

曲線格子桁の実用解析法

PRACTICAL METHOD OF ANALYSIS FOR CURVED
GRILLAGE GIRDER BRIDGE稼 農 知 徳*
By Chitoku Kano

1. ま え が き

近年、曲線格子桁橋は非常に多く架設されているが、元来、曲線格子桁橋は高次の不静定構造であるから、その厳密な解析は非常に繁雑となる。したがって曲線橋設計の簡易化のために、種々の実用計算法が試みられて提案されているが、この種実用計算法のうち次の方法がよく用いられている。この方法^{1)~3)}は並列主桁曲線橋の各主桁断面を仮想の合断面に換算し、単一の曲線桁として断面力および変形量を求め、その後各主桁に分配する方法である。しかし、この方法も一種の近似計算法である。

ここで本文では曲線格子桁橋の厳密な実用解析方法を誘導して、曲線格子桁橋の設計に便利なように、一般公式を導き、数値表を整備した。さらに、これらを用いて複雑な曲線格子桁橋を機械的に簡単に解析できることを示している。最近の電子計算機の急速な普及により、この種の複雑な曲線格子桁橋も厳密に解析されているが、曲線橋の設計に際しては多大な費用を要しており、電子計算機より得られる数値の照査は机上においてはほとんど不可能である。ましてや、小型電子計算機および手動によって解析することは不可能であった。しかし、本論文の方法によれば手動においても簡単に設計でき、机上で照査できる利点は大きい。

2. 曲線格子桁の構造形式と仮定

本文で取扱う曲線格子桁の構造形式は次の仮定を満足するものとする。

1) 曲率中心を共有し、円弧の中心角 ϕ が等しい、2本以上の曲線主桁とその軸線が曲率中心にすべて一致し、各曲線主桁と半径方向に直角に交わる直線横桁とで

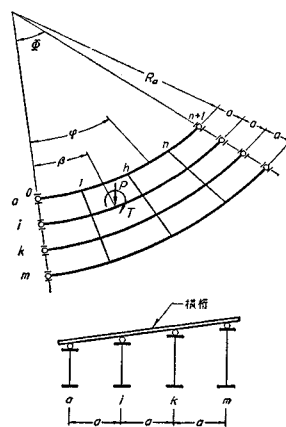


図-1

構成する。

2) 各曲線主桁は両端で曲げに対して回転自由、ねじれに対しては剛に拘束されていて、その軸線はねじれ中心の位置とする。

3) 曲線主桁と横桁との結合はヒンジ結合とし、横桁のねじれ剛性は無視する。

3. 曲線格子桁の弾性方程式

曲線主桁 m 本、横桁 n 本とからなる曲線格子桁において、主桁と横桁がヒンジ結合の場合には内的に $(m-2)n$ 次の不静定構造になる。この不静定量として中主桁と横桁との交点における格点力を選び解析する。いま、この各格点をとりはずし、不静定量 $X_{ih}=1$ を挿入するがここではこの不静定格点力を求めるためにアフィン荷重法によって以降の解析をすすめる。

1組の垂直アフィン荷重群は図-2 (a), (b), (c) のように、それぞれ n 個の垂直集中荷重より成り立っている。この1組の垂直アフィン荷重群によって基本系の各部材に変形が生ずる。図-2 (a) のように主桁 i に第 n 組の

* 正会員 工修 北海道大学助教授 工学部土木工学科

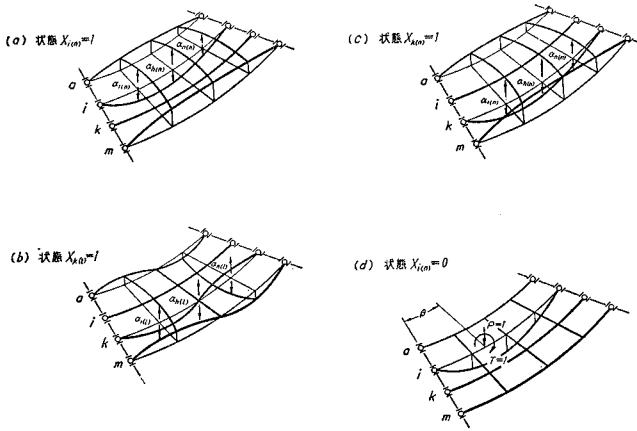


図-2

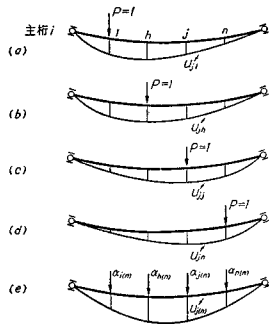


図-3

アフィン荷重を作用させた状態を状態 $X_{i(n)}=1$ のようにかくことにする。単一の曲線桁 i に垂直アフィン荷重群を作用させた時の点 j の垂直変位 $u_{ij}^{(n)}$ は式 (1) となる (図-3 参照)。

$$u_{ij,i(n)}^{(n)} = \sum_{h=1}^n u_{ij,ih}^{(n)} \cdot \alpha_{h(n)} \dots\dots\dots (1)$$

また、ばね係数を式 (2) のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \text{垂直ばね係数 } \omega_{ij}^{(n)} &= \frac{u_{ij,i(n)}^{(n)}}{\alpha_{j(n)}} \\ \text{ねじればね係数 } \omega_{Tij}^{(n)} &= \frac{\partial u_{ij,i(n)}^{(n)}}{\alpha_{j(n)}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &i = a, \dots, m \\ &j, n = 1, \dots, n \end{aligned} \dots\dots (2) \text{ a-b}$$

さて、曲線格子桁の弾性方程式は式 (3) となる。

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\theta} = 0 \dots\dots\dots (3) \text{ a-e}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \dots & \mathbf{C}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_{n1} & \dots & \mathbf{C}_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_n \end{bmatrix}$$

式 (3) における係数マトリックス \mathbf{C} の小マトリッ

$$\begin{aligned} \delta_{i(n),i(n)} &= \sum_{j=1}^n \left[u_{ij,i(n)}^{(n)} + \left(\frac{y_i'}{l_Q} \right)^2 \cdot u_{aj,a(n)}^{(n)} + \left(\frac{y_i}{l_Q} \right)^2 \cdot u_{mj,m(n)}^{(n)} + f_{ji,ji} \cdot \alpha_{j(n)} \right] \cdot \alpha_{j(n)} \\ &= \left[\omega_{ii}^{(n)} + \left(\frac{y_i'}{l_Q} \right)^2 \cdot \omega_{aa}^{(n)} + \left(\frac{y_i}{l_Q} \right)^2 \cdot \omega_{mm}^{(n)} + f_{ii} \right] \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_{j(n)}^2 \end{aligned}$$

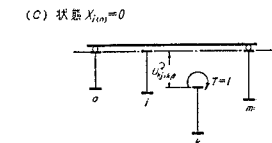
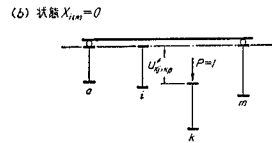
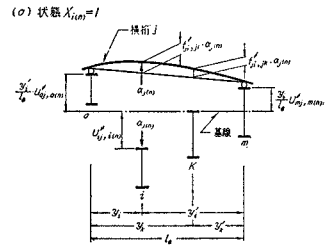


図-4

クス \mathbf{C}_{nl} , \mathbf{C}_{nn} および不静定量マトリックス $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n$ と荷重項 $\mathbf{D}_1, \dots, \mathbf{D}_n$, $\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_n$ 等は次のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{nl} &= \begin{bmatrix} \delta_{b(n),b(l)} & \delta_{b(n),c(l)} & \dots & \delta_{b(n),m-1(l)} \\ \delta_{c(n),b(l)} & \delta_{c(n),c(l)} & \dots & \delta_{c(n),m-1(l)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{m-1(n),b(l)} & \delta_{m-1(n),c(l)} & \dots & \delta_{m-1(n),m-1(l)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_{nn} &= \begin{bmatrix} \delta_{b(n),b(n)} & \delta_{b(n),c(n)} & \dots & \delta_{b(n),m-1(n)} \\ \delta_{c(n),b(n)} & \delta_{c(n),c(n)} & \dots & \delta_{c(n),m-1(n)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{m-1(n),b(n)} & \delta_{m-1(n),c(n)} & \dots & \delta_{m-1(n),m-1(n)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{X}_n &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{b(n)} \\ \mathbf{X}_{c(n)} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{m-1(n)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_n = \begin{bmatrix} \delta_{b(n),0} \\ \delta_{c(n),0} \\ \vdots \\ \delta_{m-1(n),0} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\theta}_n &= \begin{bmatrix} \theta_{b(n),0} \\ \theta_{c(n),0} \\ \vdots \\ \theta_{m-1(n),0} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} n=1, \dots, n \\ l=1, \dots, n \end{matrix} \dots\dots\dots (4) \text{ a-e} \end{aligned}$$

さらに係数はマトリックス \mathbf{C}_{nl} 等の要素 $\delta_{i(n),k(l)}$ および荷重項 \mathbf{D}_n , $\boldsymbol{\theta}_n$ の要素 $\delta_{k(n),0}$, $\theta_{k(n),0}$ に関しては次のようになる。

状態 $X_{i(n)}=1$:

状態 $X_{i(n)}=1$ の変形と状態 $X_{i(n)}=1$ の垂直アフィン荷重との間でなす仕事 $\delta_{i(n),i(n)}$ は 図-2 (a) と 図-4 (a) とを参照し、さらにばね係数の定義式 (2) を用いれば式 (5) となる。

同様にして

$$\delta_{i(n),k(n)} = \left[\frac{y_i' \cdot y_k'}{l_Q^2} \cdot \omega_a'(n) + \frac{y_i \cdot y_k}{l_Q^2} \cdot \omega_m'(n) + f_{ik}' \right] \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_{j(n)}^2$$

$$\delta_{i(n),k(l)} = \left[\frac{y_i' \cdot y_k'}{l_Q^2} \cdot \omega_a'(n) + \frac{y_i \cdot y_k}{l_Q^2} \cdot \omega_m'(n) + f_{ik}' \right] \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_{j(n)} \cdot \alpha_{j(l)} \dots \dots \dots (5) \text{ a-c}$$

状態 $X_{i(n)}=0$:

状態 $X_{i(n)}=0$ の変形と状態 $X_{i(n)}=1$ の垂直アフィン荷重との間でなす仕事 $\delta_{i(n),0}$, $\theta_{i(n),0}$ は 図-2 および 図-4 を参照し, 式 (2) を用いれば式 (6), (7) となる。

主桁 k の点 β に $P=1$ が作用する時,

$$\delta_{i(n),0} = 0 \quad i=b, c, \dots, m-1 \quad (i \neq k)$$

$$\delta_{k(n),0} = \sum_{j=1}^n u_{kj,k\beta}^{\vee} \cdot \alpha_{j(n)} = u_{k\beta,k(n)}^{\vee} = \omega_{k(n)}^{\vee} \cdot \rho_{k\beta(n)}$$

ここで,

$$\rho_{k\beta(n)} = \frac{u_{k\beta,k(n)}^{\vee}}{\omega_{k(n)}^{\vee}} \quad (\text{単位曲げ曲線}) \dots \dots (6) \text{ a-c}$$

主桁 k の点 β に $T=1$ が作用する時,

$$\theta_{i(n),0} = 0 \quad i=b, c, \dots, m-1 \quad (i \neq k)$$

$$\theta_{k(n),0} = \sum_{j=1}^n u_{kj,k\beta}^{\curvearrowright} \cdot \alpha_{j(n)} = \sum_{j=1}^n \vartheta_{kj,k\beta}^{\vee} \cdot \alpha_{j(n)}$$

$$= \vartheta_{k\beta,k(n)}^{\vee} = \omega_{Tk(n)}^{\vee} \cdot \phi_{k\beta(n)}$$

ここで,

$$\phi_{k\beta(n)} = \frac{\vartheta_{k\beta,k(n)}^{\vee}}{\omega_{Tk(n)}^{\vee}} \quad (\text{単位ねじれ曲線}) \dots \dots (7) \text{ a-c}$$

さて, アフィン荷重群の間には重要な直交性があり式 (8) が成立する。

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{j(n)} \cdot \alpha_{j(l)} = 0 \quad (n \neq l)$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{j(n)}^2 = \frac{1}{\mu(n)} \quad (n=l) \dots \dots \dots (8) \text{ a-b}$$

式 (8) を用いて式 (5) は式 (9) となる。

$$\delta_{i(n),i(n)} = \left[\omega_{ii'(n)}^{\vee} + \left(\frac{y_i'}{l_Q} \right)^2 \cdot \omega_a'(n) + \left(\frac{y_i}{l_Q} \right)^2 \cdot \omega_m'(n) + f_{ii}' \right] \cdot \frac{1}{\mu(n)}$$

$$\delta_{i(n),k(n)} = \left[\frac{y_i' \cdot y_k'}{l_Q^2} \cdot \omega_a'(n) + \frac{y_i \cdot y_k}{l_Q^2} \cdot \omega_m'(n) + f_{ik}' \right] \cdot \frac{1}{\mu(n)}$$

$$\delta_{i(n),k(l)} = 0 \dots \dots \dots (9) \text{ a-c}$$

以上の結果, 曲線格子桁の弾性方程式 (3) の係数マトリックス C は対角マトリックスとなり式 (10) となる。

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & & & \\ & \ddots & & \\ & & C_{hh} & \\ & & & \ddots \\ & & & & C_{nn} \end{bmatrix}, \quad C_{nl} = 0 \quad (n \neq l) \dots \dots (10)$$

これは, 最初 $(m-2)n$ 個の不静定量をもっていたので係数マトリックス C は $(m-2)n$ 行列の正方マトリックスであったがアフィン荷重群の直交性により $(m-2)$ 行列の正方小マトリックス C_{nn} が独立したことになる。さらに具体的には横桁本数 n 個だけのアフィン荷重群の種類があるので, 各横桁ごとに求められる弾性方程式を単独に解けば不静定量が求められることを意味している。

4. 曲線主桁補助系 (剛支点上連続曲線桁)

曲線格子桁の解析のための補助系として剛支点上の連続曲線桁を解析する。

(1) 連続曲線桁の弾性方程式とその解

図-5 (a) は n 個の剛支点を有する $n+1$ 径間連続曲線桁である。両端支点上においてねじれに対して拘束し, 中間支点上ではねじれを拘束していないとすれば, n 次不静定構造となる。不静定量として垂直反力群 $X_{(n)}$ をとり, 垂直アフィン荷重群 $\alpha_{j(n)}$ を作用させる。 n 個の未知量をもつ n 個の弾性方程式は式 (11) となる。

$$A \cdot X + P \cdot D + T \cdot \theta = 0 \dots \dots \dots (11) \text{ a-e}$$

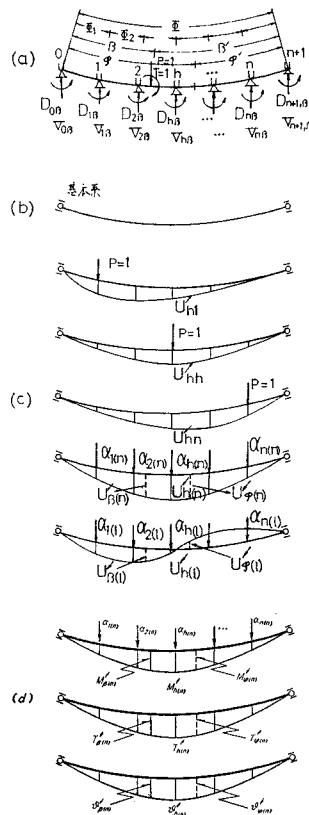


図-5

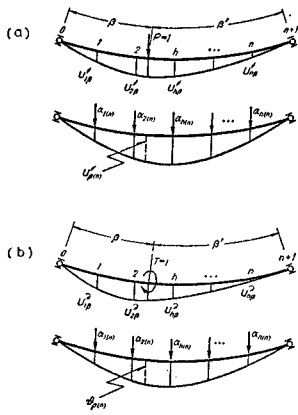


図-6

$$A = \begin{bmatrix} \delta_{(1)(1)} & & & \delta_{(1)(n)} \\ & \ddots & & \\ & & \delta_{(h)(h)} & \\ & & & \ddots \\ \delta_{(n)(1)} & & & \delta_{(n)(n)} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X_{(1)} \\ \\ \\ X_{(n)} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \delta_{(1),0} \\ \\ \\ \delta_{(n),0} \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_{(1),0} \\ \\ \\ \theta_{(n),0} \end{bmatrix}$$

式 (11) における係数マトリックス A の要素 $\delta_{(n)(l)}$ および荷重項 D, θ の要素 $\delta_{(n),0}, \theta_{(n),0}$ に関しては、単純曲線桁 (基本系) の垂直変位は 図-5 (c) より式 (12) となり、ばね係数は式 (2) を適用でき、さらに

$$u_{j(n)}^{\prime} = \sum_{h=1}^n u_{jh}^{\prime} \cdot \alpha_{h(n)} \quad j, n=1, 2, \dots, n \dots\dots (12)$$

アフィン荷重群の重要な直交性、式 (8) を用いれば次のようになる。

状態 $X_{(n)}=1$:

$$\delta_{(n)(n)} = \sum_{j=1}^n u_{jn}^{\prime} \cdot \alpha_{j(n)} = \omega_{(n)}^{\prime} \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_{j(n)}^2$$

$$= \omega_{(n)}^{\prime} \cdot \frac{1}{\mu_{(n)}}$$

$$\delta_{(n)(l)} = \sum_{j=1}^n u_{jl}^{\prime} \cdot \alpha_{j(n)} = \omega_{(l)}^{\prime} \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_{j(m)} \cdot \alpha_{j(l)} = 0 \quad (n \neq l)$$

状態 $X_{(n)}=0$:

点 β に $P=1$ が作用するとき、

$$\delta_{(n),0} = \sum_{j=1}^n u_{j\beta}^{\prime} \cdot \alpha_{j(n)} = u_{\beta(n)}^{\prime} = \omega_{(n)}^{\prime} \cdot \rho_{\beta(n)}$$

ここで、

$$\rho_{\beta(n)} = \frac{u_{\beta(n)}^{\prime}}{\omega_{(n)}^{\prime}} \quad (\text{単位曲げ曲線})$$

点 β に $T=1$ が作用するとき、

$$\theta_{(n),0} = \sum_{j=1}^n \vartheta_{j\beta}^{\prime} \cdot \alpha_{j(n)} = \vartheta_{\beta(n)}^{\prime} = \omega_{(n)}^{\prime} \cdot \psi_{\beta(n)}$$

ここで、

$$\psi_{\beta(n)} = \frac{\vartheta_{\beta(n)}^{\prime}}{\omega_{(n)}^{\prime}} \quad (\text{単位ねじれ曲線}) \dots\dots (13) \text{ a-f}$$

以上の結果、連続曲線桁の弾性方程式の係数マトリックス A は対角マトリックスとなり、式 (14) となる。

$$A = \begin{bmatrix} \delta_{(1)(1)} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \delta_{(h)(h)} & \\ & & & \ddots \\ & & & & \delta_{(n)(n)} \end{bmatrix}$$

$$\delta_{(n)(l)} = 0 \quad (n \neq l) \dots\dots\dots (14)$$

このことは n 元連立方程式を解かなくとも、各方程式が独立し、各支点ごとに不静定量 $X_{(n)}$ を求められることを意味している。すなわち式 (11) の解は次のように求められる。

点 β に $P=1$ が作用するとき、

$$X_{\beta(n)} = -\frac{\delta_{(n),0}}{\delta_{(n)(n)}} = -\mu_{(n)} \cdot \rho_{\beta(n)}, \quad n=1, \dots, n \dots\dots\dots (15)$$

点 β に $T=1$ が作用するとき、

$$X_{\beta(n)}^{\rightarrow} = -\frac{\theta_{(n),0}}{\delta_{(n)(n)}} = -\bar{\nu}_{(n)} \cdot \mu_{(n)} \cdot \psi_{\beta(n)},$$

$$\bar{\nu}_{(n)} = \frac{\omega_{(n)}^{\prime}}{\omega_{(n)}^{\prime}}, \quad n=1, \dots, n \dots\dots\dots (16)$$

(2) 連続曲線桁の反力、断面力および変形

$n+1$ 径間連続曲線桁の不静定量 $X_{\beta(n)}$ が得られると、その反力、断面力および変形は式 (17) より求められる。

点 β に $P=1$ が作用するとき、

$$\text{反力 } V_{h\beta} = -\sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot \alpha_{h(n)} \cdot \rho_{\beta(n)},$$

$$h=1, \dots, n, \quad 0 \leq \beta \leq \Phi$$

断面力および変形

$$S_{\varphi\beta} = S_{\varphi\beta}^0 - \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot S_{\varphi(n)} \cdot \rho_{\beta(n)}, \quad 0 \leq \varphi, \beta \leq \Phi$$

$$\dots\dots\dots (17) \text{ a-b}$$

ここで、

$S_{\varphi\beta}^0$ は基本系における $P=1$ による断面力および変形の影響線、 $S_{\varphi(n)}$ は基本系における状態 $X_{(n)}=1$ によって生ずる断面力および変形図の点 φ における値で式 (18) となる。

$$S_{\varphi(n)} = \sum_{h=1}^n S_{\varphi h}^{\prime} \cdot \alpha_{h(n)}, \quad 0 \leq \varphi \leq \Phi \dots\dots\dots (18)$$

点 β に $T=1$ が作用するとき、

$$\text{反力 } V_{h\beta}^{\rightarrow} = -\sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot \alpha_{h(n)} \cdot \bar{\nu}_{(n)} \cdot \psi_{\beta(n)}$$

断面力および変形

$$S_{\varphi\beta}^{\rightarrow} = S_{\varphi\beta}^0 - \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot S_{\varphi(n)} \cdot \bar{\nu}_{(n)} \cdot \psi_{\beta(n)},$$

$$0 \leq \varphi, \beta \leq \Phi \dots\dots\dots (19) \text{ a-b}$$

ここで、 $S_{\varphi\beta}^0$ は基本系における $T=1$ による断面力および変形の影響線。

(3) アフィン荷重群 $\alpha_{j(n)}$

前述のアフィン荷重群 $\alpha_{j(n)}$ には重要な直交性を有していなければならない。したがってこの直交条件を満足しているアフィン荷重群を求める必要がある。いま、式(1) または式(12) と式(2) より

$$\sum_{j=1}^n u_{hj} \cdot \alpha_{j(n)} = \omega'_{(n)} \cdot \alpha_{h(n)}$$

である。

すなわち、 n 個の方程式が得られるから、これをベクトル記法で表記すれば式(20)となる。

$$[\{A\} - \omega' \cdot] \cdot A \equiv 0 \dots\dots\dots(20)$$

ここで、

$$\{A\} \equiv \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}, A \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$$

式(20) で $A \equiv 0$, すなわち $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$ 以外に解をもつための必要十分条件は Determinant $|\{A\} - \omega'| = 0$ を満足する ω' に対して得られ、 $\omega'_{(1)} < \omega'_{(2)} < \dots < \omega'_{(n)}$ として次の n 個の解が求められる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{第1次解 } \omega'_{(1)}, \alpha_1 \equiv \{\alpha_{1(1)}, \alpha_{2(1)}, \dots, \alpha_{n(1)}\} \\ \text{第2次解 } \omega'_{(2)}, \alpha_2 \equiv \{\alpha_{1(2)}, \alpha_{2(2)}, \dots, \alpha_{n(2)}\} \\ \dots \\ \text{第n次解 } \omega'_{(n)}, \alpha_n \equiv \{\alpha_{1(n)}, \alpha_{2(n)}, \dots, \alpha_{n(n)}\} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

n 個のベクトル $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ はその大きさに対しては不定であり $\alpha_{1(n)} : \alpha_{2(n)} : \dots : \alpha_{n(n)}$ 等その素成の比をもって決定する。曲線格子桁の解析においては桁の剛性は一定で両端単純支持され、かつ横桁は等間隔に配置されると仮定してよいから、垂直アフィン荷重群 $\alpha_{h(n)}$ は n 次方程式を解くまでもなく式(22)の直交関数となる。

$$\alpha_{h(n)} = \sin \frac{n\pi h}{n+1}, h, n=1, \dots, n \dots\dots\dots(22)$$

式(22) は明らかに直交条件を満足している。

$$\sum_{h=1}^n \sin \frac{n\pi h}{n+1} \cdot \sin \frac{l\pi h}{n+1} = 0 \quad (n \neq l) \dots\dots\dots(23)$$

当然のことながらベクトル $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ に $\alpha_n \cdot \alpha_l = 0$ ($n \neq l$) なる直交性がある。

5. 横桁補助系 (弾性沈下可能支承上連続桁)

曲線格子桁の解析のためのもう一つの補助系として弾性沈下可能な支承上の連続桁を解析する。

(1) 弾性支承上連続桁の弾性方程式

曲線格子桁の横桁に注目した場合、横桁補助系は各曲

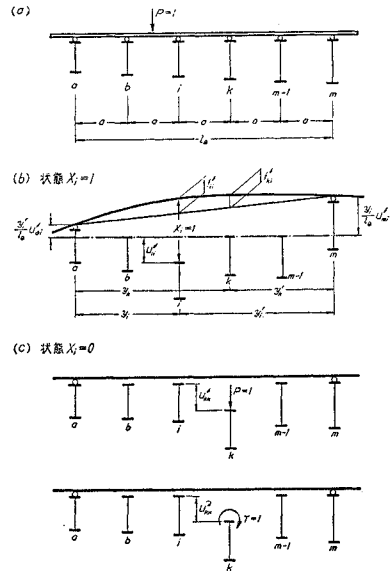


図-7

線主桁上にヒンジ結合されている状態にあるから、各主桁の垂直ばね支承上に支えられた連続桁とみなすことができる。曲線主桁が m 本あれば、 $(m-2)$ 次不静定構造となる。いま、不静定量として、中間支承反力を取り、この不静定量を求める弾性方程式は式(24)のようになる。

$$A \cdot X + P \cdot D + T \cdot \theta = 0 \dots\dots\dots(24) \text{ a-e}$$

$$A = \begin{bmatrix} \delta_{bb} & & & \\ & \delta_{b,m-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \delta_{m-1,m-1} \\ \delta_{m-1,b} & & & \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} X_b \\ \vdots \\ X_{m-1} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \delta_{b,0} \\ \vdots \\ \delta_{m-1,0} \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} \theta_{b,0} \\ \vdots \\ \theta_{m-1,0} \end{bmatrix}$$

係数マトリックス A の要素 δ_{ik} および荷重項 D, θ の要素 $\delta_{k,0}, \theta_{k,0}$ に関しては、ばね係数を用いて次のようになる。

状態 $X_i = 1$:

$$\delta_{ii} = \omega'_i + \left(\frac{y'_i}{l_Q} \right)^2 \omega'_a + \left(\frac{y_i}{l_Q} \right)^2 \omega'_m + f'_{ii}$$

$$\delta_{ik} = \frac{y'_i \cdot y'_k}{l_Q^2} \cdot \omega'_a + \frac{y_i \cdot y_k}{l_Q^2} \cdot \omega'_m + f'_{ik}$$

状態 $X_i = 0$:

弾性支承 k に $P=1$ が作用するとき、

$$\delta_{k,0} = \omega'_k$$

弾性支承 k に $T=1$ が作用するとき、

$$\theta_{k,0} = \omega'_{Tk} = \bar{\nu}_k \cdot \omega'_k, \bar{\nu}_k = \frac{\omega'_{Tk}}{\omega'_k} \dots\dots\dots(25) \text{ a-d}$$

以上の結果、 $(m-2)$ 個の未知量をもつ弾性方程式(24)を解けば、不静定量 X_{ik} を得ることができる。

(2) 弾性支承上連続桁の支承反力

不静定反力 X_{ik} が得られると、任意の支承における支承反力 B_{ik} は式 (26) および式 (27) となる。

弾性支承 k に $P=1$ が作用するとき、

$$B_{ik} = B_{ik}^0 + \sum_{r=b}^{m-1} \bar{B}_{ir} \cdot X_{rk} \dots\dots\dots (26)$$

ここで、

B_{ik}^0 = 基本系 (単一曲線桁の変形をばね係数とする弾性支承) における $P=1$ による支承反力、

\bar{B}_{ir} = 基本系における状態 $X_r=1$ による弾性支承 i の支承反力。

弾性支承 k に $T=1$ が作用するとき、

$$B_{ik}^{\vec{}} = B_{ik}^0 + \sum_{r=b}^{m-1} \bar{B}_{ir} \cdot X_{rk}^{\vec{}} \dots\dots\dots (27)$$

ここで、

$B_{ik}^{\vec{}}$ = 基本系における $T=1$ による支承反力。

式 (26) より求められる支承反力 B_{ik} を表記の便宜上次のように定義する。

$$\begin{aligned} C_{ik} &= B_{ik} \quad (k \neq i) \\ C_{ii} &= B_{ii} - 1 \quad (k = i) \dots\dots\dots (28) \text{ a-b} \end{aligned}$$

6. 曲線格子桁の断面力と変形量

(1) 曲線格子桁の弾性方程式の解

曲線格子桁の弾性方程式 (3) の解を求めることにより曲線格子桁の不静定量が得られることはすでに述べた通りである。ここで式 (3) の解を求めるにあたり弾性方程式の係数マトリックス C および荷重項 D, θ を吟味する。式 (3) の係数マトリックス C は式 (10) のように簡単となり、横桁 n に関して求められる弾性方程式を解けばよいことになる。いま、この弾性方程式の係数マトリックス C_{nn} および荷重項 D, θ の要素、すなわち式 (9) a-c と弾性支承上連続桁の弾性方程式 (24) の係数マトリックス A および荷重項 D, θ の要素、すなわち式 (25) a-d とを比較してみると、非常によく似ている。曲線格子桁の C_{nn} の要素は弾性支承上連続桁の A の要素の $1/\mu_{(n)}$ 倍であり、荷重項に関しては、それぞれ $\rho_{k\beta(n)}$ 倍および $\psi_{k\beta(n)}$ 倍となっている。したがって曲線格子桁の弾性方程式 (3) を解いて得られる不静定量は弾性支承上連続桁の弾性方程式 (24) を解いて得られる不静定量の $\mu_{(n)} \cdot \rho_{k\beta(n)}$ 倍あるいは $\mu_{(n)} \cdot \psi_{k\beta(n)}$ 倍と考えてよい。さらにこの $\mu_{(n)} \rho_{k\beta(n)}$ および $\mu_{(n)} \cdot \psi_{k\beta(n)}$ は 4. の剛支点上連続曲線桁の解析の過程において求められているものである。ゆえに曲線格子桁の弾性方程式の解 $X_{i(n),k\beta}$ は式 (29) となる。

主桁 k の点 β に $P=1$ が作用するとき、

$$X_{i(n),k\beta} = \mu_{(n)} \cdot \rho_{k\beta(n)} \cdot X_{ik(n)}$$

主桁 k の点 β に $T=1$ が作用するとき、

$$X_{i(n),k\beta}^{\vec{}} = \mu_{(n)} \cdot \psi_{k\beta(n)} \cdot X_{ik(n)}^{\vec{}} \dots\dots\dots (29) \text{ a-b}$$

式 (29) のような解が n 個求められるから結局、曲線格子桁の不静定力影響面 $X_{ih,k\beta}$ は式 (20) となる。

主桁 k の点 β に $P=1$ が作用するとき、

$$\begin{aligned} X_{ih,k\beta} &= \sum_{n=1}^n \alpha_{h(n)} \cdot X_{i(n),k\beta} \\ &= \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot \alpha_{h(n)} \cdot \rho_{k\beta(n)} \cdot X_{ik(n)} \end{aligned}$$

主桁 k の点 β に $T=1$ が作用するとき、

$$\begin{aligned} X_{ih,k\beta}^{\vec{}} &= \sum_{n=1}^n \alpha_{h(n)} \cdot X_{i(n),k\beta}^{\vec{}} \\ &= \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot \alpha_{h(n)} \cdot \psi_{k\beta(n)} \cdot X_{ik(n)}^{\vec{}} \dots\dots\dots (30) \text{ a-b} \end{aligned}$$

(2) 曲線格子桁の断面力および変形の影響面

曲線格子桁の任意の点の断面力および変形の影響面は次のように求められる。

a) 主桁 k の点 β に $P=1$ が作用するときの主桁 i の点 φ における断面力および変形の影響面

$$\text{格点力 } K_{ih,k\beta} = \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot \alpha_{h(n)} \cdot \rho_{k\beta(n)} \cdot C_{ik(n)}$$

断面力および変形

$$\begin{aligned} S_{i\varphi,k\beta} &= S_{i\varphi,k\beta}^0 + \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot S_{i\varphi(n)} \cdot \rho_{k\beta(n)} \cdot C_{ik(n)} \\ &\dots\dots\dots (31) \text{ a-b} \end{aligned}$$

ここで、

$$k \neq i \text{ に対して } S_{i\varphi,k\beta}^0 = 0, C_{ik(n)} = B_{ik(n)}$$

$$k = i \text{ に対して } S_{i\varphi,k\beta}^0 = S_{i\varphi,i\beta}^0, C_{ii(n)} = B_{ii(n)} - 1$$

$S_{i\varphi,i\beta}^0$ = 基本系 (単一曲線桁) の $P=1$ による断面力または変形の影響線

$S_{i\varphi(n)}$ = 基本系における状態 $X(n)=1$ による断面力または変形の主桁 i の点 φ における値。すなわち式 (18) によって求められる。

b) 主桁 k の点 β に $T=1$ が作用するときの主桁 i の点 φ における断面力および変形の影響面

$$\text{格点力 } K_{ih,k\beta}^{\vec{}} = \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot \alpha_{h(n)} \cdot \psi_{k\beta(n)} \cdot B_{ik(n)}^{\vec{}}$$

断面力および変形

$$\begin{aligned} S_{i\varphi,k\beta}^{\vec{}} &= S_{i\varphi,k\beta}^0 + \sum_{n=1}^n \mu_{(n)} \cdot S_{i\varphi(n)} \cdot \psi_{k\beta(n)} \cdot B_{ik(n)}^{\vec{}} \\ &\dots\dots\dots (32) \text{ a-b} \end{aligned}$$

ここで、

$$k \neq i \text{ に対して } S_{i\varphi,k\beta}^0 = 0$$

$$k = i \text{ に対して } S_{i\varphi,k\beta}^0 = S_{i\varphi,i\beta}^0$$

$S_{i\varphi,i\beta}^0$ = 基本系 (単一曲線桁) において $T=1$ による断面力または変形の影響線

7. 弾性沈下可能支承上連続桁の支承反力公式

5. において誘導した弾性方程式 (24) は高次の不静定構造の場合、数値計算であれば電子計算機で簡単に解くことができる。しかし、支承反力公式を誘導することは容易ではない。ここでは多少の技巧を用いて簡明な弾性支承反力公式を求めた。

(1) ばね係数, ばね係数比および格子剛度

垂直ばね係数

$$\omega'_i = u_{pi} \left(\frac{\phi}{2}, \frac{\phi}{2} \right) = F_{pi} \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot \frac{R_i^3}{EJ_{yi}}$$

ねじればね係数

$$\omega'_{Ti} = \vartheta_{pi} \left(\frac{\phi}{2}, \frac{\phi}{2} \right) = \theta_{pi} \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot \frac{R_i^2}{GJ_{Ti}}$$

垂直ばね係数比

$$\frac{1}{r_i} = \frac{F_{pi} \left(\frac{\phi}{2} \right)}{F_{pa} \left(\frac{\phi}{2} \right)} \cdot \frac{J_{ya}}{J_{yi}} \cdot \left(\frac{R_i}{R_a} \right)^2$$

ねじればね係数比

$$\frac{1}{r_{Ti}} = \frac{\theta_{pi} \left(\frac{\phi}{2} \right)}{\theta_{pa} \left(\frac{\phi}{2} \right)} \cdot \frac{J_{Ta}}{J_{Ti}} \cdot \left(\frac{R_i}{R_a} \right)^2 \dots\dots\dots (33) \text{ a-d}$$

$i = a, b, \dots, m$

曲げ格子剛度

$\omega'_a = a^3 \cdot Z / (6 EJ_Q)$ において曲げ格子剛度 Z を式 (34) のように定義する。

$$Z = 6 \cdot F_{pa} \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot \left(\frac{R_a}{a} \right)^3 \cdot \frac{J_Q}{J_{ya}} \dots\dots\dots (34)$$

ねじれ格子剛度

$\omega'_{Ta} = 2 \cdot a^2 \cdot Z_T / (EJ_Q)$ においてねじれ格子剛度 Z_T を式 (35) のように定義する。

$$Z_T = \frac{1}{2} \cdot \theta_{pa} \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot \left(\frac{R_a}{a} \right)^2 \cdot \frac{EJ_Q}{GJ_{Ta}} \dots\dots\dots (35)$$

(2) 弾性支承上連続桁の支承反力公式

3-弾性支承から5-弾性支承の場合の垂直荷重 $P=1$ による支承反力公式のみを示すと、表-1~3 となる。

8. 数値成果表

ここに誘導した曲線格子桁の解析方法をより実用的にするために、いくつかの数値表を整備した。本文においては数値計算例に必要な数値のみを載せておく。

(1) 単純曲線桁影響線 $S_{i\varphi, i\beta}^0$

単純曲線桁の断面力および変形の影響線の数表化, た

たとえば表-4 となる。

(2) 単位曲げ曲線 $\rho_{k\beta(n)}$, 単位ねじれ曲線 $\psi_{k\beta(n)}$

式 (6), 式 (7) または式 (13) より求められ, これを数表化する。たとえば, 表-5 および表-6 となる。

(3) 単位断面力および単位変形 $S_{i\varphi(n)}$

式 (18) より求められる。たとえば, 表-7~8 となる。

表-1 3-弾性支承上の桁

$P_k=1(k=a,b,c)$

影響値	$P_{K=1}$ による	係 数			分 母
		. 1	$\cdot \frac{1}{r_b}$	$\cdot \frac{1}{r_c}$	
支承反力 B_{ak}	B_{aa-1} B_{ab} B_{ac}	-1	2	-1	: N_1 : N_1 : N_1
支承反力 B_{bk}	B_{ba} B_{bb-1} B_{bc}	2	-4	2	: N_1 : N_1 : N_1
支承反力 B_{ck}	B_{ca} B_{cb} B_{cc-1}	-1	2	-1	: N_1 : N_1 : N_1

$N_1 = 1 + \frac{4}{r_b} + \frac{1}{r_c} + \frac{4}{Z}$

表-2 4-弾性支承上の桁

$P_k=1(k=a,b,c,d)$

影響値	$P_{K=1}$ による	係 数					分 母
		. 1	$\cdot \frac{1}{r_b}$	$\cdot \frac{1}{r_c}$	$\cdot \frac{1}{r_d}$	$\cdot \frac{1}{Z}$	
支承反力 B_{ak}	B_{aa-1} B_{ab} B_{ac} B_{ad}		-1	-4	-1	-4	: N_2 : $r_b N_2$: $r_c N_2$: $r_d N_2$
支承反力 B_{bk}	B_{ba} B_{bb-1} B_{bc} B_{bd}	-1		-9	-4	-24	: N_2 : $r_b N_2$: $r_c N_2$: $r_d N_2$
支承反力 B_{ck}	B_{ca} B_{cb} B_{cc-1} B_{cd}		3		-1	-6	: N_2 : $r_b N_2$: $r_c N_2$: $r_d N_2$
支承反力 B_{dk}	B_{da} B_{db} B_{dc} B_{dd-1}	-1	-2	-2		3	: N_2 : $r_b N_2$: $r_c N_2$: $r_d N_2$

$N_2 = \frac{1}{r_b} + \frac{4}{r_c} + \frac{1}{r_d} + \frac{9}{r_b r_c} + \frac{4}{r_b r_d} + \frac{1}{r_c r_d} + \frac{1}{Z} \left(4 + \frac{24}{r_b} + \frac{24}{r_c} + \frac{4}{r_d} \right) + \frac{15}{Z^2}$

表-5 単位曲げ線 $\rho_{k\beta(n)}$

$\Phi = 20^\circ$

$\rho_{k\beta(n)} \backslash \beta$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$\rho_{a,\beta(1)}$	0	0.2588	0.5000	0.7071	0.8660	0.9659	1.0000	0.9659	0.8660	0.7071	0.5000	0.2588	0	—
$\rho_{a,\beta(2)}$	0	0.4910	0.8592	1.0000	0.8592	0.4910	0	-0.4910	-0.8592	-1.0000	-0.8592	-0.4910	0	—
$\rho_{a,\beta(3)}$	0	-0.5399	-0.8433	-0.7071	-0.0797	0.6526	1.0000	0.6526	-0.0797	-0.7071	-0.8433	-0.5399	0	—
$\rho_{b,\beta(1)}$	0	0.2588	0.5000	0.7071	0.8660	0.9659	1.0000	0.9659	0.8660	0.7071	0.5000	0.2588	0	—
$\rho_{b,\beta(2)}$	0	0.4916	0.8596	1.0000	0.8596	0.4916	0	-0.4916	-0.8596	-1.0000	-0.8596	-0.4916	0	—
$\rho_{b,\beta(3)}$	0	-0.5431	-0.8463	-0.7071	-0.0782	0.6537	1.0000	0.6537	-0.0782	-0.7071	-0.8463	-0.5431	0	—
$\rho_{c,\beta(1)}$	0	0.2588	0.5000	0.7071	0.8660	0.9659	1.0000	0.9659	0.8660	0.7071	0.5000	0.2588	0	—
$\rho_{c,\beta(2)}$	0	0.4922	0.8600	1.0000	0.8600	0.4922	0	-0.4922	-0.8600	-1.0000	-0.8600	-0.4922	0	—
$\rho_{c,\beta(3)}$	0	-0.5464	-0.8494	-0.7071	-0.0767	0.6549	1.0000	0.6549	-0.0767	-0.7071	-0.8494	-0.5464	0	—

表-6 単位ねじれ曲線 $\psi_{k\beta(n)}$

$\Phi = 20^\circ$

$\psi_{k\beta(n)} \backslash \beta$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$\psi_{a,\beta(1)}$	0	0.2588	0.5000	0.7071	0.8660	0.9659	1.0000	0.9659	0.8660	0.7071	0.5000	0.2588	0	—
$\psi_{a,\beta(2)}$	0	0.4979	0.8647	1.0000	0.8647	0.4979	0	-0.4979	-0.8647	-1.0000	-0.8647	-0.4979	0	—
$\psi_{a,\beta(3)}$	0	-0.6311	-0.9312	-0.7071	-0.0387	0.6858	1.0000	0.6858	-0.0387	-0.7071	-0.9312	-0.6311	0	—
$\psi_{b,\beta(1)}$	0	0.2588	0.5000	0.7071	0.8660	0.9659	1.0000	0.9659	0.8660	0.7071	0.5000	0.2588	0	—
$\psi_{b,\beta(2)}$	0	0.4978	0.8646	1.0000	0.8646	0.4978	0	-0.4978	-0.8646	-1.0000	-0.8646	-0.4978	0	—
$\psi_{b,\beta(3)}$	0	-0.6310	-0.9311	-0.7071	-0.0388	0.6858	1.0000	0.6858	-0.0388	-0.7071	-0.9311	-0.6310	0	—
$\psi_{c,\beta(1)}$	0	0.2588	0.5000	0.7071	0.8660	0.9659	1.0000	0.9659	0.8660	0.7071	0.5000	0.2588	0	—
$\psi_{c,\beta(2)}$	0	0.4978	0.8646	1.0000	0.8646	0.4978	0	-0.4978	-0.8646	-1.0000	-0.8646	-0.4978	0	—
$\psi_{c,\beta(3)}$	0	-0.6309	-0.9310	-0.7071	-0.0388	0.6858	1.0000	0.6858	-0.0388	-0.7071	-0.9310	-0.6309	0	—

表-7 単位曲げモーメント $M_{i\varphi(n)}$

$\Phi = 20^\circ$

$M_{i\varphi(n)} \backslash \varphi$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$M_{i\varphi(1)}$	0	0.3557	0.7111	1.0659	1.2142	1.3614	1.5074	1.3614	1.2142	1.0659	0.7111	0.3557	0	$\times 10^{-1} \cdot R_i$
$M_{i\varphi(2)}$	0	0.1460	0.2918	0.4374	0.2918	0.1460	0	0.1460	0.2918	-0.4374	0.2918	0.1460	0	$\times 10^{-1} \cdot R_i$
$M_{i\varphi(3)}$	0	-0.0604	-0.1207	-0.1809	-0.0353	0.1103	0.2558	0.1103	-0.0353	-0.1809	-0.1207	-0.0604	0	$\times 10^{-1} \cdot R_i$

表-8 単位曲げねじれモーメント $M_{wi\varphi(n)}$

$\Phi = 20^\circ$

$M_{wi\varphi(n)} \backslash \beta$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$M_{wa\varphi(1)}$	0	0.4110	0.7950	1.1249	1.3761	1.5352	1.5908	1.5352	1.3761	1.1249	0.7950	0.4110	0	$\times 10^{-3} \cdot R_a^2$
$M_{wa\varphi(2)}$	0	0.0520	0.0921	0.1081	0.0921	0.0520	0	-0.0520	-0.0921	-0.1081	-0.0921	-0.0520	0	$\times 10^{-3} \cdot R_a^2$
$M_{wa\varphi(3)}$	0	-0.0124	-0.0198	-0.0172	-0.0023	0.0156	0.0243	0.0156	-0.0023	-0.0172	-0.0198	-0.0124	0	$\times 10^{-3} \cdot R_a^2$
$M_{wb\varphi(1)}$	0	0.3985	0.7708	1.0907	1.3343	1.4886	1.5425	1.4886	1.3343	1.0907	0.7708	0.3985	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$M_{wb\varphi(2)}$	0	0.0516	0.0913	0.1072	0.0913	0.0516	0	-0.0516	-0.0913	-0.1072	-0.0913	-0.0516	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$M_{wb\varphi(3)}$	0	-0.0124	-0.0198	-0.0171	-0.0023	0.0156	0.0242	0.0156	-0.0023	-0.0171	-0.0198	-0.0124	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$M_{wc\varphi(1)}$	0	0.3849	0.7446	1.0537	1.2889	1.4379	1.4901	1.4379	1.2889	1.0537	0.7446	0.3849	0	$\times 10^{-3} \cdot R_c^2$
$M_{wc\varphi(2)}$	0	0.0511	0.0904	0.1062	0.0904	0.0511	0	-0.0511	-0.0904	-0.1062	-0.0904	-0.0511	0	$\times 10^{-3} \cdot R_c^2$
$M_{wc\varphi(3)}$	0	-0.0123	-0.0197	-0.0171	-0.0023	0.0155	0.0241	0.0155	-0.0023	-0.0171	-0.0197	-0.0123	0	$\times 10^{-3} \cdot R_c^2$

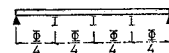
(4) $\alpha_{h(n)}, \mu(n)$

式(8)および式(22)より得られ、たとえば表-9となる。

(5) 曲げ格子剛度 $Z(n)$ およびねじれ格子剛度 $Z_T(n)$

単位垂直変位および単位ねじれ角変位より、たとえば表-10のようになる。また、 Z および Z_T を求める時

表-9 $\alpha_{j(n)}$ と $\mu(n)$ の値



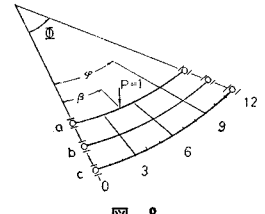
n	$\alpha_{1(n)}$	$\alpha_{2(n)}$	$\alpha_{3(n)}$	$\mu(n)$
1	0.7071	1	0.7071	0.5
2	1	0	1	0.5
3	-0.7071	1	-0.7071	0.5

に用いられる F_{pi} および θ_{pi} は表-4より得られる。

表—10 曲げ格子剛度 $Z_{(n)}$ およびねじれ格子剛度 $Z_{T(n)}$

$\phi=20^\circ$

$r = \frac{EJ_y}{GJ_T}$	$\lambda = \sqrt{\frac{GJ_T}{EJ_W}} \cdot R$	曲げ格子剛度 $Z_{(n)}$			ねじれ格子剛度 $Z_{T(n)}$		
		$Z_{(1)} : Z$	$Z_{(2)} : Z$	$Z_{(3)} : Z$	$Z_{T(1)} : Z_T$	$Z_{T(2)} : Z_T$	$Z_{T(3)} : Z_T$
12 955	3.0	1.9981	0.0151	0.0019	1.9969	0.0333	0.0031
11 363	3.5	1.9982	0.0146	0.0018	1.9968	0.0340	0.0032
10 185	4.0	1.9983	0.0142	0.0016	1.9967	0.0348	0.0033



図—8

表—11 主桁断面諸係数

	主桁 a	主桁 b	主桁 c	横 桁
断面二次モーメント J_y	$1.694 \times 10^{-2} \text{ m}^4$	$2.106 \times 10^{-2} \text{ m}^4$	$2.579 \times 10^{-2} \text{ m}^4$	$5.880 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
ねじれ抵抗 J_T	$3.390 \times 10^{-6} \text{ m}^4$	$4.805 \times 10^{-6} \text{ m}^4$	$6.565 \times 10^{-6} \text{ m}^4$	—
曲げねじれ抵抗 J_W	$1.967 \times 10^{-4} \text{ m}^6$	$2.487 \times 10^{-4} \text{ m}^6$	$3.081 \times 10^{-4} \text{ m}^6$	—
$r = \frac{EJ_y}{GJ_T}$	12 955	11 363	10 185	—
$\lambda = \sqrt{\frac{GJ_T}{EJ_W}} \cdot R$	3.0	3.5	4.0	—

9. 数値計算例

並列 I 形主桁曲線格子桁橋の解析を本論文の実用解析法によって、曲げモーメントと曲げねじれモーメントの影響面を求めた。曲線格子桁の形状寸法は中心角 $\phi=20^\circ$ 、曲率半径 $R_a=37[\text{m}]$, $R_b=40[\text{m}]$, $R_c=43[\text{m}]$ とする。曲線主桁断面の諸係数は表—11 に示す。

(1) 弾性支承反力の計算

ばね係数比 r_i : 公式 (33) c より、

$$\frac{1}{r_b} = 1.1256, \quad \frac{1}{r_c} = 1.2537$$

格子剛度 $Z_{(n)}$: 公式 (34) および数値表—11 より、

$$Z = 60.0638$$

$$Z_{(1)} = 1.9981 \cdot Z = 120.0135$$

表—12 弾性支承反力

$P_K=1$ による		$n=1$	$n=2$	$n=3$
B_{ak}	$B_{aa(n)}$	0.8527	0.9104	0.9761
	$B_{ab(n)}$	0.3316	0.2016	0.0538
	$B_{ac(n)}$	-0.1847	-0.1123	-0.0300
B_{bk}	$B_{ba(n)}$	0.2946	0.1791	0.0478
	$B_{bb(n)}$	0.3369	0.5968	0.8923
	$B_{bc(n)}$	0.3693	0.2246	0.0600
B_{ck}	$B_{ca(n)}$	-0.1473	-0.0896	-0.0239
	$B_{cb(n)}$	0.3316	0.2016	0.0538
	$B_{cc(n)}$	0.8153	0.8877	0.9700

表—13 曲線格子桁の曲げモーメント影響面 $M_{i\phi, k\beta}$

主桁 a の格点 3 ($\phi = \frac{3}{12} \phi$) における曲げモーメント影響面 $M_a^3 \phi, k\beta$

(a)

β	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$M_a^0 \phi, \alpha\beta$	0	0.2201	0.4400	0.6595	0.5877	0.5153	0.4425	0.3693	0.2958	0.2221	0.1482	0.0741	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$
$\mu^{(1)} \cdot M_a^3 \phi(1) \cdot \rho_{\alpha\beta(1)} \cdot C_{aa(1)}$	0	-0.0203	-0.0392	-0.0555	-0.0680	-0.0758	-0.0785	-0.0758	-0.0680	-0.0555	-0.0392	-0.0203	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$
$\mu^{(2)} \cdot M_a^3 \phi(2) \cdot \rho_{\alpha\beta(2)} \cdot C_{aa(2)}$	0	-0.0096	-0.0168	-0.0196	-0.0168	-0.0096	0	0.0096	0.0168	0.0196	0.0168	0.0096	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$
$\mu^{(3)} \cdot M_a^3 \phi(3) \cdot \rho_{\alpha\beta(3)} \cdot C_{aa(3)}$	0	-0.0012	-0.0018	-0.0015	-0.0002	0.0014	0.0022	0.0014	-0.0002	-0.0015	-0.0018	-0.0012	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$
$\Sigma = M_a^3 \phi, \alpha\beta$	0	0.1890	0.3822	0.5829	0.5027	0.4313	0.3662	0.3045	0.2444	0.1847	0.1240	0.0622	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$

(b)

β	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$\mu^{(1)} \cdot M_a^3 \phi(1) \cdot \rho_{b\beta(1)} \cdot C_{ab(1)}$	0	0.0457	0.0884	0.1250	0.1530	0.1707	0.1767	0.1707	0.1530	0.1250	0.0884	0.0457	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$
$\mu^{(2)} \cdot M_a^3 \phi(2) \cdot \rho_{b\beta(2)} \cdot C_{ab(2)}$	0	0.0217	0.0379	0.0441	0.0379	0.0217	0	-0.0217	-0.0379	-0.0441	-0.0379	-0.0217	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$
$\mu^{(3)} \cdot M_a^3 \phi(3) \cdot \rho_{b\beta(3)} \cdot C_{ab(3)}$	0	0.0026	0.0041	0.0034	0.0004	-0.0032	-0.0049	-0.0032	0.0004	0.0034	0.0041	0.0026	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$
$\Sigma = M_a^3 \phi, b\beta$	0	0.0700	0.1303	0.1725	0.1913	0.1892	0.1718	0.1458	0.1155	0.0843	0.0546	0.0266	0	$\times 10^{-1} \cdot R_a$

(c)

β	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$\mu_{(1)} \cdot M_a \frac{3}{12} \phi_{(1)} \cdot \rho_{c\beta(1)} \cdot C_{ac(1)}$	0	-0.0255	-0.0492	-0.0696	-0.0852	-0.0951	-0.0984	-0.0951	-0.0852	-0.0696	-0.0492	-0.0255	0	$\times 10^{-1} \cdot R_c$
$\mu_{(2)} \cdot M_a \frac{3}{12} \phi_{(2)} \cdot \rho_{c\beta(2)} \cdot C_{ac(2)}$	0	-0.0121	-0.0211	-0.0246	-0.0211	-0.0121	0	0.0121	0.0211	0.0246	0.0211	0.0121	0	$\times 10^{-1} \cdot R_c$
$\mu_{(3)} \cdot M_a \frac{3}{12} \phi_{(3)} \cdot \rho_{c\beta(3)} \cdot C_{ac(3)}$	0	-0.0015	-0.0023	-0.0019	-0.0002	0.0018	0.0027	0.0018	-0.0002	-0.0019	-0.0024	-0.0015	0	$\times 10^{-1} \cdot R_c$
$\Sigma = M_a \frac{3}{12} \phi_{c\beta}$	0	-0.0391	-0.0726	-0.0961	-0.1065	-0.1054	-0.0957	-0.0812	-0.0643	-0.0469	-0.0305	-0.0149	0	$\times 10^{-1} \cdot R_c$

表-14 曲線格子桁の曲げねじれモーメント影響面 $M_{\omega_i \phi, k\beta}$

主桁bの支間中央点 ($\varphi = \frac{\phi}{2}$) における曲げねじれモーメント影響面 $M_{\omega b \frac{\phi}{2}, k\beta}$

(a)

β	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$\mu_{(1)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{a\beta(1)} \cdot C_{ba(1)}$	0	0.0588	0.1136	0.1607	0.1968	0.2195	0.2272	0.2195	0.1968	0.1607	0.1136	0.0588	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\mu_{(2)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{a\beta(2)} \cdot C_{ba(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\mu_{(3)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{a\beta(3)} \cdot C_{ba(3)}$	0	-0.0003	-0.0005	-0.0004	0	0.0004	0.0006	0.0004	0	-0.0004	-0.0005	-0.0003	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\Sigma = M_{\omega b \frac{\phi}{2}, a\beta}$	0	0.0588	0.1131	0.1603	0.1968	0.2199	0.2278	0.2199	0.1968	0.1603	0.1131	0.0588	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$

(b)

β	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$M_{\omega b \frac{\phi}{2}, b\beta}^0$	0	0.1930	0.3755	0.5368	0.6660	0.7521	0.7834	0.7521	0.6660	0.5368	0.3755	0.1930	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\mu_{(1)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{b\beta(1)} \cdot C_{bb(1)}$	0	-0.1324	-0.2557	-0.3616	-0.4429	-0.4940	-0.5114	-0.4940	-0.4429	-0.3616	-0.2557	-0.1324	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\mu_{(2)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{b\beta(2)} \cdot C_{bb(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\mu_{(3)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{b\beta(3)} \cdot C_{bb(3)}$	0	0.0007	0.0011	0.0009	0.0001	-0.0009	-0.0013	-0.0009	0.0001	0.0009	0.0011	0.0007	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\Sigma = M_{\omega b \frac{\phi}{2}, b\beta}$	0	0.0613	0.1209	0.1761	0.2232	0.2572	0.2707	0.2572	0.2232	0.1761	0.1209	0.0613	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$

(c)

β	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	乗数
$\mu_{(1)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{c\beta(1)} \cdot C_{bc(1)}$	0	0.0737	0.1424	0.2014	0.2467	0.2751	0.2848	0.2751	0.2467	0.2014	0.1424	0.0737	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\mu_{(2)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{c\beta(2)} \cdot C_{bc(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\mu_{(3)} \cdot M_{\omega b \frac{\phi}{2}} \rho_{c\beta(3)} \cdot C_{bc(3)}$	0	-0.0004	-0.0006	-0.0005	-0.0001	0.0005	0.0007	0.0005	-0.0001	-0.0005	-0.0006	-0.0004	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$
$\Sigma = M_{\omega b \frac{\phi}{2}, c\beta}$	0	0.0733	0.1418	0.2009	0.2466	0.2756	0.2855	0.2756	0.2466	0.2009	0.1418	0.0733	0	$\times 10^{-3} \cdot R_b^2$

$Z_{(2)} = 0.0151 \cdot Z = 0.9070$

$Z_{(3)} = 0.0019 \cdot Z = 0.1141$

弾性支承反力公式 表-1 より弾性支承反力を求めると、表-12 となる。

(2) 主桁aの格点 3 ($\varphi = \frac{3}{12} \phi$) における曲げモーメント影響面 $M_a \frac{3}{12} \phi, k\beta$

計算過程とともにこれを示せば、表-13 となる。

(3) 主桁bの格点 6 ($\varphi = \frac{6}{12} \phi$) における曲げねじれモーメント影響面 $M_{\omega a \frac{6}{12} \phi, k\beta}$

計算過程とともにこれを示せば、表-14 となる。

10. 結 言

本論文では厳密な実用解析方法を誘導し、数値計算例

において複雑な曲線格子桁を机上において簡単に設計できることを示した。本解析法は I 形曲線主桁の曲線格子桁をはじめ、箱形曲線主桁で、横桁との結合がヒンジと仮定できる場合などに適用される。

最後に、本論文作成にあたって終始ご助言いただいた北海道大学 工博 渡辺 昇教授に感謝の意を表します。

11. 記 号

a = 主桁間隔

J_{yi} = 主桁 i の断面 2 次モーメント

J_{Ti} = 主桁 i のねじれ抵抗

$J_{\omega i}$ = 主桁 i の曲げねじれ抵抗

J_{θ} = 横桁の断面 2 次モーメント

M, M_{ω} = 曲げおよび曲げねじれモーメント

P = 集中垂直荷重

R_i = 主桁 i の曲率半径

r, r_T = ばね係数比

T = 集中ねじれモーメント荷重

u = 垂直変位

Z, Z_T = 格子剛度

$\alpha_{h(n)}$ = アフィン荷重群

β = 載荷点の角縦座標

ϑ = ねじれ角変位

$\rho_{h\beta(n)}$ = 単位曲げ曲線

φ = 着目点の角縦座標

$\psi_{h\beta(n)}$ = 単位ねじれ曲線

ω, ω_T = ばね係数

$$\frac{1}{\mu(n)} = \sum_{h=1}^n \alpha_{h(n)}^2$$

\swarrow = 垂直荷重 $P=1$ による値

\searrow = ねじれ荷重 $T=1$ による値

参 考 文 献

- 1) 小松定夫：曲線並列桁橋の実用計算式，土木学会論文集 93 号，昭和 38.5
- 2) 深沢泰晴：並列主桁曲線橋の解析，土木技術，19 卷 12 号，昭和 39.12
- 3) 島田静雄・倉西 茂：曲り梁の計算式，技報堂，昭和 41.1
- 4) 稼農知徳：アフィン荷重法による直および曲線連続桁の解析，土木学会北海道支部研究発表会論文集 24 号，昭和 43.2
- 5) 稼農知徳：曲線格子桁の簡易計算法，土木学会第 24 回 年次学術講演会講演概要，昭和 44.9
- 6) Homberg, H. : Kreuzwerke, Statik der Trägerroste und Platten, Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues Heft 8, 1951

(1970.8.14・受付)