

## 斜支持曲線箱桁橋の静的特性の解析\*

STATICAL ANALYSIS OF CURVED SKEW BOX GIRDER BRIDGES

小松 定夫\*\*・中井 博\*\*\*・中西 正昭\*\*\*\*  
By Sadao Komatsu, Hiroshi Nakai and Masaaki Nakanishi

### 1. まえがき

曲線桁橋の静力学的特性は、今までにも数多くの研究が行なわれており<sup>1)~5)</sup>、今日では電子計算機の使用の普及に伴って、設計計算も容易に行なえるようになってきた。しかしながら、これらの研究は、支承が同一の線上(半径方向)に取り付けられた曲線桁橋を対象としているために、最近特に市街部の高架橋に建設される機会が多い斜支持曲線桁橋に対しては、無条件にそれらの理論を適用することはできない。

このような斜支持曲線桁に関する研究は、あまり多くはない、まず、文献1)を基にして連続斜支持曲線桁橋を解析したものや<sup>6)</sup>、それを斜支持曲線格子桁橋に拡張した研究<sup>7)</sup>などがある。また、応力法を用いて解析したものに、高田・新延・林の研究<sup>8)</sup>がある。一方、最近では、Transfer matrix法<sup>9)</sup>が広く利用されるようになり、曲線桁橋についても種々解析が行なわれてきており<sup>10)~14)</sup>、深沢<sup>14), 15)</sup>はこの方法を活用して任意形状の斜支持曲線桁橋の解析を試みている。

本研究は、著者らが先に行なった斜支持箱桁橋(直線桁橋)の理論的・実験的研究<sup>16)</sup>をもとにし、斜支持された曲線桁橋にその解析方法を拡張し、Transfer matrix法によって斜支持曲線桁橋の静的特性を解析したものである。しかし、この研究では、従来の斜橋の解析<sup>17)~18)</sup>のように、斜支承のところが剛な横軸で支持された骨組系に置換せずに、斜支承部を有限の要素に分割し、弾性体として解析を行なうので、精度の高い実際的な解析が可能であり、また斜支承部の曲線桁としての局部的な断面力や変形量も求めることができるものである。

数値計算例として、種々な平面形状を有する単純斜支

持曲線箱桁橋について断面力や変形量にどのような変化が現われるかを示し、設計上参考となる資料を提供する。また、斜支持連続曲線桁橋について、文献6)による値と本文による値とを比較し、本文の方法によっても十分な精度が得られることを示す。

さらに、若干の模型実験結果を示し、本文の解析方法の妥当性をあらゆる点から検討するものである。

### 2. 仮定と記号

#### (1) 解析上の仮定

斜支持曲線桁橋では、曲率の影響によって生ずるねじりモーメントのほかに、斜支持されたことによるねじりモーメントが発生するので、ねじりモーメントの合計は直線桁橋と比較すると著しく大きくなる。したがって、断面形状はねじりに対して剛な箱桁にするのが望ましい。図-1はこのような箱形断面を有し、任意の平面形状の斜支持曲線箱桁橋を示す。

まず、橋端の斜隅角部のところは、図中斜線をほどこした第k番目の要素のように、曲率中心Oを通る半径方向の隣接する切断面によって要素を切り出す(要素はそのパネルで一定断面とする)。そのとき、橋端には十

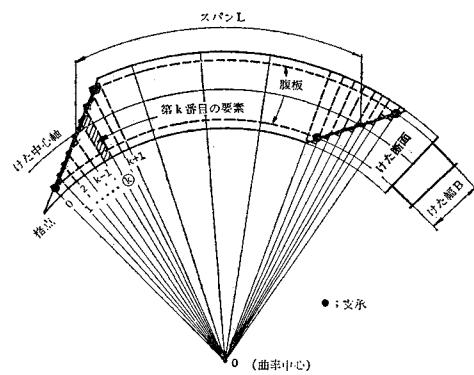


図-1 要素の分割方法

\* 土木学会第25回年次学術講演会で発表、I-4(昭45.11)

\*\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科教室

\*\*\* 正会員 工修 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科教室

\*\*\*\* 正会員 工修 大阪市土木局 橋梁課

分剛な隔壁が入っているので、要素の横断面方向の変形は十分防止されているものとする。

したがって、各要素は曲げとねじりを受ける棒部材として挙動するものとするが、図-1 中に示すように1室の箱桁を対象とするので、曲げねじりの影響は無視し、単純ねじり理論によって解析を進める。なお、変形量の連続条件、ならびに、断面力のつり合いは、すべて各要素のせん断中心  $S$  上で考えることにする。

## (2) 記号

図-2 は、(1) で述べたようにして分割された曲線部材要素を示す。この要素の中心角を  $\phi$ 、せん断中心軸上による曲率半径を  $R_s$  とすれば、部材長  $l$  は、

$$l = R_s \phi \dots \dots \dots (1)$$

である。

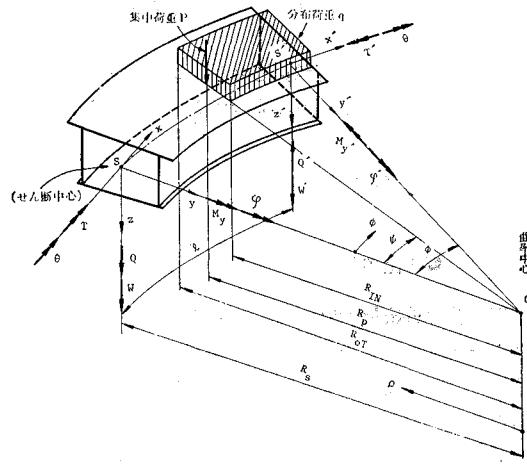


図-2 座標系と断面力、変形量

まず、座標系としてせん断中心  $S$  において右手系座標  $(x, y, z)$  をとる。一方、補助座標として曲座標  $(\rho, \phi)$  を考える。そして、これらの軸上に作用する変形量、ならびに、断面力を以下のように定義する。

$w$  : たわみ

$\theta$  : 断面回転角

$\varphi$  : たわみ角

$M$  : 曲げモーメント

$T$  : ねじりモーメント  $Q$  : せん断力

ただし、曲げモーメント、せん断力の符号は、一般構造力学の定義と異なるので注意を要する。

また、荷重状態は図-2 に示すように集中荷重  $P$  と等分布荷重  $q$  を考えるが、

$R_p$  : 集中荷重載荷点の曲率半径

$R_{OT}$  : 分布荷重の外側縁の曲率半径

$R_{IN}$  : 分布荷重の内側縁の曲率半径

$\psi$  : 左端から載荷点までの中心角とする。

材料や断面定数を表わすために、

$E$  : ヤング係数

$G$  : せん断弾性係数

$I$  : 断面2次モーメント

$J$  : ねじり抵抗係数

とする。

なお、以上の諸量には格点番号を表わすサフィックス  $k$  をつける。さらに、断面力・変形量には、部材の左端あるいは右端を表わすために、それぞれ、サフィックス  $o$ ,  $l$  をつける。また、サフィックス  $c$  をつけたものは、無次元化をするための基準量とする。

## 3. 基本式

### (1) Field transfer matrix

Field transfer matrix を求める場合、荷重項を含めて考えてもよいが、本文では簡単のために基礎微分方程式の解を一般解（荷重項なし）と特解（荷重項）とに分離して考えることにする。

#### a) 一般解

図-3 は第  $k$  番目の曲線部材より、微少要素  $d\ell_k = R_{s,k} d\phi_k$  を切り出したものであるが、まず、断面力  $M_k, T_k, Q_k$  のつり合いを考えると次式が得られる。

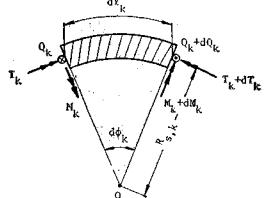


図-3 断面力のつり合い

$$\frac{dM_k}{d\phi_k} + T_k = Q_k R_{s,k}, \quad \frac{dT_k}{d\phi_k} = M_k, \quad \frac{dQ_k}{d\phi_k} = 0 \quad \dots \dots \dots (2)_{1 \sim 3}$$

ここで、式 (2)<sub>1~3</sub> より

$$\frac{d^2 M_k}{d\phi_k^2} + M_k = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

が得られるが、これを解き、第  $k$  番目のパネルの右端における曲げモーメント  $M_{k,l}$  を左端の曲げモーメント  $M_{k,o}$ 、ねじりモーメント  $T_{k,o}$ 、およびせん断力  $Q_{k,o}$  によって表わせば、

$$M_{k,l} = M_{k,o} \cos \phi_k - T_{k,o} \sin \phi_k \\ + Q_{k,o} R_{s,k} \sin \phi_k \quad \dots \dots \dots (4)$$

が得られる。

せん断力は、式 (2)<sub>3</sub> より明らかに

$$Q_{k,l} = Q_{k,o} \dots \dots \dots (5)$$

となる。

したがって、ねじりモーメントに関しては、

$$T_{k,l} = Q_{k,o} R_{s,k} - \frac{dM_k}{d\phi_k} \quad \dots \dots \dots (6)$$

より、次式が得られる。

$$T_{k,l} = M_{k,o} \sin \phi_k + T_{k,o} \cos \phi_k \\ + Q_{k,o} R_{s,k} (1 - \cos \phi_k) \quad \dots \dots \dots (7)$$

次に、変形量に関しては 図-4 より、次の関係式が得

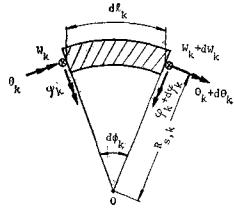


図-4 変形量

られる。

$$\left. \begin{aligned} E_k I_k \left( \frac{d\varphi_k}{dl_k} + \frac{\theta_k}{R_{s,k}} \right) &= -M_k \\ G_k J_k \left( \frac{d\theta_k}{dl_k} - \frac{\varphi_k}{R_{s,k}} \right) &= -T_k \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 $\varphi_k$  はたわみ角を意味し

$$\varphi_k = -\frac{dw_k}{R_{s,k} d\phi_k} \quad \dots \dots \dots (9)$$

とする。

式 (8)～(9) よりたわみ角  $\varphi_k$  に対する微分方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi_k}{R_{s,k}^2 d\phi_k^2} + \frac{\varphi_k}{R_{s,k}^2} \\ = -\frac{1}{E_k I_k} \frac{dM_k}{R_{s,k} d\phi_k} + \frac{1}{R_{s,k}} \frac{T_k}{G_k J_k} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (10)$$

になる。これを解いて、同様な方式で表わせば、次のようになる。

$$\begin{aligned} \varphi_{k,l} &= -\theta_{k,0} \sin \phi_k + \varphi_{k,0} \cos \phi_k \\ &+ M_{k,0} R_{s,k} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \right. \\ &\cdot (\sin \phi_k - \phi_k \cos \phi_k) - \frac{1}{E_k I_k} \sin \phi_k \Big\} \\ &+ T_{k,0} \left\{ \frac{R_{s,k}}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \right. \\ &\cdot \phi_k \sin \phi_k \Big\} + Q_{k,0} R_{s,k}^2 \left\{ \frac{1}{G_k J_k} (1 - \cos \phi_k) \right. \\ &- \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \phi_k \sin \phi_k \Big\} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

したがって、断面回転角  $\theta_k$  は式 (8)<sub>2</sub> より、次のようにして求めることができる。

$$\begin{aligned} \theta_{k,l} &= \int_0^{\phi_k} R_{s,k} \left( -\frac{T_k}{G_k J_k} + \frac{\varphi_k}{R_{s,k}} \right) d\phi_k + C_1 \dots \dots \dots (12) \\ (C_1: \text{積分定数}) &= \theta_{k,0} \cos \phi_k \end{aligned}$$

すなわち、

$$\begin{aligned} \theta_{k,l} &= \theta_{k,0} \cos \phi_k + \varphi_{k,0} \sin \phi_k - M_{k,0} R_{s,k} \\ &\cdot \left\{ \frac{\phi_k}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \phi_k \sin \phi_k \right\} \\ &+ T_{k,0} R_{s,k} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \right. \\ &\cdot (\sin \phi_k - \phi_k \cos \phi_k) - \frac{1}{G_k J_k} \sin \phi_k \Big\} \\ &- Q_{k,0} R_{s,k}^2 \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \right. \\ &\cdot (\sin \phi_k - \phi_k \cos \phi_k) \Big\} \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

である。

最後に、たわみ  $w_k$  は、

$$w_{k,l} = -\int_0^{\phi_k} R_{s,k} \varphi_k d\phi_k + C_2 \dots \dots \dots (14)$$

( $C_2$ : 積分定数 =  $w_{k,0}$ )

より求められ、

$$\begin{aligned} w_{k,l} &= w_{k,0} - \theta_{k,0} R_{s,k} (\cos \phi_k - 1) - \varphi_{k,0} R_{s,k} \sin \phi_k \\ &+ M_{k,0} R_{s,k}^2 \left\{ \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \right. \\ &\cdot \left( \cos \phi_k + \frac{\phi_k}{2} \sin \phi_k \right) - \frac{1}{E_k I_k} \cos \phi_k \\ &- \frac{1}{G_k J_k} \Big\} - T_{k,0} \left\{ \frac{R_{s,k}^2}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) \right. \\ &\cdot (\sin \phi_k - \phi_k \cos \phi_k) \Big\} - Q_{k,0} R_{s,k}^3 \\ &\cdot \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_k I_k} + \frac{1}{G_k J_k} \right) (\phi_k \cos \phi_k - \sin \phi_k) \right. \\ &+ \frac{1}{G_k J_k} (\phi_k - \sin \phi_k) \Big\} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

となる。

ここで、変形量および断面力を次式によって無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{P_c R_c^3}{E_c I_c} w^*, \quad \theta = \frac{P_c R_c^2}{E_c I_c} \theta^* \\ \varphi &= \frac{P_c R_c^2}{E_c I_c} \varphi^*, \quad M = P_c R_c M^* \\ T &= P_c R_c T^*, \quad Q = P_c Q^* \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

さらに、無次元パラメーターとして、次式を導入する。

$$a_k = \frac{G_k J_k}{E_k I_k}, \quad g_k = \frac{E_c I_c}{E_k I_k} \dots \dots \dots (17)$$

そして、第  $k$  ネルの左端の状態ベクトルを  $\mathbf{y}_{k,0}^*$ 、右端の状態ベクトルを  $\mathbf{y}_{k,l}^*$  と表わし、

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{k,0}^* &= \{w_{k,0}^*, \theta_{k,0}^*, \varphi_{k,0}^*, M_{k,0}^*, T_{k,0}^*, Q_{k,0}^*, 1\} \\ \mathbf{y}_{k,l}^* &= \{w_{k,l}^*, \theta_{k,l}^*, \varphi_{k,l}^*, M_{k,l}^*, T_{k,l}^*, Q_{k,l}^*, 1\} \end{aligned} \dots \dots \dots (18)$$

とすれば、

$$\mathbf{y}_{k,l}^* = \mathbf{F}_k^* \mathbf{y}_{k,0}^* \dots \dots \dots (19)$$

が得られる。

ここで、 $\mathbf{F}_k^*$  は求める曲線部材の field transfer matrix であり、次式によって表わされる。

$$\mathbf{F}_k^* = \begin{bmatrix} 1 & a_{1,2}^* & a_{1,3}^* & a_{1,4}^* & a_{1,5}^* & a_{1,6}^* & \tilde{w}_k^* \\ 0 & \cos \phi_k & \sin \phi_k & a_{2,4}^* & a_{2,5}^* & a_{2,6}^* & \tilde{\theta}_k^* \\ 0 & -\sin \phi_k & \cos \phi_k & a_{3,4}^* & a_{3,5}^* & a_{3,6}^* & \tilde{\varphi}_k^* \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi_k & -\sin \phi_k & a_{4,6}^* & \tilde{M}_k^* \\ 0 & 0 & 0 & \sin \phi_k & \cos \phi_k & a_{5,6}^* & \tilde{T}_k^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \tilde{Q}_k^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (20)$$

ただし、式(20)の第7列目は、(2)で述べる荷重項である。要素  $a_{i,j}^*$  は、

$$\left. \begin{aligned} a_{1,2}^* &= \frac{R_{s,k}}{R_c} (1 - \cos \phi_k) = a_{5,6}^* \\ a_{1,3}^* &= -\frac{R_{s,k}}{R_c} \sin \phi_k = -a_{4,6}^* \\ a_{1,4}^* &= \frac{g_k}{2\alpha_k} \left( \frac{R_{s,k}}{R_c} \right)^2 \{ (1 + \alpha_k) \phi_k \sin \phi_k \\ &\quad + 2 \cos \phi_k - 2 \} = -a_{3,6}^* \\ a_{1,5}^* &= \frac{1 + \alpha_k}{2\alpha_k} g_k \left( \frac{R_{s,k}}{R_c} \right)^2 (\phi_k \cos \phi_k - \sin \phi_k) \\ &= a_{2,6}^* \\ a_{1,6}^* &= \frac{g_k}{2\alpha_k} \left( \frac{R_{s,k}}{R_c} \right)^3 \{ (3 + \alpha_k) \sin \phi_k \\ &\quad - (1 + \alpha_k) \phi_k \cos \phi_k - 2 \phi_k \} \\ a_{2,4}^* &= -\frac{1 + \alpha_k}{2\alpha_k} g_k \frac{R_{s,k}}{R_c} \phi_k \sin \phi_k = -a_{3,5}^* \\ a_{2,5}^* &= \frac{g_k}{2\alpha_k} \left( \frac{R_{s,k}}{R_c} \right) \{ (\alpha_k - 1) \sin \phi_k \\ &\quad - (\alpha_k + 1) \phi_k \cos \phi_k \} \\ a_{3,4}^* &= \frac{g_k}{2\alpha_k} \left( \frac{R_{s,k}}{R_c} \right) \{ (1 - \alpha_k) \sin \phi_k \\ &\quad - (\alpha_k + 1) \phi_k \cos \phi_k \} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

である。

### b) 特解(荷重項)

式(20)の荷重項は、基礎微分方程式(2),(8)の特解である。たとえば、図-5, 6 に示す載荷状態に対しては、次のようにして容易に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\theta}_k}{d\phi_k} &= \int_{R_{IN}}^{R_{OT}} P_0 \delta(\phi_k - \psi_k) d\rho_k; \text{ (図-5)} \\ &= \int_{R_{IN}}^{R_{OT}} q \rho_k U(\phi_k - \psi_k) d\rho_k; \text{ (図-6)} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\tilde{M}_k}{d\phi_k^2} + \tilde{M}_k &= \frac{P_0}{R_{s,k}} L_{1,k} \delta(\phi_k - \psi_k); \text{ (図-5)} \\ &= q L_{2,k} U(\phi_k - \psi_k); \text{ (図-6)} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} L_{1,k} &= \frac{R_{s,k}}{2} (R_{OT,k}^2 - R_{IN,k}^2) \\ L_{2,k} &= \frac{1}{3} (R_{OT,k}^3 - R_{IN,k}^3) \\ L_{3,k} &= R_{s,k}^2 (R_{OT,k} - R_{IN,k}) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

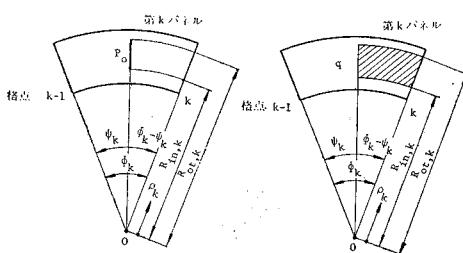


図-5 半径方向線荷重

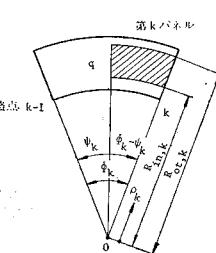


図-6 部分等分布荷重

とし、 $\delta$ ,  $U$  はそれぞれ Dirac の delta function, および、Unit step function とする。

このようにして求められた荷重項を、表-1~2 に示す。

なお、図-7~9 に示す荷重状態に対しては、表-1~2において次のように置けばよい。

### ① 集中荷重(図-7)

$$P_0 = P, L_{1,k} = R_{s,k} R_{p,k}, L_{3,k} = R_{s,k}^2, \text{ (表-1)} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

### ② 等分布満載荷重(図-8)

表-1 半径方向線荷重  $P_0$  (図-5)

荷重項	算定公式
$\tilde{w}_k^*$	$\frac{P_0 R_{s,k} g_k}{2 P_c R_c^3 \alpha_k} [L_{1,k}(\alpha_k + 1) (\sin(\phi_k - \psi_k) - (\phi_k - \psi_k))$ $\cdot \cos(\phi_k - \psi_k)) - 2 L_{3,k} (\phi_k - \psi_k) - \sin(\phi_k - \psi_k)]$
$\tilde{\theta}_k^*$	$\frac{P_0 g_k}{2 P_c R_c^2 \alpha_k} [-L_{1,k}(\alpha_k + 1) (\sin(\phi_k - \psi_k) - (\phi_k - \psi_k))$ $\cdot \cos(\phi_k - \psi_k)) + 2(L_{1,k} - L_{3,k}) \sin(\phi_k - \psi_k)]$
$\tilde{\varphi}_k^*$	$\frac{P_0 g_k}{2 P_c R_c^2 \alpha_k} [-L_{1,k}(\alpha_k + 1) (\phi_k - \psi_k)$ $\cdot \sin(\phi_k - \psi_k) + 2 L_{3,k} (1 - \cos(\phi_k - \psi_k))]$
$\tilde{M}_k^*$	$\frac{P_0 L_{1,k}}{P_c R_c R_{s,k}} \sin(\phi_k - \psi_k)$
$\tilde{T}_k^*$	$\frac{P_0}{P_c R_c R_{s,k}} (L_{3,k} - L_{1,k} \cos(\phi_k - \psi_k))$
$\tilde{Q}_k^*$	$\frac{P_0 L_{3,k}}{P_c R_s k^2}$

表-2 部分等分布荷重  $q$  (図-6)

荷重項	算定公式
$\tilde{w}_k^*$	$\frac{q R_{s,k} g_k}{2 P_c R_c^3 \alpha_k} [L_{2,k}(\alpha_k + 1) (2 - (\phi_k - \psi_k) \sin(\phi_k - \psi_k))$ $- 2 \cos(\phi_k - \psi_k) + L_{1,k} (2 - (\phi_k - \psi_k))^2$ $- 2 \cos(\phi_k - \psi_k)]$
$\tilde{\theta}_k^*$	$\frac{q R_{s,k} g_k}{2 P_c R_c^2 \alpha_k} [L_{2,k}(\alpha_k + 1) (-2 + (\phi_k - \psi_k) \sin(\phi_k - \psi_k))$ $+ 2 \cos(\phi_k - \psi_k) + 2 (L_{2,k} - L_{1,k}) (1 - \cos(\phi_k - \psi_k))]$
$\tilde{\varphi}_k^*$	$\frac{q R_{s,k} g_k}{2 P_c R_c^2 \alpha_k} [L_{2,k}(\alpha_k + 1) ((\phi_k - \psi_k) \cos(\phi_k - \psi_k)$ $- \sin(\phi_k - \psi_k)) + 2 L_{1,k} (-\sin(\phi_k - \psi_k) + (\phi_k - \psi_k))]$
$\tilde{M}_k^*$	$\frac{q L_{2,k}}{P_c R_c} (1 - \cos(\phi_k - \psi_k))$
$\tilde{T}_k^*$	$\frac{q}{P_c R_c} (L_{1,k} (\phi_k - \psi_k) - L_{2,k} \sin(\phi_k - \psi_k))$
$\tilde{Q}_k^*$	$\frac{q L_{1,k}}{P_c R_s k^2} (\phi_k - \psi_k)$

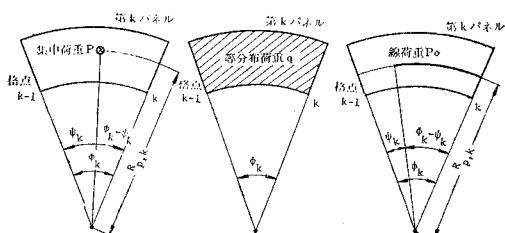


図-7 集中荷重

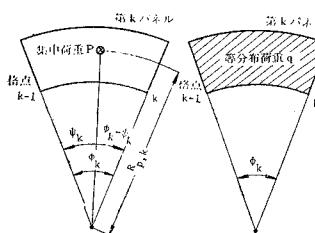


図-8 等分布満載荷重

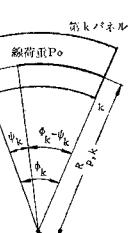


図-9 スパン方向の線荷重



$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{k,l}^* &= [\mathbf{Y}_{k,l}^* \mid \mathbf{Z}_{k,l}^*] \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}}_{1,0}^* \\ \mathbf{z}^* \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_{k+1,0}^* &= [\mathbf{Y}_{k+1,0}^* \mid \mathbf{Z}_{k+1,0}^*] \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}}_{1,0}^* \\ \mathbf{z}^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (39)$$

ここに、 $\bar{\mathbf{y}}_{1,0}^*$  は初期ベクトル（(3) で述べる）であり、 $\mathbf{z}^*$  は中間支点反力を表わすベクトルである。すなわち、

$$\mathbf{z}^* = \{A_1^* A_2^* \dots A_r^* \dots A_{r_n}^*\} \quad \dots \dots \dots (40)$$

( $r_n$  : 中間支点の総数)

また、

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{k,l}^* &= \mathbf{F}_{k,l}^* \mathbf{Y}_{k,0}^* \\ \mathbf{Z}_{k,l}^* &= \mathbf{F}_{k,l}^* \mathbf{Z}_{k,0}^* \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (41)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{k+1,0}^* &= \mathbf{P}_{s,k}^* \mathbf{Y}_{k,0}^* \\ \mathbf{Z}_{k+1,0}^* &= \mathbf{P}_{s,k}^* \mathbf{Z}_{k,0}^* + \mathbf{P}_{A,k}^* \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (42)$$

とする。

### (3) 境界条件

図-12 を参照して ( $k=0$  とみなす)，まず、桁左端における初期値を求めるとき、 $\bar{\mathbf{y}}_{1,0}^* = \{\theta_{1,0}^* \varphi_{1,0}^* Q_{1,0}^* 1\}$  となるが、これをマトリックス表示すると<sup>16)</sup> 次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{1,0}^* &= \begin{bmatrix} \theta_{1,0}^* & \varphi_{1,0}^* & Q_{1,0}^* & 1 \\ d_{1,1}^* & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{5,3}^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (43) \\ \mathbf{Z}_{1,0}^* &= \mathbf{0} \quad \dots \dots \dots (44) \end{aligned}$$

(7 行， $r_n$  列)

ここに、 $R_{A,0}$  を左端の支承の曲率半径とすれば、

$$\begin{aligned} d_{1,1}^* &= -(R_{s,1} - R_{A,0})/R_c \\ d_{5,3}^* &= (R_{s,1} - R_{A,0})/R_c \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (45)$$

( $R_{A,0}$  : 左端の支承の曲率半径)

である。

次に、第  $r$  番目の中間剛支点における境界条件は、

$$\mathbf{w}_{k,r}^* + \boldsymbol{\theta}_{k,r}^* (R_{s,k} - R_{A,r})/R_c = 0 \quad \dots \dots \dots (46)$$

を満足しなければならない。

最後に、斜支持曲線箱桁橋全体にわたる計算を次式によって行なう。

$$\mathbf{y}_{kn,l}^* = \mathbf{F}_k^* \mathbf{P}_k^* \mathbf{F}_{k-1}^* \dots \mathbf{F}_2^* \mathbf{P}_1^* \mathbf{F}_1^* \bar{\mathbf{y}}_{1,0}^* \quad \dots \dots \dots (47)$$

そして、右端における境界条件を考えると、次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{kn,l}^* + \boldsymbol{\theta}_{kn,l}^* \{(R_{s,kn} - R_{A,r_{n+1}})/R_c\} &= 0 \\ \mathbf{M}_{kn,l}^* &= 0 \\ \mathbf{T}_{kn,l}^* - \mathbf{Q}_{kn,l}^* \{(R_{s,kn} - R_{A,r_{n+1}})/R_c\} &= 0 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (48)$$

( $R_{A,r_{n+1}}$  : 右端の支承の曲率半径)

以上の式 (46) と (48) より、 $(3+r_n)$  個の未知数を容易に求めることができるので、式 (19) と (35) によって各点の状態ベクトルを知ることができる。なお、本文で曲率半径を無限大にするとその結果は、文献 16) に示すものと全く一致することはいうまでもない。

また、その他の詳細な計算方法やフローチャートは、文献 16) に示したので、ここでは省略する。

### 4. 数値計算例

#### (1) 単純斜支持曲線箱桁橋

まず、簡単な例として図-13 に示すような箱形断面（このような箱形断面の場合  $\beta = EI/GJ = 1.5$  となる）を有し、平面形状が図-14 に示すように 6 種の桁橋 ( $L/B = 9$ ,  $\phi = L/R_s = 1$  rad.,  $\delta = 45^\circ$ , ただし直線桁橋の場合  $R_s = \infty$ ) について種々な計算を行ない、斜支持による静的特性を比較する。

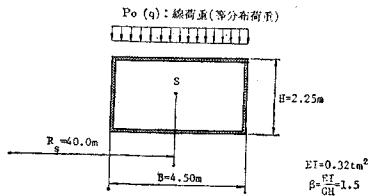


図-13 断面形状

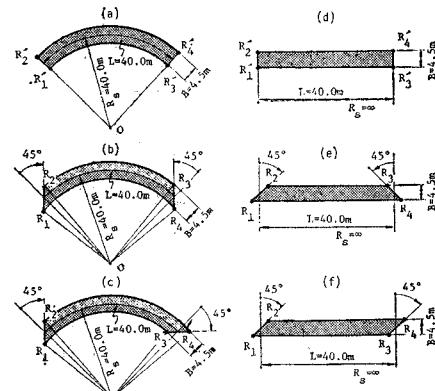
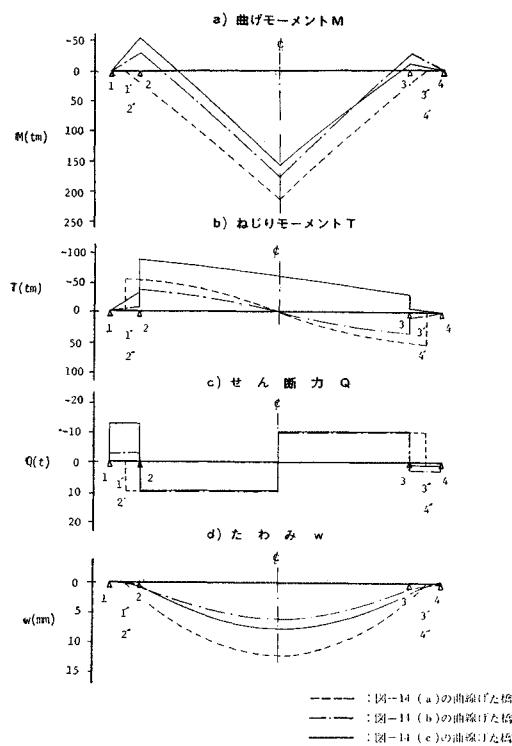
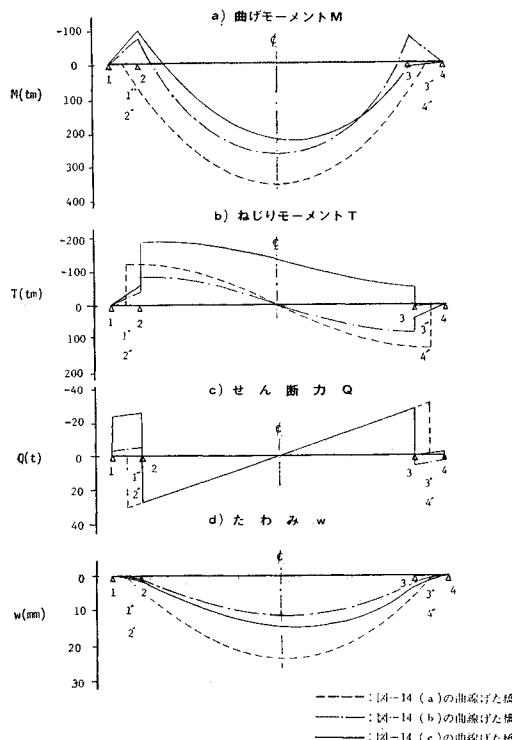


図-14 平面形状

荷重としては、図-13 中に示すように半径方向の線荷重  $P_o$  をスパン中央に載荷した場合と、等分布荷重  $q$  が満載した場合について考える。

数値計算を行なう際、斜橋端部の分割数  $m$  が問題になるが、曲線桁橋の場合でも、文献 16) に示したように  $m=10$  等分すれば、実用的に十分な精度を得ることができた。

断面力とたわみのスパン方向における変化状態（簡単

図-15 集中荷重による断面力とたわみ ( $P=5 \text{ t}/\text{m}$ )図-16 等分布荷重による断面力とたわみ ( $q=350 \text{ kg}/\text{m}^2$ )表-3 断面力とたわみ (線荷重  $P_0=5 \text{ t}/\text{m}$ )

形 式	反 力		曲げモーメント	ねじりモーメント	たわみ
	$R_1 (\text{t})$	$R_2 (\text{t})$	$M (\text{t}/\text{m})$	$T (\text{t}/\text{m})$	$w (\text{cm})$
曲線 桁橋	-7.4918	17.617	221.25	54.189	1.2101
	-3.0578	13.183	178.18	37.272	0.62660
	-13.228	23.188	154.19	85.467	0.75992
直線 桁橋	5.0625	5.0625	202.50	0.0	0.80838
	5.0625	5.0625	202.50	11.391	0.87567
	-3.6661	13.791	163.22	39.278	0.58766

表-4 断面力とたわみ ( $q=350 \text{ kg}/\text{m}^2$ )

形 式	反 力		曲げモーメント	ねじりモーメント	たわみ
	$R_1 (\text{t})$	$R_2 (\text{t})$	$M (\text{t}/\text{m})$	$T (\text{t}/\text{m})$	$w (\text{cm})$
曲線 桁橋	-10.501	42.002	351.90	118.13	2.3702
	-0.76402	32.197	261.35	77.008	1.11598
	-22.223	53.680	214.80	179.55	1.4624
直線 桁橋	15.750	15.750	315.00	0.0	1.5714
	15.750	15.750	315.00	36.773	1.7408
	-3.2199	34.720	228.28	88.034	1.0953

のために、曲線桁軸線は直線に引伸ばしてある)を図-15~16に示す。また、断面力とスパン中央におけるたわみとを表-3~4に示す。

表-3~4より明らかのように、斜支持された場合、各支承の反力を著しく異なるために、斜角部に負の曲げモーメントが発生し、スパン中央の曲げモーメントやたわみは、斜支持されていない曲線桁橋よりかなり減少する。ちなみに、図-14(a)と(c)の両橋についてこの減少率を求めるとき、30~40%にも達し、図-14(d)と(f)の直線桁橋の減少率20~30%より大きい。これは斜支持曲線箱桁橋の場合、パラメーター  $\beta = EI/GJ$  と  $L/B$  のほかに、曲率半径  $R_s$  による影響が現われるためである。これらのパラメーターによる静的特性の変化についても計算を行なったが、本文では省略する。

一方、図-14(a)と(c)の曲線桁橋について、ねじりモーメントを比較すれば、斜支持された場合には、ねじりモーメントの値が斜支持されていない場合より50~60%増大する。また、図-14(a)と(c)の曲線桁橋のねじりモーメントの差は、図-14(d)と(f)の直線桁橋の差よりも30~40%大きい。このように、斜支持曲線桁橋では曲率の影響によるねじりモーメントのほかに、斜支持されたことによるねじりモーメントも大きいので、断面力をできるだけねじりに対して剛な箱形断面にするのが望ましいようと思われる。

なお、せん断力に関しては、図-15(c)および、図-16(c)に示したように、斜支持された場合でもその最大値は、斜支持されていない場合とほとんど差はない。

最後に、図-14(c)の斜支持曲線桁橋は、非対称構造物であるので、断面力やたわみは桁中央に対して対称にならない。図-17~18には、参考のために反力、曲げ

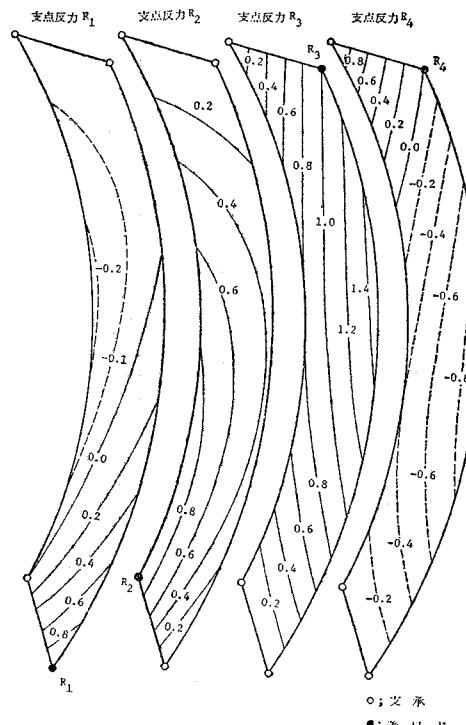


図-17 支点反力の影響面  
( $L=40\text{ m}$ ,  $B=4.5\text{ m}$ ,  $R_s=40\text{ m}$ ,  $EI/GJ=1.5$ )

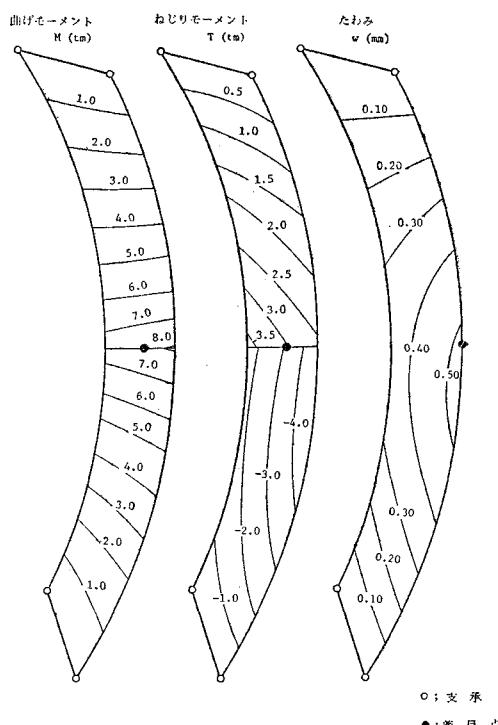


図-18 断面力、変形量の影響面  
( $L=40\text{ m}$ ,  $B=4.5\text{ m}$ ,  $R_s=40\text{ m}$ ,  $EI/GJ=1.5$ )

モーメント、たわみの影響面を示す。

## (2) 連続斜支持曲線桁橋

図-19 に示すように、3径間連続曲線桁橋の1つの中間支点が斜支持 ( $\theta=30^\circ$ ) された連続斜支持曲線桁橋(模型橋、平面・断面図の詳細は5. 参照)について、図示の載荷状態のもとにおける反力、曲げモーメント、たわみを計算したものを表-5~7に示す。

この表中には、文献6)による結果も併記してあるが、これと本文の方法によるものとを比較すると、両者はよく一致し、良好な結果が得られていることがわかる。若干の誤差は、文献6)の方法では曲げねじり理論に基づいているが、本文では単純ねじり理論によって求めたためであると思われる。しかしながら、この種の曲線箱桁橋の場合には、曲率半径を  $R_s$ 、ねじり剛性を  $G_s J$ 、曲げねじり剛性を  $E_s C_w$  とすれば、いわゆる

$$\alpha = \sqrt{\frac{G_s J}{E_s C_w}} \cdot R_s$$

値が、 $\alpha > 60$  になるので<sup>1), 10)</sup>、曲げねじりの影響を無視

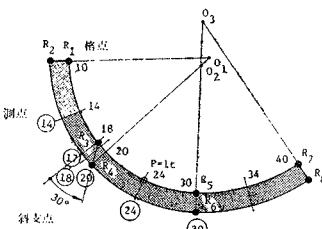


図-19 連続斜支持曲線箱桁橋

表-6 曲げモーメント (tm)

測点	⑦	⑨	⑩	⑫	⑬
文献6)の方法①	-0.10263	-0.09234	-0.05586	0.36133	-0.12995
本文の方法②	-0.10187	-0.09202	-0.05548	0.36234	-0.13012
②/① (%)	99.26	99.65	99.32	100.28	100.12

表-7 たわみ (cm)

解析方法	格点	内側腹板直下			外側腹板直下		
		14	24	34	14	24	34
文献6)の方法①	-0.0755	0.18499	-0.0733	-0.0880	0.1727	-0.1062	
本文の方法②	-0.0730	0.1813	-0.0709	-0.0868	0.1688	-0.1081	
②/① (%)	96.69	98.05	96.73	98.64	97.74	101.79	

表-5 支点反力 (t)

測点	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$	$R_7$	$R_8$
文献6)の方法①	-0.181	0.144	0.182	0.305	-0.010	0.634	-0.103	0.030
本文の方法②	-0.1795	0.1422	0.1896	0.2980	-0.005	0.6321	-0.1062	0.0333
②/① (%)	99.17	98.75	104.18	97.70	—	99.70	103.11	—

しても、実用的に十分正確な解析が行なえるものと思われる。

## 5. 模型実験

大阪市において長柄バイパス内に3径間の連続斜支持曲線箱桁橋が建設されたが、この橋梁は著しく曲率半径が小さく、また4つの支点のうち1つは取付道路の関係上、半径方向に対して30°の斜角をなしている。この種の斜支持曲線箱桁橋は、いままでもあまり例がないので、模型実験を行なって静的特性を調べることにした。

### (1) 模型桁

模型桁は、次元解析を行なって実橋の1/15になるよう寸法を決定した。平面図を図-20に示す。材料はSS41材を使用したが、最小板厚の関係上、断面は図-21に示すようにした。

表-8は実橋と模型桁の断面定数  $I_y$ ,  $J$ ,  $C_w$  を示すが、模型桁の諸量は、それぞれ、実橋の約  $(1/15)^4$ ,  $(1/15)^4$ ,  $(1/15)^6$  となっている。また、 $\beta = EI/GJ$  は、実

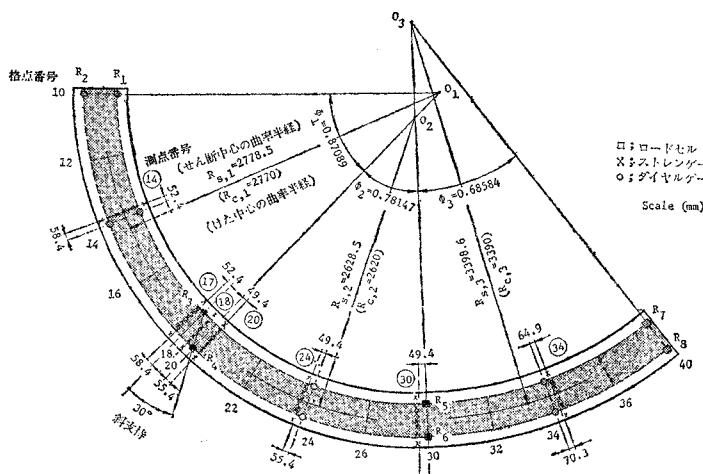


図-20 模型桁平面図

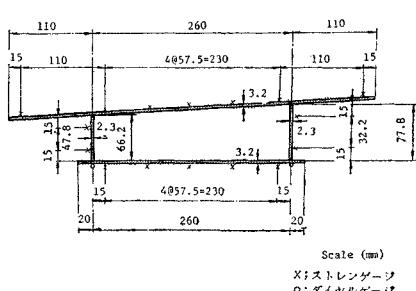


図-21 模型桁断面

表-8 断面定数

	断面定数	第1径間	第2径間	第3径間
実 橋	$I_y (\times 10^8 \text{ cm}^4)$	0.15855	0.15101	0.15117
	$J (\times 10^8 \text{ cm}^4)$	0.27872	0.27057	0.27013
	$C_w (\times 10^{11} \text{ cm}^6)$	0.49600	0.49578	0.49086
模 型	$I_y (\times 10^8 \text{ cm}^4)$	0.30640	0.30631	0.30668
	$J (\times 10^8 \text{ cm}^4)$	0.59402	0.59414	0.59369
	$C_w (\times 10^4 \text{ cm}^6)$	0.40535	0.40585	0.40381

橋、模型桁ともに約1.5となっている。

模型桁の断面変形を防止するために、橋端や各載荷点には隔板が入れてあるが、特に格点18, 20(図-20)の斜支承線上には、隔板を追加して補強した。

### (2) 実験方法

曲線桁橋では、一般に負反力が大きいので、支点の浮き上がりを防止する必要がある。この実験では、各支点上にビームを介して亜鉛ブロックを吊り下げ、この自重がプレロードを与えるようにした。

測定計器は、図-20, 21中に示すように取り付けたが、特にストレンゲージは斜支承近傍の断面⑦, ⑧, ⑨に集中して配列した。また、各支承にはロードセル(図-

20)を設置し、ひずみ、たわみ、ならびに反力を同時測定して、3者より実験結果を総合的に検討した。

荷重は3段階に分けて数回載荷した。このときの測定結果には、計器の零点移動などがあるので、まず、それらを測定時間に比例するものとして補正し、次に平均値や分散を求めた。さらに、各測定値とこの平均値とを比較して著しく差異があるときには、それを除外するための棄却検定を行ない、最確値を求めるようにした。したがって、以下に示す実測値(すべて荷重1t当たりの値に換算してある)には、十分な信頼性があるものと思われる。

### (3) 実験結果とその考察

#### a) 垂直応力分布

図-22~24は、斜支承近傍の断面⑦, ⑧, ⑨の垂直応力分布をプロットしたものの一例を示す。荷重は図示のように着目断面において、できるだけ大きい応力が生ずるように2点載荷した。さて、図中には本文の方法による計算結果も示してあるが、模型桁を構成する板が薄いことやshear lag現象<sup>20)</sup>が現われているために、フランジ中央部では実測値と計算値に若干の差異が認められる。

しかし、実測値と計算値との比を測点全体にわたって

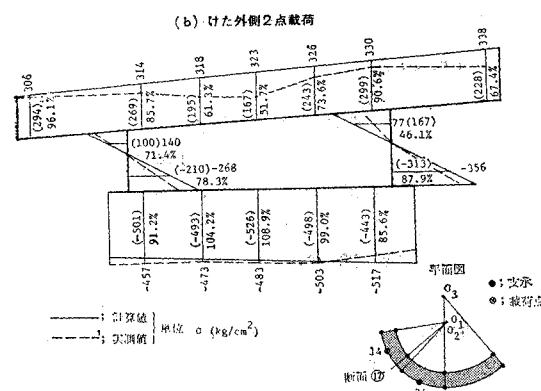
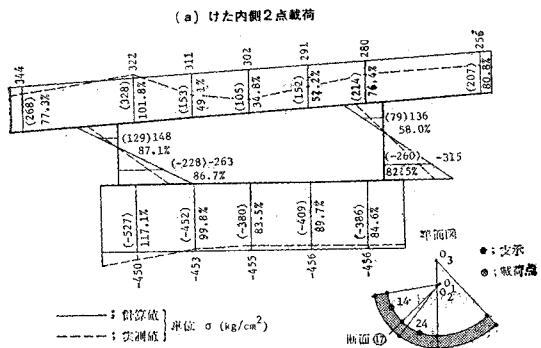


図-22 応力分布図(断面⑯)

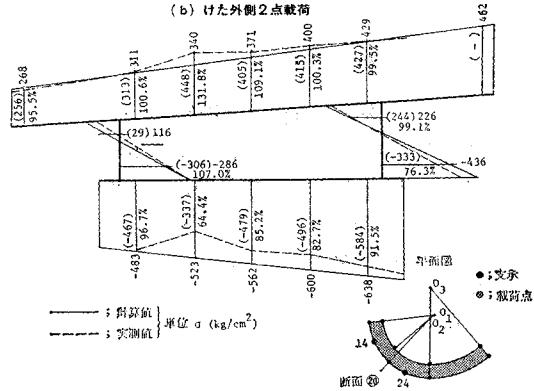
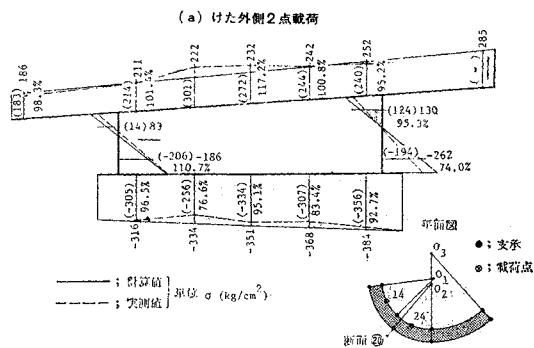


図-24 応力分布図(断面⑰)

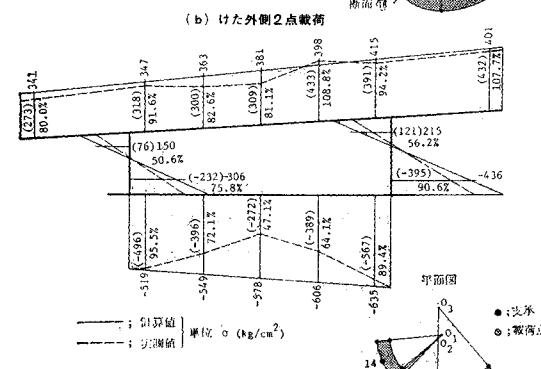
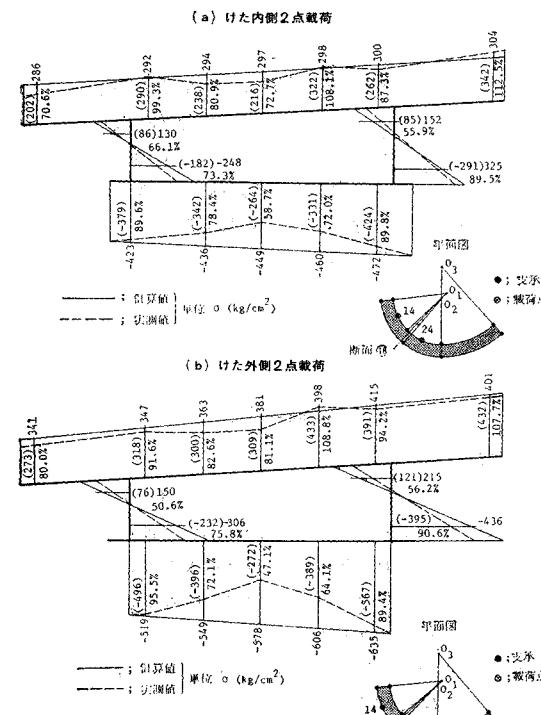


図-23 応力分布図(断面⑱)

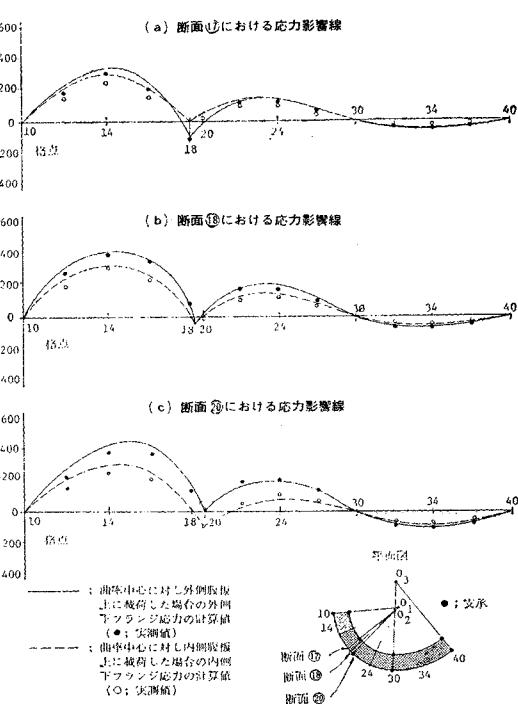


図-25 応力影響線

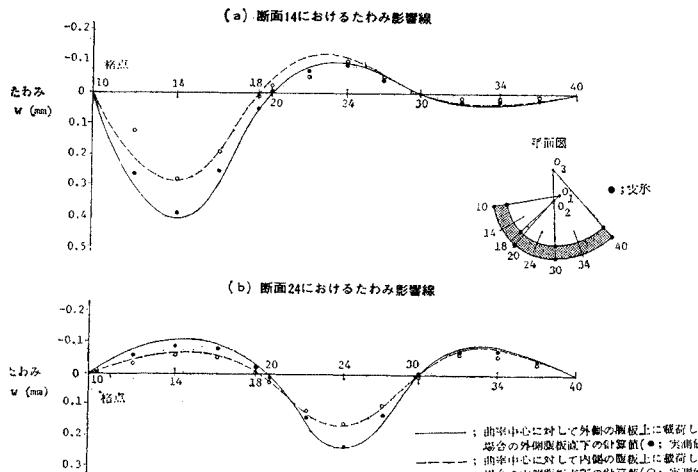


図-26 たわみ影響線

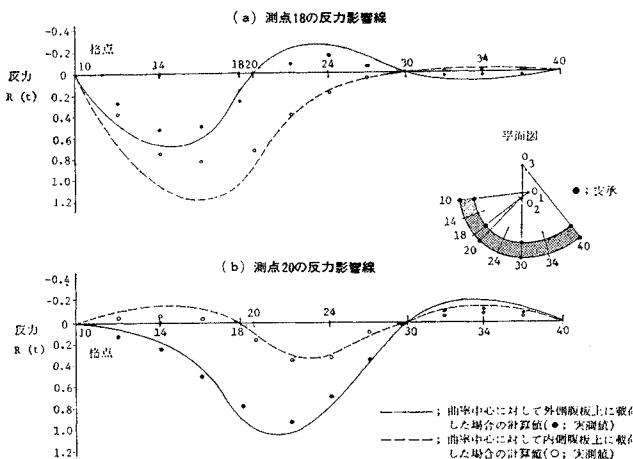


図-27 反力影響線

平均すると、80%以上の良好な結果が得られている。なお、参考のために曲げねじりによる垂直応力を求めてみれば<sup>⑯</sup>、曲げによる垂直応力の2%以下で非常に小さく、この種の曲線箱桁橋 ( $\alpha = \sqrt{G_s J / E_s C_w} \cdot R_s > 60$ ) では、本文のように曲げねじりを無視し、単純ねじり理論によって解析してもよいように思われる。

### b) 応力、たわみ、反力の影響線

影響線は、集中荷重を各格点に順次移動して載荷することによって求めた。まず、図-25は斜支承近傍の断面⑯、⑰、⑲の下フランジ腹板直下の応力影響線を示す。

次に、図-26はたわみの影響線の一例を示したものである。

また、図-27は斜支承18、20の反力影響線を示したものである。

以上の実験のほかに、各種の載荷状態についての応力、たわみ、反力を調べたが、いずれの場合にも計算値と実測値とは良好に一致した。したがって、本文の解析

方法の妥当性が実験によっても確認することができたものと思われる。

## 6. 結 言

本文は、先に著者らが行なった斜支持直線箱桁橋の解析方法<sup>⑯</sup>を、斜支持曲線箱桁橋に拡張したものである。解析は、曲げねじりの影響の少ない箱形断面を有する曲線桁橋 ( $\alpha = \sqrt{G_s J / E_s C_w} \cdot R_s > 60$ ) を対象として行なったが、電子計算機の使用に便利な Transfer matrix 法を活用した。したがって、任意に斜支持された曲線箱桁橋を解析するのに適した方法であると思われる。

数値計算例を若干示したが、斜支持曲線箱桁橋では、特に負反力が大きくなる。また、曲げモーメントは斜支持直線箱桁橋と同様に斜支持されていないものより減少する傾向があるが、ねじりモーメントは斜支持直線箱桁橋よりも著しく増大する。したがって、この種の斜支持曲線桁橋を設計する際は、以上の点に十分留意する必要がある。これらの静的特性は、(1) 斜角  $\delta$ 、(2) スパン  $L$  と桁幅  $B$  との比  $L/B$ 、(3) 断面定数によるパラメーター  $\beta = EI/GJ$  のほかに、(4) 曲率半径  $R_s$  によって左右されるが、その詳細については別の機会にゆずる。

最後に、3径間連続斜支持曲線箱桁橋について模型実験を行ない、種々な検討を加えたが、解析結果と実験結果とは良好な一致が見られた。したがって、本文の方法によって斜支持曲線箱桁橋の静的特性を十分明確にできるものと思われる。

本研究を行なうにあたり、いろいろご協力を得た大阪市土木局橋梁課、ならびに、日本橋梁（株）の関係各位に深甚の謝意を表する次第である。また、数値計算は大阪市立大学計算センター設置の Facom 270/30 によって行なったものであることを付記する。

## 参 考 文 献

- 1) 小松定夫・林 正：曲線箱桁の実用計算式、土木学会論文集、152号（昭.43.4）
- 2) 島田静夫・倉西 茂：曲り梁の計算式、技報堂（昭.41）
- 3) 渡辺 昇：曲線桁の理論と計算、技報堂（昭.42）
- 4) 深沢泰晴：せん断中心の不連続性を考慮した変断面曲線桁の解析、第14回橋梁構造研究発表会（昭.42.12）
- 5) 鷹羽信勝・成岡昌夫：変形法による任意形状の薄肉断面格子桁の解析、土木学会論文報告集、178号（1970-6）
- 6) 小松・近藤・磯尾・松川・川上：長柄バイパスの計画と

- 設計について、第 8 回日本道路会議論文集（昭. 40.10）および、大阪市立大学・大阪市土木局・日本橋梁株式会社；長柄バイパス曲線橋の実験的研究（昭. 40.3）
- 7) 小松定夫・林 正：斜支承を有する曲線格子桁橋の解析、土木学会論文集、156 号（昭. 43.8）
  - 8) 高田・新延・林：連続曲線桁橋における支点条件の影響についての考察、第 24 回土木学会 年次学術講演会概要集、I-137 (1966)
  - 9) 成岡昌夫・遠田良喜：伝達マトリックス法、日本鋼構造協会編、培風館（昭. 46）
  - 10) Schumpich, G. : Örsterreiches Ingenier Archiv. (1957), s. 194~225.
  - 11) Pestel, E.C. and Lekie F.A. : Matrix Method in Elastomechanics, McGraw-Hill (1963).
  - 12) Becker, G. : Der Stahlbau 34 (1965), s. 334~346 u. 369~377.
  - 13) Petersen, Ch. : Der Bauingenieur 41 (1966), s. 98~102.
  - 14) Vandippitte, D. : Eight Congress of IABSE, Theme IV, Sept. (1968).
  - 15) 深沢泰晴：斜角支持曲線桁橋の解析、第 22 回土木学会年次学術講演会概要集、I-137 (1969).
  - 16) 小松・中井・向山：斜支持箱桁橋の静的解析、土木学会論文報告集、189 号 (1971-5)
  - 17) Wansleben, F. : Der Stahlbau, Oct. (1955), s. 224~225.
  - 18) Homberg, H. und Marx, R.W. : Scheife Stäbe und Platten (1958)
  - 19) 橋・角永・山野・目加田：連続桁橋の模型実験、土木学会誌 52-6 (1967)
  - 20) 小松・中井・北田：曲線桁橋の Shear lag と有効幅に関する研究、土木学会論文報告集、191 号 (1971-7)  
(1971. 3. 22. 受付)
-