

振動平板と後流渦の干渉

INTERACTION BETWEEN AN OSCILLATING PLATE AND SHEDDING VORTICES

日野幹雄*・金子大二郎**
By Mikio Hino and Daijiro Kaneko

要旨 流れの中に平板の中心線を軸として角振動をする平板があるとき、平板の振動と後流渦の発生の周波数のロッキング現象を実験を主に研究した。平板の振動周波数 f_F と静止平板からの渦の発生周波数 f_{NS} が近い場合に渦の発生周波数が平板の強制振動数に引寄せられる1次のロッキング現象のほかに、 f_{NS} が f_F の整数倍に近い場合にも高次のロッキング現象があることが発見された。この現象を熱線風速計や煙による可視化により詳しく調べ、また“渦振子モデル”による理論的説明を行なった。

1. 序論

(1) 研究の背景

近年、土木建築関係の構造物が大型化・長大化するにつれて、これら構造物とこれを取りまく大気や海洋といった流体との相互干渉現象が注目されつつある。鈍な物体からは上下交互に渦が発生し、それにより物体は周期的変動揚力をうけ、物体と渦との共鳴振動の結果致命的な構造物の破壊に至ることは良く知られている。いわゆる Karman 渦による空力振動あるいは風琴振動と呼ばれるものである。

この現象は古くから知られており、物体が静止状態にある場合には、渦の発生周期は Strouhal 数=一定の関係により定まる。ところで、物体の振動系がやわで、渦との共振による変位が大きい場合には、両者の間に相互作用が生じ、渦作用を励起することも知られている。この現象に関する研究は最近いくつか見られるけれども、物体振動系と流体振動系がフィードバック系をしており、要因分析が困難なこと、ほとんどの研究が円柱を対

象としているために円柱表面に沿うはく離点の移動という自由度が加わり、このために、いまだ現象の解明が不十分である。

(2) 研究の歴史

風で弦や葉の落ちた樹の小枝が音を発する現象は古くから知られ、Aeolian(イオーリアン) tone と呼ばれた。これはギリシャ神話の風神 Aeolus から来ている。この Aeolian tone を利用した楽器として、風鳴琴 Aenian harp が古代にあった。ダビット王は Kithara(7~11弦の琴)を寝室につるし、夜の涼風を楽しんだと伝えられる。しかし、この現象が科学的に研究されたのは 1878 年の Strouhal の実験が最初である。彼は垂直に張ったワイヤをこれと平行な回転軸のまわりに回転させ、ワイヤの発する音の振動数・ワイヤの直径・ワイヤにあたる風速との間に、今日 Strouhal 数と呼ばれる無次元数が一定であるという関係を見出した。翌 1879 年、Rayleigh は風による弦の振動方向がそれまでの通説とは逆に、風と直角方向であることを発見した。1896 年には、彼は Aeolian tone が円柱の後流に発生する渦列の不安定によるものであることに気付いていたし、また Strouhal 数が Reynolds 数に関連することも指摘している。1908 年、Bénard も Aeolian tone と後流渦列(いわゆる Karman 渦)との関係を論じた。

(3) 研究の現況

Karman 渦とくに物体の振動との関連に関する研究の現況を述べよう。

Karman 渦が構造物の設計上、重要な役割をなすことが強く認識されたのは、1940 年のタコマ旧橋—Tacoma narrows—の落橋事故であった。von Karman は、Dunn 教授を指揮して、落橋原因の追求のために吊橋の部分模型の実験を行ない、Karman 渦の影響を明らかにするとともに、今日 “frequency locking” の名で知られて

* 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 学生会員 東京工業大学大学院学生 (現在運輸省港湾技術研究所)

る物体の振動と渦の発生との相互作用を明らかにした。この相互作用についての最初の仮説であり、長い間かなりの支持を受けて来たものに Landweber (1942) による考え方—物体の振幅分だけ流れ直角方向の物体の見掛けの幅が増加し、Karman 渦の発生周期が変化する—がある。この考え方によれば、渦の発生周波数は、物体が振動しない場合にくらべて、必然的に短くならなければならぬが、実際には（特に物体を流れと直角方向に強制振動させた場合には）この考え方方が妥当でないことが明らかとなった。最近、Di Silvio (1969) は、Landweber の仮説に修正を加え、渦が物体を離脱する瞬間と最大変位との間に位相差を考え、さらに渦による揚力が 0 となる時刻と変位との位相差との関係を仮定して、新たな理論を展開している。Gongwer (1952) は水車の弁の振動がある狭い振動数範囲で一定値の強い音を出すことを、Brown (1959) は風洞気流に音波をあてて、物体からの Karman 渦の発生周期を 0.8~1.2 倍の範囲で変えうることを見出し、Powell & Shulman (1962) もこの現象を再確認した。

こうした Karman 渦と物体の振動との相互干渉についての基本的研究は、やっと最近になって始まった。Bishop & Hassan (1964) は、開水路流中の振動円柱の実験により、Karman 渦と円柱との“frequency locking or synchronization”現象を詳細に調べ、frequency locking の範囲・揚抗力の変動の大きさと円柱変位との位相差の関係・frequency locking におけるヒステリシス現象等を明らかにした。Wehrman (1965) は、楕円型断面の柱体の幅をピエゾ効果を利用して変化させ、もしこの変動振動数が Karman 渦の発生振動数に等しいときには、後流の流速変動の強さが減少することを見出している。Koopmann (1967) は frequency locking 域での Karman 渦の発生パターンを中心にして風洞実験を行ない、frequency locking の上限振動数域では渦間隔が狭くなり、後流の乱流遷移が早まり遂には“lock-in”現象が起きなくなること、強制振動数 (f_F) が静止円柱よりの Karman 渦の振動数 (f_{SN}) より高ければ、渦の流れ方向の間隔がつまり、逆に渦列間隔が広がること、そして $f_F < f_{SN}$ ならば渦距離が開き、渦列間隔が狭くなることを指摘した（これは、あたかも Karman 渦が互いに上下斜め方向に弾性ゴムでつながれているよう振舞うし、Karman 渦の安定理論による渦間隔と渦列幅の比が 0.281 であるとの関係も成立しなくなっている）。ほぼ同じ頃、種子田・本地 (1968) は、静止水中をゆっくりと円柱を移動させることにより、低いレイノルズ数域での frequency locking 現象の観察・測定を行なっている。最も最近の例としては、Mei & Currier (1969) が気流中で渦による励振振動を行なう円柱の表

面に沿う境界層のはく離点の位置の変動と円柱振動との関係を実験的に求めている。

以上の諸研究は、Karman & Dunn による H 型断面吊橋模型の例を除けば、みな円柱についてその振動と Karman 渦との相互干渉を取扱っている。しかし、この問題を円柱を主にして行なうことは、必ずしも得ではない。というのは円柱では物体表面に沿うはく離点の位置が固定せず、このことが現象の解明をますます困難にしているからである。

この観点からすれば、より単純な物体である平板についての研究が望ましいといえる。平板の振動については、Toebe & Eagleson (1961) の平板後縁端の型と振動の関係についての研究がある。Wood & Kirmani (1970) は平均迎角が 0 である平板に後端を中心とした振動運動を行なわせ、ポテンシャル理論 (Theodorsen 理論) による後流の circulation と実測結果との差を論じている。この際、補足的に平板振動においても frequency locking 現象があるらしいことを示唆している。著者ら (1970) は、frequency locking 現象の解明には、振動平板による実験の方が適切であるとの考えから実験を行ない、すでに予備的結果について報告した。本報告は、その後の結果を加えた総合報告である。

2. 実験方法

実験に使用した風洞は押し込み式のエッフル型低乱風洞で、吹出口は 25×25 cm の正方形で下流に長さ 4 m のプラスチック製の風路が接続している。風速は最高 30 m/s まで可能であるが、本実験では最も性能の安定している 0.5~5 m/s の風速範囲で測定を行なった。平均風速はピトー管とベツ式マノメーターで測定し、渦の周波数や風速変動は太さ 2 μ の白金メッキをしたタンゲステン線を張った熱線風速計 3 本により求めた。

角振動あるいは回転運動*をする平板は縦 5 cm、横 23 cm、厚さ 1 mm の鋼製板（クロームメッキ仕上げ）で、運動の中心軸は平板の長手方向の中心線である。平板には板端の影響を除くために丸いエンド プレートを両端につけ軸受けを介して風路にちょうどそう入しうるわく組に取付けられている。わく組の上部には小型モーターが取り付けてあり、モーター軸につけたブーリーと平板端につけたブーリーをベルトあるいはクラシクで連結して平板に回転運動あるいは振動運動を与えた。平板に角振動運動をさせるとときには、2 つのブーリーをクラシクで連結して、モーターの回転を上下振動に変えることにより可能である。ブーリーとクラシクの連結ヒンジの位置を変えて、振幅角を 5°・10°・12.5°・15°・17.5°・20° と 6

* 回転平板と後流渦との干涉は別に発表の予定である。

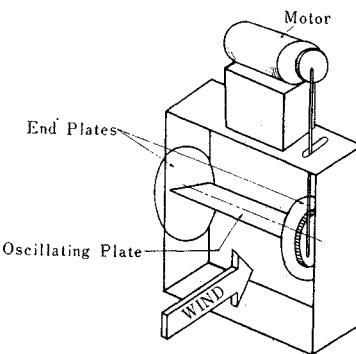


図-1 (a)

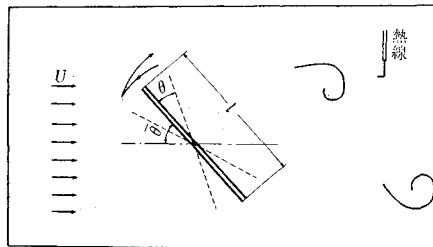


図-1 (b) 平板の振動略図

段階に変えうるようになっている。風速変動のオシログラフの上には、電気接点により平板の位置も同時に記録しうるようにならした。これは、後流渦のはく離位置・位相の決定に必要である。

風速変動を記録する熱線風速計は、平板の中心軸の後方 9 cm, 中心軸より上および下 5 cm の位置に各 1 本、渦の速度を測定する場合には、中心軸から 21 cm の所にもう 1 本設置した。

この種の実験では、単に数個の点での風速変動を測定するよりも、流れ全体のパターンを把握することが重要であるので、パラフィン煙による flow visualization を行なった。フラスコの中に流動パラフィンを入れ、この中に 300 W のニクロム線を浸し、100 V の電圧をかける。気化したパラフィンをエアポンプによりビニール管を通して風洞中の平板前面に吹き出せると、再び液化したパラフィンの濃い霧状の煙により平板後流の渦構造がみられる。これを 16 mm 撮影機により連続撮影して記録に収めた。渦の発生周波数が高いので、1 秒 64 コマで撮り肉眼でも判別できるようにした。

3. 実験結果

(1) 高次のロッキング現象

実験は、平均風速・平板の平均迎え角・平板の振動角を広い範囲に変えて行なった。それらの結果は、“後流渦の高次のロッキング現象”の発見ということになるが

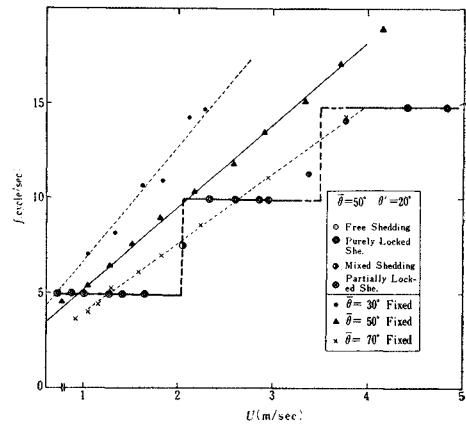


図-2

順を追って説明する。

まず、最も顕著な実験結果を示したのが、図-2 である。平板の平均迎え角は 50°、平板の振動角は ±20°、平板の強制振動数 $f_F = 4.93 \text{ Hz}$ の場合の風速 U と後流渦の発生周波数 f_s の関係が示されている。ここで、渦の発生周波数 f_s は 1 分間のオシログラフの渦数から決定した。平板静止の場合とロッキング領域では個々の渦発生周期はきわめて規則的である。また、図中の 3 本の直線とその近辺の記号で示されているのは、平板が静止している場合の迎え角 70°, 50°, 30° のそれぞれについて、渦の発生周期 f_{NS} と風速 U との関係である。これら 3 本の直線は、長さの基準量として平板の射影長 l' = $l \sin \theta$ を採れば、Strouhal 数

$$S = \frac{f_{NS} l' \sin \theta}{U} = \text{const} (\approx 0.14) \dots \dots \dots (1)$$

の関係にしたがっている。

さて、平板の振動数を一定にして風速を増加してゆくと、風速が 0.8~1.7 m/s の範囲（すなわち、平板の reduced frequency $f_F l'/U$ が S に近い範囲）では、これまで振動円柱についてしばしば報告されているような周波数ロッキング現象、つまり平板からの渦の発生周波数 f_s が平板の振動周波数 f_F と同期する現象がみられる（図-3 (a)）。

風速をさらに増加させてゆくと、平板の一振動に相当する周期の間に、2 つの渦の発生を示す風速変動が認められる。その一つは強く、他の一つの風速変動は弱いが、風速が増加して後流渦の自然発生周波数 $f_{NS} = SU/l'$ が平板の振動周波数 f_F の 2 倍に近づくとともに 2 つの渦は同じ強さとなる（図-3 (b), (c)）。風速がさらに増加すれば、やがて平板の一振動の間に、3 個の渦が発生する状態となる（図-3 (d)）。このときには、もちろん f_{NS} が $3f_F$ に近づいている。このように、振動物体からの後流渦の発生周波数が物体の振動周波数の 2 倍

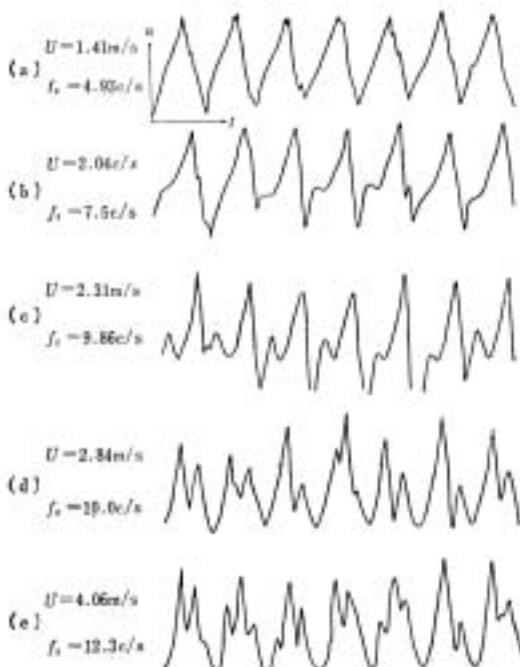


図-3 $\bar{\theta}=50^\circ$, $\theta'=20^\circ$
(オシログラフに記録された渦による風速の変動波形)

・3倍となるというのは、新しい発見であり、これを一応“高次の周波数ロッキング現象”と呼ぶことにする*。

図-2において、風速が $U=2 \text{ m/s}$ の付近、つまり1次のロッキングと2次のロッキングの中程では、平均の渦の発生周波数が f_F と $2f_F$ の中間の値となっている。これは、しかし、一連の記録時間のうちある時間は f_F の周波数で後流渦が発生し、その後しばらくの間は $2f_F$ の周波数で渦が発生し、次にまた f_F の周波数にもどるという場合である。風速が $U=3.5 \text{ m/s}$ 前後の範囲についても、周波数 $2f_F$ の渦と $3f_F$ の渦がある時間間隔で交代して発生している。このような周波数ロッキングをわれわれは mixed region のロッキングと呼ぶこととする。これについては、また後に述べることにする。

このような風速と後流渦の関係を示す熱線風速計のトレースが図-4である。上の熱線計のトレースの山には、下の熱線計のトレースの谷が、また逆に上のトレースの谷にはちょうど下のトレースの山が対応しており、これらが上下交互に発生する渦による風速変動であることを示している。この点をさらに一層明らかにするために flow visualization を行なったが、これについては後

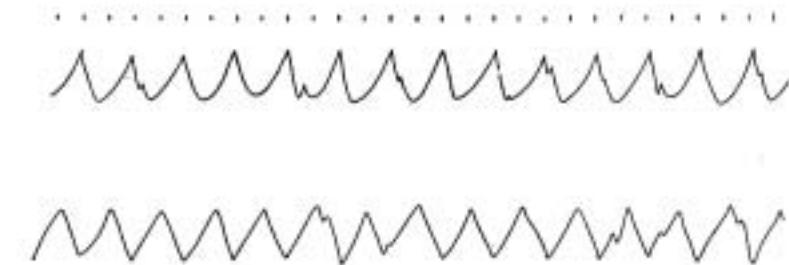
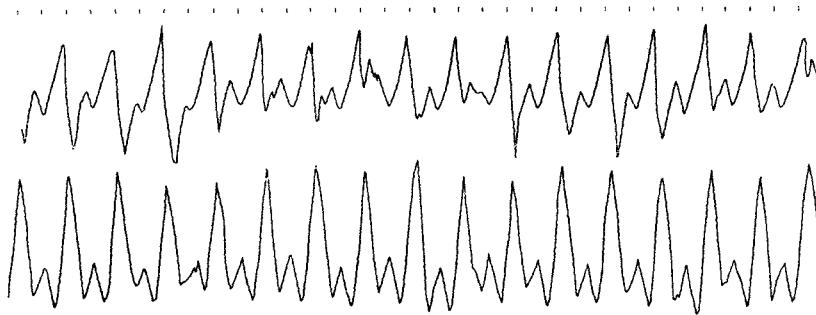


図-4 (a) $U=1.63 \text{ m/s}$, $f_F=5 \text{ Hz}$, $\bar{\theta}=50^\circ$, $\theta'=20^\circ$ (1st order locking)
タイマーは $1/10 \text{ sec}$. hot wire は平板の上端開のもの（上のトレース）と下端開のもの（下のトレース）



図-4 (b) $U=2.84 \text{ m/s}$ (Mixed or 2nd order locking)

* 自由に振動しうるよう支持された物体が流れの中にあるとき、風速を増加するにつれてまず物体の基準モードに一致する周波数ロッキングが認められる。さらに風速を増すと物体の第2次モードの振動と渦とが周波数ロッキングする現象はこれまででも知られている。しかし、この場合にはある風速以上で、渦の発生周波数は急に高くなるけれども、物体と振動数と渦のそれとは一致しており、物体の振動数の整数倍の周波数の渦が発生するという、ここで述べた現象とは異なる。

図-4 (c) $U=2.31 \text{ m/s}$ (2nd order locking)

節にのべることにする。

(2) 渦発生のロッキング現象に対する振動角の影響

上述の実験結果は、最も顕著な周波数ロッキング現象についてである。周波数ロッキングが平板の振動によるものであるから、当然平板の平均迎え角と振動の角振幅とにより現象も異なってくるので、角振幅の影響を調べる。

平均迎え角を $\bar{\theta}=50^\circ$ とし、振動角振幅を順次 $\theta'=10^\circ, 12.5^\circ, 15^\circ, 17.5^\circ, 20^\circ$ と変えて、周波数ロッキング現象に対する角振幅の影響を調べた結果が、図-5 から図-8 に示されている。これらの図より、角振幅が 10°

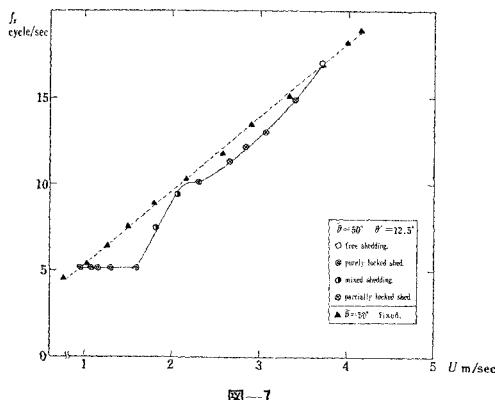


図-7

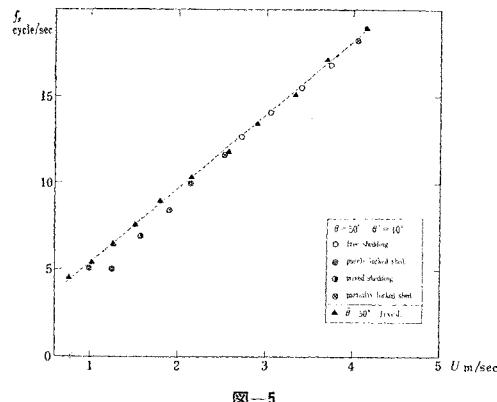


図-5

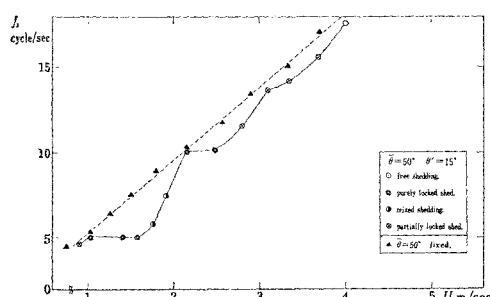


図-6

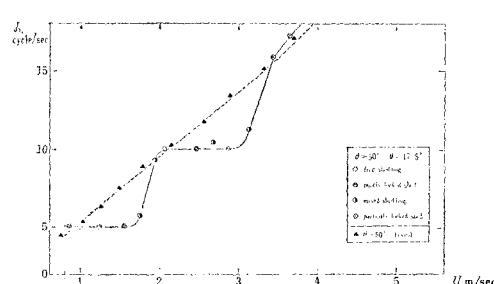


図-8

では $f_{NS} \equiv f_F$ の付近にわずかに 1 次のロッキングが見られるだけで、2 次・3 次の周波数ロッキングは全く認められない。

角振幅が $\theta'=12.5^\circ$ になると、初めて 1 次のロッキングが明瞭になり、その範囲も広くなる。また、ここでは 2 次の周波数ロッキングへの影響が見え始める。角振幅が $\theta'=15^\circ$ となると、2 次のロッキングも認められるばかりでなく、3 次のロッキングも若干認められる。さらに、角振幅を増して $\theta'=17.5^\circ$ とすると、1 次・2 次のロッキングが非常に明瞭となる。先に述べた $\theta'=20^\circ$ では、渦の発生周波数は $\bar{\theta}=50^\circ$ に対する自然発生周波数 $f_{NS}=SU/l \sin \bar{\theta}$ の直線から全く離れ、3 次のロッキング現象まで明らかとなる。

(3) ロッキング現象に対する平板の迎え角の影響

次に、角振動平板からの後流渦のロッキング現象に対する平板の平均迎え角の影響を調べる。平板の角振幅は $\theta'=20^\circ$ にして、迎え角を $\bar{\theta}=90^\circ, 70^\circ$ とした場合の風速 U と平均の渦の発生周波数 f_s との関係を示したのが、図-9、10である。前に述べた $\bar{\theta}=50^\circ$ の場合と比較すれば、 $\bar{\theta}$ の増加につれて周波数ロッキング現象は薄れてゆくことがわかる。図-10に示す $\bar{\theta}=70^\circ$ の場合には、風速の低い狭い範囲に1次のロッキングがみられるほかは、free sheddingに近いpartially locked sheddingである。 $\bar{\theta}=90^\circ$ ではわずかに1次のロッキングが残っているがほとんどfree sheddingの状態となる。

迎え角が小さくなると、free sheddingの基準長さ一平板の射影高が小さくなり、風速の変化に対するfree shedding frequencyの変化が大きくなる。したがって、ロッキング現象の発生する風速範囲は狭くなる。図-11には、迎え角 $\bar{\theta}=30^\circ$ で、角振幅をこれまでの半分にした $\theta'=10^\circ$ の場合の U と f_s の関係が示されている。この場合には4次のロッキングも認められる。

以上の実験結果を無次元化して示したのが、図-12～14である。1次および高次のロッキング現象がより良

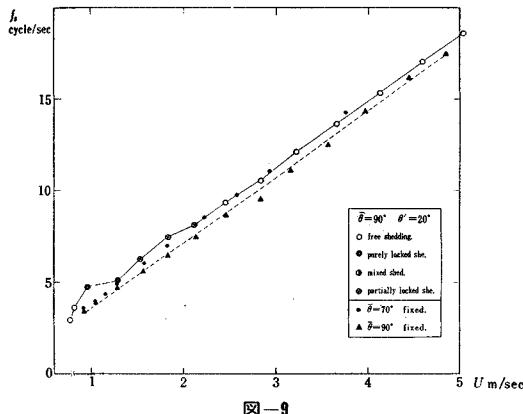


図-9

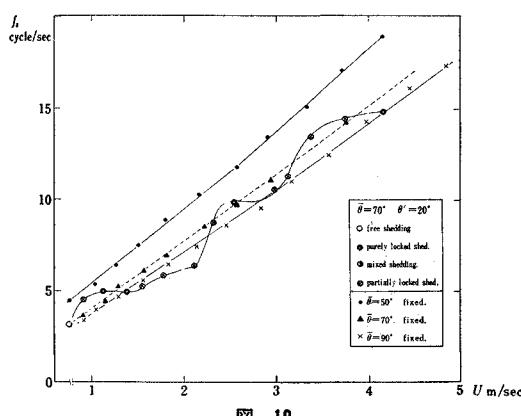


図-10

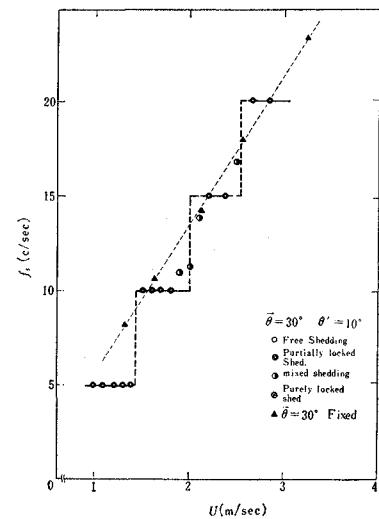


図-11

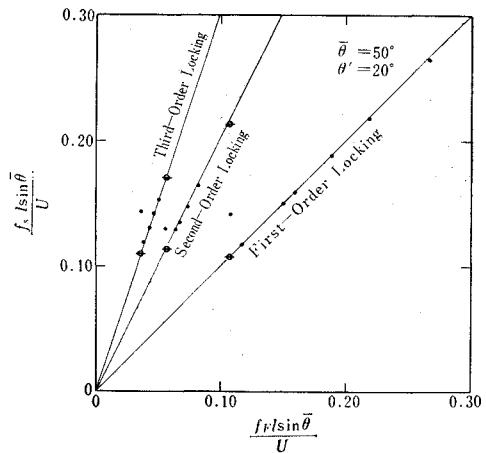


図-12

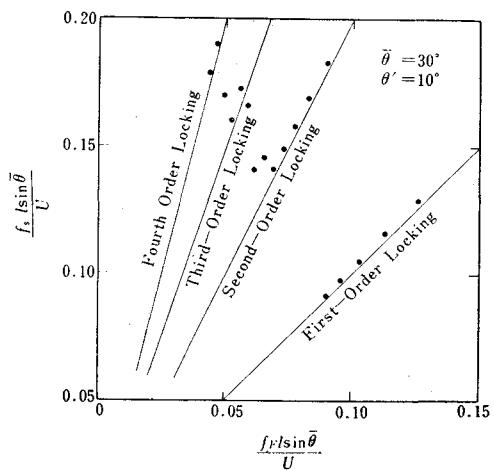


図-13

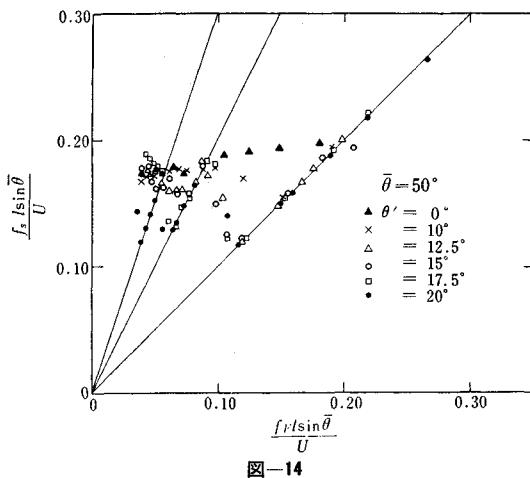


図-14

く示されている。

(4) 後流渦の発生形態の分類

この実験の結果、物体からの後流渦の発生離脱形態としては、従来からいわれて来た2つの型（次の④と⑩）を含めて、5つの型を明らかにすることができた。すなわち、

④ 自由離脱（free shedding）：ストローハル数=一定の関係を満たす周波数で渦が発生離脱する場合。レイノルズ数が十分大きく、物体が静止しているか、周波数ロッキング範囲外で微小振動をしているときに生じる。

⑩ 1次の周波数ロッキング：渦の自由離脱周波数に近い周波数で物体が振動し、かつ振動の（角）振幅がある限界値以上にあるとき、渦の発生周波数が物体の振動に制御され、物体の振動周波数と一致する。

◎ 高次のロッキング：渦の自由離脱周波数が物体振動の周波数の整数倍近い範囲にあり、かつ物体の振動が大きい場合、渦の発生周波数は物体の振動周波数の整数倍に同期する。

◎ 混合ロッキング：渦の発生周波数が物体の振動周波数の n (ある整数) 倍に同期したり、 $(n+1)$ 倍に同期したりして、ロッキング域が交互に表われる。

◎ 部分ロッキング：④の free shedding と⑩あるいは⑪の同期現象が混合して表われる。一応 partially locked shedding と名付ける。

(5) ロッキング現象の起きる限界図

これまでのべて来た振動平板における渦の発生周波数ロッキング現象には、風速 U ・平板の迎え角 θ ・板幅 l ・角振幅 θ' ・強制振動数 f_F の諸要素が関係する。そこで、ロッキングの起きる限界およびロッキングの次数が、これら5個の要素のどんな組み合せにより決定されるかを考えてみる。

現象を準静的に考えて、各瞬間での渦の発生しやすさを調べる。ストローハル数=一定の関係とすると、

$$f = \frac{SU}{l \sin \theta} \quad \dots \dots \dots (2)$$

平板の迎え角が $\delta\theta = \theta'$ だけ変化するために許される渦の発生周波数の変化分 δf は

$$\delta f = \frac{-SU}{l} \frac{\cos \bar{\theta}}{\sin^2 \bar{\theta}} \delta \theta$$

である。したがって、free shedding あるいは natural shedding の周波数 f_{NS} に δf を加減したものと、強制振動数 f_F との比が整数値を含む場合に、ロッキング現象が起きると考えることができる。

$$\begin{aligned} \frac{f_{NS} \pm \delta f}{f_F} &= \left[\frac{SU}{l \sin \bar{\theta}} \pm \frac{SU}{l \sin \bar{\theta}} \cot \bar{\theta} \cdot \theta' \right] / f_F \\ &= [1 \pm \theta' \cot \bar{\theta}] \frac{SU}{f_F l \sin \bar{\theta}} \end{aligned}$$

あるいは

$$= \frac{f_{NS}}{f_F} \pm \xi \quad \dots \dots \dots (3)$$

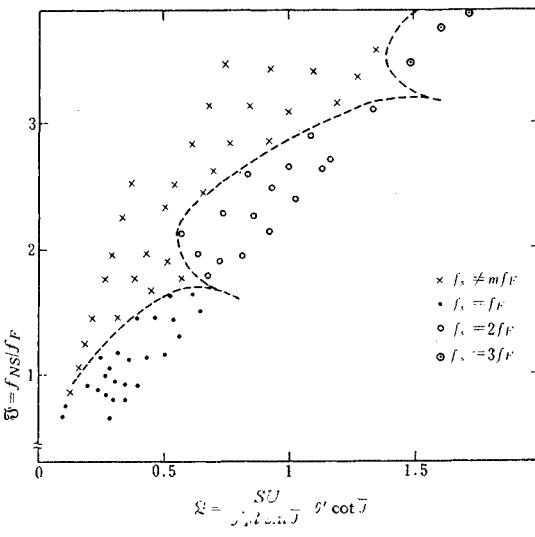


図-15

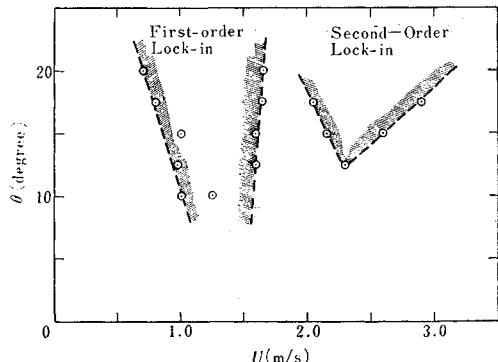


図-16

۲۷۸

$$\mathfrak{L} = \frac{SU}{f_F l \sin \bar{\theta}} \theta' \cot \bar{\theta} \dots \quad (4)$$

以上の式より、ロッキングの限界は、 $[1 + \theta' \cot \bar{\theta}]$
 $\frac{SU}{f_F \sin \theta}$ あるいは $\xi = f_{NS}/f_F$ と ξ の組み合せにより判断しうると考え、実験結果を整理したのが、図-15である。図より、 ξ と $\xi = f_{NS}/f_F$ により frequency locking 領域がきれいに区分しうることが明らかである。

また、風速と角振幅とロッキング範囲を $\theta = 50^\circ$ の場合について示したのが 図-16 である。

(6) 混合領域の特性

すでに述べた周波数ロッキングの混合領域について詳しく調べてみることにする。図-2でも明らかのように、平板が静止しているときの後流渦の発生周波数 f_{NS} (natural shedding frequency) が平板の強制振動数の 2 倍・3 倍に近い風速範囲では、振動平板よりの後流渦の発生周波数は、それぞれ f_{NS} と $2f_{NS}$ の周波数あるいは $2f_{NS}$ と $3f_{NS}$ の周波数の渦が混在して交互に発生している。この混合領域にあたる風速範囲の幅は f_{NS}/f_F が 2 近傍の 2 次のロッキングにくらべ、 f_{NS}/f_F が 3 位の 3 次のロッキングの方が広い。このことは、後流渦の発生を準静的に考えて説明することができる。これらの高次のロッキング域では、平板の振動の時間スケール（すなわち周期）は、後流渦の安定現象のスケール（すなわちストローハル数一定より決る周期）にくらべて十分長くなっている。平板の振動時には迎え角 $\bar{\theta} + \theta'$ および $\bar{\theta} - \theta'$ での静止平板よりの後流渦の発生周波数に挟まれた範囲で渦の発生が可能である。このうち、図-17 の斜線の部分では 2 種の強制振動数の整数倍の周波数 f_{NS} がとりえて、周波数ロッキングの混合領域となる。図から明らかのように高次のロッキングほど混合領域は広くなる。図の 2 本の直線に挟まれた残りの部分では強制振動数の整数倍の周波数を 1 種類しか含んでいないので、渦の発生周波数は常に一定となる。

さて、この混合領域についてその幅の広い3次のロッキング域を選んで、混合の比率などについて調べた結果

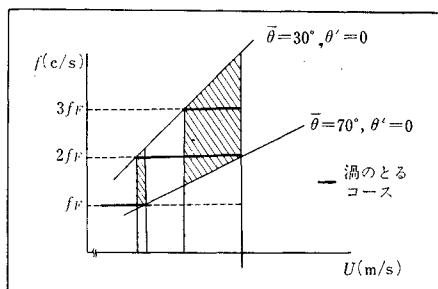
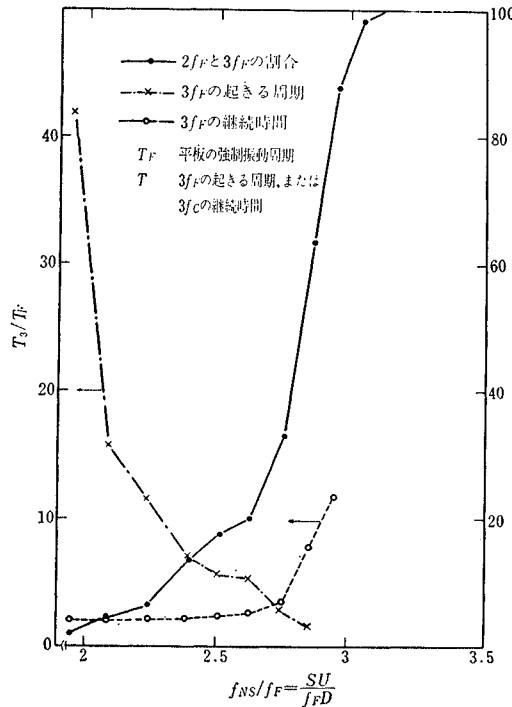


図-17 混合領域の図的解釈



—18

が、図-18 である。3 次のロッキング渦の混合比は f_{NS}/f_F が 2.75 以上で急に増加している。3 次のロッキング渦の発生が継続している時間比 τ_3/T_F (T_F : 平板の強制振動周期) についても同様のことがいえる。また、3 次のロッキングの起きる周期比 T/T_F も f_{NS}/f_F が 3 に近づくほど短くなっている。

(1) 周波数ロッキングと渦速度・渦間隔

平板の上端渦を検知する 2 本の熱線計の間隔を x_h , 热線計に検知される渦の周期 τ_s , 2 本の熱線計間に 1 つの渦が移動する時間を t_V とすれば、渦発生の周波数 f_s , 渦の移動速度 u_V , 流体中を渦が逆方向に移動する相対流体速度 v , 渦列の前後の渦間隔 b との間には次の関係がある。

$$\left. \begin{array}{l} f_S = 1/\tau_S \\ u_V = x_h/t_V \\ u = U - u_V \\ b = u_V \tau_S \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (5)$$

実験データより uv , b と U との関係を求めたのが、図-19, 20 である。周波数ロッキング領域では図中の点は正確に測定されるが、他の領域では測定点に2割位の変動幅がある。

静止平板の場合には、 u_V/U (=一定 ≈ 0.86) であることが実験的にわかっており、したがって

$$b/l' = \frac{u_V}{f s l'} = \frac{U}{f s l'} \cdot \frac{u_V}{U} = \frac{1}{S} \cdot \frac{u_V}{U}$$

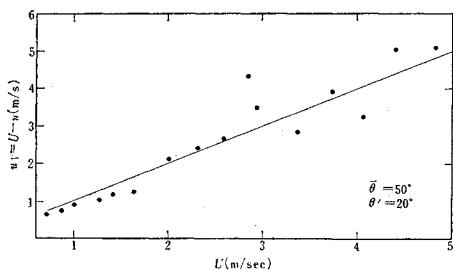


図-19

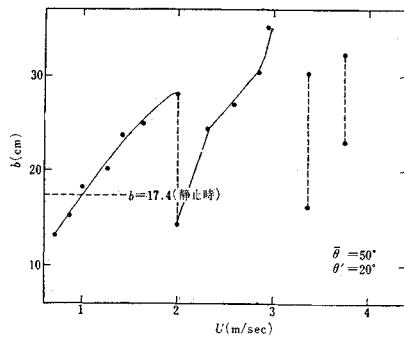


図-20

であるから、 b は風速に無関係に一定である（ここに、 l' ：物体の射影長）。しかしながら、振動平板の場合には風速とともに b が増加して、周波数ロッキングの影響を示している。

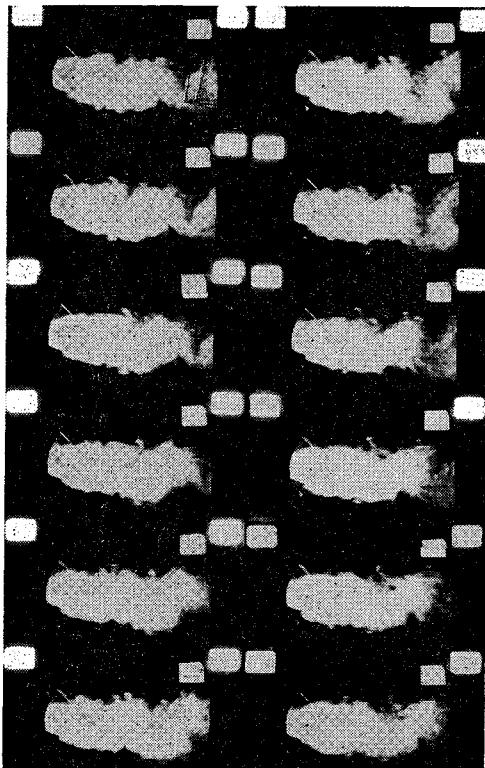
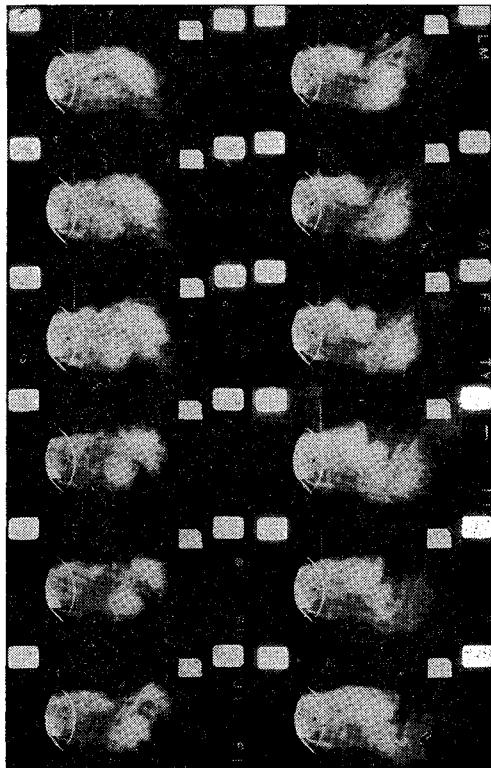
(8) Flow visualization

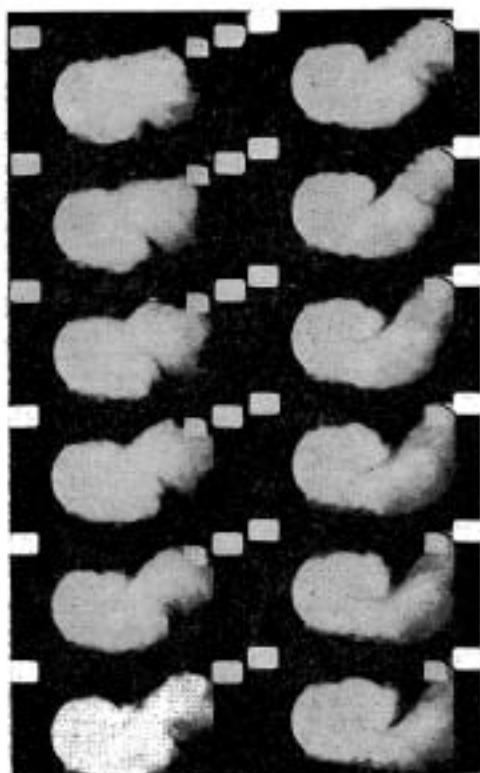
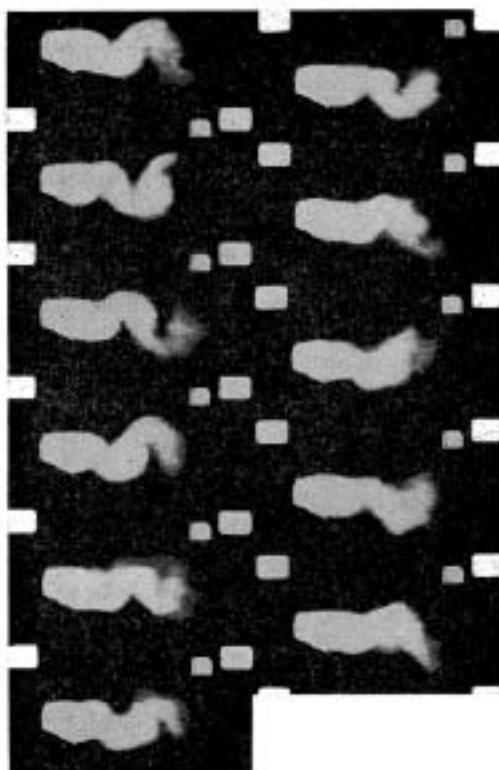
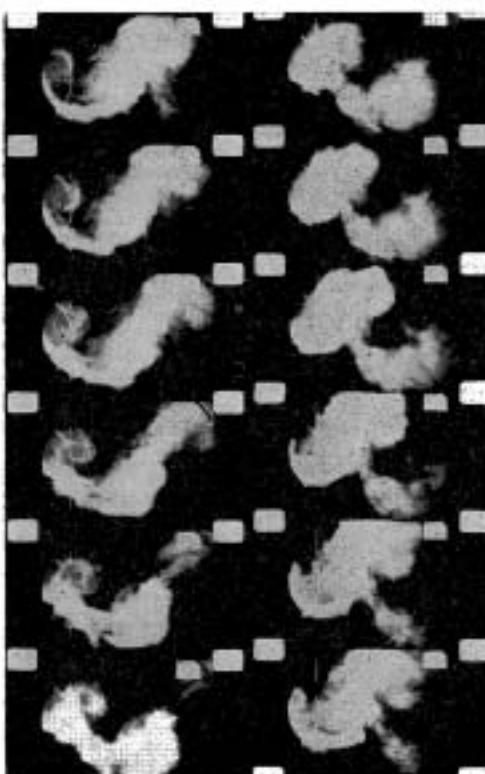
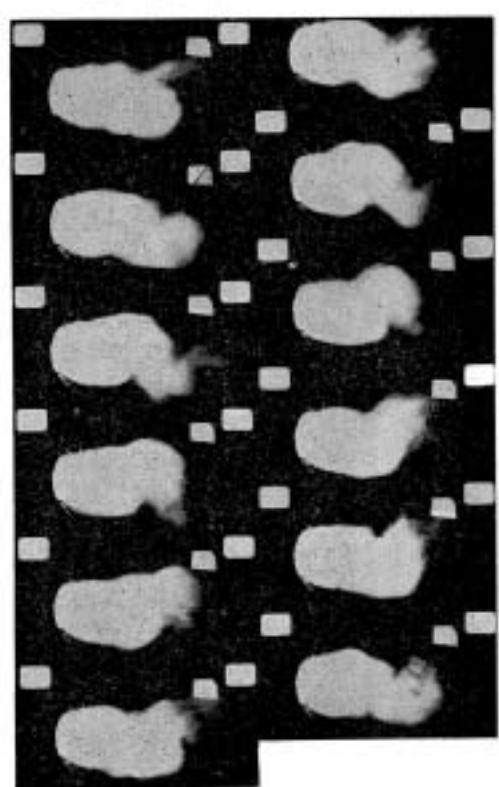
以上種々述べて来た振動平板と後流渦の干渉の現象は、あくまでも熱線計による流速記録の周期的变化よりの解釈であり、直接後流渦を観察したものではない。そこで、すでに実験方法の項で説明したパラフィン煙法による後流渦の実視 (flow visualization) を行なってみた。

図-21(a), (b), (c) は、静止平板からの後流渦の発生状況を示すもので、平均迎え角はそれぞれ 30° , 50° , 70° 、風速は 1 次のロッキング域にあたる $U=1 \text{ m/sec}$ である。レイノルズ数が $R_e \approx 5 \times 10^3$ と高いので、低レイノルズ数 (40~200) 域での実験のように Karman 渦は明瞭ではないけれども、平板の上下端から交互に渦が発生している様子は一応みとることができる。ところで、平均迎え角を 50° とし角振幅 20° で、 $f_F = 4.93 \text{ Hz}$ で平板を振動させると、図-22 に見られるように渦はきわめて鮮明になり、渦列の上下間隔は周波数ロッキングにより著しく広がっている。

渦が平板の振動運動のどんな位置で、平板から離脱するかということは、周波数ロッキング現象の本質を理解する上で重要であるが、この場合には板端風速の加速の後半から減速の前半に起こっている。

次に、2 次の周波数ロッキング域について観察してみ

図-21 (a) 静止 $\theta = 30^\circ$ 図-21 (b) 静止 $\theta = 50^\circ$, $U = 1 \text{ m/s}$

図-21 (e) 静止 $\bar{\theta}=70^\circ$, $U=1 \text{ m/s}$ 図-23 (a) 静止 $\bar{\theta}=30^\circ$, $U=2.7 \text{ m/s}$ 図-22 振動 $\bar{\theta}=50^\circ$, $\theta'=20^\circ$, $U=1 \text{ m/s}$, $f_T=4.43 \text{ (c/s)}$ 図-23 (b) 静止 $\bar{\theta}=30^\circ$, $U=2.7 \text{ m/s}$

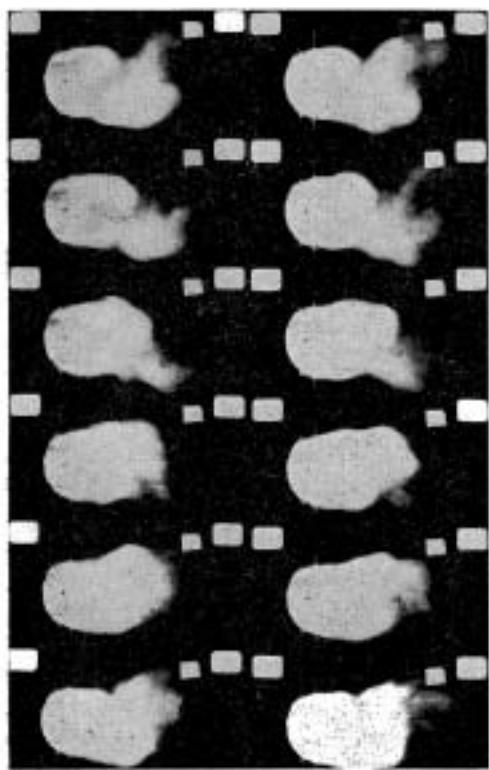
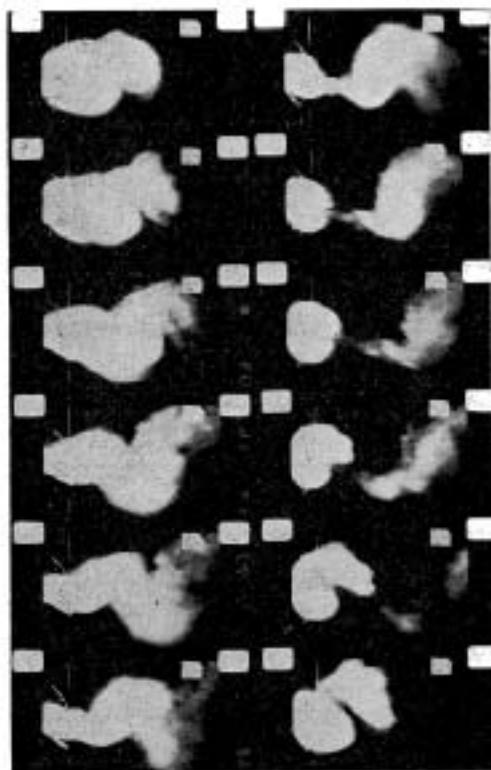
図-23 (c) 静止 $\bar{\theta}=70^\circ$, $U=2.7 \text{ m/s}$ 

図-25 (a)

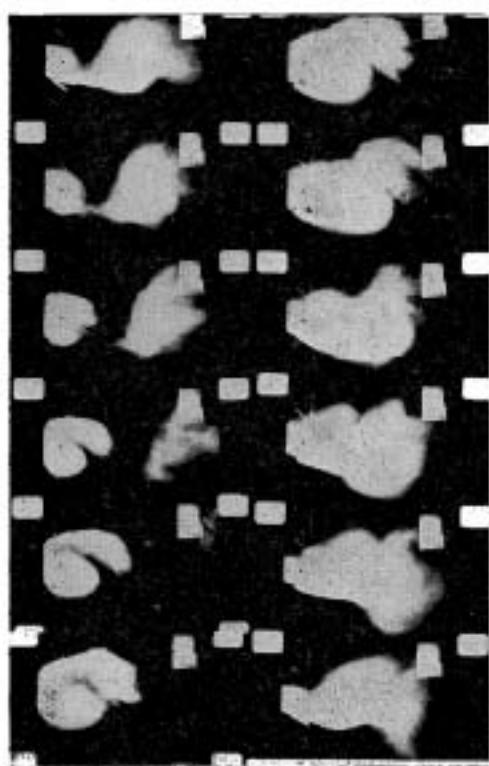
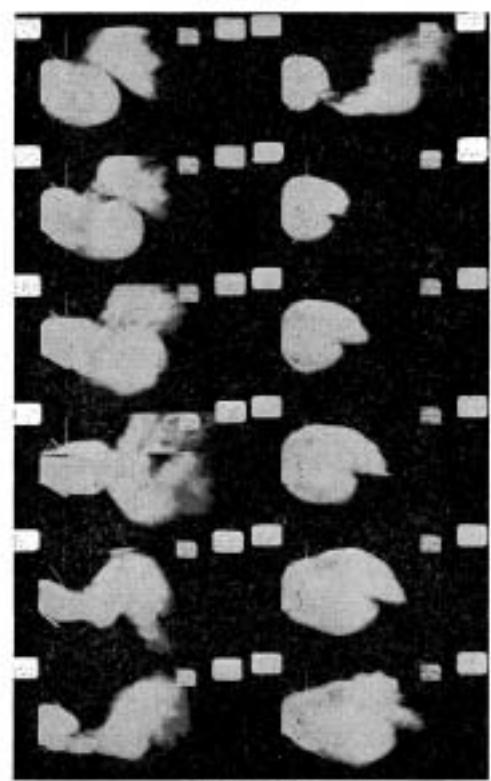
図-24 振動 $\bar{\theta}=53^\circ$, $\theta'=23^\circ$, $U=2.7 \text{ m/s}$, $f_V=2 f_p$ 

図-25 (b)

る。図-23 (a), (b), (c) は風速 $U=2.7 \text{ m/s}$, 過え角がそれぞれ 30° , 50° , 70° の静止平板からの Karman 湧の発生状況で、図-21 (a), (b), (c) と様子は同じである。ところで、 $f_F=4.93 \text{ Hz}$ で平板を $\theta=30^\circ \sim 70^\circ$ の範囲で強制振動させると、Karman 湧の発生状況は全く異なり、平板振動の一周期の間に板端から上下交互にそれぞれ 2 個の渦の発生が認められる。しかも、上下一対の渦は他の一対にくらべて大きく、熱線風速計のトレースの結果と良く一致している。この場合にも、板端風速の加速時に発達し、その後期あるいは減速時に離脱する渦は大きくなっていることに注目したい。

このように強制的に作られた2次のロッキング渦は、Karmanの線型渦列理論によれば不安定である。この16mmフィルムでの観察によれば、下流に流れるについて安定配列に近づくようである。

なお、図-25 には1次と2次のロッキングの中間の混合領域での渦の発生状況を示す写真を載せる。図-22に対する発生時と図-24 の場合の2つの発生様式がみられる。

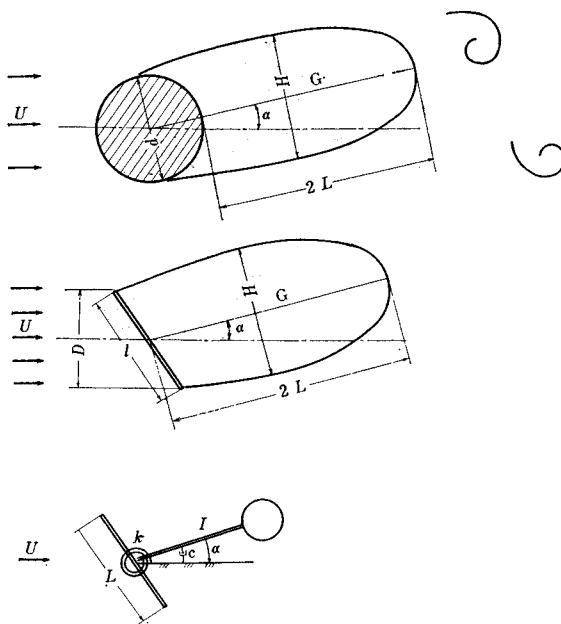
4. 渦振子モデルによる理論

物体の背後にできる渦列いわゆる Karman 渦列の配列・発生周期・渦速度および渦の発生による物体抵抗等は、完全流体としての Karman の理論により良く説明される。しかし、何ゆえ渦が発生するかについては、それが物体背後の死水領域の境界での shear zone の不安定現象であるという定性的説明以上の理論、流体力学的数式の展開に基づく理論は、未だない。

一方、流体の挙動と非線型振動子との間にアナロジーの成立することは、しばしば指摘されるところである。特に、Birkhoff (1953) は Karman 湧列の発生について、ストローハル数一定の関係をこのようなモデルにより定式化することを試み、後に船川 (1969) や中村 (1970) は Karman 湧による円柱の振動を渦振動子の一自由度あるいは二自由度フラッターとして説明している。

Birkhoff の振動子モデルは、円柱背後の死水域を円柱の中心まわりに自由に回転しうる渦振子に置き替え、回転運動に関する運動方程式から、Karman 渦の発生周期(=渦振動の振動周期)、流速、円柱径との間の関係を説明している。

渦の発生についての流体力学的記述法による理論は、たとえ物体が静止していても困難であるので、ここでは“渦振子”(vortex pendulum) モデルによるアナロジーによって、新たに発見された後流渦の高次のロッキング現象の理論的説明を行なう。振動平板の場合には円柱の場合と異なり、平板の振動および渦振子の振動により振



图—26

動子の慣性モーメントが変化すること、振動平板が渦振子に与えるモーメント等を考慮に入れる必要がある。

まず、死水領域の慣性モーメントについて考える。渦振子の長さを L 、幅を H 、流体の密度を ρ とすれば、渦振子の単位長さ（平板の回転軸方向）あたりの質量は $2\rho LH$ に比例する。平板中心と渦振子の重心の距離を L と考えれば、単位長さあたりの渦振子の慣性モーメント I は

ここに, $I_0 = 2C_1 C^3 \rho l^4$, $C = L/H$, C_1 : 比例定数, l : 平板の幅, α : 渦振子の振れ角, θ' : 平板の角振幅, ω : 平板の角振動数。

次に、渦振子に働く復元力は、渦振子の振動角 α のほか $1/2 \rho U^2$ 、渦振子の重心と回転中心との距離 L 、および受風面積 $1 \times H$ に比例すると考えて

$$\mathfrak{M}_r = \frac{1}{2} \rho U^2 C_2 L^2 \alpha \\ = K_0 \sin^2(\alpha + \bar{\theta} + \theta' \cos \omega t) \cdot \alpha \dots \dots \dots (7)$$

ここに, $K_0 = \frac{1}{2} \rho C_2 U^2 l^2$, C_2 : 係数。

死水領域は、平板に剛的に接合しているのではないし、またヒンジ結合でもなく、平板の回転運動によるモーメントを受ける。そこで、平板振動との間の位相差 ϕ を考えて

と置く。

結局、渦振子の回転運動に関する運動方程式は、減衰項を無視して

この方程式を解くために、一、二の仮定を導入する。まず、flow visualization の結果を参考にして、平板振動と渦とのロッキングが起こっている時には平板の振動は渦振子の振動 α にくらべて小さいので無視し、さらに $\sin \alpha \approx \alpha$ と考えれば、上の運動方程式は近似的に次のように書くことができる。

$$\mathfrak{F}_0(1+4 \cot \bar{\theta} \cdot \alpha) \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \mathfrak{R}_0(1+2 \cot \bar{\theta} \cdot \alpha)\alpha = \mathfrak{M}_0 \cos(\omega t + \psi) \dots \dots \dots \quad (10)$$

ここに, $\mathfrak{F}_0 = I_0 \sin^4 \bar{\theta}$, $\mathfrak{K}_0 = K_0 \sin^2 \bar{\theta}$.

上式には、右辺以外に $\cos(\omega t + \psi)$ の項がないので、今後 ψ を 0 とおく。

式(10)は非線型二階常微分方程式であり、当然の
変化には周波数が ω およびその整数倍のものが表われ
ることが予想される。

いま、 α をある摂動パラメーター ϵ による摂動展開法により求める。 ϵ としては $\epsilon = \cot \bar{\theta}$ とする ($\cot \bar{\theta} > 1$ の場合には $\epsilon = (\cot \bar{\theta})^{-1}$ として同様の摂動展開をすれば良い)。

$$\left. \begin{aligned} & \Im_0(1+4m\epsilon\alpha)\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \Re_0(1+2m\epsilon\alpha)\alpha = \mathfrak{M}_0 \cos \omega t \\ & \alpha = \alpha_0 + \epsilon\alpha_1 + \epsilon^2\alpha_2 + O(\epsilon^3) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

まず、 ε^0 の項より

したがって、

$$\alpha_0 = A_0 \cos(\omega_V t + \phi) + M_0/R_0 \cdot [1 - (\omega/\omega_V)^2]^{-1} \cos \omega t \dots \dots \dots (13)$$

をうる。ここに、 A_0 , ϕ は初期条件より定まる定数、
 $\omega_F = \sqrt{\Phi_0/\Im_0}$.

次に、 ϵ の項を整理すれば

$$\Im_0 \ddot{\alpha}_1 + \Re_0 \alpha_1 = -4 m \Im_0 \alpha_0 \ddot{\alpha}_0 - 2 m \Re_0 \alpha_0^2, \dots \quad (14)$$

上式の右辺に、第1近似解 α_0 を代入して整理すれば、

$$\begin{aligned} \Im_0 \ddot{\alpha}_1 + \Re_0 \alpha_1 &= A' \cos 2(\omega_V t + \phi) \\ &+ B' [1 - (\omega/\omega_V)^2]^{-1} \cos 2\omega t \\ &+ C' [1 - (\omega/\omega_V)^2]^{-1} \cos \{(\omega + \omega_V)t + \phi\} \\ &+ C' [1 - (\omega/\omega_V)^2]^{-1} \cos \{(\omega - \omega_V)t + \phi\} + D' \end{aligned} \quad \dots \quad (15)$$

وَجْهَةٌ

$$\begin{aligned} A' &= (2\mathfrak{J}_0\omega_V^2 - \mathfrak{K}_0)mA_0^2 \\ B' &= (2\mathfrak{J}_0\omega^2 - \mathfrak{K}_0)m(\mathfrak{M}_0/\mathfrak{K}_0)^2 \\ C' &= 2m\mathfrak{M}_0A_0(\omega/\omega_V)^2, \quad D' = A' + B' \end{aligned}$$

それゆえ、 α_1 は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\alpha_1 = & -3 A' \Re_0^{-1} \cos 2(\omega_V t + \phi) + B' \Re_0^{-1} \\
& \cdot [\{1 - (\omega/\omega_V)^2\} \{1 - (2\omega/\omega_V)^2\}]^{-1} \cos 2\omega t \\
& + C' \Re_0^{-1} \left[\{1 - (\omega/\omega_V)^2\} \left\{ 1 - \left(\frac{\omega + \omega_V}{\omega_V} \right)^2 \right\} \right]^{-1} \\
& \cdot \cos \{(\omega + \omega_V)t + \phi\} \\
& + C' \Re_0^{-1} \left[\{1 - (\omega/\omega_V)^2\} \left\{ 1 - \left(\frac{\omega - \omega_V}{\omega_V} \right)^2 \right\} \right]^{-1} \\
& \cdot \cos \{(\omega - \omega_V)t - \phi\} + \Re_0^{-1} D' \dots \dots \dots \quad (16)
\end{aligned}$$

結局、 α は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 &= A_0 \cos(\omega_V t + \phi) + \frac{\mathfrak{M}_0/\mathfrak{R}_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_V}\right)^2} \cos \omega t \\
 &\quad + A_1 \cos 2(\omega_V t + \phi) \\
 &\quad + \frac{B_1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_V}\right)^2\right\} \left\{1 - \left(\frac{2\omega}{\omega_V}\right)^2\right\}} \cos 2\omega t \\
 &\quad + \frac{C_1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_V}\right)^2\right\} \left\{1 - \left(\frac{\omega + \omega_V}{\omega_V}\right)^2\right\}} \\
 &\quad \cdot \cos\{(\omega + \omega_V)t + \phi\} \\
 &\quad + \frac{C_1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_V}\right)^2\right\} \left\{1 - \left(\frac{\omega - \omega_V}{\omega_V}\right)^2\right\}} \\
 &\quad \cdot \cos\{(\omega - \omega_V)t + \phi\} + D_1 + \dots \quad (17)
 \end{aligned}$$

二三

$$D = \left[A_0^2 + \left\{ \left(\frac{\omega}{\omega_V} \right)^2 - 1 \right\} \left(\frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{R}_0} \right)^2 \right] \cot \bar{\theta}$$

式(17)の示す“渦振子”モデルによれば、流速 U の流れの中で平均迎え角 $\bar{\theta}$ の平板が角振動数 ω の振動を行なっている場合には、渦振子の振動（したがって、Karman 渦の発生は、角振動数が

$$\omega_V = \sqrt{\mathfrak{K}_0/\mathfrak{J}_0} = S \frac{2\pi U}{l \sin \theta} \quad \left(S = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{C_2}{C_1 C^3}} \right) \quad \dots \quad (18)$$

つまり、ストローハル数

にしたがう free shedding vortex (式(17)の右辺の第1項)と, 角振動数が $2\omega_V$ で角振幅がそれの $3A_0^2 \cot \bar{\theta}$ の渦(第3項—これは独立の渦というよりも free shedding vortex の高調波を形成する成分)と, ω_V が平板の振動数 ω の1倍および2倍の近くで顕著になる渦(第2項, 第4項, 第5項)などからなっている。 ω_V が ω の1倍あるいは2倍近くの周波数ロッキング域では, この角振動数の振動振幅が急激に大きくなる, free shedding vortex の高調波を形成する成分)と, ω_V が平板の振動数 ω の1倍および2倍の近くで顕著になる渦(第2項, 第4項, 第5項)などからなっている。 ω_V が ω の1倍あるいは2倍近くの周波数ロッキング域では, この角振動数の振動振幅が急激に大きくなる,

ing vortex は相対的に無視しうる。実際には、渦振子に減衰項の作用が行なわれ、渦振子の振幅は無限大にはならないのはもちろんである。

以上のように、Birkhoff の vortex pendulum model を拡張すれば、本実験で得られた平板の振動と後流渦の高次のロッキング現象をうまく説明しうる。しかし、この理論はあくまでもアナロジーに基づく便宜的な説明であり、本質的な流体力学的解明は今後の研究にまたなければならない。

5. 結 論

流れの中で角振動をする平板からの後流渦について研究し、次のような結果がえられた。

a) 平板がある迎え角で静止しているときの後流渦の発生周波数 f_{NS} (free shedding frequency) と平板の振動周波数 f_F が近い場合には、渦の発生周波数は f_F に同期する。

b) f_{NS} と f_F の比が整数に近い場合にも、平板の角振幅が十分大きい範囲で、渦の発生周波数が f_F の整数倍と同期する（高次のロッキング現象）。

c) ロッキングの有無あるいは次数の限界は $\xi = f_{NS}/f_F$ と

$$\xi = SU \theta' \cot \bar{\theta} / f_F l \sin \bar{\theta}$$

により判定することができる。

d) 渦の発生・平板振動とのロッキングの仕方は、(i) 自由離脱、(ii) 1次の周波数ロッキング、(iii) 高次のロッキング、(iv) 混合ロッキング、(v) 部分ロッキングに分類された。

e) レイノルズ数の高い領域においても、平板振動とロッキングしている渦を明瞭に見ることができる。Karman 渦列の配列は、静止平板の場合とかなり異なっている。

f) 振動平板よりの後流渦の1次および2次のロッキング現象は、“渦振子”モデルにより理論的説明が一応

できる。しかし、本質的な流体力学的理論の展開は今後の課題である。

【謝 辞】 本研究は昭和 44 年度文部省科学研究費試験研究（研究代表者 東大 伊藤 学助教授）の補助を受けたことを付記し、謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Birkhoff, G. (1953) : Formation of vortex streets, J. Appl. Phy., Vol. 24, No. 1, pp. 98~103.
- 2) Bishop, R.E.D. and Hassan, A.Y. (1964) : The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid, Proc. Roy. Soc. A., Vol. 277, p. 51.
- 3) Di Silvio, G. (1969) : Self-controlled vibration of circular cylinder in fluid stream, J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, p. 347.
- 4) 舟川正哉 (1969) : 流れの中の弾性支持円筒の励振機構、日本機械学会論文集, Vol. 35, No. 270, p. 303.
- 5) 日野幹雄・金子大二郎 (1970) : 振動および回転運動をする平板からの渦の発生、東京工業大学・土木工学科研究報告, No. 9.
- 6) 伊藤 学・田中 宏 (1970) : 風の渦による橋桁の振動、構造物の耐風性に関する第 1 回シンポジウム論文集, p. 213.
- 7) Koopmann, G.H. (1967) : The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers, J. Fluid Mech., Vol. 28, part 3, p. 501.
- 8) Mei, V.C. and Currie, I.G. (1969) : Flow separation on a vibrating circular cylinder, Phys. of Fluids, Vol. 12, No. 11.
- 9) 中村泰治 (1970) : 二自由度フラッターとしての円柱の渦励振、構造物の耐風性に関する第 1 回シンポジウム, p. 161.
- 10) 種子田定俊・本地弘之 (1968) : 振動する円柱の後流渦、九州大学応用力学研究所所報, 第 29 号, p. 17.
- 11) Toebe, G.H. and Eagleson, P.S. (1961) : Hydroelastic vibrations of flat plate related to trailing edge geometry, J. Basic Eng., Trans ASME, Ser. D., Vol. 83, pp. 671~678.
- 12) Wehrmann, O.H. (1965) : Reduction of velocity fluctuations in a Karman vortex street by a vibrating cylinder, Phys. Fluids, Vol. 8, pp. 760~761.
- 13) Wood, C.J. and Kirmani, S.F.A. (1970) : Visualization of heaving aerofoil wakes including the effect of a jet flap, J. Fluid Mech., Vol. 41, part 3, p. 627.

(1971. 3. 24・受付)