

矩形沈殿池の最適水深に関する一考察

A STUDY ON OPTIMAL DEPTH OF A RECTANGULAR SETTLING BASIN

高松 武一郎*・内藤 正明**・芝 定孝***

By Takeichiro Takamatsu, Masaaki Naito and Sadataka Shiba

1. 緒 言

沈殿池の設計に際しては、その沈殿除去効率は簡単には理想沈殿池を仮定して、表面負荷率から決定されるが、その場合には、沈殿池の水深は池内平均流速あるいは滞留時間が決められても、一意には定まらない。ところで、沈殿現象が運動している流体中で行なわれているときには、流体の運動による沈殿物質の沈降阻害と再浮上 (scouring) が問題となる。流体が運動しているときには当然、粒子の沈降に対しては、このような沈殿物質の再浮上あるいは偏流や乱れなどの要因を考えねばならない。乱れによる混合については、拡散という概念によって考慮することが可能であるが、底面における沈殿物質の再浮上については、沈殿した物質粒子に対する水塊の衝突、あるいは粒子表面に作用する摩擦抵抗、あるいは粒子の頂部と底部との間に生ずる速度勾配による圧力差などの要因によって、その沈殿粒子の運動が説明されている¹⁾。しかし、実際にはこれらの諸要因が複雑にからみ合って生ずるものと思われ、その定量的な把握は非常に困難である。沈殿池の除去効率に沈殿物質の再浮上の因子を含めることは、すでに沈殿池内の濃度分布を支配する方程式として拡散方程式を用い、その境界値問題として取扱ったが^{2), 3), 4)}、その解は定常状態の 2 次元拡散とした場合にも非常に複雑なものである。今日、電算機の普及により、その数値計算はさほど困難を感じないが、やはりそのプログラムは相当面倒である。こういう複雑さを軽減し、実用的な取扱いを検討するために、沈殿池の水深方向についての平均濃度を用いることにより、2 次元拡散の問題を 1 次元拡散の問題として単純化することが考えられる⁵⁾。こうすれば水深方向における

境界条件すなわち水面および水底における 2 つの境界条件は拡散方程式の中に生成消滅項として入ってくる。この 1 次元拡散方程式は定常状態とした場合、容易に解け、2 次元式の場合に比してはるかに実用的でもあり、また将来、非定常特性を考察する場合にも容易である。

ここでは、このような沈殿物質の再浮上を考慮した沈殿除去効率式の誘導過程を明らかにし、さらに、これを用いて沈殿物質再浮上の影響を 2, 3 の数値計算例を用いて示し、あわせて沈殿池設計に際する最適水深について検討を行なう。

2. 基礎方程式、境界条件および解

連続横流式沈殿池の除去効率は簡単には理想沈殿池の仮定を行なえば、表面負荷率 (処理流量/池水面積) という因子によって決定することができる。しかし、実際には理想沈殿池は存在しない。実際の沈殿池が理想沈殿池と見なせないのは、

- 1) 流れの乱れによる混合現象
- 2) 混合その他による沈殿物質の再浮上現象
- 3) 偏流現象

などが存在するためである。これらの現象は沈殿池除去効率を低下せしめる主たる要因であるが、混合現象については Dobbins⁶⁾、Camp⁷⁾、合田⁸⁾ などが、拡散方程式を用いて、また混合、偏流を区別しないで Fair⁹⁾ は静常係数なるものを用いて考慮している。沈殿物の再浮上現象については合田⁹⁾ が河床の洗掘の問題に関連して拡散方程式の境界値問題として取扱っている。また偏流 (特に循環流および短絡流) については高松と内藤¹⁰⁾ が、さらに沈殿物質の再浮上現象についてはやはり高松ら^{3), 4)} がすでにくわしい検討を行なっているが、再浮上現象については合田⁸⁾ と同じように拡散方程式の境界値問題として、2 次元定常拡散方程式に基づいて取扱っている。すなわち座標軸を Fig. 1 のように定め (流れ方向

* 正会員 工博 京都大学 教授 工学部衛生工学教室

** 正会員 工博 京都大学 助教授 工学部衛生工学教室

*** 学生会員 工修 京都大学大学院 工学研究科衛生工学専攻 博士課程在学

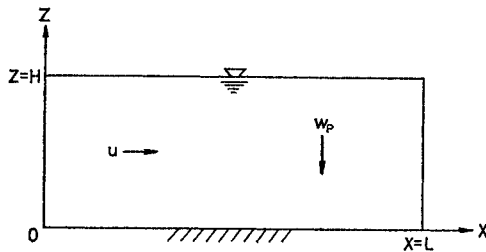


Fig. 1 Definition Sketch for Dimensions of Settling Basin.

を x 軸、水深方向を z 軸とする)、 $x=0$ を池入口、 $x=L$ を池出口、 $z=0$ を水底、 $z=H$ を水面とすると、沈殿池内の濃度 C は

$$E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} + w_p \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

で与えられる。ただし、境界条件は

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で } C=C_0 \\ x=L \text{ で } E_x \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \\ z=0 \text{ で } E_z \frac{\partial C}{\partial z} + kw_p C = 0 \\ z=H \text{ で } E_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_p C = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.2)$$

で与えられる。乱れによる混合現象については、拡散係数 E_x, E_z により考慮され、沈殿物質の再浮上現象については、底面における境界条件の中に含まれている再浮上パラメーター k によって考慮されている。このパラメーターは、

- 1) $0 < k < 1$: 沈殿の傾向 (沈殿物の一部分は再浮上するが大部分は沈殿する)
- 2) $k=0$: 沈殿のみ (沈殿物の再浮上は全くない)

という物理的意味を有している。しかし実際の流れではこの再浮上パラメーター k がどの程度の値をとるのか、またその値は流れの状態の変化とともにいかなる変化をするのか、いまだ十分な研究はなされていない。わずかに筆者ら⁴⁾が矩形実験水槽を用いて求めた k と平均流速 (Froude 数あるいは Reynolds 数) との関係がある程度で、実際の沈殿池の設計、操作にこれを考慮することはなお困難である。また 2次元定常拡散方程式 (2.1) については (2.2) の境界条件のもとに、すでに次の式 (2.3) に示すような解析解^{2),3),4)}を与えたが、それは無限級数の和として表わされており相当複雑である。

$$\frac{C}{C_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \{ 2e^{b_2 h} (\lambda_n \sin \lambda_n h + b_1 \cos \lambda_n h) - (b_2 - b_1) \} [\sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh \{ \sqrt{\lambda_n^2 + 1} (l - x) \}]}{(b_2 - b_1) \{ \sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l) + a \} + a \cdot \sinh \{ \sqrt{\lambda_n^2 + 1} (l - x) \} } \cdot \sinh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} z)$$

$$\times (\lambda_n \cos \lambda_n z - b_1 \sin \lambda_n z) e^{a x - b_2 z} \dots\dots\dots(2.3)$$

ここに、 λ_n は

$$\tan \lambda h = \frac{\lambda(b_2 - b_1)}{\lambda^2 + b_1 b_2} \dots\dots\dots(2.4)$$

の正根であり、 x および z はそれぞれ槽長および水深を無次元化したもので

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2} \left(\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_x} \right)^{1/2} \cdot x \\ z &= \frac{1}{2} \left(\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_z} \right)^{1/2} \cdot z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.5)$$

で与えられる。無次元数 a, b_1, b_2, l, h 等は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{u}{E_x} \sqrt{\frac{E_x}{u^2/E_x + w_p^2/E_z}} \\ b_1 &= 2 \left(k - \frac{1}{2} \right) \frac{w_p}{E_z} \sqrt{\frac{E_z}{u^2/E_x + w_p^2/E_z}} \\ b_2 &= \frac{w_p}{E_z} \sqrt{\frac{E_z}{u^2/E_x + w_p^2/E_z}} \\ l &= \frac{L}{2} \sqrt{\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_x}} \\ h &= \frac{H}{2} \sqrt{\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_z}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6)$$

式 (2.3) の濃度分布式は電算機の使用により短時間で計算を行なうことは可能であるが、実用上はあまり簡便なものとはいえないであろう。そこで本研究においては、2次元拡散方程式 (2.1) を1次元拡散方程式に単純化することを試みた上で、実験的に求めた再浮上パラメーター k と Froude 数との関係を利用して沈殿池の最適水深について検討を行なう。

まず、2次元定常拡散方程式 (2.1) の1次元化は、 z 軸方向において積分をすればよい。そうすると、 z 軸方向の境界条件 (式 (2.2) における第3および第4式) は基礎方程式 (2.1) の中に入り、自然に満足され、同時に次元が1つ下る。この場合、沈殿池内の濃度として次のような x 軸に垂直な断面を運ばれる平均的な物質質量、すなわち断面平均濃度を用いる。したがって、

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{H} \int_0^H C(x, z) dz \dots\dots\dots(2.7)$$

を定義し、式 (2.1) を z について水底 $z=0$ から水面 $z=H$ まで積分すれば

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d \bar{C}}{dx} + \frac{1}{H} E_z \left[\frac{\partial C}{\partial z} \right]_0^H + \frac{1}{H} w_p [C]_0^H = 0, \dots\dots\dots(2.8)$$

となる。この式に式 (2.2) の $z=0, z=H$ における境界条件を代入すると、

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d \bar{C}}{dx} - \frac{w_p}{H} (1-k) C_{z=0} = 0 \dots\dots\dots(2.9)$$

のように生成および消滅項を含む、1次元拡散方程式に変形される。

いま、底面濃度 $C_{z=0}$ が問題となるが、混合に関連して次のように考える。底面濃度 $C_{z=0}$ は槽の断面内の鉛直方向の濃度がほぼ均一であると見なせば（鉛直平面内において、いわゆる完全混合を考える） $C_{z=0} \equiv \bar{C}(x)$ であり、また理想沈殿池に近いならば、槽入口の断面平均濃度を C_0 （一定）とすると、 $C_{z=0} \equiv C_0$ である（鉛直方向について、いわゆる押し出し流れを考える）。そこで

$$C_{z=0} = C_0 \left(\frac{\bar{C}(x)}{C_0} \right)^r \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

とおく。ここで、 r は $0 \leq r \leq 1$ なるパラメーターである。

いま、

$$K = (1-k) \frac{w_p}{H} \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

とおき、式 (2.9) の生成消滅項を P とすれば、

$$P = -KC_0 \left(\frac{\bar{C}(x)}{C_0} \right)^r \quad \dots\dots\dots(2.12)$$

である。したがって P を反応速度論における反応速度項 (Rate term) に相当すると考えれば、 K は $r=1$ のときは1次の、 $r=0$ のときは0次の反応の反応速度係数に相当する。また k と K との対応を考えると

$k > 1$ では $K < 0$ 反応あり（生成反応⇔洗掘傾向）

$k = 1$ では $K = 0$ （平衡状態）

$1 > k > 0$ では $\frac{w_p}{H} > K > 0$

反応あり（分解反応⇔沈殿傾向）

$k = 0$ では $K = \frac{w_p}{H}$

反応あり（分解反応⇔沈殿のみ）

となる。

パラメーター r については、本論文では槽内の濃度として式 (2.7) で定義される断面平均濃度 $\bar{C}(x)$ を用いて1次元拡散方程式としているから、 $r=1$ と仮定すれば十分である。したがって $C_{z=0} \equiv \bar{C}(x)$ とする。またすでに言及した実験結果¹¹⁾ によれば、ほぼ r は1に近いことを見出されている。再浮上パラメーター k の関数形としては、直感的考察ならびに実験データの視察

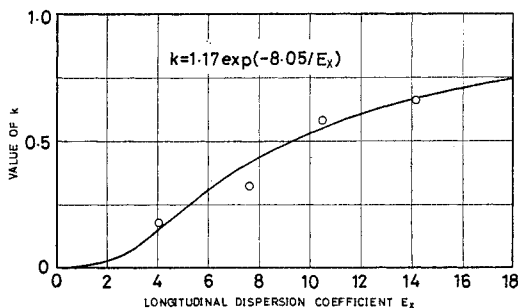


Fig. 2 Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Value of k

によれば Fig. 2 のように

$$k = \alpha \exp(-\beta/E_x) \quad \dots\dots\dots(2.13)$$

なる形が予想される⁹⁾ (α, β はともに正の定数)。 α, β の値については、実験により

$$\alpha = 1.17, \beta = 8.05$$

が求められている。ただし、この値は $k < 1$ であるということにより、ほぼ $E_x \leq 50 \text{ cm}^2/\text{sec}$ (Froude 数ではほぼ $F \leq 0.045$) の範囲についてのみ妥当なものである。これらの定数 α, β は各実験槽などにより若干異なるであろうが、いずれにしても再浮上パラメーター k については、ほぼ式 (2.13) のごとき関数形が成立するものと思われる。すなわち流れ方向の拡散係数 E_x (混合度) の増大とともに k は増大 (再浮上が増大) し、混合のないときは、 $E_x = 0$ で、 $k = 0$ となり沈殿物の再浮上が存在しないことを示す。

以上の考察により、1次元的に考えた矩形沈殿池内の濃度を支配する基礎方程式として、

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d \bar{C}}{dx} - \frac{w_p}{H} (1 - \alpha e^{-\beta/E_x}) \bar{C} = 0 \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

が得られる。ただし、 α, β は正の定数で、この方程式の第1項は混合を、第2項は移送を、第3項は再浮上および沈殿による沈殿物質の生成消滅を表すものである。

次に入口における境界条件を考えると、境界条件式 (2.2) における C_0 は $x=+0$ (槽内の入口端) での濃度で、流入濃度 C_1 (槽外) とは $C_1 = C_0 - (E_x/u)(\partial C/\partial x)_{x=0}$ で関係づけられる。したがって流入濃度 C_1 を用いるために境界条件をあらためて次のように書きかえる。

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で } E_x \frac{d \bar{C}}{dx} &= u(\bar{C} - C_1) \\ x=L \text{ で } E_x \frac{d \bar{C}}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.15)$$

この境界条件に対する方程式 (2.14) の解 $\bar{C}(x)$ (以降簡単のために $\bar{C}(x)$ を単に $C(x)$ と書く) は容易に求め、次式で与えられる。

$$\frac{C(x)}{C_1} = \frac{2u\{(\sqrt{u^2+4E_xK}-u)\exp(\omega_2L+\omega_1x) + (\sqrt{u^2+4E_xK}+u)\exp(\omega_1L+\omega_2x)\}}{(\sqrt{u^2+4E_xK}+u)^2\exp(\omega_1L) - (\sqrt{u^2+4E_xK}-u)^2\exp(\omega_2L)} \quad \dots\dots\dots(2.16)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} K &= (1-\alpha e^{-\beta/E_x}) \frac{w_p}{H} \\ \omega_1 &= \frac{u + \sqrt{u^2+4E_xK}}{2E_x}, \quad \omega_2 = \frac{u - \sqrt{u^2+4E_xK}}{2E_x} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.17)$$

出口における濃度を C_{out} とすれば、 C_{out} は式 (2.16) において $x=L$ とすればただちに与えられ、したがって

沈殿池除去効率を η とすれば、

$$\eta = 1 - \frac{C_{out}}{C_1} \dots\dots\dots(2.18)$$

である。ここで、

$$\lambda = \frac{uL}{E_x}, \phi = \frac{w_p}{u}, \psi = \frac{L}{H} \dots\dots\dots(2.19)$$

なる無次元数を導入すれば、除去効率 η は、

$$\eta = 1 - \frac{\lambda(\theta_1 - \theta_2)}{\theta_1^2 \exp(-\theta_2) - \theta_2^2 \exp(-\theta_1)} \dots\dots\dots(2.20)$$

ただし、 k は沈殿物再浮上のパラメーターで

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \frac{1}{2} \lambda \left\{ 1 + \sqrt{1 + 4(1-k) \frac{\phi\psi}{\lambda}} \right\} \\ \theta_2 &= \frac{1}{2} \lambda \left\{ 1 - \sqrt{1 + 4(1-k) \frac{\phi\psi}{\lambda}} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.21)$$

となる。

除去効率 η と再浮上パラメーター k との関係は **Fig. 3** (破線は $\phi\psi=5.0$, 実線は $\phi\psi=10$) に、 η と無次元数 $\phi\psi$ との関係は **Fig. 4** ((A): $k=0.0$, (B): $k=0.2$, (C): $k=0.4$, (D): $k=0.6$) および **Table 1** ((A), (B), (C), (D)) に示すとおりである。 $\phi\psi$ を固定して混合強度に関する無次元数 λ をパラメーターとして再浮上パラメーター k を変化させた場合は、たとえば **Fig. 3** に見られるごとく再浮上パラメーター k の増加とともに除去効率 η が低下しているが、これは沈殿物の再浮上が次第に増加していくことを示しているにほかならない。 k を固定し

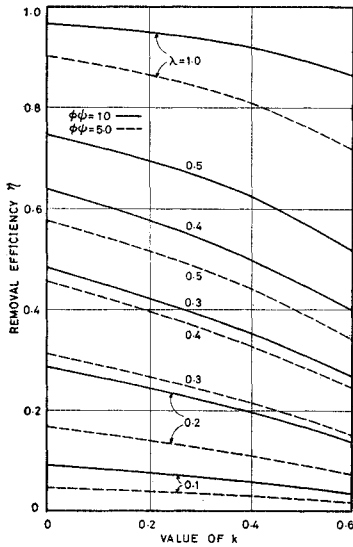


Fig. 3 Relations between Removal Efficiency η and Value of k

て $\phi\psi$ を変化させたのが **Fig. 4, Table 1** であるが $\phi\psi$ の増加とともに除去効率 η は増加している。ただし流れ方向の拡散係数 E_x は **Fig. 5** に示すような関係

$$E_x = 3.59 \exp(58.5 F) \dots\dots\dots(2.22)$$

を用いて計算した。 F は Froude 数で $F = u/\sqrt{gH}$ である。この関係は $20 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$ の矩形実験水槽において、ほぼ $F \cong 0.01 \sim 0.08$ の範囲で得た実験結果である。

3. 沈殿池の水深決定への応用

矩形沈殿池を1次元的に取扱った場合の濃度分布は1

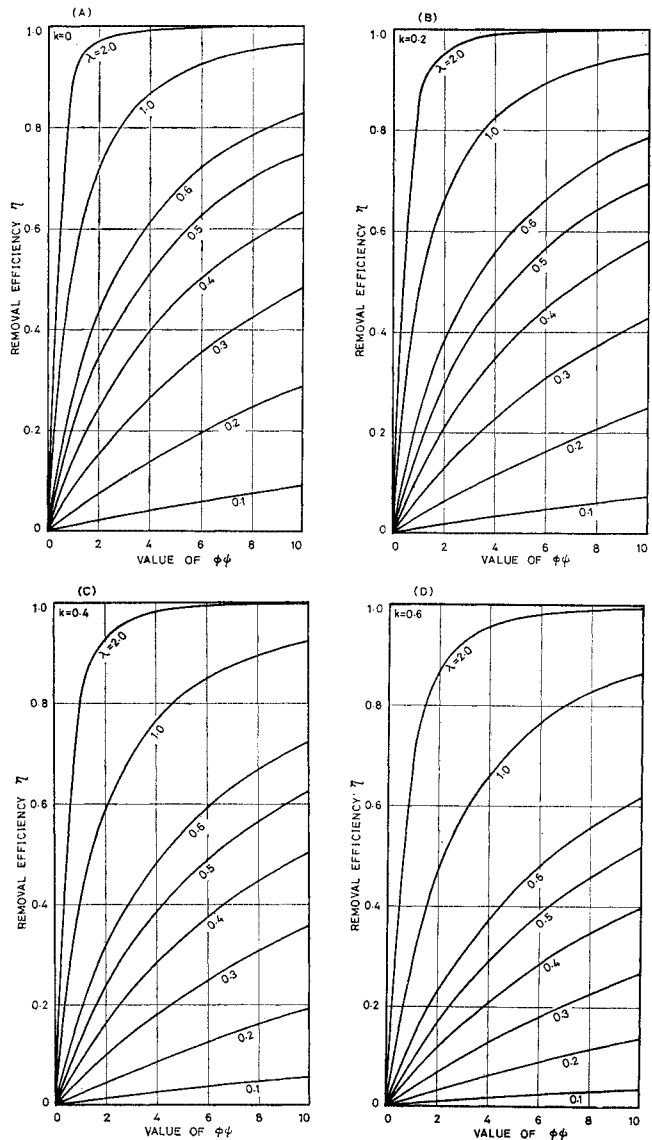


Fig. 4 Relations between Removal Efficiency η and Value of $\phi\psi$

Table 1 Variations Percentage Removal with Dimensionless Numbers (λ and $\phi\phi$)

(A) $k=0.0$

$\lambda \backslash \phi\phi$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	9.10	16.71	23.16	28.70	33.51	37.73	41.45	44.77	47.93	50.41
0.2	0.0	16.76	28.83	37.95	45.07	50.79	55.48	59.40	62.72	65.57	68.05
0.3	0.0	23.33	38.15	48.40	55.91	61.64	66.15	69.80	72.81	75.32	77.46
0.4	0.0	29.07	45.63	56.32	63.77	69.25	73.44	76.75	79.42	81.62	83.46
0.5	0.0	34.15	51.82	62.58	69.79	74.94	78.79	81.77	84.13	86.05	87.63
0.6	0.0	38.72	57.07	67.70	74.58	79.38	82.89	85.55	87.64	89.30	90.65
1.0	0.0	53.23	72.06	81.36	86.74	90.15	92.46	94.09	95.28	96.18	96.86
2.0	0.0	75.15	89.84	94.98	97.23	98.37	98.98	99.34	99.56	99.70	99.79

(B) $k=0.2$

$\lambda \backslash \phi\phi$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	7.42	13.82	19.42	24.34	28.70	32.60	36.11	39.27	42.15	44.77
0.2	0.0	13.85	24.43	32.77	39.51	45.07	49.74	53.71	57.13	60.11	62.72
0.3	0.0	19.53	32.92	42.67	50.09	55.91	60.61	64.47	67.70	70.45	72.81
0.4	0.0	24.60	39.94	50.42	58.01	63.77	68.27	71.89	74.85	77.33	79.42
0.5	0.0	29.18	45.89	56.70	64.24	69.79	74.03	77.37	80.07	82.28	84.13
0.6	0.0	33.34	51.03	61.94	69.30	74.58	78.54	81.61	84.04	86.01	87.64
1.0	0.0	47.03	66.26	76.47	82.66	86.74	87.58	91.64	93.18	94.36	95.28
2.0	0.0	69.07	85.91	92.46	95.57	97.23	98.19	98.78	99.15	99.39	99.56

(C) $k=0.4$

$\lambda \backslash \phi\phi$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	5.67	10.73	15.29	19.42	23.16	26.59	29.72	32.60	35.27	37.73
0.2	0.0	10.75	19.47	26.69	32.77	37.95	42.42	46.31	49.74	52.77	55.48
0.3	0.0	15.36	26.80	35.64	42.67	48.40	53.16	57.18	60.61	63.57	66.15
0.4	0.0	19.58	33.07	42.92	50.42	56.32	61.07	64.99	68.27	71.05	73.44
0.5	0.0	23.47	38.54	49.01	56.70	62.58	67.21	70.95	74.03	76.61	78.79
0.6	0.0	27.08	43.37	54.22	61.94	67.70	72.14	75.68	78.54	80.91	82.89
1.0	0.0	39.35	58.35	69.37	76.47	81.36	84.89	87.54	89.58	91.18	92.46
2.0	0.0	60.70	79.69	88.09	92.46	94.98	96.52	97.52	98.19	98.66	98.98

(D) $k=0.6$

$\lambda \backslash \phi\phi$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	3.85	7.42	10.73	13.82	16.71	19.42	21.95	24.34	26.59	28.70
0.2	0.0	7.42	13.85	19.47	24.43	28.83	32.77	36.31	39.51	42.42	45.07
0.3	0.0	10.77	19.53	26.80	32.92	38.15	42.67	46.62	50.09	53.16	55.91
0.4	0.0	13.91	24.60	33.07	39.94	45.63	50.42	54.50	58.01	61.07	63.77
0.5	0.0	16.87	29.18	38.54	45.89	51.82	56.70	60.78	64.24	67.21	69.79
0.6	0.0	19.68	33.34	43.37	51.03	57.07	61.94	65.95	69.30	72.14	74.58
1.0	0.0	29.65	47.03	58.35	66.26	72.06	76.47	79.91	82.66	84.89	86.74
2.0	0.0	48.67	69.07	79.69	85.91	89.84	92.46	94.28	95.57	96.52	97.23

次元定常拡散方程式 (2.14) を (2.15) の境界条件のもとに解いて式 (2.16) のように求められる。これより沈殿物の再浮上を考慮した沈殿池の除去効率式 (2.18) または式 (2.20) となるが、この除去効率式を用いて、沈殿池の最適水深を求めることを考えてみる。式 (2.14) ~ (2.21) の各式中に含まれる E_x , u , w_p , k , H , L , α , β などのうち拡散係数 E_x と再浮上パラメーター k とは槽内の流れの状態に支配されるものであり、 k については、すでに 2. で考察したように、 E_x の関数である。また E_x については、やはり実験により Reynolds 数については $Re \cong 200 \sim 1000$ (ただし $Re = \frac{uR}{\nu}$, R : 径深), あるいは Froude 数については $F \cong 0.01 \sim 0.08$

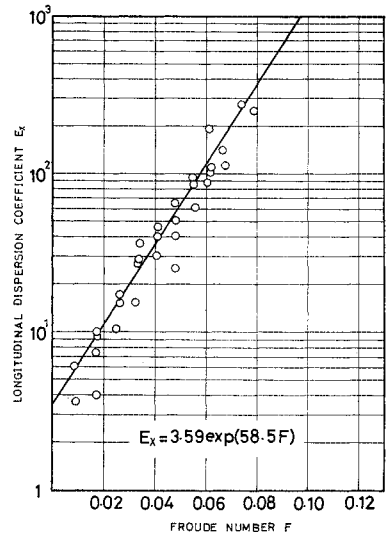


Fig. 5 Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Froude Number F

(ただし $F = \frac{u}{\sqrt{gH}}$, H : 水深) の範囲で
 $E_x = \delta e^{\epsilon F}$, (δ, ϵ は正の定数)
(3.1)

の成立することが確かめられており⁴⁾ (Fig. 5 を参照), 結局, 拡散係数 E_x および再浮上パラメーター k は池内平均流速 u あるいは水深 H によって支配される。したがって池内平均流速 u あるいは水深 H が重要な設計変数となることが予想される。ところで矩形沈殿池の設計に際しては、処理流量 Q が与えられ、また沈殿物質の性状より粒子沈降速度 w_p が与えられるものとする、必要な除去効率 η を決めれば、簡単には理想沈殿池の仮定をして、

$$\eta = \frac{w_p}{Q/A} \text{(3.2)}$$

より水面積 A が決定される。しかし、その水深 H についてはあまり合理的な決定はなされず、滞留時間あるいは池内平均流速を与えることなどによって決定される。本論文は沈殿物質の混合および再浮上を考慮した場合の沈殿池の設計方針に焦点をおいているが、その最適な水深をいかにして決定すべきかを検討する。

そのまゝに、① 理想沈殿池, ② 乱れによる混合を考慮した沈殿池, ③ 混合と沈殿物質の再浮上を考慮した沈殿池, の各場合について除去効率 η と水深 H との相対的な関係を図示すると Fig. 6 のようになり、明らかに ①, ②, ③ の場合の順に除去効率は悪くなっていく (ただし, 流量 $Q=100$ cc/sec, 槽長 $L=80$ cm, 槽幅 $B=20$ cm, 粒子沈降速度 $w_p=0.026$ cm/sec とした場合

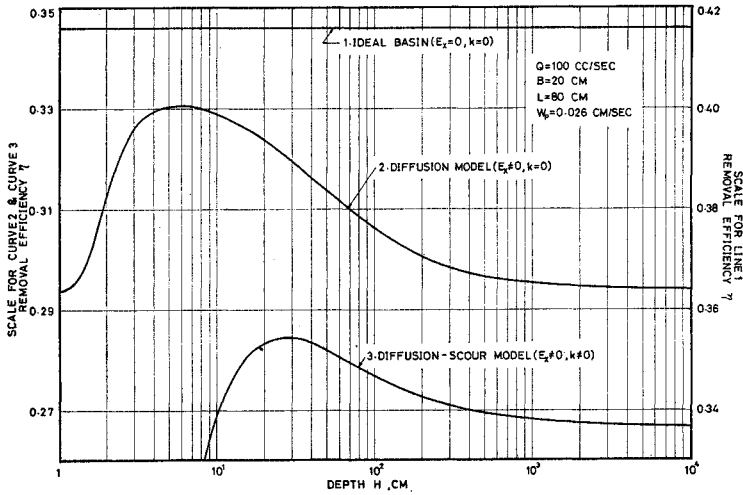


Fig. 6 Variations of Removal Efficiency η with Type of Models (1,2,3)

である)。Fig. 6 の各曲線は次のようにして求めたものである。直線—1 は表面負荷率より、すなわち式 (3.2) を用いて求めた除去効率 η と水深 H との関係である。また 曲線—2 は沈殿物の再浮上を考慮しない、混合のみを考慮したもの、すなわち除去効率式 (2.20) において $k=0$ として求めたものであり、曲線—3 は混合のほかに沈殿物の再浮上を考慮したもの、すなわち式 (2.20) に再浮上パラメーター k と拡散係数 E_s との関係式 (2.13) を入れて求めたものである。ただし、除去効率 η の目盛は 直線—1 は右側の目盛を、曲線—2,3 は左側の目盛を用いる。Fig. 6 を見れば、明らかに混合も再浮上もない場合（理想沈殿池：直線—1）は、除去効率 η は水深 H の変化に対して不変である。しかし、混合あるいは沈殿物の再浮上を考慮すると（曲線—2, 曲線—3）、ある水深までは、水深 H を小さくすればするほど、除去効率は良くなるが、その水深を過ぎれば、逆に水深 H の減少とともに除去効率は急激に低下する。ただし、除去効率 η の低下の現われ方は、沈殿物の再浮上を考慮したものの方が早く、しかも除去効率は混合のみを考えたものよりも全般に低い。このことは水深が浅くなれば池内平均流速が増加することにより、乱れによる混合が大となるほかに、水塊の沈殿物に対する衝突力が増加することなど、除去効率の低下を招く要因が強化されることを考えれば当然予想されることである。事実このことは従来から横流式沈殿池においては、水深が小さくなれば除去効率が增大するといわれてきたことと、最適水深（最大の除去効率を与える水深）までは一致している。

現在、沈殿池において、定量的にこの沈殿物の再浮上の影響が確かめられていないために、各地で実際に運転

されている沈殿池が Fig. 6 の曲線—3 のどのあたりに位置しているかは、明らかではないが、高度の設計、操作においては沈殿物の再浮上の影響は考慮しなければならないと思われる。Fig. 7 は幅 B 、容積 V を一定として処理流量 Q をパラメーターにして、除去効率 η と水深 H との関係を求め、Fig. 8 は処理流量 Q 、容積 V を一定として幅 B をパラメーターとして、除去効率 η と水深 H との関係を求めたものである。これら Fig. 7, Fig. 8 に見られるごとく、処理流量 Q が小さくなるほど、また沈殿池の幅 B が大きくなるほど、この除去効率の最大となる水深は左の方（小さい方）へ移動するから、これらの値によっては水深 H が小さくなるほど除去効率 η が大となる範囲しか目にとまらないかもしれない。たとえば、それは水深が小さいほど除去効率が良いといわれることにもうかがえる。この点から考えれば実際の大部分の沈殿池では再浮上の影響の比較的小さい範囲で運転が行なわれているとも考えられるが、再浮上の影響が無視できないような範囲で運転が行なわれている沈殿池が無いとはいいきれない。これらを定量的に把握するには、その沈殿池における水深を種々、変えて除去効率の変化を計測すればよいのであるが、実際にはこのような計測を行なうのは困難であろう。そこで理論計算によ

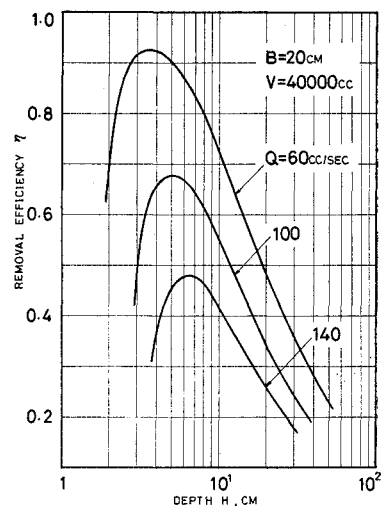


Fig. 7 Relations between Removal Efficiency η and Depth H (B, V : Constant, Q : Parameter)

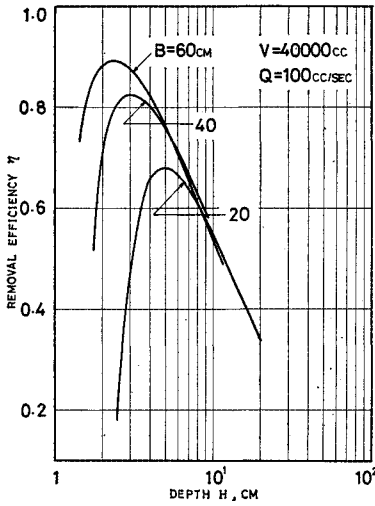


Fig. 8 Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, V : Constant, B : Parameter)

って、それを推定することになるが除去効率式 (2.18) あるいは (2.20) によって沈殿物質の再浮上の影響を含めた除去効率を求めるには、少なくとも池内における拡散係数 E_x と平均流速 u との関係、および再浮上に関するパラメーター k と E_x (ないしは u) との関係が求まっていなければならない。拡散係数 E_x はトレーサー応答などの手法によって測定することが可能であり、再浮上パラメーター k は沈殿物質の再浮上がない、すなわち $k=0$ と仮定した場合の除去効率と実際の除去効率との差から求めることができる。こうして $E_x \sim u$, および $k \sim E_x$ (あるいは u) の関係が求まれば

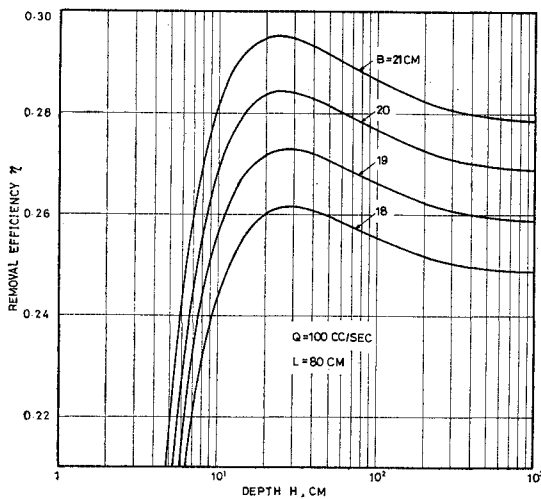


Fig. 9 Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, L : Constant, B : Parameter)

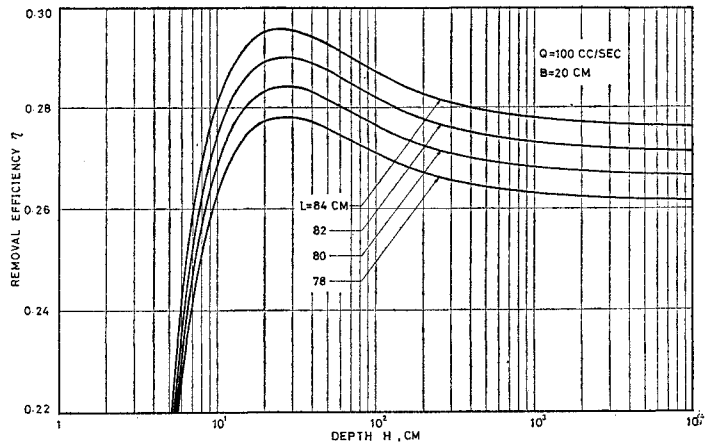


Fig. 10 Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, B : Constant, L : Parameter)

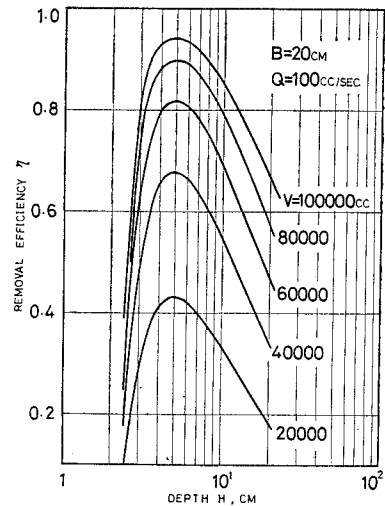


Fig. 11 Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, B : Constant, V : Parameter)

(たとえば Fig. 2, Fig. 5 のような関係), 除去効率式 (2.20) を用いて、処理流量 Q , 沈殿池の長さ L , 幅 B , 沈殿すべき粒子の平均沈降速度 w_p 等の値を代入して計算すれば、沈殿池の除去効率 η と水深 H との関係が与えられる。その様子は Fig. 9, Fig. 10 に見られるとおりで、Fig. 9 は槽幅 B をパラメーターに、Fig. 10 は槽長 L をパラメーターにして求めたものである。また槽容積 V をパラメーターにして水深 H と除去効率 η との関係を求めると Fig. 11 のようになる。これらの図はいずれも明らかにある水深 (H_{opt} とする) に対して除去効率 η は最大値をとる。このときの水深 H_{opt} が最適水深となるわけであるが、これらの曲線 (Fig. 6 ~ Fig. 11) で H_{opt} より小さい H の範囲、すなわち水深 H の減少とともに除去効率 η が急激に減少する範

図は沈殿物質の再浮上の影響を無視しえない範囲であり、 H_{opt} より大きい H 、すなわち水深 H の増加とともに除去効率が徐々に減少していく部分は沈殿物質の再浮上の影響があまり大きくない範囲とみることができる。これは設計の面から見れば水深は H_{opt} が取り難ければ H_{opt} より過大側にした方が過小側よりも安全側であるといえよう。

なお、図および表の全般について、求めた除去効率は $E_x \sim u$ や、 $k \sim E_x$ の関係が実験的に求まっている実験装置について、 L, B, w_p, u などの諸量を合わせて計算したものであり、ほかに意図はない。また槽幅 B および槽長 L をパラメーターとした Fig. 9, 10 の最適水深と槽容積 V をパラメーターとした Fig. 11 とで最適水深 H_{opt} がかなり異なっているが、これは B, L をパラメーターとした場合には H を B, L と全く独立に変化させて除去効率 η を求めているのに対し、 V をパラメーターとした場合には H と L (この場合 B は固定) は互いに独立には変化しえず、除去効率式 (2.20) の計算に際して、次の式 (3.3) のような関係が束縛条件として入ってくるためである。

$$H \cdot L = \text{constant} \dots\dots (3.3)$$

また、上記の各図の水深 H の値には再浮上パラメーター k に対する条件

$$0 \leq k < 1 \dots\dots\dots (3.4)$$

より下限が存在するが、上記の各図に対しては、 $\alpha = 1.17, \beta = 8.05$ として式 (2.13) および式 (2.22) を用いて求めた限界フルード数 F_c および限界水深 H_c は Table 2 に示すようになる。

Fig. 10 は槽長 L をパラメーターとして、流量 Q 、槽

Table 2 Variations of Critical Depth H_c with Breadth B and Flow Rate Q

Width B (cm)	Flow Rate Q (cc/sec)	Critical Depth H_c (cm)	Critical Froude No. $F_c(-)$
20	60	1.65	4.5×10^{-2}
20	100	2.33	4.5×10^{-2}
20	140	2.91	4.5×10^{-2}
10	100	3.70	4.5×10^{-2}
40	100	1.47	4.5×10^{-2}
60	100	7.53×10^{-1}	4.5×10^{-2}

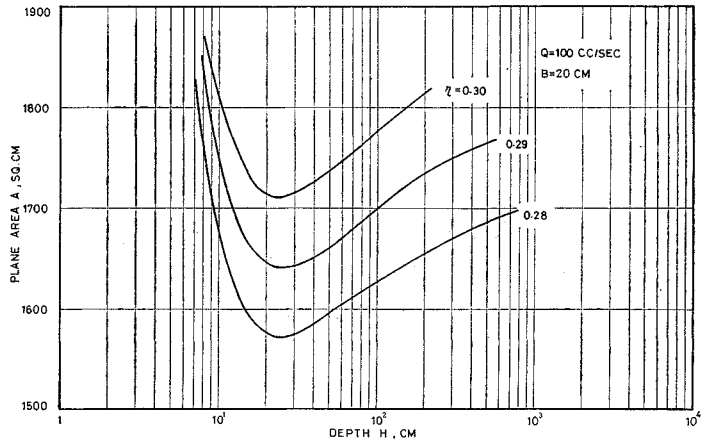


Fig. 12 Relations between Plane Area A and Depth H

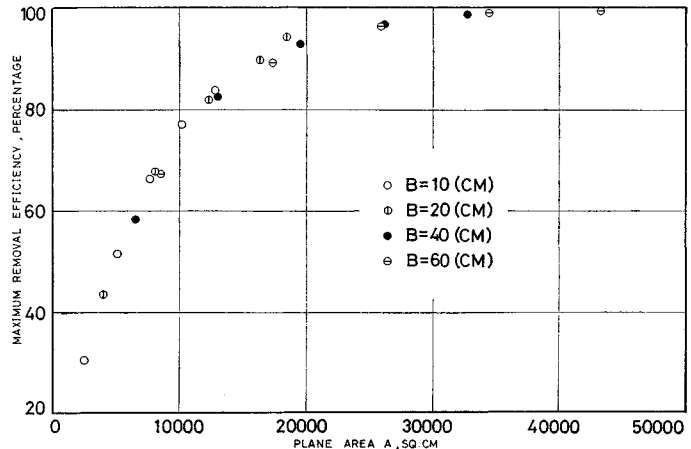


Fig. 13 Relations between Maximum Removal Efficiency and Plane Area A

幅 B を一定とした場合の除去効率 η と水深 H との関係求めたものであるが、この図より水面積 $A (=B \cdot L)$ と水深 H との関係を図示したものが Fig. 12 である。この図からも最適水深 H_{opt} (この場合は最小の水面積 A を与える水深) を読み取ることができる。このときの水面積 A の極小値は所要の除去効率に対する沈殿池の必要最小水面積となる。

また、Fig. 13 は槽容積 V をパラメーターとして求めた最適水深に対応する最大除去効率 η_{max} とそのときの水面積 A との関係を示すものであるが、これより所要の除去効率 η に対しては、沈殿池の幅 B などにはあまり支配されずに、ほとんど同じ水面積 A を必要とすることを示している。これで見ると、従来から表面負荷率が大きな沈殿池設計のポイントであるとされていたことは、ほぼ妥当なことであったともいえよう。しかし、それも最適水深の状態のでいえることで、この状態をずれた場合についてはさらに検討を加えるべきものと

思われる。

4. 結 言

水処理の最も基本的な設備である沈殿池についても、水理学的にみればその内部においては種々の複雑な現象が生じており、これらを沈殿池の設計ないしは操作という面から取扱うには非常に困難な点が多い。それは、たとえば循環流や混合や沈殿物の再浮上など沈殿池内の流動によって生ずる静止沈降からのずれ、さらには干渉沈降そのほかの沈降そのものの現象論的に未解決な問題が多いためであるが、われわれはこれらをできるだけ簡単な、しかもその支配的要因を合理的な形で表現することを試みてきた。今回はそのうち底面からの沈殿物の再浮上の問題を1次元的にはいかに取扱うべきかを沈殿池設計という点も考慮して検討を加えた。その結果を要約すると、

(1) 定常状態においても式(2.1)の2次元拡散方程式の解はなお非常に複雑で、その数値計算も実用的には電算機を利用せねばならないが、

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{H} \int_0^H C(x, z) dz \dots\dots\dots (2.7)$$

で定義されるような鉛直方向断面内における平均濃度 $\bar{C}(x)$ を用いて

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d\bar{C}}{dx} - \frac{w_p}{H} (1 - \alpha e^{-\beta/E_x}) \bar{C} = 0 \dots\dots\dots (2.14)$$

のような1次元拡散方程式に変形すれば、沈殿物質の再浮上は生成消滅項として取扱式(2.15)のような境界条件のもとに解は容易に求まる。これより得られる除去効率式

$$\eta = 1 - \frac{\lambda(\theta_1 - \theta_2)}{\theta_1^2 \exp(-\theta_2) - \theta_2^2 \exp(-\theta_1)} \dots\dots\dots (2.20)$$

は形も簡単であり、数値計算もはるかに楽である。

(2) 1次元拡散方程式における沈殿物質の再浮上の項(生成消滅項)

$$P = -KC_0 \left(\frac{\bar{C}(x)}{C_0} \right)^r \dots\dots\dots (2.12)$$

は反応速度論的にみれば0次反応から1次反応までの段階 ($0 \leq r \leq 1$) が考えられるが、式(2.7)のような $\bar{C}(x)$ の定義ならびに実験的考察¹¹⁾によれば $r=1$ すなわち1次反応と見なすのが妥当である。

(3) 沈殿物質の再浮上パラメーター k を導入した1次元定常拡散方程式(2.14)の解より得られる除去効率式(2.20)の数値計算の結果、最適水深の存在することが明らかとなった。従来、横流式沈殿池においては水深が小さいほど、除去効率が良いといわれていたが、そ

れも混合および沈殿物の再浮上の面から制限があるということを示しているにほかならない。この除去効率式を用いて除去効率 η と水深 H との関係計算しておけば、処理流量 Q と必要な除去効率 η のもとに沈殿池の最適水深 H_{opt} および水面積 A を求めることができる。

(4) 除去効率 η と水深 H との関係図(Fig. 9, 10, 11など)に見られるごとく、 H_{opt} よりも大きい水深 H の増加する側では除去効率 η の低下は比較的小さいが、水深 H の小さい減少する側では除去効率 η は急激に低下するから、水深 H を H_{opt} よりも過小にするのは設計上より危険側である。

(5) 従来、理想沈殿池の仮定のもとでは表面負荷率が設計上重要な因子であったが、沈殿物質の再浮上を考慮した拡散方程式より求めた除去効率についても Fig. 13に見られるごとく、やはり水面積 A は重要な設計因子であると思われる。

なお、本研究に関し土木学会第25回年次学術講演会の席上、北海道大学の丹保憲仁博士より、非常に有益なご教示を賜ったことを付記し、ここに感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) William W. Rubey: "The Force Required to Move Particles on a Stream Bed", U.S. Geological Survey, Washington D.C., 1938, Professional Paper No. 189-E.
- 2) 芝 定孝: 矩形水槽中における浮遊物質の挙動に関する研究, 京都大学修士論文, 昭和44年3月.
- 3) 高松武一郎・内藤正明・芝 定孝: 矩形水槽における浮遊物質の挙動について(1), 土木学会第24回年次学術講演会講演概要集, 昭和44年9月.
- 4) 高松武一郎・内藤正明・芝 定孝: 矩形沈殿槽における沈殿物の再浮上に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第183号, 1970年11月.
- 5) 高松武一郎・内藤正明・芝 定孝: 沈殿池最適水深に関する一考察, 土木学会第25回年次学術講演会講演概要集, 昭和45年11月.
- 6) William E. Dobbins: "Effect of Turbulence on Sedimentation", Trans. A.S.C.E., Vol. 109, 1944, Paper No. 2218.
- 7) Thomas R. Camp: "Sedimentation on the Design of Settling Tanks", Trans. A.S.C.E., Vol. 111, 1946, Paper No. 2285.
- 8) 合田 健: 上水浄化における水理学上の基礎的諸問題, 京都大学学位論文, 昭和31年.
- 9) Fair, G.M., J.C. Geyer: "Water Supply and Waste Water Disposal", Jhon Wiley and Son, N.Y., 1954.
- 10) Takeichiro Takamatsu & Masaaki Naito: "Effects of Flow Conditions on the Efficiency of a Sedimentation Bessel", Water Research, Pergamon Press, 1967, Vol. 1.
- 11) 高松武一郎・内藤正明: 矩形沈殿池効率におよぼす均一流体混合の影響, 土木学会論文集, 第139号, 昭和42年3月.