

曲線桁橋の自動車による動的応答と衝撃係数に関する研究*

STUDY ON DYNAMICAL RESPONSE AND IMPACT OF HORIZONTALLY CURVED GIRDER BRIDGES UNDER MOVING VEHICLES

小松定夫**・中井 博***・事口寿男****
By Sadao Komatsu, Hiroshi Nakai and Hisao Kotoguchi

1. まえがき

道路橋の自動車による動的応答解析は、以前より数多くの研究が行なわれており、米国では Illinois や MIT 大学などにおける理論的研究、あるいは、AASHO の Road Test などの大規模な実験的研究が実施されてきている^{1)~3)}。

わが国でも、古くからこの種の問題の解析が進められており⁴⁾、特に最近では道路橋の衝撃に関する研究が活発に行なわれている。それらの研究の中でも、実際の交通流を道路橋に載荷させて動的応答をシミュレーションし、衝撃係数を求めた山田・小堀の研究⁵⁾は、注目すべき研究であると思われる。さらに、これらの研究は、不規則振動論によっても検討が加えられ、道路橋の合理的な衝撃係数が提案されるようになった⁶⁾。

しかしながら、最近の市街部の道路橋は、直線桁橋と同程度に曲線桁橋が架設される機会も多く、曲線桁橋の合理的設計があらゆる角度より検討されている。ところが、曲線桁橋の振動特性は周知のとおり曲げ振動とねじり振動が連成するために、従来の直線桁橋の振動特性と著しく相違する。したがって、曲線桁橋の自動車による動的応答を解析し、合理的な衝撃係数を求めることが重要な課題として残されている⁷⁾。

この研究は、著者らが先に行なった曲線桁橋の動的応答の理論的・実験的研究^{8)~10)}をもとにして、まず自動車1台のみが走行する場合につき動的增幅率(D.A.F.)が、(1) 曲線桁橋の断面形状、(2) 平面形状、(3) 自動車と曲線桁橋との固有振動数の比、および(6) 両者の質量比、(7) 自動車の走行位置、(8) 走行速度、(9) 自動車の起振力、などのパラメーターによりどのような影響を

受けたかを調べるものである。

次に、以上のようなパラメトリック解析や実験データなどをもとにして、ランダムではないが数台の自動車が連行する荷重列のモデルを作成し、この連行荷重を今まで実際に建設された断面形状、スパン、曲率半径の種々異なる単純曲線桁橋に載荷せしめ、そのときの動的応答より動的増幅率(D.A.F.)を求める。そして、この動的増幅率を、(1) スパン、(2) 中心角、(3) 断面形状、および(4) 走行位置などによって整理し、曲線桁橋の衝撃係数をどのように定めればよいかをあらゆる点より検討し、最後に、合理的でしかも実用的な衝撲係数の算定公式を提案したものである。

2. 記号

図-1 は解析の対象とする単純曲線桁橋の断面形状を示す。

まず、座標系としては、せん断中心 S において直交座標 (x, y, z) を取る。そして、鉛直荷重 P_0 による桁の変形量として、 $w: z$ 軸方向のたわみ、 $\beta: x$ 軸まわりの断面回転角とする。

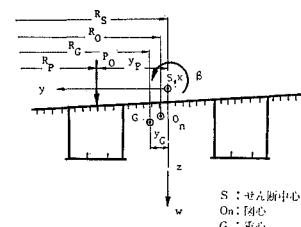


図-1 曲線桁橋断面

また、解析には次の断面定数を用いた。①せん断中心軸上で考えた単位体積あたりの質量： m

③ z 軸に関する断面 1 次モーメント: S_z, S'_z

$$S_z = A_s y_G, \text{ および } S_z' = S_z - I_s / R_s \cdots$$

* 土木学会第25回年次学術講演会で発表, I-161 (昭45.11)

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学教室

*** 正会員 工修 大阪市立大学助教授 工学部土木工学教室

**** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学教室

ここに, I_y : 図心 O_n を通る水平軸まわりの断面 2 次モーメント, I_G : 重心軸 G まわりの極断面 2 次モーメント, J : ねじり抵抗係数, C_w : 曲げねじり抵抗係数。

また、 R_o : 図心 O_o の曲率半径、 R_s : せん断中心 S の曲率半径、 R_G : 重心 G の曲率半径、 R_P : 鉛直荷重 P_o の載荷点における曲率半径、 y_G : せん断中心 S と重心 G との水平距離、とする。なお、以上の断面定数は全スパンにわたる平均値を用いる^{8)~9)}。

さらに、材料の機械的性質などを以下のように表わす。 E_s : ヤング係数, G_s :せん断弾性係数, r :材料の単位体積重量, g :重力加速度。

一方、単純曲線桁橋の平面形状を図-2 に示す。ここで、 s : 着目点の位置を固定するため、せん断中心軸 $S \sim S'$

にそって取った曲線座標 ($s = R_s \phi$), L : 単純曲線
 枝橋のスパン, ϕ : 中心角とする。 L と ϕ との関係は、

で与えられる。

次に、橋上を走行する自動車は、文献 9) の仮定のもとに 1 自由度系の振動体にモデル化する。そして、これらが連行して橋上を走行する状態を図-3 に示す（桁横断面方向における自動車の走行位置は、曲率半径 R_P 上にあるものとする）。

ここに、サフィックス k は第 k 番目の自動車に関するものとし、 $M_{V,u,k}$: ばね上質量、 $M_{V,l,k}$: ばね下質量とする。また、

$$M_{V,k} = M_{V,u,k} + M_{V,l,k}, \quad P_{0,k} = M_{V,k} g \quad \dots \quad (7)$$

をそれぞれ、全質量および重量、とする。さらに $K_{V,k}$: ばね定数、 $D_{V,k}$: 減衰係数、 z_k : ばね上質量の絶対変位、 δ_k : ばねの変位、 V_0 : 走行速度、 λ_k : 左支点からの走行距離、とする。

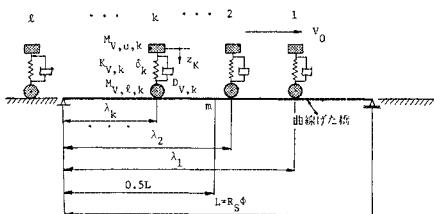


図-3 連行荷重列

2. 曲線桁橋の動的特性を表わす基本諸量

曲線桁橋は、文献 9) に示したように 図-4 のようなモデルに置換することができる。単純曲線桁橋の場合で、図-3 のスパン中央点 m の変形量 w, β を求めるときには、振動モードを 1 次モードのみに限定しても、実用的には十分な精度が得られる。したがって、

と表わされる。

さて、自動車が橋上を滑めらかに走行する際、自動車のばね下質量は、桁の質量に加算されることになるので、この影響を考慮すると¹⁾、桁の有効質量 M_B 、回転質量 I_B 、および M_B の偏心によることができる。

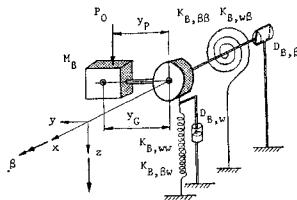


図-4 曲線桁橋の等価振動モデル
の質量 Z_B は、次のように表わす

$$\left. \begin{aligned} M_B &= mA_s L/2 + \sum_{k=1}^l M_{V,l,k} \bar{\sigma}^2(v_0 t) U(\lambda_k) \\ I_B &= mI_s L/2 + \sum_{k=1}^l M_{V,l,k} y_p \bar{\sigma}^2(v_0 t) U(\lambda_k) \\ Z_B &= mS_z L/2 + \sum_{k=1}^l M_{V,l,k} y_p \bar{\sigma}^2(v_0 t) U(\lambda_k) \end{aligned} \right\} \dots \quad (9)$$

ここに、関数 $\sigma(v_0 t)$ は、時間 t と自動車の速度 V_0 、および、走行位置 R_p の関数であり、

$$\sigma(v_0 t) = \sin\left(\frac{R_s}{R_h} \cdot \frac{\pi V_0}{L} \cdot t\right) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

である。また、 $U(\lambda_k)$ は Unit step function であり、以下のように定める。

$$\left. \begin{array}{l} U(\lambda_k) = 1, \quad (0 < \lambda_k < L) \\ U(\lambda_k) = 0, \quad (0 \geq \lambda_k \geq L) \end{array} \right\} \dots \quad (11)$$

次に, $K_{B,ww}$, $K_{B,w\beta}$ および $K_{B,\beta\beta}$ は, 曲線桁橋の剛性を表わすね定数であり, 単純曲線桁橋についてでは, 次式で求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} K_{B,ww} &= E_s I_y' \{ \pi^2 (\pi^2 + \Phi^2 \kappa) \} / (2 L^3) \\ K_{B,w\beta} &= K_{B,\beta w} = E_s I_y' \{ \pi^2 \Phi (\kappa + 1) \} / (2 L^2) \\ K_{B,\beta\beta} &= E_s I_y' (\pi^2 \kappa + \Phi^2) / (2 L) \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (12)$$

ここに、パラメーター κ は換算ねじり剛性 $G_s J + E_s C_w (\pi/L)^2$ と曲げ剛性 $E_s I_y'$ の比を表わす。すなわち

$$\kappa = \frac{G_s J + E_s C_w (\pi/L)^2}{E_s I_v'} \quad \dots \dots \dots (13)$$

最後に、曲線桁橋の曲げとねじりに関する減衰係数 $D_{B,w}$, $D_{B,s}$ は、

$$D_{B,w} = M_B \mathfrak{D}_1 p_1 / \pi, D_{B,\beta} = M_B \mathfrak{D}_{\text{II}} p_{\text{II}} / \pi \dots (14)$$

より求めることができる。ここに、 p_1, p_{II} ($p_1 < p_{\text{II}}$) は曲線桁橋の固有振動数 (rad/sec) であり、以下の式によって算定することができる。

$$p_{1, \text{II}} = \sqrt{(b \mp \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)} \dots (15)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} a &= A_s I_G \\ b &= A_z I_s (p_{ww}^2 + p_{\beta\beta}^2) - S_z S_z' (p_{\beta w}^2 + p_{w\beta}^2) \\ c &= A_z I_s p_{ww}^2 p_{\beta\beta}^2 - S_z S_z' p_{\beta w}^2 p_{w\beta}^2 \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

および、

$$\left. \begin{aligned} p_{ww}^2 &= E_s I_y' \{\Phi(\pi^2 - \phi^2)\} / (mA_z L^4) \\ p_{\beta w}^2 &= E_s I_y' \{\Phi(\pi^2 - \phi^2)\} / (mS_z' L^3) \\ p_{w\beta}^2 &= E_s I_y' \{\pi^2 \phi (\kappa + 1)\} / (mS_z L^3) \\ p_{\beta\beta}^2 &= E_s I_y' (\kappa \pi^2 + \phi^2) / (mI_s L^2) \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

また、式 (14) の \mathfrak{D}_1 および \mathfrak{D}_{II} は、それぞれ曲げ振動とねじり振動に関する対数減衰率とする。

4. 連行荷重による動的応答を求める基礎式

自動車による曲線桁橋の動的応答の基礎式は、すでに文献 9) に示したが、それらを連行荷重の場合について拡張する。そして、計算精度を高めると同時に、各種のパラメーターによる動的応答を明らかにするために、基礎式をすべて無次元化し、パラメトリック解析を行なう¹⁰⁾。

まず、時間 t を

$$\tau = A t \dots (18)$$

$$\Lambda = (R_s/R_p) \cdot (V_0/L) \dots (19)$$

とおき、演算時間 τ についての微分を次の記号で表わす。

$$d/d\tau = \dots (20)$$

また、曲線桁橋の変形量 w, β 、および、自動車の変位 z_k, δ_k は次のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} W &= w/w_{st}, B = \beta/\beta_{st}, Z_k = z_k/w_{st}, \Delta_k = \delta_k/w_{st} \\ &\dots \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

ここに、 w_{st} および β_{st} は、それぞれ図-3 の連行荷重のもとにおける単純曲線桁橋のスパン中央点 m の最大静的たわみ、および、最大静的断面回転角であり、 k 番目の荷重による静的たわみ \tilde{w}_{st} と断面回転角 $\tilde{\beta}_{st}$ を

$$\left. \begin{aligned} \tilde{w}_{st,k} &= \frac{R_p}{R_s} \cdot \frac{M_{V,k} g}{K_{B,ww}} \cdot \frac{1 - y_p k_\beta}{1 - k_w k_\beta} \\ \tilde{\beta}_{st,k} &= \frac{R_p}{R_s} \cdot \frac{M_{V,k} g}{K_{B,\beta\beta}} \cdot \frac{y_p - k_w}{1 - k_w k_\beta} \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

と表わせば、次式の最大値として容易に計算できる。

$$\left. \begin{aligned} w_{st} &= \sum_{k=1}^l \{\tilde{w}_{st,k} \cdot U(\lambda_k) \cdot \sin(\pi \lambda_k / L)\} \\ \beta_{st} &= \sum_{k=1}^l \{\tilde{\beta}_{st,k} \cdot U(\lambda_k) \cdot \sin(\pi \lambda_k / L)\} \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} k_w &= L \cdot \Phi \{(1 + \kappa) / (\pi^2 + \kappa \phi^2)\} \\ k_\beta &= (\pi^2 \phi / L) \cdot \{(1 + \kappa) / (\kappa \pi^2 + \phi^2)\} \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

とする。ちなみに、直線桁橋の場合であれば、 $k_w = k_\beta = 0$ となる。

さて、連行荷重による曲線桁橋の動的応答の基礎式を式 (18)～(24) によって無次元化すれば、 $W(\tau), B(\tau), Z_k(\tau), \Delta_k(\tau)$ に関して次の連立微分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{W} &= -\rho_w (W - \alpha_w B) - \mu_w (\dot{W} - \varepsilon_w \dot{B}) \\ &+ \sum_{k=1}^l \{\rho_w \psi_{w,k} + \zeta_k (\rho_k \Delta_k + \mu_k \dot{\Delta}_k)\} U(\lambda_k) \sin(\pi \tau - \varphi_k) \\ \ddot{B} &= -\rho_\beta (B + \alpha_\beta W) - \mu_\beta (\dot{B} - \varepsilon_\beta \dot{W}) \\ &+ \sum_{k=1}^l \{\rho_\beta \psi_{\beta,k} + \chi_k (\rho_k \Delta_k + \mu_k \dot{\Delta}_k)\} U(\lambda_k) \sin(\pi \tau - \varphi_k) \\ \ddot{Z}_k &= -\rho_k \Delta_k - \mu_k \dot{\Delta}_k \\ \dot{\Delta}_k &= \dot{Z}_k - (\dot{W} + \eta_p \dot{B}) \sin(\pi \tau - \varphi_k) \\ &- (W + \eta_p B) \pi \cos(\pi \tau - \varphi_k) \\ \Delta_k &= Z_k - (W + \eta_p B) \sin(\pi \tau - \varphi_k) \end{aligned} \right\} \quad (k=1, 2, 3, \dots, l) \dots (25)$$

ここで、新しく導入したパラメーターは、以下のとおりとする。

(1) 曲線桁橋に対して

$$\left. \begin{aligned} \rho_w &= \frac{1}{A^2} \cdot \frac{K_{B,ww} (I_B - Z_B k_w)}{M_B I_B - Z_B^2} \\ \rho_\beta &= \frac{1}{A^2} \cdot \frac{K_{B,\beta\beta} (M_B - Z_B k_\beta)}{M_B I_B - Z_B^2} \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_w &= \frac{1}{A} \cdot \frac{I_B D_{B,w}}{M_B I_B - Z_B^2} \\ \mu_\beta &= \frac{1}{A} \cdot \frac{M_B D_{B,\beta}}{M_B I_B - Z_B^2} \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \frac{Z_B - I_B k_\beta}{I_B - Z_B k_w} \cdot \frac{y_p - k_w}{1 - y_p k_\beta} \\ \alpha_\beta &= \frac{M_B k_w - Z_B}{M_B - Z_B k_\beta} \cdot \frac{1 - y_p k_\beta}{y_p - k_w} \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_w &= \frac{Z_B K_{B,ww}}{I_B K_{B,\beta\beta}} \cdot \frac{D_{B,\beta}}{D_{B,w}} \cdot \frac{y_p - k_w}{1 - y_p k_\beta} \\ \varepsilon_\beta &= \frac{Z_B K_{B,\beta\beta}}{M_B K_{B,ww}} \cdot \frac{D_{B,w}}{D_{B,\beta}} \cdot \frac{1 - y_p k_\beta}{y_p - k_w} \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

ここで、直線桁橋の場合には、断面が一般に左右対称であるので、 $Z_B = 0$ 、したがって、 $\alpha_w = \alpha_\beta = \varepsilon_w = \varepsilon_\beta = 0$ と置くことができる。

(2) 自動車に対して

$$\rho_k = \frac{1}{A^2} \cdot \frac{K_{V,k}}{M_{V,u,k}}, \quad \mu_k = \frac{1}{A} \cdot \frac{D_{V,k}}{M_{V,u,k}} \dots (30)$$

$$\eta_p = \frac{K_{B,ww}}{K_{B,\beta\beta}} \cdot \frac{y_p (y_p - k_w)}{1 - y_p k_\beta} \dots (31)$$

$$\varphi_k = (A\pi/V_0) \sum_{k=1}^l \lambda_k \dots (32)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{w,k} &= \frac{w_{st,k}}{w_{max}} \cdot \frac{I_B - Z_B y_p}{I_B - Z_B k_w} \cdot \frac{1 - k_w k_\beta}{1 - y_p k_\beta} \\ \psi_{\beta,k} &= \frac{\beta_{st,k}}{\beta_{max}} \cdot \frac{M_B y_p - Z_B}{M_B - Z_B k_\beta} \cdot \frac{1 - k_w k_\beta}{y_p - k_w} \end{aligned} \right\} \dots (33)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_k &= M_{V,u,k} \frac{R_p}{R_s} \cdot \frac{I_B - Z_B y_p}{M_B I_B - Z_B^2} \\ z_k &= M_{V,u,k} \frac{R_p}{R_s} \cdot \frac{M_B y_p - Z_B}{M_B I_B - Z_B^2} \cdot \frac{K_{B,\beta\beta}}{K_{B,ww}} \cdot \frac{1 - y_p k_\beta}{y_p - k_w} \end{aligned} \right\} \dots (34)$$

以上のパラメーターを用いて、連立微分方程式を解けばよいが、初期条件は曲線桁橋に対して、

$$W(0) = B(0) = \dot{W}(0) = \dot{B}(0) = 0 \dots (35)$$

とする。

また、自動車に対しては、その振動の位相差を無視し、次のように置くこととする。

$$Z_k(0) = z_k(0)/w_{st}, \dot{Z}_k(0) = 0 \dots (36)$$

このような初期条件が与えられると、式(25)は変数係数を持つ連立微分方程式であるので、容易に解くことができる。本文では、Runge-Kutta-Gill のサブルーチンを使用して、式(25)を数値積分する。そのとき、種々な試算を行なった結果、演算時間間隔 Δt は、

$$\Delta t = (4/30) \cdot (1/f_B) \dots (37)$$

ただし、

$$f_B = p_1/2\pi \text{ (曲線桁橋の基本固有振動数 c/s)} \dots (38)$$

にとれば十分であることがわかった。また、本文では時間 t を式(18)に示すように変換してあり、変形量は式(21), (36)に示すように無次元化してあるために、高精度の演算を行なうことができるものと思われる。

最後に、式(25)の解を式(18), (21)によって次元を戻せば、所要の解を求めることができる。たとえば、スパン中央断面の曲率中心より R_p だけ偏倚した載荷点のたわみは、

$$w_d = w + y_p \beta \dots (39)$$

より求めることができる。

ここで、式(39)の動的たわみの最大値を $w_{d,max}$ とし、一方、静的たわみの最大値 $w_{st,max}$ を、

$$w_{st,max} = w_{st} + y_p \beta_{st} \dots (40)$$

とすれば、動的増幅率(D.A.F.)は、図-5に示すように次式で求められる。

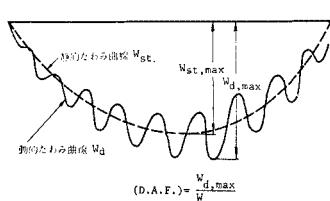


図-5 動的増幅率(D.A.F.)の定義

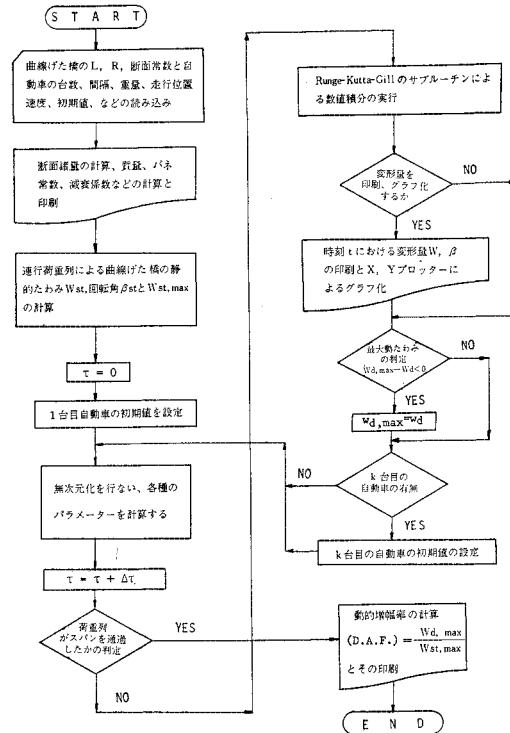


図-6 フローチャート

$$(D.A.F.) = w_{d,max}/w_{st,max} \dots (41)$$

図-6は、これらの計算のフローチャートを示す。

5. 曲線桁橋と自動車の振動特性を表わすパラメーターに関する考察

(1) 曲線桁橋の断面諸量

曲線桁橋では、スパン、曲率半径、断面形状など種々なパラメーターがあるが、たわみ性状や振動特性を簡単なパラメーターによって表わすことができるものと思われる。そこで、本文では実際に建設された $L=20\text{m} \sim 50\text{m}$, $R_s=30\text{m} \sim 90\text{m}$ の単純曲線桁橋 21 橋について、それらの特性を調べることにした。表-1に断面諸量を示す。また、図-7は断面形状を示したものである。

(2) $\kappa (= G_s J + E_s C_w (\pi/L)^2 / E_s I_y')$ 値について

表-1に示したように断面形状によって κ 値には、かなりの差異があり、振動特性には κ の影響が現われるものと思われる。そこで、スパン L と κ との関係をプロットしたものを図-8に示す。

この図より箱形断面の場合は、スパンによる κ の変化はわずかであるが、I 形断面の場合はスパンの増大に伴って κ は著しく減少する傾向がある。

しかしながら、一般に、

表-1 曲線桁橋の断面諸量

桁番号	スパン L (m)	曲率半径 R (m)	中心角 ϕ (rad)	幅員 B (m)	質量 m (10^{-5} kg· sec^2/cm^4)	断面積 A_s ($\times 10^6 \text{cm}^2$)	断面1次モーメント S_z ($\times 10^6 \text{cm}^3$)	断面2次モーメント I_y ($\times 10^6 \text{cm}^6$)	極断面2次モーメント I_s ($\times 10^6 \text{cm}^4$)	換算ねじり剛性 κ	断面形状
1	19.5	57.0	0.342	6.5	2.013	2.667	0.774	8.210	1.321	0.114	
2*	20.0	50.0	0.400	9.2	2.473	3.478	4.452	10.570	2.086	0.156	
3	25.0	51.0	0.490	6.5	2.733	2.076	1.714	8.181	1.705	0.104	
4	27.0	31.0	0.871	7.5	2.138	3.070	1.909	14.219	2.248	0.088	
5	30.0	60.0	0.500	7.0	2.070	3.117	0.505	20.436	1.749	0.055	
6	33.4	90.0	0.371	8.2	2.027	3.692	0.872	22.830	1.976	0.059	
7	40.0	74.0	0.528	8.5	2.240	3.514	0.700	20.443	2.818	0.050	
8	22.0	61.0	0.361	9.7	2.659	3.352	1.615	6.416	2.698	0.470	
9	25.0	40.7	0.614	7.8	2.427	3.098	0.748	8.436	2.050	0.377	
10	25.0	40.9	0.611	8.5	2.591	3.441	3.264	7.442	2.073	0.304	
11*	30.0	40.0	0.750	7.8	2.427	3.098	5.353	13.830	4.220	0.344	
12	40.0	64.2	0.623	8.0	1.846	4.584	0.280	33.586	3.144	0.262	
13	45.0	80.0	0.563	12.7	2.038	4.642	1.450	39.124	6.703	0.271	
14	45.0	80.5	0.559	12.7	2.233	5.581	2.860	41.815	8.918	0.328	
15	45.0	85.5	0.528	13.1	2.294	5.583	1.615	46.595	9.246	0.304	
16	50.0	88.7	0.564	12.6	2.273	5.434	2.763	44.305	8.839	0.341	
17	50.0	84.9	0.589	13.1	2.810	5.617	3.014	50.162	9.348	0.322	
18	22.0	60.0	0.340	7.9	2.302	3.406	0.725	7.067	2.142	0.890	
19	30.0	79.0	0.380	7.9	2.302	3.406	0.728	11.064	2.302	0.890	
20*	32.0	50.0	0.640	9.2	2.291	3.382	1.407	15.430	1.147	0.686	
21	37.4	54.2	0.690	8.2	1.872	4.472	0.653	17.355	2.102	0.785	

並列I形曲線桁橋(図-7(a))に対して:

$$\kappa = 0.05 \sim 0.2$$

2箱形曲線桁橋(図-7(b))に対して:

$$\kappa = 0.2 \sim 0.5$$

1箱形曲線桁橋(図-7(c))に対して:

$$\kappa = 0.5 \sim 1.0$$

…(42)

程度の値をとることがわかる。したがって、 κ は断面形状を表わすパラメーターとみなすことができる。

(3) 曲線桁橋の静的たわみ性状について

一般の曲線桁橋について、断面形状を表わすパラメーター κ と中心角 ϕ とが、静的たわみにどのような影響をおよぼすかを調べる。この静的たわみ w_{st} を中心角 $\phi=0$ とした直線桁橋の静的たわみ $w_{\phi=0}$ によって無次元化してプロットしたものを図-9に示す。

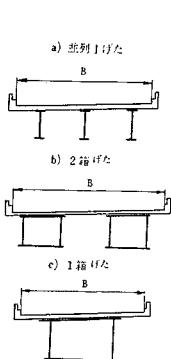
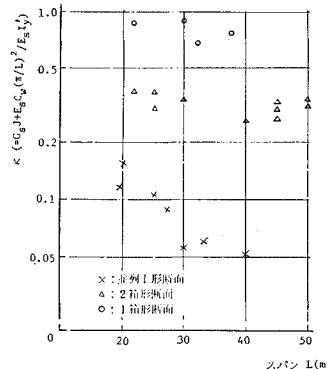


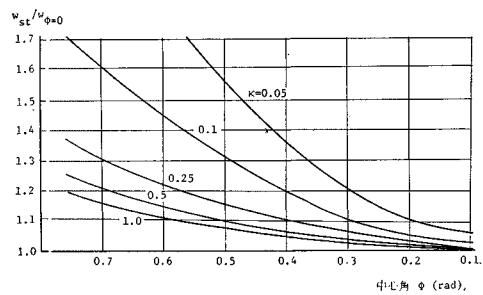
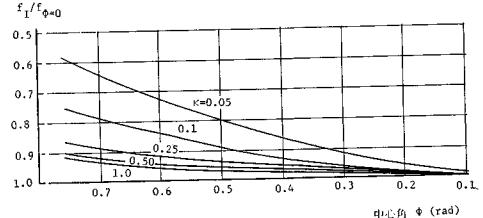
図-7 曲線桁の断面形状

図-8 断面形状を表わすパラメータ κ とスパン L との関係

この図より明らかなように、 $w_{st}/w_{\phi=0}$ は κ と ϕ に大きく影響され、 $\kappa < 0.1$ でしかも $\phi > 0.2$ 、 $\kappa > 0.5$ でしかも $\phi > 0.4$ であれば、たわみについて5%以上の誤差が生じるので、曲率の影響を考慮する必要があることを示している。

(4) 曲線桁橋の固有振動数

(3) と同様に、 κ と ϕ とが曲線桁橋の基本固有振動数 f_B (c/s)に及ぼす影響を調べたものを図-10に示す。ただし、 f_B は $\phi=0$ の直線桁橋の値 $f_{\phi=0}$ で無次元化

図-9 κ と ϕ による静的たわみ性状の変化図-10 κ と ϕ による固有振動数の変化

してある。

固有振動数についても、(3) と同様な傾向がある。ここで、固有振動数については 2.5% 以下の誤差しか生じないようにパラメーター κ と ϕ の範囲、すなわち、曲線桁橋として動的解析を行なうべき範囲は、次のようにして判定するのが適切であるように思われる。

$$\left. \begin{array}{l} \kappa \leq 0.1 \text{ のとき } \phi \geq 0.2 \\ 0.1 < \kappa < 0.5 \text{ のとき } \phi \geq 0.2 + 0.5(\kappa - 0.1) \\ \kappa \geq 0.5 \text{ のとき } \phi \geq 0.4 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(43)$$

さて、表-1 に示した曲線桁橋について、基本固有振動周期 T_B (sec) を、

$$T_B = 1/f_B \quad \dots\dots\dots(44)$$

より求め、スパン L との関係をプロットすれば、図-11 が得られる。

なお、図中点線で示す直線は、直線桁橋 26 橋について現場実験を行ない、最小 2 乗法によって求めた T_B の実験式である¹²⁾。曲線桁橋の T_B と L との関係は、若干ばらつきもあるが同様に直線式で近似すると、

$$T_B = L/70 - 0.1 \quad (20 \text{ m} < L < 50 \text{ m}) \quad \dots\dots\dots(45)$$

になる。ちなみに、 $L=40 \text{ m}$ の曲線桁橋と直線桁橋の T_B は、それぞれ、約 0.47 sec, 0.35 sec と異なる。また、スパン 40 m の曲線桁橋の T_B 値は、約スパン 50 m の直線桁橋の T_B 値と等価になる。このように曲線桁橋の T_B 値が直線桁橋より大きくなることは、パラメーター κ と ϕ とが影響するためである。

(5) 曲線桁橋の対数減衰率

曲線桁橋の対数減衰率 \mathfrak{D}_B とスパン L との関係を図-12 に示すが、実測データが少なく、これだけのデータでは不明確な点が多い¹³⁾。それで、(4) に述べた直線桁橋の対数減衰率を図中にプロットしてみた。直線桁橋の場合でも断面形状による差異が多少あるように思われる。したがって、曲線桁橋については、さらに実測値を集積することが望ましいが、図-12 中の点線で示す直線によって対数減衰率を推定することにした。そして、曲げ振動に対しても、ねじり振動に対しても同じ対数減衰率 \mathfrak{D}_B 、すなわち、

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{D}_B = \mathfrak{D}_1 = \mathfrak{D}_{\alpha} = 0.2 - 0.005(L - 20) \\ (20 \text{ m} < L < 50 \text{ m}) \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(46)$$

を取り、 \mathfrak{D}_B 値をできるだけ小さい値に仮定する。

(6) 自動車の振動特性

橋上を走行する自動車は、まず橋端の継目によって衝撃を受け、さらに橋面の凹凸によって起振される。本文では、これらの要因によって自動車は固有振動数 $f_V (= p_v / 2\pi, \text{c/s})$ 付近で振動し、そのときの鉛直加速度 αg (cm/sec^2) が与えられているものとして解析する。

ところで、文献 14) によると f_V と α との関係は、自動車が高速道路を走行する場合、図-13 に示す範囲内にあるとされている。ちなみに、著者等が実測したデータをプロットしてみると、この範囲内に入ることがわかる。

したがって、図-13 より

$$f_V = 2 \sim 6 \text{ c/s}, \alpha = (0.1 \sim 0.4) g \quad \dots\dots\dots(47)$$

の範囲内にあるものと考えてよい。この式より、式(36)の初期変位 $z(0)$ は

$$z(0) = (M_{V,u}/K_V)\alpha = \alpha/(2\pi f_V)^2 \quad \dots\dots\dots(48)$$

となり、そのときの起振力は、次式で表わされる。

$$F = M_{V,u} \cdot \alpha = K_V \cdot z(0) \quad \dots\dots\dots(49)$$

また、その他のパラメーターとしては、走行速度 V_0 、質量比 $M_{V,u}/M_V$ 、対数減衰率 \mathfrak{D}_V などがあり、これらは道路状況や車種などによって種々異なるものである。しかし、 V_0 は曲線桁橋の区間では 40 km/h ぐらいに制限されている場合が多い。また、実測によると(図-13)の大型貨物自動車で貨物満載の状態を対象) $M_{V,u}/M_V \geq 1.0$, $\mathfrak{D}_V = 0.2$ 程度の値をとることがわかっている。

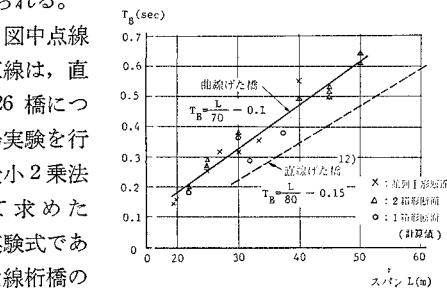


図-11 基本固有周期 T_B とスパンとの関係

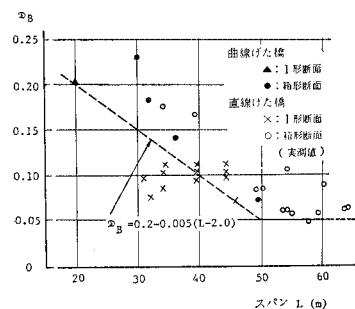


図-12 対数減衰率 \mathfrak{D}_B とスパンの関係

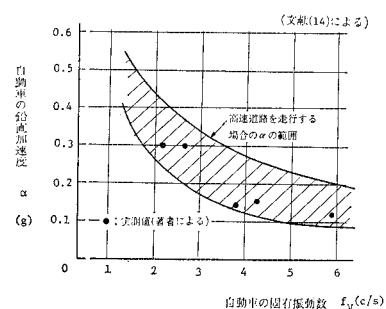


図-13 f_V と α との関係

る^{10), 12)}。

6. 種々なパラメーターによる動的増幅率 (D.A.F.)の変化(自動車1台のみ走行)

- 曲線桁橋の動的増幅率(D.A.F.)がどのようなパラメーターの影響を受けるかを解析するために、まず自動車1台($k=1$ であるが、1台のときサフィックス k は省略する)のみが走行する場合について計算を行なう。曲線桁橋や自動車には、5.で述べたように種々なパラメーターが考えられる。しかし、本文ではおもに表-1のNo. 2, No. 11, No. 20の曲線桁橋をモデルとして、パラメトリック解析を行なった。表-2はパラメーターを総括したものである。

なお、動的応答や(D.A.F.)の計算は、3.で述べた方法に基づき、大阪市立大学計算センター設置のFacom 270/30によって行なった。表-2のパラメーターの組合せは、合計760通りにも及ぶようだな計算量となったが、1ケースあたりの演算時間は約120secであった。

(1) 曲線桁橋と自動車との固有振動数比 f_B/f_V の影響

表-2で f_B/f_V 、および κ 値を種々変化させたときの動的増幅率(D.A.F.)をプロットしたものを図-14に示す。

この図に示すように、 f_B/f_V による(D.A.F.)の変化は、顕著であり、また κ 値によって多少相違することがわかる。しかし、 $f_B=f_V$ 付近、すなわち曲線桁橋と自動車との固有振動数がほぼ一致する場合に(D.A.F.)は当然大きくなる。そして、(D.A.F.)の最大値は厳密にいうと $f_B/f_V=1$ より若干ずれていることがわかる。これは、自動車のばね下質量が桁の有効質量に加算され

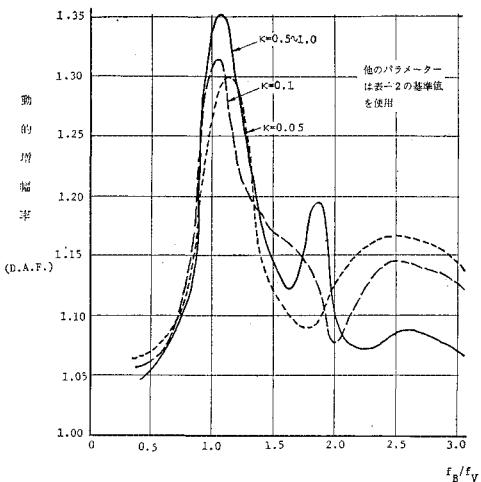


図-14 f_B/f_V と (D.A.F.) との関係

ているために、自動車走行時の曲線桁橋の固有振動数 f_B が基本のものよりも多少小さくなり、共振点が若干ずれることを意味している。しかし、実際には $f_B/f_V=1$ のときに(D.A.F.)は最大になるとみなしてもよいようと思われる。

(2) 換算ねじり剛性と曲げ剛性との比 κ の影響

$f_B/f_V=1$ とし、種々な κ 値に対する(D.A.F.)の変化を図-15に示す。

一般に、 κ が大きいほど(D.A.F.)は大きいことが図-15よりわかるが、 $f_B/f_V=1$ のとき κ が0.5以上であれば、(D.A.F.)はほとんど変化がないことがわかる。しかし、 κ が0.5以下では、 κ の減少に伴って徐々に(D.A.F.)が小さくなり、多少の変化が現われる。したがって、並列I形曲線桁橋で κ の値が著しく小さいときには、 κ の影響を考慮して(D.A.F.)を求める必要があるものと思われる。

(3) 自動車の走行位置 R_p による影響

(1)～(2)では、簡単のために自動車はせん断中心軸上を走行するものとしたが、ここで自動車の走行位置、すなわち、ねじり振動の強制項による応答の変化がどのよ

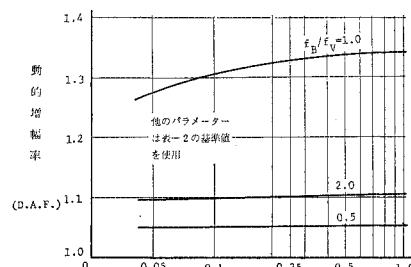


図-15 κ と (D.A.F.) との関係

表-2 パラメーター

パラメーター	範囲	基準値	備考
(1) 曲線桁橋と自動車との固有振動数比: f_B/f_V	0.3～3.0	1.0	式(45),(47) および図-10, 図-11 参照
(2) 換算ねじり剛性と曲げ剛性との比: κ	0.05～1.0	0.3	式(13),(42) および図-8 参照
(3) 自動車の走行位置: y_p (m)	±3.0	0	—
(4) 曲線桁橋の中心角: θ	0～1.0	0.75	$L=30.0\text{ m}, R_s=40.0\text{ m}$ を基準とする
(5) 曲線桁橋と自動車との質量比: ζ	0.1～1.0	0.2	自動車重量を $P_0=20\text{ t}$ とする
(6) 曲線桁橋の減衰: ξ_B	0～0.2	0.1	式(46) および図-12 参照
(7) 自動車の走行速度: V_0 (km/h)	10～50	40	—
(8) 自動車の初期条件: α (g)	0～0.5	0.3	式(47) および図-13 参照
(9) 自動車のばね定数: K_V (t/m)	0.5～5.0	2.5	—
(10) 自動車の減衰: ξ_V	0.2	—	実測値より推定5.(6)
(11) 自動車のばね上質量と全質量との比: $M_{V,u}/M_V$	(1),(8),(9) より定める。	—	—

うに現われるかを明らかにする。曲線桁橋は、表一1のNo. 2とNo. 11をモデルとして解析する（断面定数は表一1、ただし $R_s=50.0\text{ m}$ と仮定）。

図一16～17は、スパン中央における動的たわみ曲線（XYプロッター使用）と横断面内のたわみの計算結果を示す。

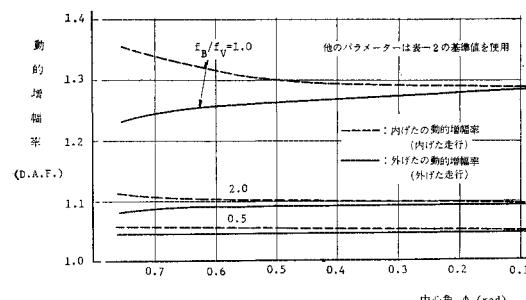
これらの図より明らかなように、曲線桁橋ではねじり振動の影響が現われるので、走行位置による影響を考慮する必要があることがわかる。

一般に、並列主軸を有する曲線桁橋の設計を行なう際、着目する桁の変形や断面力を最大にするよう活荷重を載荷するのが合理的である。それで、本文では内桁に着目する際は自動車を内桁に載荷し、外桁に着目する際は外桁に載荷して（D.A.F.）を求めるにしたが、図一16～17より外桁の（D.A.F.）ほうが内桁より小さいことがわかる。これは、走行位置によって動的たわみ成分 $\Delta w = w_d - w_{st}$ には若干の差が現われるだけであるが、曲線桁橋の場合静的たわみ w_{st} にはかなりの差異が現われ、 w_{st} は外桁のほうが内桁より大きくなり、したがって外桁の（D.A.F.）が内桁より小さくなるためである。特にこの傾向は ϕ の小さい並列I形曲線桁橋の場合に著しいので、振動特性から考えてもこの種の曲線桁橋ではねじり剛度をできるだけ高めるような設計をする必要があるものと思われる。

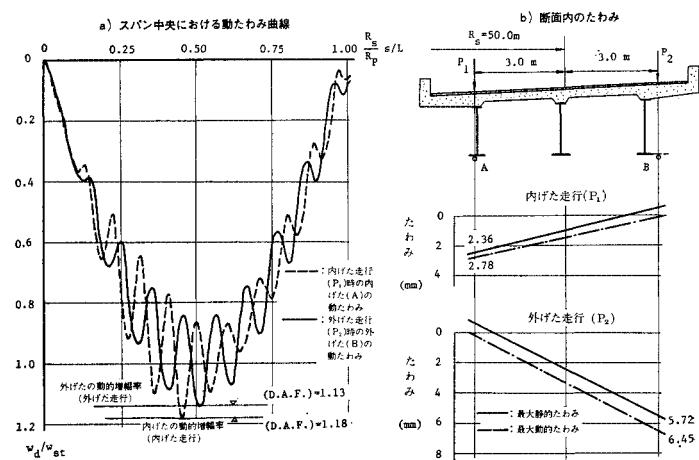
(4) 中心角 ϕ による影響

曲線桁橋の曲率半径による影響を調べるために、 L を一定にし、 R_s すなわち $\phi=L/R_s$ を変化させて（D.A.F.）を求めたものを図一18に示す。

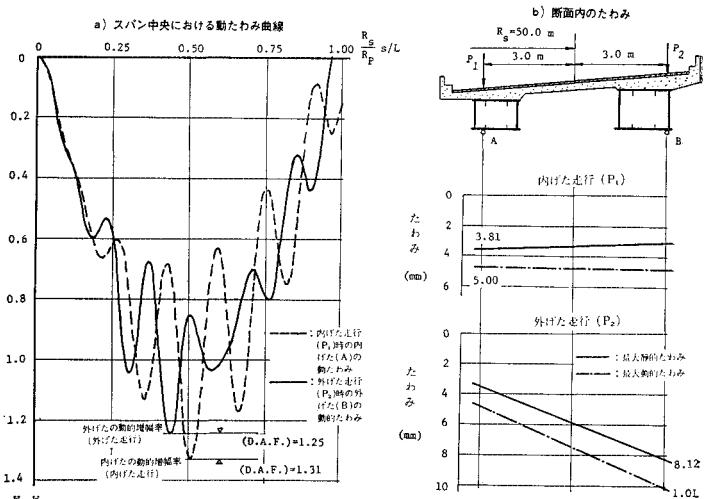
$f_B/f_V=1$ のとき、 ϕ の影響は顕著であり、内桁の



図一18 ϕ と (D.A.F.) の関係



図一16 走行位置による動的たわみ（並列I形曲線桁橋）



図一17 走行位置による動的たわみ（2箱形曲線桁橋）

(D.A.F.) は ϕ が増大するに伴って増加する。一方、外桁の (D.A.F.) は ϕ の増大に伴って減少することがわかる。このように ϕ の影響は走行位置と密接な関係があるので、曲線桁橋の (D.A.F.) を求める場合、両者を考慮する必要がある。

(5) 曲線桁橋と自動車との質量比 ζ の影響

曲線桁橋と自動車との質量比 ζ (式(34)) の (D.A.F.) におよぼす影響は、図一19に示すようにかなり大きい。一般に、 ζ 値 ($\equiv M_{V,u}/M_B$) が小さい、すなわち、自動車の質量が小さいほど (D.A.F.) は大きく、自動車の質量が大きいほど (D.A.F.) は小さくなることを示している。

(6) 曲線桁橋の減衰 δ_B の影響

図一20は曲線桁橋の減衰係数 δ_B (ただし、対数減衰

率) が (D.A.F.) におよぼす影響を調べたものである。 $f_B/f_V=1$ のとき若干 \mathfrak{D}_B の影響が現われるが、それほど大きいものではなく、式(46)によって \mathfrak{D}_B を推定しても十分実際的であると思われる。また $f_B/f_V=1, \mathfrak{D}_B=0$ のときでも (D.A.F.) がある値を持つことは、橋の振動が発散する前に、自動車が通過し終ってしまう過渡現象のためである。

(7) 自動車の走行速度 V_0 の影響

自動車の走行速度 V_0 を種々変化させたときの (D.A.F.) をプロットすると多少凹凸があったので、それらの頂点を包絡する曲線で示したものを図-21 に示す。

この図より速度 V_0 の増大に伴って (D.A.F.) は漸増

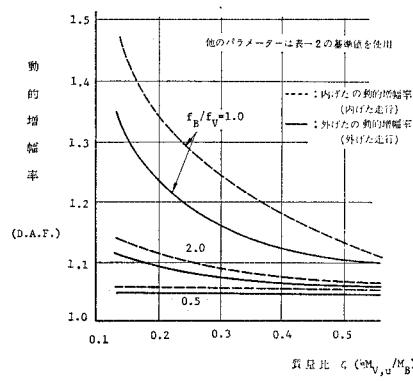


図-19 ζ と (D.A.F.) の関係

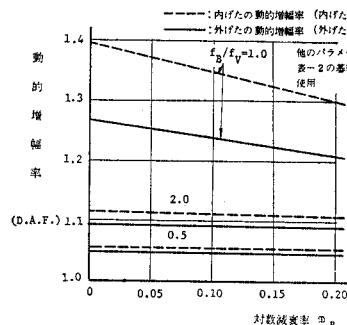


図-20 \mathfrak{D}_B と (D.A.F.) の関係

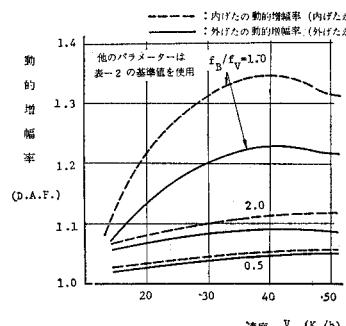


図-21 V_0 と (D.A.F.) の関係

し、 $V_0=40 \text{ km/h}$ 付近ではほぼ一定値になることがわかる。

(8) 自動車の鉛直加速度 α の影響

自動車の鉛直加速度 α より、初期条件を式(48)によって求め、 α による (D.A.F.) の変化を調べたものを図-22 に示す。

一般に、自動車の起振力は式(49)に示すように α に比例するので、(D.A.F.) も α に比例して増減する。また、 $z(0)=0$ すなわち、自動車が振動せずに転がって移動する場合でも、1.05 程度の (D.A.F.) が生ずる。なお、初期条件には $z(0)$ も考えられるが、これは起振力の位相差に關係するものである。計算結果によると、この位相差の影響は小さいことがわかったので、ここでは省略する。

(9) 自動車のばね定数 K_V の影響

曲線桁橋に作用する起振力 (式(49)) が一定であっても、ばね定数 K_V が変化すると (D.A.F.) はかなり異なる。図-23 は起振力 $F=3.0 \text{ t}$ とした場合の K_V と (D.A.F.) との関係を示す。

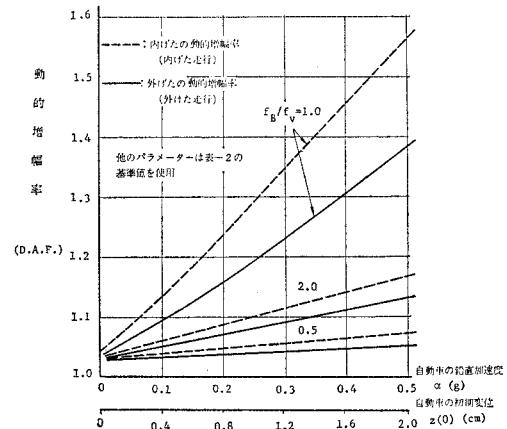


図-22 α と (D.A.F.) の関係

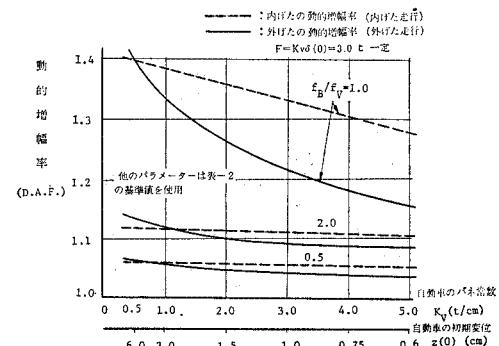


図-23 K_V と (D.A.F.) の関係

$f_B/f_V=1$ のとき、起振力が一定であっても、 K_V が小さくなれば (D.A.F.) は大きくなることがわかる。自動車のばねの変位 δ は、自動車ばね上質量の変位 z と曲線桁橋のたわみ w_d との差によって表わされるが、 K_V が小さくなると $z \gg w_d$ となり、 $\delta \approx z$ と考えてよい。このような状態では、自動車と曲線桁橋は連成振動をせずに、周期力が移動する場合になる。したがって、動的応答が大きくなり、(D.A.F.) も大きくなるためであると思われる。しかし、 $f_B/f_V \neq 1$ であれば、この影響はほとんどない。

(10) その他のパラメーターの影響

自動車のばね上質量と全質量との比 $M_{V,u}/M_V$ が (D.A.F.) におよぼす影響は、計算結果ほとんどないことがわかった。

また、自動車の減衰係数 \mathfrak{D}_V の影響は若干ある。しかし、パラメーターの範囲をどのように選べばよいか不明確な点が多かったので、5.(6) に述べたように $\mathfrak{D}_V=0.2$ の一定値と仮定して解析するに止めた。

7. 連行荷重による曲線桁橋の衝撃係数

前節では、自動車 1 台のみが曲線桁橋上を走行する際の動的増幅率 (D.A.F.) を求めたが、実際には数台の自動車が連行する荷重列を考え、それらが曲線桁橋の断面力や変形量を最大にするような載荷状態に対する (D.A.F.) を求め、それによって衝撃係数を評価するのが合理的である⁵⁾。

そこで、本文では表-1 に示した曲線桁橋を対象として、連行荷重による動的応答をシミュレーションする。連行荷重列は、6. のパラメトリック解析を参考にして表-3 に示すモデルを作成した。この荷重列は、不規則ではなく、一定の振動特性しか持たないが、曲線桁橋の (D.A.F.) ができるだけ大きく現れるように仮定したものであり、したがって衝撃係数を安全側に評価できるものであると思われる。

また、曲率半径方向の載荷位置は重要なファクターで

表-3 連行荷重列のパラメーター

曲線桁橋 自動車の別	項目	パラメーター値
曲線桁橋	スパン L , 曲率半径 R_s , 断面定数 \mathfrak{D}_B	表-1 参照
自動車	対数減衰率 \mathfrak{D}_V	式 (46) による
	重量 (t)	$P_{0,k} = 20, (k=1, 2, \dots, I)$
	車頭間隔 (m)	$\lambda_{k+1} - \lambda_k = 10, (k=1, 2, \dots, I)$
	載荷台数 (台)	$I = L/10$
	走行速度 (km/h)	$V_{0,k} = 40, (k=1, 2, \dots, I)$
	走行位置 (m)	$R_p = R_s, R_p = R_s \pm 3.0$ (図-24)
	固有振動数 (c/s)	$f_{V,k} = f_B, (k=1, 2, \dots, I)$
	起振力 (t)	$F_k = 3.0 (k=1, 2, \dots, I)$
	その他の振動特性	$\mathfrak{D}_{V,k} = 0.2 (k=1, 2, \dots, I)$

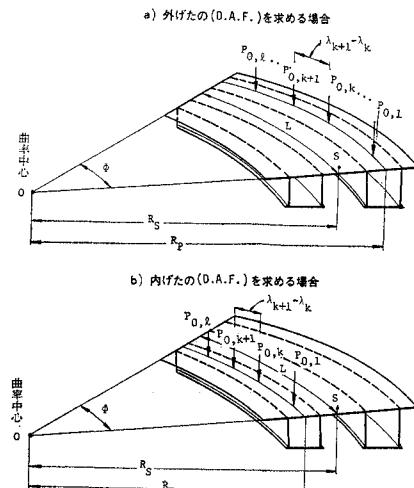


図-24 曲率半径方向の載荷状態

あるので、図-24 に示すように外桁の (D.A.F.) を求める場合には外桁上に載荷し、内桁の (D.A.F.) を求める場合には内桁上に載荷する。

さて、3. で述べた解析方法を用い連行荷重による動的応答を計算し、(D.A.F.) とスパン L との関係をプロットしたものを図-25 に示す。

まず、図-25(b) のせん断中心上 ($R_p=R_s$) を走行する場合の (D.A.F.) を観察すれば、同一スパンの曲線桁橋でも (D.A.F.) は異なり、若干のばらつきがある。これは、断面定数が相違することや自動車の起振力の作用

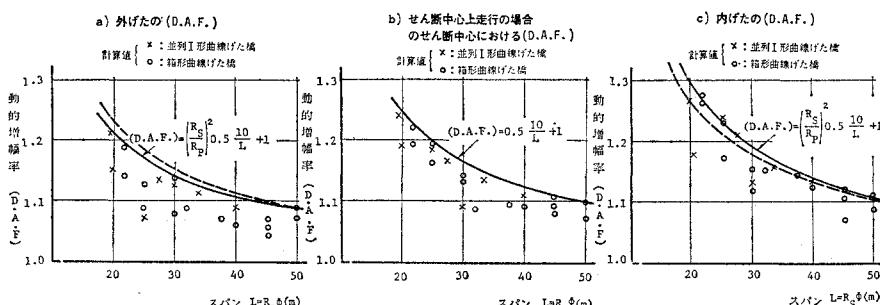


図-25 動的増幅率 (D.A.F.) とスパン L の関係

状況が異なるなどの不確定な要素があるためであると思われる。しかしながら、全体的に観察すると断面形状が異なっても、スパン $L=R_s\phi$ が増大するのに伴って(D.A.F.)は漸減する傾向があることがわかる。

そこで、これらの点を包絡する曲線を求めてみれば、
 $(D.A.F.)=0.5 \cdot (10/L) + 1, L=R_s\phi(m) \dots (50)$

によって良好に近似することができる。ここで、衝撃係数 i を直線桁橋の定義に従って、

$$i = (D.A.F.) - 1 \dots (51)$$

によって求めるものとすれば、曲線桁橋のせん断中心軸上を連行荷重が走行する場合の衝撃係数 i_s は、次式によつて表わすことができる。

$$i_s = 0.5 \cdot (10/L), L=R_s\phi(m) \dots (52)$$

山田・小堀が実際の交通流の観測結果に基づき不規則な荷重列をつくり、道路橋の動的応答をシミュレーションし⁵⁾、さらに不規則振動論⁶⁾によって直線桁橋の合理的な衝撃係数を求めた結果、次式を提案している。

$$\left. \begin{array}{l} i = 0.4 \quad 0 < L' \leq 15 \text{ m} \\ i = 0.6 \cdot (10/L') \quad L' > 15 \text{ m} \end{array} \right\} \dots (53)_{1,2}$$

式(52)と(53)₂を比較すれば、スパンが同一のとき曲線桁橋の衝撃係数は、直線桁橋より小さく取れることがわかる。これは、スパン、断面定数が同一の曲線桁橋と直線桁橋とのたわみ性状を比較した場合、動的たわみ成分 $\Delta w = w_d - w_{st}$ はほぼ同じであっても、静的たわみ w_{st} が著しく異なり、5.(3)で明らかにしたように曲線桁橋の w_{st} は直線桁橋より大きくなるものである(曲げモーメントについても同様な傾向がある)。したがって、 $i_s = \Delta w/w_{st}$ によって表わせば、曲線桁橋の衝撃係数は直線桁より小さく取ってもよいように思われる。

一方、式(52)と(53)₂を等置してみれば、

$$L' = 1.2 L = 1.2 R_s\phi$$

が得られる。これは、曲線桁橋の衝撃係数を直線桁橋の公式を準用して求める場合の等価スパンを表わし、曲線桁橋のスパンは直線桁橋に換算したとき約 20% 大きくとればよいことを意味している。このスパンの割増率は図-11 でも明らかにしたように、固有振動周期 T_B が等しい曲線桁橋と直線桁橋とを考えた場合、曲線桁橋のスパンは直線桁橋より約 20% 大きくなるという事実とも一致し、非常に興味深い。

次に、式(52)の係数 0.5 の妥当性を検討するために、図-11, 12 中に示した振動特性を持つ直線桁橋について、表-3 の連行荷重列を走行させたときの衝撃係数を求めたものを図-26 に示す。

この図よりも明らかのように、各橋の計算値は式(53)₂の値より若干上まわっているものもある。これは衝撃係数をできるだけ大きく評価するため、表-3 に示した一定の振動特性をもつごくまれに載荷するような不利な連

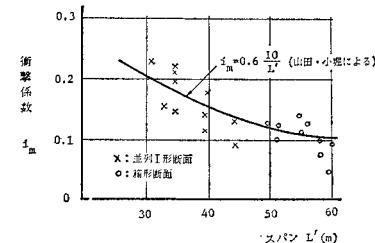


図-26 本文の方法を直線桁橋に適用した場合の衝撃係数

行荷重列を考えたためである。実際の交通流のような不規則な連行荷重列を考えれば、文献 5)に指摘されたように、荷重の不規則性によって図中の計算値はさらに小さくなるものである。しかしながら、曲線桁橋については、パラメーターなどのばらつきも多いので、表-3 の重量、振動特性が一定な連行荷重列を用いて衝撃係数を安全側の値として求めることにした。したがって、式(52)の係数 0.5 は十分安全側の値を与えるものと思われる。

しかしながら、この係数の中には、曲線桁橋の形状寸法などによる振動特性が含まれている。それで、これらの特性を表わすには、曲線桁橋のたわみ性状や固有振動数などの静的特性や動的特性によって評価するのが適切であると思われる。5.(3), (4)によるとたわみ性状と固有振動数は、2つのパラメーター κ と ϕ によって分類することができることを明らかにした。したがって、衝撃係数を曲線桁橋として求めるべき κ と ϕ の範囲は、式(43)によって判定するのが合理的であると思われる。

次に、図-25(a), (c)に示すように、せん断中心軸上以外を走行する場合の衝撃係数 i_m' を上と同様にして求めれば、次式が得られる。

$$i_m' = (R_s/R_p)^2 \cdot 0.5 \cdot (10/L), L=R_s\phi(m) \dots (54)$$

図-26 と(52)を比較すれば、式(52)に係数 $(R_s/R_p)^2$ を乗じたものが式(54)になっているが、この理由は以下のようである。すなわち、図-24 に示す荷重状態に対しては、スパン中央の静的たわみ w_{st} は荷重列 $P_{0,1}, P_{0,2}, \dots, P_{0,k}, \dots, P_{0,l}$ を均らした橋軸方向の等分布線荷重 q (t/m) を載荷した場合とほとんど等しいものと見なせる。このような等分布線荷重 q が曲率半径 R_p 上に載荷する場合の断面力や変形量は、せん断中心 R_s に載荷する場合の断面力や変形量に係数 $(R_p/R_s)^2$ を乗ずればよいことが文献 15)によって明らかにされている。

ここで、直線桁橋と同様に衝撃係数を式(51)より求め $i_m' = \Delta w/w_{st}$ とし、6. で明らかにしたように Δw は走行位置によってあまり差がないので一定とみなせば、せん断中心以外を走行するときの衝撃係数 i_m' としては、

$$i_m' = \Delta w / \{R_p/R_s\}^2 \cdot w_{st} = (R_s/R_p)^2 \cdot i_s \dots (55)$$

が得られるのである。しかし、式(54)は図-24に示すように連行荷重列を1車線上のみに走行させたものであり、 L 荷重のように荷重の幅員方向の広がりは考慮していない。そこで、連行荷重が偏心載荷するときの横断面方向の動的たわみと静的たわみ

曲線の計算結果より、図-27

に示すように L 荷重に対する(D.A.F.)を面積比 A_d/A_{st} として求めると、図-25中の点線が得られる。この曲線によると、幅員方向の荷重の拡がりを考慮した際の衝撃係数は、式(54)より外桁に対して若干大きく、また内桁に対しては若干小さくなる。すなわち、その近似式は

$$i_m = (R_s/R_p) \cdot 0.5 \cdot (10/L), L=R_s\phi(m) \cdots (56)$$

になり、設計計算に用いるべき衝撃係数 i_m は、上式のように緩和するのが実際的であるものと思われる。

ところで、以上に述べた衝撃係数は、すべてたわみを対象として求めたものであるが、そもそも衝撃係数とは断面力、特に曲げモーメントを対象にして考察すべきものである。直線桁橋の場合、たわみと曲げモーメントには相関関係があり、たわみによって衝撃係数を評価してもよいと思われるが、しかし、曲線桁橋の場合、曲げモーメントのほかに曲げねじりモーメントなどが生ずるので、これらの断面力を求めることを主眼とした動的解析は繁雑である。そこで動的たわみと動的ひずみの相関関係を実験によって調べたものの一例を図-28に示す¹⁰⁾。

これらの図より、全体的に考察するとたわみ曲線とひずみ曲線は若干異なっているが、これは自動車が1台のみ走行する場合であるので、それらの基線となる静的曲線が異なるためであると思われる。しかし、動的な量と静的な量との差、つまり振動成分はたわみもひずみの場合も大差ではなく、良好な相関関係が認められ、衝撃係数もほとんど等しい。また、図-29は、直線桁橋に自動車3台を走行させたときの動的たわみと動的ひずみを示すもので、両者に良好な一致が見られる。したがって、曲線桁橋の場合にも、連行荷重による動的たわみと動的ひずみには、さらに良好な相関関係があるものと思われ、たわみによって衝撃係数を評価してもよいように思われる。

ちなみに、図-24の載荷状態に対して、式(56)によって衝撃による曲げモーメントの増分 ΔM を求めれば、先に述べたように $\Delta M = (R_p/R_s)^2 \cdot M \cdot i_m = (R_p/R_s) \cdot M \cdot i_s$ になる。ここで、着目する桁の衝撃応力 $\Delta\sigma$ を求めるには、曲線桁橋固有の曲率による補正を行ない、

$$\Delta\sigma = (R_s/R_p) \cdot (\Delta M/I_y') \cdot y = (M/I_y') \cdot y \cdot i_s \quad \cdots \cdots \cdots (57)$$

となる。この式より明らかのように、衝撃応力 $\Delta\sigma$ に関しては、走行位置による差異は現われないことがわかり、並列主桁の曲線桁橋の外桁や内桁に関する衝撃係数を式(56)によって求めても、決して危険側の値を与えるものではないことがわかる。

以上、式(56)はスパン $L=R_s\phi=20\text{m} \sim 50\text{m}$ の曲線

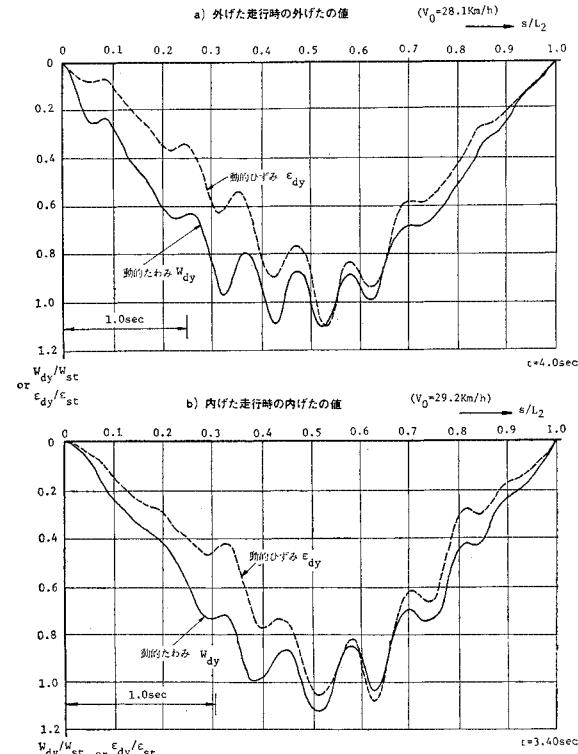


図-28 動的たわみと動的ひずみの比較（実測値）
(等2径間連続曲線桁橋、第2径間スパン中央の値、自動車1台走行)

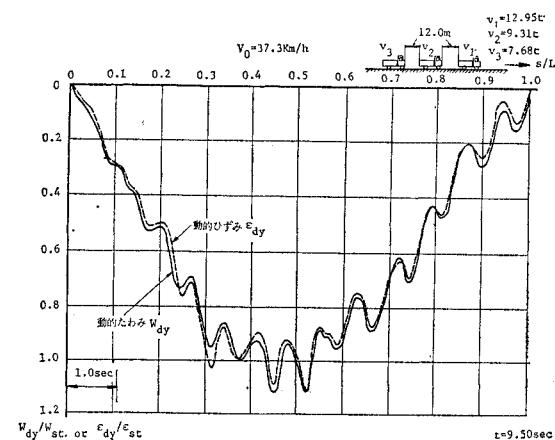


図-29 動的たわみと動的ひずみの比較（実測値）
(単純直線桁橋 ($l=59.3\text{m}$)、スパン中央の値、自動車3台を走行)

桁橋を対象にして解析したものであるが、スパンの小さいときは文献6)に準じて i_m の最大値を0.4とし、 $L > 50\text{m}$ に対しても拡張できるものとすれば、結局、曲線桁橋の衝撃係数は、次式で求めるのが合理的であると思われる。

$$i_m = \frac{R_s}{R_p} \cdot 0.5 \cdot \frac{10}{L} \leq 0.4$$

$R_s = R_s \phi$: 曲線桁橋のスパン (m)

R_s : せん断中心の曲率半径 (m)

R_p : 載荷点の曲率半径 (m)

ϕ : 中心角 (rad.)

ただし、適用範囲は

$\kappa < 0.1$ のとき $\phi \geq 0.2$
(並列I形曲線桁橋)

$0.1 < \kappa < 0.5$ のとき $\phi \geq 0.2 + 0.5(\kappa - 0.1)$
(2箱形曲線桁橋)

$\kappa \geq 0.5$ のとき $\phi \geq 0.4$
(1箱形曲線桁橋)

$$\kappa = \frac{G_s J + E_s C_w (\pi / 100 L)^2}{E_s I_y}$$

$E_s I_y$: 曲げ剛性 ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)

$G_s J$: ねじり剛性 ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)

$E_s C_w$: 曲げねじり剛性 ($\text{kg} \cdot \text{cm}^4$)

.....(58)

とし、この条件を満足しないときには、直線桁橋とし衝撃係数を求める。

図-30は、式(58)を表-1の曲線桁橋に適用した場合の衝撃係数と式(53)の直線桁橋の提案値、および、現行の鋼道路橋示方書による値などを比較のためにプロットしたものを示す。

最後に、並列主桁を有する曲線桁橋を設計する際、断面力や変形量は、外桁に集中するので外桁の断面を内桁より大きく設計する。このように外桁の断面を大きくすることにより、ますます外桁の断面力が大きくなり、断面決定に支障をきたす場合もあるように思われる。しかしながら、以上に明らかにしたように、式(58)の提案値によって衝撃係数を求めれば、スパンが大きいとき外

桁の衝撲による断面力を現行の示方書にくらべて著しく小さくすることができるので、この種の曲線桁橋をより合理的でしかも経済的に設計することが可能になるものと思われる。

8. 結論

本文は、先に著者らが発表した曲線桁橋の動的解析に関する理論的・実験的研究をもとにして、曲線桁橋の合理的な衝撲係数を求めたものである。おもな項目を列記すれば、次のことが明らかにできたものと思われる。

(1) 単純曲線桁橋に連行荷重列が載荷する場合の動的応答を求める実用的な基礎式を示した。これらの式は計算精度を向上すると同時に、種々なパラメーターによる応答特性が、ただちに明らかにできるよう無次元化されている。また、ねじりの項を省略すると直線桁橋の動的応答解析も行なうことができるものである。

(2) 次に、実際に建設された曲線桁橋について、たわみ性状や固有振動周期を調べた結果、①断面形状を表わすパラメーター κ 、および、②曲線桁橋の中心角 ϕ とによって、それらの特性を分類することができた。また、式(43)に示すように曲線桁橋として動的解析を行なわなければならない κ と ϕ の範囲を明らかにした。

(3) そして、曲線桁橋の固有振動周期 T_B (図-11)や対数減衰率 δ_B (図-12)とスパン L との関係を明らかにし、直線桁橋の値とも比較した。一方、自動車の振動特性についても、その概略値を推定しうる資料を提供了した。

(4) 以上のパラメーターを用いて、まず自動車1台のみが走行する場合の動的解析を行ない、動的増幅率(D.A.F.)がどのようなパラメーターの影響を受けるかを明らかにした。このうち、重要なパラメーターとしては、①曲線桁橋と自動車の固有振動数比 f_B/f_V 、②自動車の走行位置 R_p/R_s 、③自動車と曲線桁橋の質量比 M_V/M_B 、④自動車の鉛直加速度 α などであると思われる。特に、②は重要なファクターであり、曲線桁橋の場合、ねじりによる応答を考慮しなければならないことを示すものである。

(5) これらの種々なパラメーターによる(D.A.F.)の変化は、すべてグラフによって示した(図-14~23)。また、ねじり剛性の小さい並列I形曲線桁橋では、振動特性が悪いのでこの点を十分考慮して設計する必要があることを示した。

(6) 最後に、パラメトリック解析をもとにして、曲線桁橋に不利な影響を与える連行荷重列を作成した。そして、これを実際に建設された各種の単純曲線桁橋に載荷して衝撲係数を求め、曲線桁橋の①スパン、②中

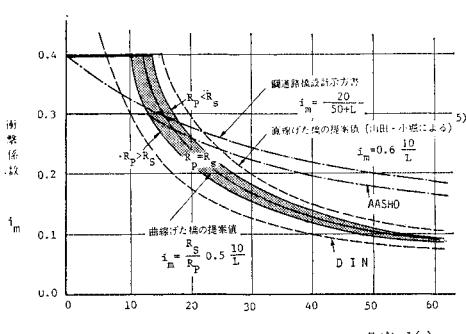


図-30 曲線桁橋と直線桁橋の衝撲係数の比較

心角, ③ 断面形状, ④ 載荷位置, などあらゆる点から検討した結果, 式(58)に示すように合理的でかつ実用的な衝撃係数を提案することができたと思われる。

(7) 特に, 注目すべき点として曲線桁橋の衝撃係数は, 直線桁橋より小さく取れる点にある。これは, スパンと断面とが同一の曲線桁橋と直線桁橋とを比較した場合, 動的たわみ成分 Δw は両橋とも大差ないものであるが, 静的たわみ w_{st} は曲線桁橋では大きく, したがってその比として衝撲係数 $i_m = \Delta w/w_{st}$ を定めれば, 曲線桁橋の i_m 値は直線桁橋より小さくなるためである。また, 同様な理由により, 並列主桁を有する曲線桁橋では, 外桁の i_m 値が内桁より小さく取れるのである。

(8) 一方, 本文はたわみを主眼として衝撲係数を求めたものであるが, 断面力や応力について種々な検討を加えても, 提案式(58)が危険側の値を与えないことを明らかにすことができた。

(9) したがって, 本文で提案した衝撲係数を用いて曲線桁橋を設計すれば, 従来のものより合理的でしかも経済的設計が可能になるものと思われる。

なお, 本研究は確定論的方法によって解析を試みたものであり, 橋面の凹凸などによる不規則振動は考慮していないが, これらの影響についても動的応力を主眼として今後検討を重ねたいと考えている。

参考文献

- 1) Norris, Hansen, Holley, Biggs, Maynet and Minami : Structural Design for Dynamic Loads, Mc-Grall-Hill, (1959)
- 2) Bigs, J.M. and Lown, J.M. : Vibration of Simple Span

High-Way Bridges, Trans. of ASCE, Vol. 124, (1959).

- 3) 山田善一 : 土木構造物の振動と安全性—橋梁の衝撃, 土木学会関西支部講習会テキスト, (昭 41.5)
- 4) 平井一男 : 種々な移動荷重を受けるはり構造の基礎方程式とその応用, 土木学会論文集, 第 90 号 (昭 38.2)
- 5) 山田善一・小堀為雄 : テンダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究, 土木学会論文集, 第 119 号 (昭 40.7)
- 6) 山田善一・小堀為雄 : 活荷重に対する道路橋の動的応答衝撲係数に関する考察, 土木学会論文集, 第 148 号 (昭 42.12)
- 7) Tan, C.P. and Shore, S. : Response of Horizontally Curved Bridge to Moving Load, Proc. of ASCE, ST 9, (1968.9)
- 8) 小松定夫・中井 博 : 曲線桁橋の自由振動に関する研究, 土木学会論文集, 第 136 号 (昭 41.12)
- 9) 小松定夫・中井 博 : 曲線桁橋の動的応答に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 174 号 (昭 45.2)
- 10) 小松定夫・中井 博 : アナログ計算機による曲線桁橋の動的応答解折, 土木学会論文報告集, 第 178 号 (昭 45.6)
- 11) 小松定夫 : 曲線桁橋の理論と設計, 土木学会関西支部, (昭 38.9)
- 12) 松永・中井・事口・大南 : 直線桁橋の振動についての実験的研究, 第 24 回土木学会年次学術講演会, I-82 (昭 44.11)
- 13) 伊藤 学・片山恒夫 : 橋梁構造物の振動衰減, 土木学会論文集, 第 117 号 (昭 40.5)
- 14) Haris, C.M. and Grede, C.E. : Shock and Vibration Hand-Book, Vol.3 Mc-Grall-Hill, (1961)
- 15) 小西一郎・小松定夫 : 単純曲線桁橋の立体的解折, 土木学会論文集, 第 90 号 (昭 38.2)
- 16) 後藤尚男・亀田弘行・南条正祥 : 走行荷重による円形曲り梁の動的応答について, 土木学会関西支部 年次学術講演会, I-40 (昭 43.5)

(1971.1.25・受付)