁剛度比は、大体 1~2 の間にあった。また、文献 4) でもこの間にある。

図-21 および 図-22 は主桁 2 (中桁) の曲げ剛性 EJ_{y2} と横桁の曲げ剛性 EJ_Q との比の影響を示したものである。閉じ断面および開き断面のいずれの場合においても、横桁の曲げ剛性 EJ_Q を増大させても曲げモーメント分配率にはほとんど影響がないことがわかる。横桁の曲げ剛性 EJ_Q をどの位に設計すればよいかという

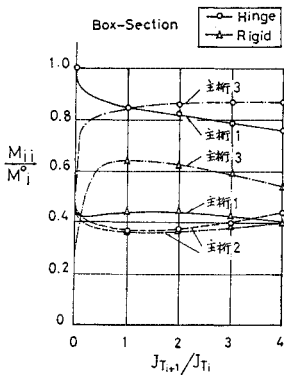


図-15

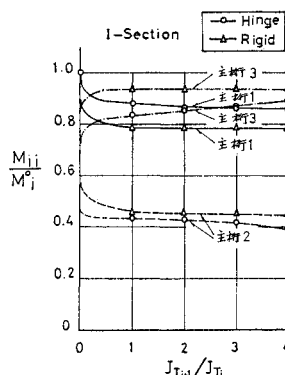


図-16

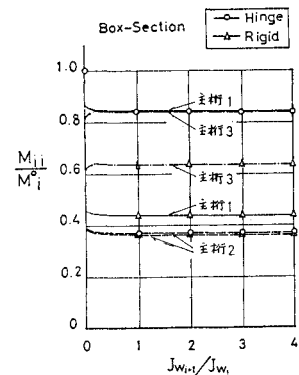


図-17

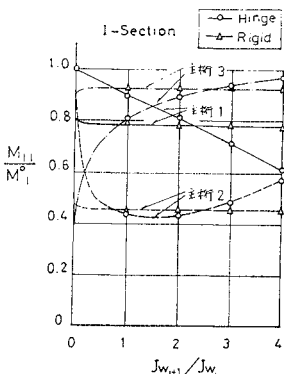


図-18

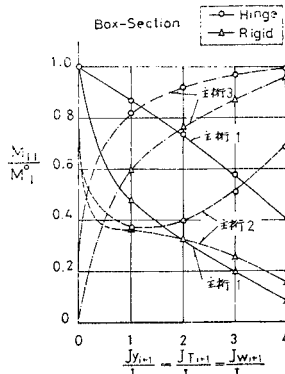


図-19

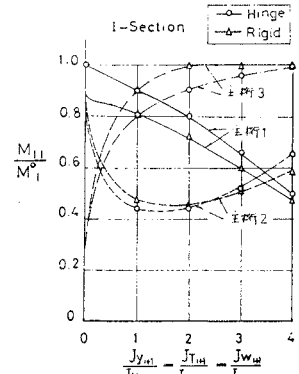


図-20

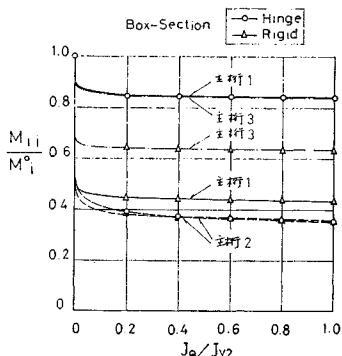


図-21

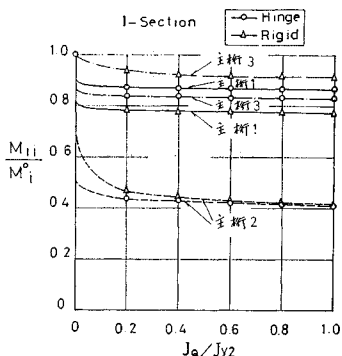


図-22

ここでは、この図表からでは主桁の曲げ剛性 EJ_{y2} の $1/3$ 以上であればよいことになるが、横桁の桁高は主桁下フランジの横振れ現象の防止をするための役割をさせるためにも十分な高さを必要とするからニー・ブレーシングの併用などは効果的であると思われる。

(3) 横桁本数による特性とその考察

曲線格子桁は剛な横桁によって連結されてその特性を発揮するわけであるが、曲線格子桁の曲げモーメントが横桁の本数およびその配置位置によってどのような影響をうけるか、また曲げモーメントの分配率が橋軸方向の格点位置によってどのような変化があるかなどを解明せんとするものである。本文では議論の繁雑さを避けるために、閉じ断面と開き断面とに分類し、格子形状比、桁の剛度を一定としてヒンジ結合と剛な結合につき考察したものである。

横桁の配置は支間 $l=R\cdot\phi$ を 12 分割にして、各格点(1・2・…・11)に位置するものとした。したがって、支間中央点(格点6)には常に1本配置されている。これは、荷重分配作用上非常に効果的であることからの配慮である。

なお、格子形状比 $R\cdot\phi/a$ 等を固定しているために定量的な判断は絶対的なものにはならないが定性的な判断、特に横桁本数による分配率の変化の傾向はほとんど変

わらない。

図-23 および 図-24 は閉じ断面の場合、横桁の配置数による曲げモーメント分配率を示したものである。

ヒンジ結合および剛な結合のいずれの場合においても、結合状態により分配率の大きさには違いがあるが、横桁本数を5本以上配置すれば、各格点とも一様な分配率になっている。

ここで、横桁を5本以上配置すれば、各横桁間は5m以内になることに考慮を払っていることから、それ以上に配置してもほとんど変化がないことも示されている。

一般に、ヒンジ結合の場合には外主桁と内主桁の分配率は中主桁に比べ悪くなっている(このことはいずれの

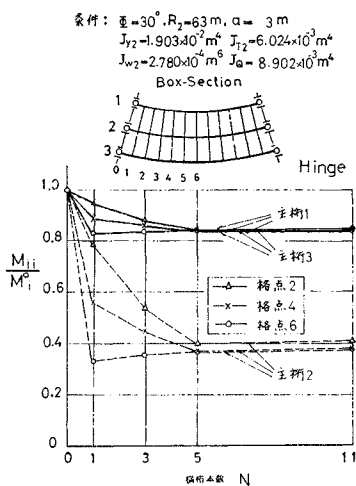


図-23

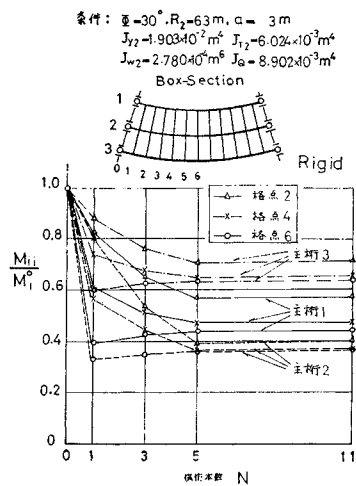


図-24

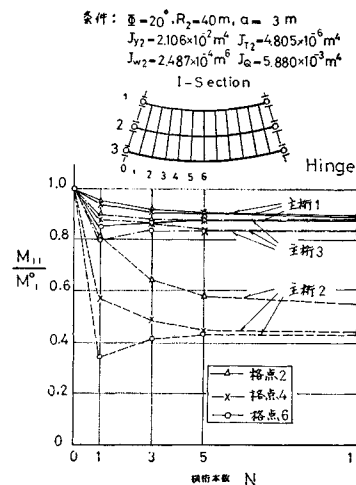


図-25

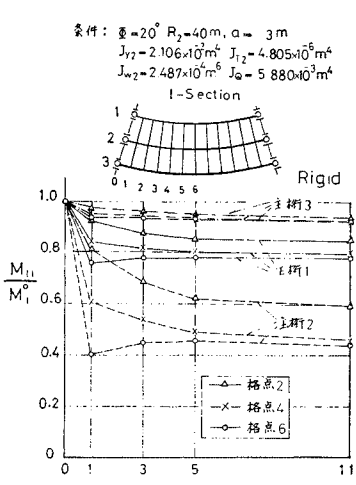


図-26

図表においても示されている)。

図-25 および 図-26 は開き断面の場合、横桁の配置数による曲げモーメント分配率を示したものである。

支間中央付近の格点では横桁本数を3本以上配置すれば、それ以上密に配置しても曲げモーメント分配率はほとんど一定である。橋端付近の格点では中桁(主桁2)の分配率がやや悪く、他の主桁のように各格点ともほぼ一致ということにはなっていない。ここで、開き断面では横桁を3本以上配置すると各横桁間は4m以内になっている。また、ヒンジ結合と剛な結合とを比較してみると、各主桁の曲げモーメント分配率の形態はほとんど同じである。これはヒンジ結合と仮定して構造解析しても大きな差にはならないことを定性的に示している。

(4) 主桁と横桁の結合仮定について

曲線主桁と横桁との結合は、実状ではほとんど剛な結合となっている。しかし、構造解析上の仮定としてヒンジ結合と仮定することもできると考えられるので、既述の構造特性においては、剛な結合とヒンジ結合とに分類して考察してきたものである。したがって(1)~(3)節の中においては、結合条件による特性をも述べられているが、ここでは構造解析上、どのようなときにヒンジ結合と仮定できるかを考察してみた。

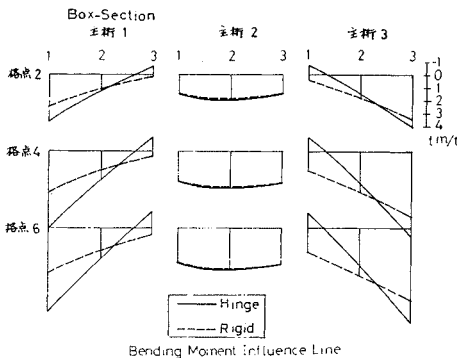


図-27

図-27 は閉じ断面曲線主桁の場合における、格点2, 4, 6の曲げモーメント影響面横断面分布を示したものである。 $\phi=30^\circ$, $R_2=63\text{ m}$, $a=3\text{ m}$ で横桁本数5本の場合である。ヒンジ結合と剛な結合を比較すると主桁2(中主桁)はほぼ一致しているが、主桁1(内主桁)と主桁3(外主桁)とで各格点とも大きな差異が認められる。

図-28 は開き断面曲線主桁の場合における、格点2, 4, 6の曲げモーメント影響面横断面分布を示したものである。 $\phi=20^\circ$, $R_2=40\text{ m}$, $a=3\text{ m}$ で横桁本数5本の場合である。開き断面の場合には各主桁、各格点において

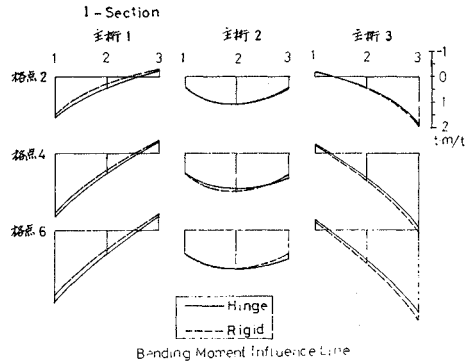


図-28

も曲げモーメント分配線の形態はほとんど同じである。

このことから開き断面主桁を用いた曲線格子桁の断面寸法の算定には構造解析上ヒンジ結合と仮定して差支えないことがわかる。ただし、特に注意せねばならないことは開き断面はねじれ剛性 GJ_{Ti} が小さいために、曲げねじれによる直応力度が大きくなること、さらに変形がやや大きくなることなどにより十分に密に横桁を配置することが必要である。

閉じ断面主桁を用いる場合には剛な結合として構造解析をしなければならないことはもちろんである。

4. 結 論

曲線橋の合理的な設計を意図するには数多くの資料を参考にして計画・設計することが望ましい。このような意味において、特定の資料のみでなく、総括的に行なった研究が望まれるわけである。本文においては、単純曲線桁については曲率による影響と断面定数による影響を調べ、曲線格子桁については主に荷重分配率という概念を導入して考察を加えたものである。曲線格子桁には多くのパラメーターがあって、定量的な判断を下すにはなかなかむずかしい面があり、定性的な判断になりがちである。しかし、必ずしも総括的な考察とは思われぬ、あるいは定量的な結論を下すには資料不足の感があるとの批判も少しは意識して、膨大な資料のなかから得られる結論を述べると次のとおりである。

- 1) 曲線橋は曲率の影響のためにあまり大きな中心角 ϕ は避けるべきである。
- 2) 曲線橋ではねじれ剛性 GJ_T の影響が大きく、開き断面 (GJ_T が小さい) と閉じ断面 (GJ_T が大きい) とではその変形に大きな差異がある。曲げねじれ剛性 EJ_o の影響は開き断面に大きな影響を与え、曲げねじれ剛性 EJ_o を無視できない。閉じ断面ではその影響が小さく、特に正方形断面に近い場合にはほとんど無視してよい。

集中荷重が作用する閉じ断面では、 $\lambda\phi = \sqrt{GJ_T/EJ_\omega} \cdot R\phi = 60$ 以上のときは曲げねじれ剛性を無視してよいと思われるし、 $\lambda\phi$ が小さいと曲げねじれ剛性は無視できないことはいうまでもない。

3) 曲率半径 R が大きく、主桁間隔 a が小さい場合には横断面内の変形を無視することができる。これは曲線格子桁全体を一本の曲線桁として計算できることを意味する。

4) 主桁に開き断面を使用する範囲は $\phi = 40^\circ$ 以内とし、 $R \cdot \phi/a = 10$ 以内が適当かと思われる。この時、 $\phi =$ 一定とすれば、 R/a なる比に対して相似律が成立している。

5) 各主桁間の剛度比は主桁相互間に均等に荷重が分配されるためにも適切な配分が必要である。これは格子形状比 $R \cdot \phi/a$ にも左右されるので定量的な結論がむずかしいけれど実状を考えると、1~2 の間で加減することが適切かと思われる。

6) 並列主桁曲線橋の外主桁は大きな曲げモーメントをうけているが、それだけ外主桁の剛度を増しても分配される曲げモーメントはさらに過大になることに留意すべきである。

7) 横桁の曲げ剛性 EJ_Q は実状では直線橋の場合より大きな横桁を用いているが、ニー・ブレーシングを併用することにより、横桁の曲げ剛性 EJ_Q を小さくすることができる。

8) 横桁本数は支間中央点に必ず1本配置し、横桁間隔を5m以内にしような配置が望ましい。I形主桁断面を使用した場合には横桁間隔を密にするべきである

う。小支間曲線橋においては、横桁の曲げ剛性 EJ_Q の影響を考慮すれば、一部を対傾構によってかえても、ある程度の剛度を確保できるものと思われる。

9) I形主桁断面曲線橋は支間の小さい場合には経済的なものとなり得る。また、この種の曲線格子桁の断面算定には主桁と横桁をヒンジ結合と仮定した構造解析法を適用できる。

最後に本研究の膨大な計算は北海道大学中型計算機センターのALCON II (NEAC 2203 G) および大型計算機センターのFACOM 230-60を使用したことを付記する。

本報告作成にあたりご助言を賜った北海道大学工博渡辺 昇教授に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 倉西 茂：曲線格子桁の解法，土木学会論文集 76号，昭和 36.9，p. 13.
- 2) 小西一郎・小松定夫：単純支持曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集 90号，昭和 38.2，p. 11.
- 3) 小松定夫：曲線並列桁橋の実用計算式，土木学会論文集 93号，昭和 38.5，p. 1.
- 4) 小松定夫：曲線橋の力学的考察，カラム 35号，昭和 45.3，p. 35.
- 5) 稼農知徳：曲線格子桁の実用解析法，土木学会論文報告集 189号，昭和 46.5，p. 1.
- 6) 稼農知徳：並列箱桁曲線橋の解法，土木学会論文報告集 189号，昭和 46.5，p. 13.
- 7) Curt F. Kollbrunner und Konrad Basler：Torsion，Springer Verlag，1966，p. 191.
- 8) Ryszard Dabrowski：Gekrümmte dünnwandige Träger，Springer Verlag，1968.

(1971.4.8・受付)