

## 【討 議】

### 吉沢孝和著 “トラスの非線型問題の数値解析”への討議

(土木学会論文報告集第180号, 1970年8月号所載)

討議者：堀井健一郎（早稲田大学）

川原 健人（早稲田大学）

著者が用いている解法は、トラス構造のみでなく、一般的の三次元構造への適用の可能性をもつ点で興味深いものがある。討議者は、ここで、著者の解法を一般的応力状態における有限要素法に対して拡張することを提案したい。

本文12ページ図-1に従い、domain( $m$ )における応力を  $\sigma_{ij}^{(m)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(m+1)}$  と表わし、ひずみを  $\epsilon_{ij}^{(m)}$ ,  $\epsilon_{ij}^{(m+1)}$  とすれば、本文式(1)は、一般的応力状態の場合には、

$$\sigma_{ij}^{(m+1)} = E_{ijkl}^{(m)} \cdot \epsilon_{kl}^{(m+1)} + [\sigma_{ij}^{(m)} - E_{ijkl}^{(m)} \cdot \epsilon_{kl}^{(m)}] \dots (A.1)$$

と書くことができる。ここに、同一項に表われる添字については、1, 2, 3 に対して加算規約を用いる。また、 $E_{ijkl}^{(m)}$  は domain ( $m$ ) における応力-ひずみ関係を規定する定数である。

良く知られるように、有限の大きさを持つ有限要素  $A$  について、その第  $N$  節点  $i$  方向変位を  $u_{Ni}$  とすれば、要素  $A$  内の変位  $u_i$  は、次のとく仮定される。

$$u_i = \phi_{N,i} u_{Ni} \dots (A.2)$$

ここに  $\phi_N$  は形状関数と呼ばれている。これより、要素内のひずみは、微小変形の仮定の下に、

$$2\epsilon_{ij} = (\phi_{N,j} u_{Ni} + \phi_{N,i} u_{Nj}) \dots (A.3)$$

となる。、によって微分を表わす。

仮想仕事の方程式は、

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV = \int_V f_i \delta u_i dV + \int_S p_i \delta u_i dS \dots (A.4)$$

である。ここに  $\delta \epsilon_{ij}$  は仮想変位  $\delta u_i$  によるひずみであ

り、 $f_i$ ,  $p_i$  はそれぞれ要素の物体力、表面力である。

式(A.1), (A.2), (A.3)をそれぞれ式(A.4)に代入して整頓すれば、

$$F_{Ni}^{(m)} = K_{NiMi}^{(m)} u_{Mi}^{(m)} + C_{Ni}^{(m)} \dots (A.5)$$

$$F_{Ni}^{(m)} = \int_V f_i^{(m)} \phi_N dV + \int_S p_i^{(m)} \phi_N dS,$$

$$K_{NiMi}^{(m)} = \int_V E_{ijkl}^{(m)} \cdot \phi_{N,j} \cdot \phi_{M,k} dV,$$

$$C_{Ni}^{(m)} = \int_V \bar{\sigma}_{ij}^{(m)} \phi_{N,j} dV,$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(m)} = \sigma_{ij}^{(m)} - E_{ijkl}^{(m)} \epsilon_{kl}^{(m)}$$

となる。式(A.5)は、本文式(8)と同一のものではないが、同じ働きを持つ方程式である。構造全体の解式は、本文式(10)と同じ手法によって与えることができる。

討議者は、この解法の特徴は、応力ひずみ方程式を式(A.1)のごとくに与え、節点力-節点変位方程式を式(A.5)のごとくに与えるところにあると考える。式(A.5)において、剛性行列に対応する項が  $K_{NiMi}^{(m)}$  のごとく、各荷重段階ごとに変化しており、それだけ忠実に解析が進むであろう。ただし、各荷重段階ごとに、 $K_{NiMi}^{(m)}$  を作成する必要があり、それだけ計算上の労力が増加する。

要素の形状として、一般に良く用いられている三角形要素、三角錐要素などでは、トラス構造と同じく、要素内の応力、ひずみを一定と考えることができるために、積分の計算が簡単であるが、たとえば、板の曲げ問題などでは、要素内のひずみが一定とならないから、積分の計算が複雑になる。この点については、今後の研究が待たれると考える。

【回 答】

回答者：吉沢 孝和（信州大学工学部）

本文の図-1 は、式 (A.1) が示すように材料の非線型特性を

の型で取り扱うことを提案したものです。この式を用いる場合、応力-ひずみ曲線を分割して有限個数の要素線分に置換する必要が生じますが、分割数を増加することにより、材料の複雑な非線形特性を正確に解析に導入することができます。ただし、分割数が多くなるにつれ、計算には増分法が必要となり、計算時間が増加します。

討議文で指摘された式 (A.5) の中の  $K_{NiMI}^{(m)}$  および  $C_{Ni}^{(m)}$  の項を各荷重段階ごとにつくりかえるための労力ですが、筆者が今までにトラス系について経験した限り

では、最初に応力-ひずみ曲線の分割を粗くとり、直接反復法で近似解を得たのちに曲線を細分割して必要な部分に増分法を適用する手法が能率的です。有限要素法では要素の細分割により解を収束させていきますが、これに材料の非線型特性を導入する場合には、要素の分割の程度に対応させて上記の手法を用いることも考えられます。なお、増分法を用いる場合には、材料の非線型性と同時に、系の形状変化による影響を取り入れて計算を進めるのが望ましいと思います。この場合の解析式は本文式(18)と同じ型のものとなります。これらの問題につきましては今後研究していくたいと思います。

おわりに、本法の適用性に関して討議を寄せられ、有限要素法への適用例を体系的に明示して下さった討議者諸氏に厚くお礼申し上げます。

## 新刊

書店でも買えますが会員割引はありません。

1. 風速のスペクトルの発達(2)〈光易〉
2. 波面上の風速分布の数値計算〈日野・片岡〉
3. 直線せん断流による風波の発生〈日野・片岡〉
4. 流れの中の風波に関する研究(I)〈加藤・佐野〉
5. 数値計算による台風域内の波の分布について(II)一実際の台風による検討—〈井島・田淵〉
6. 港湾工事のための波浪予報〈吉村〉
7. 流れを遡る波のエネルギーの減衰について〈岩崎・佐藤〉
8. 二次波峰現象における非線型性の解析〈細井・石田〉
9. 表面波の質量輸送について〈浜田〉
10. 波動境界層における質量輸送と海底の洗掘〈野田〉
11. 碎波付近の表面水粒子速度に関する実験〈岩垣・酒井・関沼・川島〉
12. 斜面上における弧立波の変形に関する研究(I)〈尾崎・佐伯・花安〉
13. 越波のある場合の重複波の特性について〈土屋・山口〉
14. 海岸構造物不連続部の波高分布について(第5報)—前面波高の簡単な算定法—〈三井・筒井〉
15. 離岸堤による漁港の波浪遮蔽効果について〈高橋〉
16. 水平板による防波堤と岸壁に関する理論的研究(II)〈井島・尾崎・江口・小林〉
17. 碎波後の波のうち上げ高について〈郭・李〉
18. 波の遡上、越波および反射の関連性について(第2報)—堤脚水深の影響—〈高田〉
19. 不規則波に対する護岸の期待越波流量について(第2報)〈合田〉
20. 海岸堤防の越波量について〈富永・佐久間〉
21. シート型浮防波堤の消波効果について(II)〈加藤・乃万・萩野〉
22. 直立消波岸壁に関する二、三の実験的研究〈長尾・加藤〉
23. 透過性防波構造物の水理特性〈近藤・藤間〉
24. 日本沿岸における潮位の計画水面について〈久宝・竹沢〉
25. 混成堤基礎マウンドを被覆するコンクリート方塊の安定重量〈鹿島・斎藤・長谷川〉
26. 直立壁に作用する碎波の波力と波面との関係〈堀川・野口〉
27. 昭和45年冬期異常気象による海象と構造物の被害について〈西田・田中〉
28. 日本海(佐渡沖)における燈標に作用した最大波高について〈長崎〉
29. 透過工法による波圧減少に関する実験的研究〈菅野・桜井・塩谷〉
30. 施工段階における消波工の波圧減殺効果に関する実験的研究〈鴻上・時川〉
31. サロマ湖の水理について〈福島・尾崎・柏村・八鍬・高橋〉
32. 河口流の実態〈柏村・吉田〉
33. 重複波による底質の浮遊濃度分布〈服部〉
34. 波運動に伴う乱れと底質の浮遊〈堀川・渡辺〉
35. 実験計画法による海浜変形の研究〈増田・伊藤〉
36. 養浜工に関する基礎実験〈堀川・佐々木〉
37. 鹿島海岸沖浜帯の浮遊砂について(第2報)〈井口〉
38. 高知港口付近の漂砂に関する実験的研究〈上森・玉井・龜松〉
39. 須磨海岸の漂砂に関する模型実験〈佐藤・入江〉
40. 波と流れによる砂の移動について(II)〈中村・白石・佐々木〉
41. 台湾東海岸大武漁港の漂砂について〈蘇〉
42. 北海道太平洋岸における海岸浸食の特徴—内浦湾、日高・胆振海岸の浸食成因調査から—〈鴻上・井波・星〉
43. 千葉県屏風ヶ浦の海岸侵蝕について(2)—航空写真による海蝕崖の後退に関する研究・第3報—〈堀川・砂村〉
44. 富山海岸における漂砂源と卓越方向について—海岸踏査と底質分析とによる検討—〈佐藤・入江・堀江〉
45. 富山湾における海岸礫の移動〈岡本・小島・椎葉〉
46. 防波堤周辺の洗掘および海岸の欠壊について〈和田・岡田・西村・榎井〉
47. 離岸堤に関する研究(第1報)〈永井・久保〉
48. 離岸堤の統計的考察〈豊島〉
49. 河口堆土砂量の計算について〈広田〉
50. 河口閉塞にともなう河道内水位の解析的研究〈榎木・小船〉
51. 淡塩二層流における乱れ拡散に関する研究(1)〈岩崎・阿部〉
52. 流水中での重力拡散〈首藤〉
53. 流れの場に海洋放出された廃水の浮上ブリュームの側方弯曲拡がり〈林・首藤〉
54. 河口密度流に関する二、三の問題〈中村〉
55. 風浪の淡水湖塩分鉛直混入速度に与える影響〈南〉
56. 沿岸海域における工業用水取排水問題のシミュレーション〈和田〉
57. 汚染物質拡散の数値解法について(その2)〈堀口〉
58. 瀬戸内海における海水の交流と物質の拡散〈速水・宇野木〉
59. 定置式波向計(抵抗歪線型)について〈高橋・鈴木・佐々木・菅原〉
60. 波浪観測データの集中処理方式について〈高橋・鈴木・副島・中井〉
61. 電気油圧式不規則波発生機について〈岩垣・村上・酒井・木村〉
62. 造波機による不規則波の発生〈富永・橋本〉
63. 津波防波堤の効果について(2)〈堀川・首藤・西村〉
64. 津波の汀線における水理特性と陸上遡上〈岩崎・富樫・佐藤〉
65. 高知港の津波と振動特性に関する模型実験〈中村〉

◆パックナンバーあり。第16回 3000円・第15回 3500円・第14回 2500円・第13回 2200円◆

# 発売中 鋼鉄道橋設計標準解説

土木学会編 / A5・380ページ・上製 2000円(税込110円)

## 内容一覧

### 1. 国鉄の規程体系 2. 建造物設計基準規程 3. 建造物設計標準(鋼鉄道橋) 解説および付属資料

第1章 総則	る場合の有効断面積
1.1 適用範囲	7.1 部材および連結の計算
1.2 建築限界等	7.2 軸方向および曲げモーメントをうける部材の検算
第2章 荷重	7.3 部材のせん断応力度
2.1 荷重の種類	7.4 曲げモーメントとせん断力との合成応力
2.2 死荷重	7.5 リベット、ボルトおよびピンの応力計算
2.3 列車荷重	7.6 引張力、圧縮力またはせん断力をうける溶接継手
2.4 衝撃	7.7 T形継手のすみ内溶接が曲げモーメントとせん断力とをうける場合の検算
2.5 遠心荷重	7.8 部材の連結
2.6 車両横荷重	7.9 プレートガーダーの腹板の添接
2.7 制動荷重および始動荷重	第8章 板要素の幅厚比と補剛材
2.8 風荷重	8.1 部材の軸方向に圧縮力を受ける板要素
2.9 設計震度	8.2 部材の軸方向の圧縮力と曲げモーメントとを受ける板要素
2.10 温度変化	8.3 曲げモーメントを受ける部材の腹板
2.11 ロングレール縦荷重	8.4 せん断力と曲げモーメントを受ける部材の腹板
2.12 衝突荷重	第9章 床組
2.13 橋側歩道の荷重	9.1 縦桁
2.14 架設荷重、橋梁への添加物、支点変位の影響、雪荷重等	9.2 連続縦桁の曲げモーメント

第3章 材料	9.3 横桁
3.1 材料一般	9.4 縦桁と横桁との連結
3.2 構造用鋼材	9.5 横桁と主桁との連結
3.3 接合用材料	9.6 鋼床板の構造
3.4 支承用材料	9.7 鋼床板の縦リブの設計
第4章 許容応力度	9.8 鋼床板の横桁の設計
4.1 許容応力度	第10章 溶接継手
4.2 構造用鋼材および溶着部の許容応力度	10.1 溶接の種類
4.3 リベット、ボルトおよびピン	10.2 溶接継手のどの厚
4.4 支承	10.3 溶接の有効長
第5章 設計一般	10.4 グループ溶接を用いた突合せ継手
5.1 鋼材の弾性定数	10.5 グループ溶接の開先形状
5.2 橋桁の幅	10.6 すみ肉溶接のサイズ
5.3 橋桁のたわみ	10.7 すみ肉溶接の最小長さ
5.4 橋桁の転倒に対する検算	10.8 重ね継手
5.5 桁の上揚力に対する検算	10.9 T継手に用いるすみ肉溶接
5.6 部材の細長比	10.10 溶接とりべットまたは普通ボルトとの併用
5.7 二 次 応 力	第11章 リベット継手、ボルト継手およびピン連結
5.8 部材断面の構成	11.1 リベットの形状および寸法
5.9 鋼材の厚さ	11.2 ボルトの形状および寸法
5.10 最小山形鋼	11.3 最小中心間隔
5.11 そり	
第6章 有効断面積	
6.1 リベット孔およびボルト孔	
6.2 純断面積の計算	
6.3 引張山形鋼の有効断面積	
6.4 圧縮部材の有効断面積	
6.5 たわみ、不静定力等を計算す	

第7章 部材および連結の計算	11.4 最大中心間隔
7.1 部材の曲げ応力度	11.5 最小縫端距離
7.2 軸方向および曲げモーメントをうける部材の検算	11.6 最大縫端距離
7.3 部材のせん断応力度	11.7 山形鋼に用いるリベットまたは高力ボルト
7.4 曲げモーメントとせん断力との合成応力	11.8 締付長の大きいリベット
7.5 リベット、ボルトおよびピンの応力計算	11.9 間接添接の場合のリベット数
7.6 引張力、圧縮力またはせん断力をうける溶接継手	11.10 フィラーがある場合のリベット
7.7 T形継手のすみ内溶接が曲げモーメントとせん断力とをうける場合の検算	11.11 リベットまたはボルトの最小数
7.8 部材の連結	11.12 引張をうけるリベットおよびボルト
7.9 プレートガーダーの腹板の添接	11.13 ピン連結
第8章 板要素の幅厚比と補剛材	11.14 ピン
8.1 部材の軸方向に圧縮力を受ける板要素	11.15 ピン孔を有する部材
8.2 部材の軸方向の圧縮力と曲げモーメントとを受ける板要素	第12章 縞構およびダイヤフラム
8.3 曲げモーメントを受ける部材の腹板	12.1 縞構部材
8.4 せん断力と曲げモーメントを受ける部材の腹板	12.2 横構
第9章 床組	12.3 プレーキトラス
9.1 縦桁	12.4 中間対傾材
9.2 連続縦桁の曲げモーメント	12.5 端対傾材
9.3 横桁	12.6 ポータル
9.4 縦桁と横桁との連結	第13章 プレートガーダー
9.5 横桁と主桁との連結	13.1 フランジ断面
9.6 鋼床板の構造	13.2 フランジプレート端の前面すみ肉溶接
9.7 鋼床板の縦リブの設計	13.3 フランジプレートと腹板とを連結する溶接
9.8 鋼床板の横桁の設計	13.4 端補剛材
第10章 溶接継手	13.5 下路プレートガーダーの主桁上フランジの固定
10.1 溶接の種類	13.6 鋼床板としての応力と上フランジとしての応力との合成
10.2 溶接継手のどの厚	第14章 トラス
10.3 溶接の有効長	14.1 弦材等の構成
10.4 グループ溶接を用いた突合せ継手	14.2 孔あきプレートを有する部材
10.5 グループ溶接の開先形状	14.3 主構のガセットの厚さ
10.6 すみ肉溶接のサイズ	14.4 ポニートラス
10.7 すみ肉溶接の最小長さ	第15章 支承
10.8 重ね継手	15.1 支承一般
10.9 T継手に用いるすみ肉溶接	15.2 可動支承の種類
10.10 溶接とりべットまたは普通ボルトとの併用	15.3 可動支承の可動量
第11章 リベット継手、ボルト継手およびピン連結	15.4 可動支承の摩擦係数
11.1 リベットの形状および寸法	15.5 支承部分の寸法
11.2 ボルトの形状および寸法	15.6 アンカーボルト
11.3 最小中心間隔	15.7 支承の防じん装置
	第16章 付属設備
	16.1 橋側歩道
	16.2 張板
	16.3 排水

付属資料 1~21

4. 鋼鉄道橋関連規程、規格目録

●申込先: 税込160・東京都新宿区四谷1丁目 土木学会刊行物係 振替東京16828 Tel.(351)4133

- 高い粘性によるコストダウン
- 高い膨潤
- 少ない沈澱
- 品質安定

業界に絶対信用ある…  
山形産ベントナイト

基礎工事用泥水に

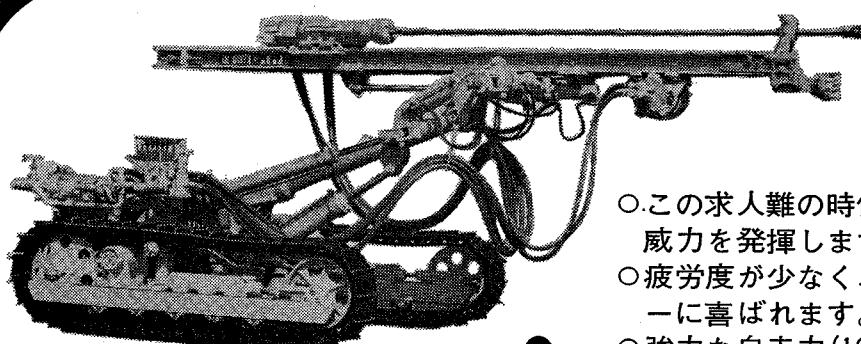
# フニケル



国峯礦化工業株式会社

本社 東京都中央区新川1-10 電話(552)6101代表  
工場 山形県大江町左沢 電話 大江 2255~6  
鉱山 山形県大江町月布 電話 貢見 14

お金にはかえられない利得があります



トヨーさくがんき

- この求人難の時代、数人分の威力を発揮します。
- 疲労度が少なく、オペレーターに喜ばれます。
- 強力な自走力(10HP×2)により、登坂力は抜群。
- 耐久性が高く、故障知らずのタフなドリッパー。
- 強力な打撃力・回転力で長孔さく孔もらくらく。

発売元  
東洋さく岩機販売株式会社

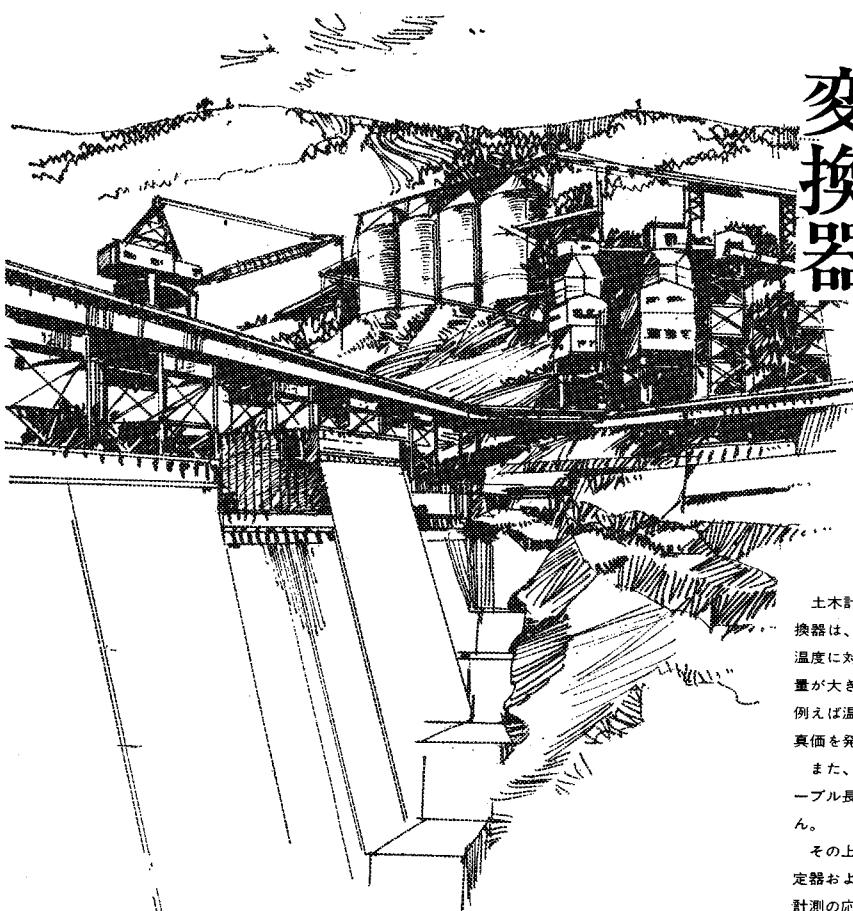
東京本店 東京都中央区日本橋江戸橋3の6  
支店・営業所 東京・大阪・名古屋・福岡・札幌・仙台・高松・広島

製造元・広島 東洋工業株式会社

**TYCD-10**  
クローラードリル

さくがんきづくり36年 トヨーさくがんき

昭和四十七年五月二十九日発行  
毎月二十日発行  
郵便物認可



# 土木計測用 ひずみゲージ式 変換器

土木計測用に開発されたひずみゲージ式変換器は、自己温度補償の原理を取り入れて、温度に対する補正が不要になりました。補正量が大きく真値のつかみにくい場での計測、例えば温度変化の大きい場などで使用すれば、真値を發揮します。

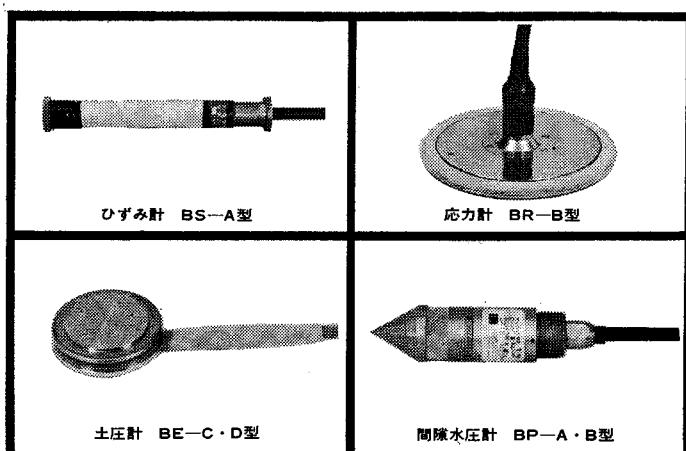
また、共和独特の指示器の採用により、ケーブル長は5kmまで感度に全く影響ありません。

その上、市販されているすべてのひずみ測定器およびその周辺器が使用できますので、計測の応用範囲が広がり便利になりました。

## 特長

- 温度補正是いりません
- ケーブル抵抗の補正は5kmまで全く不要
- あらゆるひずみ測定器に接続できる
- 小型の構造物にも使える
- 耐環境性にすぐれ、信頼性が高い

## 種類



品名	型式名	容量
ひずみ型	BS-A型	$\pm 500 \times 10^{-6}$ ひずみ
応力計	BR-B型	20, 50, 100kg/cm <sup>2</sup>
	B P - A 型	2, 5, 10, 20kg/cm <sup>2</sup>
	B P - B 型	2, 5, 10, 20kg/cm <sup>2</sup>
間隙水圧計	B E - B 型	
	B E - C 型	$\left. \begin{array}{l} 2, 5, 10 \\ kg/cm^2 \end{array} \right\}$
土圧計	B E - D 型	
	B E - E 型	$\left. \begin{array}{l} 2, 5, 10, 20 \\ kg/cm^2 \end{array} \right\}$
	B E - F 型	
変位変換器	B C D 型	$\pm 5 mm$

● カタログお送りいたします。  
誌名記入のうえ広報係まで

土木計測器の専門メーカー

**共和電業**

本社・工場 東京都調布市下布田1219

電話 東京調布0424-83-5101

営業所/東京・大阪・名古屋・福岡・広島・札幌 出張所/水戸

専用指示器 BM-12A

