

斜支持箱桁橋の静的解析*

STATICAL ANALYSIS OF SKEW BOX GIRDER BRIDGES

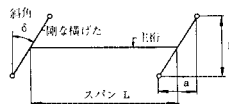
小松定夫**・中井博***・向山寿孝****
By Sadao Komatsu, Hiroshi Nakai and Toshitaka Mukaiyama

1. まえがき

最近の道路橋は、立地条件より斜橋として設計される機会が多いが、斜橋は荷重が偏心載荷しないときでも、各支承に生ずる支点反力がそれぞれ異なるので、桁は常にねじりの作用を受ける。斜橋の静学的特性は、この点で直橋と著しく相違する。したがって、斜角や偏心荷重の大きい斜橋では、ねじりに対して剛な箱型断面を用いるのが望ましいように思われる。本文は、このようなねじり剛性の大きい箱型断面を有し、任意に支持された斜橋を対象として解析を行ない、また実験によって検討したものである。

斜橋は、いままでにも数多く研究されており、まず F. Wansleben¹⁾、H. Homberg と R.K. Marx^{2),4)} や G. Hoeland³⁾ 等は、斜橋を図一1に示す系に置換して、曲げとねじりを受ける不静定構造物として応力法により解析している。そして、成瀬^{5)~6)}は連続斜桁橋にこの方法を拡張している。一方、G.F. Kollbruner と K. Basler⁷⁾は、以上の研究を参照にして、斜隅角部のねじりによる変形を考慮した三連モーメントの式を誘導し、斜橋の静的特性を調べている。さらに、最近の研究によると、松本⁸⁾はRCばりを使用した斜橋を図一1と同様な系に置きかえて解析し、実験によっても斜橋の特性を明らかにしている。なお、変形法を用いて斜橋を解析したものに、G. Heesの研究⁹⁾がある。

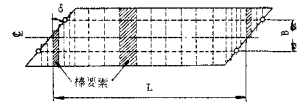
しかしながら、斜橋を図一1の系に置き換えて解析した場合、斜支承部のところは、剛な横桁で支持されて



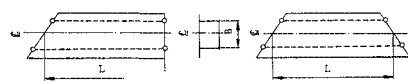
図一1

いると考えているので、橋端の斜隅角部やとくに連続斜桁橋の中間支点近傍の断面力分布、ならびに変形状態を正確に把握することができず、今日なお不明確な点が残されているように思われる。

この研究は、図一2に示すように斜橋端部をできるだけ多くの有限の要素に分割し、これらの要素が棒部材として挙動するものとして、Reduction法¹⁰⁾によって近似的な解析を試みたものである。したがって、本文の方法によれば、斜支承部はもちろん、任意断面における変形状態や断面力の分布を明確にすることができる。また、Reduction法によれば、図一3に示すような異形の斜橋やさらに任意に支持された連続斜桁橋の場合でも、基本式は全く同一のものが使用できるので、従来応力法によって解析されていたものより、この種の斜橋の解析を容易に行なうことができる。



図一2



図一3

数値計算例として、まず(1)斜角 45° の単純斜箱桁橋について、桁端部をどの程度の数の要素に分割すれば、実用上十分な精度が得られるかを調べる。そして、本文の方法と文献2)による結果とを比較検討する。つぎに、(2)斜角 45° の等2径間連続斜箱桁橋について、おもに中間支点上の断面力の分布状態を明らかにする。これら(1),(2)に関しては、模型桁による静的載荷実験を行ない、解析結果と比較して、2,3の考察を行なう。

最後に、(1)斜角 δ 、(2)スパン L と桁幅 B との比 L/B 、(3)曲げ剛性 EI とねじり剛性 GJ との比 $\beta = EI/GJ$ 、および(4)載荷状態によって、単純斜箱桁橋の断面力や変形量がどのように変わるかを本文の方法で計算したものを示し、設計上参考となる資料を提供するも

* 土木学会第24回年次学術講演会で一部発表、I-144、昭44.9

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学教室

*** 正会員 工修 大阪市立大学助教授 工学部土木工学教室

**** 正会員 工修 明石工業高等専門学校講師 土木工学科

のである。

2. 基本式

(1) 解析上の仮定

おもな記号は、図-4 に示すが、解析上以下の仮定を設ける。

i) 斜箱桁橋の端部は、たとえば 図-4 中斜線をほどこしたような等断面を有する有限の要素に分割する。

ii) 斜支承線上には、十分剛な隔壁が入れているものとする。したがって、分割した要素の横断面の変形は、それらによって十分防止されているものとするので、各要素は棒部材として挙動する。

iii) 斜橋では、一般に各支承に生ずる支点反力がそれぞれ異なり、この支点反力が桁中心軸に関して偏倚して作用するので、桁は曲げとねじりの作用を受ける。そのために、解析は曲げとねじりを考慮して行なう。

iv) ただし、本文では曲げねじりの影響の少ない箱桁を対象としているので、曲げねじりの影響は無視し、単純ねじり理論によるものとする。

v) 変形量の連続条件、ならびに、断面力をつき合い条件はすべて桁断面中心軸上で考える。

(2) Reduction 法による表示

a) 無次元化

行列演算をする際、計算精度を向上するために変形量と断面力は、つぎのように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} \text{たわみ} : w &= w^* \times p_c l_c^3 / (EI_c) \\ \text{断面回転角} : \theta &= \theta^* \times p_c l_c^2 / (EI_c) \\ \text{たわみ角} : \varphi &= \varphi^* \times p_c l_c^2 / (EI_c) \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{曲げモーメント} : M &= M^* \times p_c l_c \\ \text{ねじりモーメント} : T &= T^* \times p_c l_c \\ \text{せん断力} : Q &= Q^* \times p_c \\ \text{支点反力} : R &= R^* \times p_c \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

ただし、 p_c, l_c は、それぞれ荷重およびスパンを無次元化する基準量とする。また、式 (1)~(2) の変形量および断面力には、格点番号を表わすサフィックス k とその左端または右端を表わすサフィックス $0, l$ をつける。

b) 格間行列

図-5 は、パネル k の断面力および変形量を示したものであるが、これらは座標が進む方向に増大するものを正としてある(曲げモーメント、せん断力、たわみ角は一般構造力学の定義と逆である)。

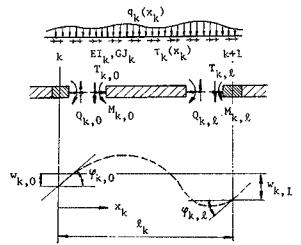


図-5 第 k パネルの断面力、変形量

このように、曲げとねじりを同時に考えたときの格間行列 F_k^* (7 行, 7 列) は、周知のとおり次式で与えられる¹⁰⁾。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_k/l_c & l_k^2 I_c / 2(l_c I_k) & 0 & l_k^3 I_c / 6(l_c^3 I_c) & \bar{w}_{k0}^* \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -l_k EI_k / (GJ_k I_c) & 0 & \bar{\theta}_{k0}^* \\ 0 & 0 & 1 & -l_k I_c / (l_c I_k) & 0 & -l_k^2 I_c / (l_c^3 I_k) & \bar{\varphi}_{k0}^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & l_k / l_c & \bar{M}_{k0}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \bar{T}_{k0}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \bar{Q}_{k0}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots (3)$$

したがって、パネル k の右端のベクトル $y_{k,l}^*$ は、左端のベクトル $y_{k,0}^*$ を用いて、つぎのように表わされる。

$$y_{k,l}^* = F_k^* y_{k,0}^* \dots\dots (4)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} y_{k,0}^* &= \{w_{k,0}^* \theta_{k,0}^* \varphi_{k,0}^* \\ &\quad M_{k,0}^* T_{k,0}^* Q_{k,0}^* 1\} \\ y_{k,l}^* &= \{w_{k,l}^* \theta_{k,l}^* \varphi_{k,l}^* \\ &\quad M_{k,l}^* T_{k,l}^* Q_{k,l}^* 1\} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

である。

しかしながら、実際にこれらの値は、桁左端の初期値 $y_{1,0}^*$ (後で述べる)、および、中間支点到に生ずる未知反力 z^* , すなわち、

$$z^* = \{R_1^* R_2^* \dots R_r^* \dots R_n^*\} \dots\dots (6)$$

によって表わされる。そこで、電子計算機によって演算する場合、式 (4) の代りに

$$y_{k,l}^* = [Y_{k,l}^* Z_{k,l}^*] \begin{bmatrix} \bar{y}_{1,0}^* \\ z^* \end{bmatrix} \dots\dots (7)$$

と表わすほうが便利である。ここに $Y_{k,l}^*, Z_{k,l}^*$

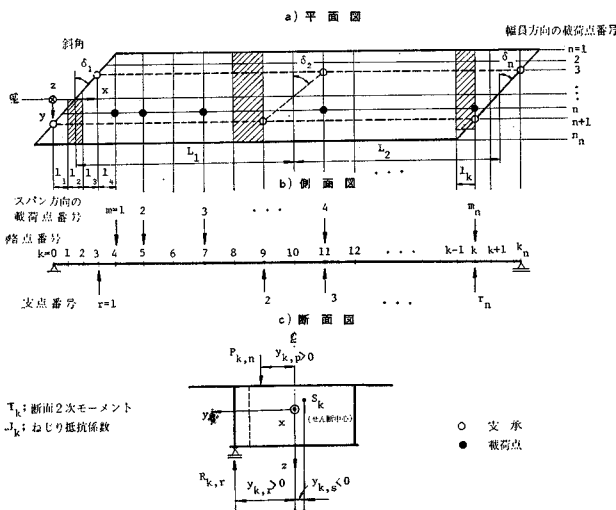


図-4 任意形状の斜箱桁橋

は、

$$\left. \begin{aligned} Y_{k,l}^* &= F_{k,l}^* Y_{k,0}^* \\ Z_{k,l}^* &= F_{k,l}^* Z_{k,0}^* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

より求めることができる。

ちなみに、 $k=1$ とすれば、 $Y_{1,0}^*$ (7行, 4列) は後で述べるように桁左端の初期値をマトリックス表示したものにほかならない。また、 $Z_{k,0}^*$ (7行, r_n 列) は中間支点反力の項をマトリックス表示したものであり、桁左端では $Z_{1,0}^* = \mathbf{0}$ なるゼロマトリックスになる。

なお、式(5)の格間行列 F_k^* の第7列目にある $\tilde{w}_{k,0}^*$, $\tilde{\theta}_{k,0}^*$, $\tilde{\varphi}_{k,0}^*$ などは荷重項であり、線荷重 p_k お

よび、等分布荷重 q_k に対する荷重項を表-1に示す。一方、集中荷重 $P_{k,n}$ および集中トルク $\Gamma_{k,n}$ は、以下に示すように格点行列 P_k^* の中に入れることにする。

c) 格点行列

格点行列 P_k^* は、変形量の連続条件、および、断面力のつり合いを表わすものであるが、図-6に示すように曲げと同時にねじりも考え、これらはすべて桁中心軸に関する座標 (x, y, z) 軸上で考える。

したがって、せん断中心 S_k, S_{k+1} におけるたわみ $w_{s,k}, w_{s,k+1}$, およびねじりモーメント $T_{s,k}, T_{s,k+1}$ は、

$$\left. \begin{aligned} w_{s,k} &= w_{k,l} + y_{k,s} \theta_{k,l} \\ w_{s,k+1} &= w_{k+1,0} + y_{k+1,s} \theta_{k+1,0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{s,k} &= T_{k,l} - y_{k,s} Q_{k,l} \\ T_{s,k+1} &= T_{k+1,0} - y_{k+1,s} Q_{k+1,l} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

より求めることができる。

さて、図-6より格点行列 P_k^* を求めると、格点 $k+1$ の左端のベクトル $y_{k+1,0}^*$ は、

$$y_{k+1,0}^* = P_k^* y_{k,l}^* \dots\dots\dots (11)$$

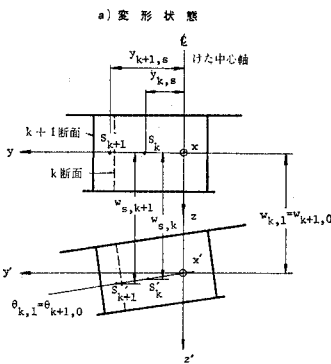
と表わすことができる。しかし、 P_k^* の中には未知の中間支点反力の項も含まれるので、それを分離し、

$$P_k^* = [P_{s,k}^* : P_{R,k}^*] \dots\dots\dots (12)$$

と表わす。

ここに、 $P_{s,k}^*, P_{R,k}^*$ はつぎのように置いたものである。

$$P_{s,k}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & (P_{k,n} y_{k,n} + \Gamma_{k,n}) / p_c l_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & P_{k,n} / P_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$



b) 断面力の作用状況 (平面図)

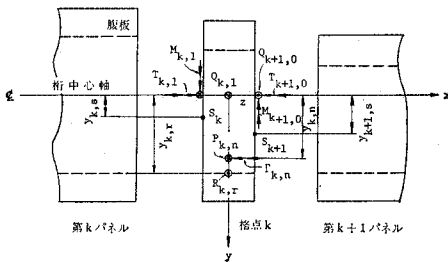
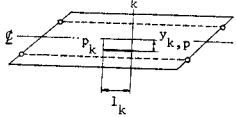
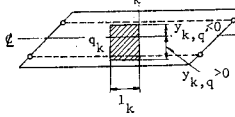


図-6 格点 k の変形量と断面力

表-1 荷 重 項

荷 重 状 態	
a) スパン方向の線荷重 p_k	b) 等分布荷重 q_k
	
$q^* = p_k \frac{l_c}{p_c}, \quad t^* = p_k y_{k,p} \frac{1}{p_c}$	$q^* = q_k (y_{k,q} - y_{k,q'}) \frac{l_c}{p_c}, \quad t^* = q_k (y_{k,q}^2 - y_{k,q'}^2) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p_c}$

荷 重 項					
\tilde{w}_{k0}^*	$\tilde{\theta}_{k0}^*$	$\tilde{\varphi}_{k0}^*$	\tilde{M}_{k0}^*	\tilde{T}_{k0}^*	\tilde{Q}_{k0}^*
$\frac{q^*}{24} \frac{l_k^4}{l_c^4} \frac{I_c}{I_k}$	$-\frac{t^*}{2} \frac{l_k^2}{l_c^2} \frac{EI_c}{GJ_k}$	$-\frac{q^*}{6} \frac{l_k^3}{l_c^3} \frac{I_c}{I_k}$	$\frac{q^*}{2} \frac{l_k^2}{l_c^2}$	$t^* \frac{l_k}{l_c}$	$q^* \frac{l_k}{l_c}$

$$P_{R,k}^* = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -y_{k,r}/l_c & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -1 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \end{bmatrix} \dots (13)$$

(第 r 番目の
支点に着目)

したがって、式 (11) の状態ベクトル $y_{k+1,0}^*$ は、

$$y_{k+1,0}^* = [Y_{k+1,0}^*, Z_{k+1,0}^*] \begin{bmatrix} \bar{y}_{1,0}^* \\ z^* \end{bmatrix} \dots (14)$$

とも表わすことができる。

ただし、 $Y_{k+1,0}^*$ 、 $Z_{k+1,0}^*$ は、

$$\left. \begin{aligned} Y_{k+1,0}^* &= P_{s,k}^* Y_{k,l}^* \\ Z_{k+1,0}^* &= P_{s,k}^* Z_{k,l}^* + P_{R,k}^* \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

より計算するものとする。

d) 初期条件

図-7 は、任意形状の斜箱桁橋の平面図を示すが、桁左端の境界条件を考えよう。左端の支点が曲げに対して単純支持であれば、

$$M_{1,0}^* = 0 \dots (16)$$

となり、桁中心軸に関しては、5つの未知量 $w_{1,0}^*$ 、 $\theta_{1,0}^*$ 、 $\varphi_{1,0}^*$ 、 $T_{1,0}^*$ 、 $Q_{1,0}^*$ が存在することになる。しかしながら、図-7 に示すように左端の支点における条件を考えると、たわみ $w_{1,0}^*$ とねじりモーメント $T_{1,0}^*$ とが、それぞれねじり角 $\theta_{1,0}^*$ とせん断力 $Q_{1,0}^*$ との関係として表わすことができる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} w_{1,0}^* &= -\theta_{1,0}^* y_{1,r_0}/l_c \\ T_{1,0}^* &= Q_{1,0}^* y_{1,r_0}/l_c \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

である。

したがって、桁左端の未知量は、結局 $\theta_{1,0}^*$ 、 $\varphi_{1,0}^*$ 、 $Q_{1,0}^*$ の3つとなるので、初期ベクトルは、

$$\bar{y}_{1,0}^* = \{\theta_{1,0}^*, \varphi_{1,0}^*, Q_{1,0}^*, 1\} \dots (18)$$

となる。式 (16)~(17) をマトリックス表示すると、初期ベクトル $y_{1,0}^*$ は、

$$y_{1,0}^* = [Y_{1,0}^*, Z_{1,0}^*] \begin{bmatrix} \bar{y}_{1,0}^* \\ z^* \end{bmatrix} \dots (19)$$

と表わされる。ここに、 $Y_{1,0}^*$ は

$$Y_{1,0}^* = \begin{bmatrix} -y_{1,r_0}/l_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{1,r_0}/l_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dots (20)$$

であり、また $Z_{1,0}^*$ は

$$Z_{1,0}^* = 0 \dots (21)$$

なる (7行、 r_n 列) のゼロマトリックスとする (r_n 中間支点数)。

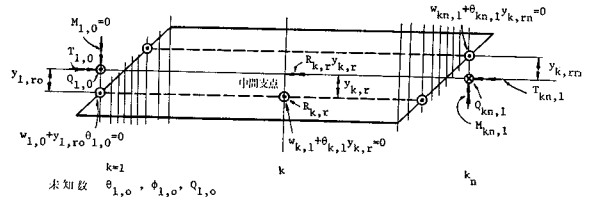


図-7 境界条件

e) 中間支点における条件

図-7 に示すように、第 r 番目の中間支点では、支点反力 $R_{k,r}$ が未知量として生ずる。この支点反力を求める条件式として、支点におけるたわみがゼロという条件を追加する。すなわち、

$$w_{k,l}^* + \theta_{k,l}^* \times y_{k,r}/l_c = 0 \dots (22)$$

である。 $w_{k,l}^*$ 、 $\theta_{k,l}^*$ は、それぞれ状態ベクトル $y_{k,l}^*$ の第1行目と第2行目を表わし、(1行、 $4+r_n$ 列) のマトリックスで表わされている。

f) 右端における末端条件

斜箱桁橋全体にわたる計算は、左端のベクトル $y_{1,0}^*$ に、格間行列 F_k^* と格点行列 P_k^* を交互に掛けて行く。

$$y_{k_n,l}^* = F_k^* P_k^* F_{k-1}^* \dots F_2^* P_1^* F_1^* y_{1,0}^* \dots (23)$$

つぎに、図-7 より右端の境界条件を考えると、

$$\left. \begin{aligned} w_{k_n,l}^* + \theta_{k_n,l}^* y_{k_n,r}/l_c &= 0 \\ M_{k_n,l}^* &= 0 \\ T_{k_n,l}^* - \theta_{k_n,l}^* y_{k_n,r}/l_c &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

が得られる。

式 (24) は、式 (22) と同様にマトリックス表示されたものであり、これらの条件式の第4列目は荷重項である。それで、この荷重項を y^* と表わす。そして、未知量を x^* とし、それらの係数行列を A^* とすれば、 $x^* = A^{-1} y^*$ より未知量 x^* は容易に求めることができる。 x^* の第4行目に荷重項として1をそう入すれば、初期値 $y_{1,0}^* = \{\bar{y}_{1,0}^*, z^*\}$ が数値として求められる。これに、式 (7)、(14) を再び順次掛けて行くと、着目点の変形量ならびに断面力を算出することができる。その際、式 (1)~(2) によって次元を戻し、曲げモーメントとせん断力などの符号を変換すれば、一般構造力学の符号定義に一致するので都合がよい。

3. 数値計算例

(1) フローチャート

以上に述べた基本式によって、電子計算機のプログラムを作成した。このフローチャートを図-8 に示す。計算は、大阪市立大学計算センター設置の FACOM 270/30 を使用し、Double precision で演算を行なった。

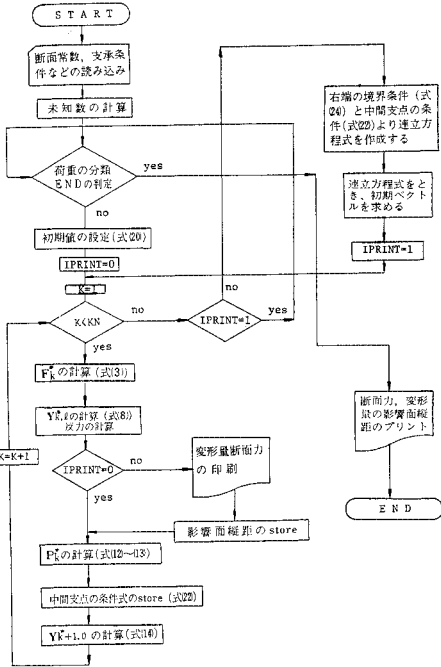


図-8 フローチャート

(2) 斜橋端部の分割数について

4. に述べる模型桁(単純斜箱桁橋模型, 図-16 参照)をモデルにして, まず斜橋端部をどの程度の数に分割すれば, 実用的に十分な精度が得られるかを調べる。

荷重状態は, 図-9 に示すように集中荷重と線荷重とし, それぞれ桁軸中心線上に載荷する場合と, ブラケット上に偏心載荷する場合との2ケースについて求めた。

分割数 $m=2\sim 16$ に対して種々な計算を行なった結果, m の増大に伴って, 変形量や断面力は一定値に収束する傾向があることがわかった。そこで, 一応 $m=16$ に対するものを基準とし, 各分割数に対する誤差 $\epsilon(\%)$ を調べてみると, その代表的な結果として 図-10 が得られる。この図より, ねじりが比較的大きく関係する量, すなわち反力 R_1, R_2 , ねじり角 θ , およびねじり

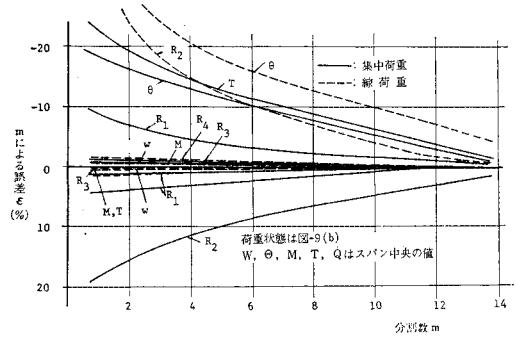


図-10 分割数 m による誤差

モーメント T は収束が遅いが, $m=10$ 程度でも誤差は数パーセント以内にある。一方, 曲げモーメント M とたわみ w とは, 分割数がかかなり少なく $m=10$ 以下でも十分な精度で計算できることがわかる。また, せん断力 Q は, 分割数に全く無関係である。

したがって, 分割数 m はできるだけ多くとるのが望ましいが, 実用的には $m=10$ 程度で十分であるように思われる。

(3) 本文の方法と Homberg u. Marx による結果²⁾との比較

本文の方法による計算結果の妥当性を検討するために, 文献 2) による結果とを比較したものを表-2~6 に示す。この計算例は, (2) に示した単純斜箱桁橋をモデルにし, 分割数は $m=12$ に取ってある。

表-2 桁中心軸上に載荷した場合の反力(図-9(a))

荷重	集中荷重		線荷重	
	$R_1(=R_4)$ (t)	$R_2(=R_3)$ (t)	$R_1(=R_4)$ (t)	$R_2(=R_3)$ (t)
本文の方法①	-0.08501	0.58501	-0.00336	0.52836
文献2)の方法②	-0.08800	0.58800	0.02564	0.49936
①/② (%)	96.5	99.5	—	105.8

これらの表より明らかなように, 本文の方法によるものと文献 2) の結果とを比較すると, 若干の差異があることがわかる。これは, 前者では斜隅角部の変形を考慮しているが, 後者ではその影響が無視されているためであると思われる。

また, この計算例の場合には, 単純斜箱桁橋であるので, その差異は数パーセントに止まっている。しかし, 連続斜箱桁橋の場合, 中間支承上には大きい断面力が集中するので, 本文のように変形を考慮して解析する必要があるものと思われる。

さらに, 文献 2) のように応力法によれば変形量の計算が繁雑であるが, 本文の方法によれば, 断面力と変形量が同時に求められるので, 計算結果の妥当性な

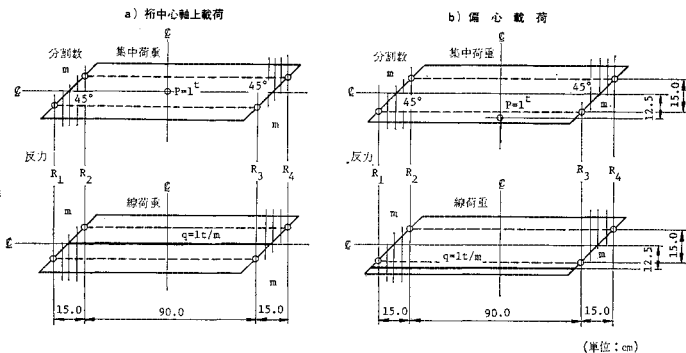


図-9 荷重状態

表-3 偏心載荷した場合の反力 (図-9 (b))

荷 重	集 中 荷 重				線 荷 重			
	R ₁ (t)	R ₂ (t)	R ₃ (t)	R ₄ (t)	R ₁ (t)	R ₂ (t)	R ₃ (t)	R ₄ (t)
本文の方法 ①	0.27213	0.10882	1.0612	-0.44215	0.44445	0.03055	0.95555	-0.38055
文献 2) の方法 ②	0.26735	0.11217	1.0646	-0.44550	0.40065	-0.00064	0.99936	-0.34936
①/② (%)	101.8	97.0	99.7	99.2	110.9	—	95.6	108.9

表-4 変形量 w, θ (図-9 (a), (b) スパン中央の値)

荷 重	集 中 荷 重				線 荷 重			
	桁中心軸上載荷		偏 心 載 荷		桁中心軸上載荷		偏 心 載 荷	
	$w(\times 10^{-1} \text{ cm})$	$\theta(\times 10^{-3} \text{ rad})$	$w(\times 10^{-1} \text{ cm})$	$\theta(\times 10^{-3} \text{ rad})$	$w(\times 10^{-1} \text{ cm})$	$\theta(\times 10^{-3} \text{ rad})$	$w(\times 10^{-1} \text{ cm})$	$\theta(\times 10^{-3} \text{ rad})$
本文の方法 ①	0.29342	0.00000	0.29342	0.14860	0.18295	0.00000	0.19126	1.1165
文献 2) の方法 ②	0.30290	0.00000	0.30290	0.13498	0.19336	0.00000	0.19336	0.99688
①/② (%)	96.8	—	96.8	110.0	94.6	—	98.9	112.0

表-5 桁中心軸上に載荷した場合の断面力 (図-9 (a), スパン中央の値)

荷 重	集 中 荷 重			線 荷 重		
	M (t·m)	T (t·m)	Q (t)	M($\times 10^{-1}$ t·m)	T ($\times 10^{-1}$ t·m)	Q (t)
本文の方法 ①	0.21225	0.05025	0.50000	0.97933	0.39879	0.00000
文献 2) の方法 ②	0.21175	0.05075	0.50000	1.0228	0.35529	0.00000
①/② (%)	100.2	99.0	100.0	95.7	112.2	—

表-6 偏心載荷した場合の断面力 (図-9 (b), スパン中央の値)

荷 重 状 態	集 中 荷 重			線 荷 重		
	M (t·m)	T (t·m)	Q (t)	M($\times 10^{-1}$ t·m)	T ($\times 10^{-1}$ t·m)	Q (t)
本文の方法 ①	0.21125	-0.12248	0.38095	0.10042	0.43957	-0.12500
文献 2) の方法 ②	0.21175	-0.11752	0.38095	0.10287	0.40750	-0.12500
①/② (%)	100.2	104.2	100.0	97.6	107.9	100.0

どを同時に照査でき、今後活用できる解析方法であると思われる。

(4) 影響面

4. に述べる模型桁 (単純斜箱桁橋模型, 図-16 参照) をモデルとして, 反力, 変形量, および断面力の影響面をプロットしたものを 図-11~13 に示す。なお, この影響面は, 単位の集中荷重 $P_{k,n}=1^t$ を 図-4 に示すように順次移動させて求めたものである。

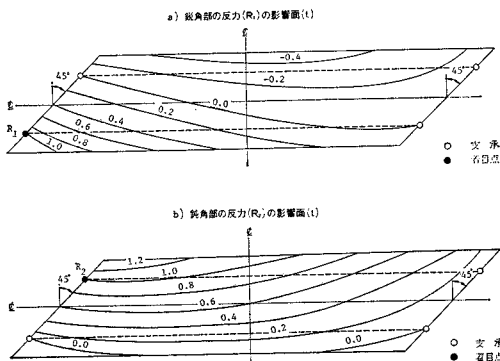


図-11 反力の影響面

(5) 断面力図

4. に述べる模型桁 (単純斜箱桁橋模型 図-16, および連続斜箱桁橋 図-17 参照) をモデルとして, 2, 3 の

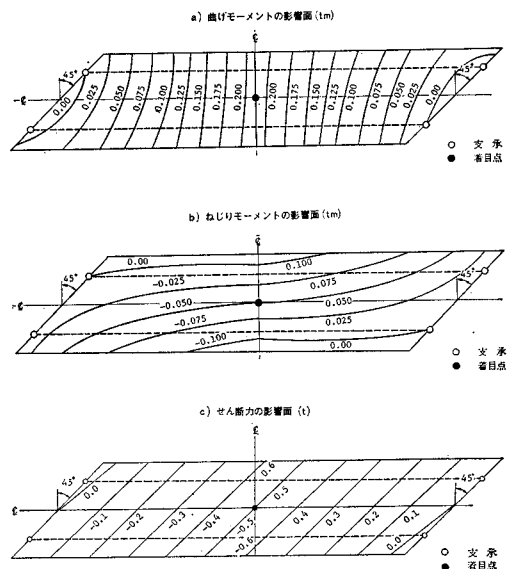


図-12 断面力の影響面

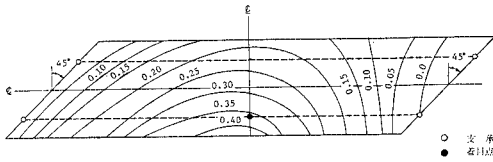


図-13 たわみの影響面 (単位 $\times 10^{-1} \text{mm}$)

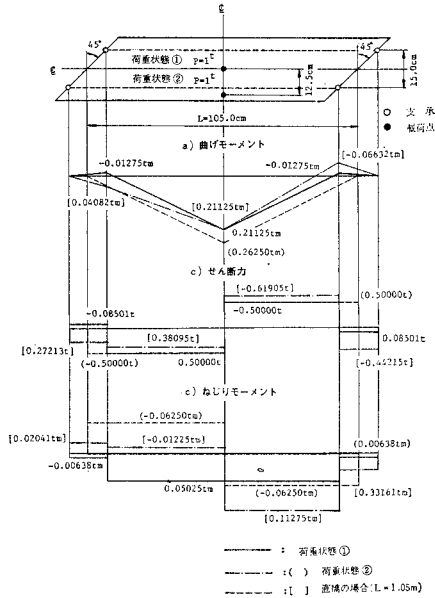


図-14 単純斜桁橋の断面力図

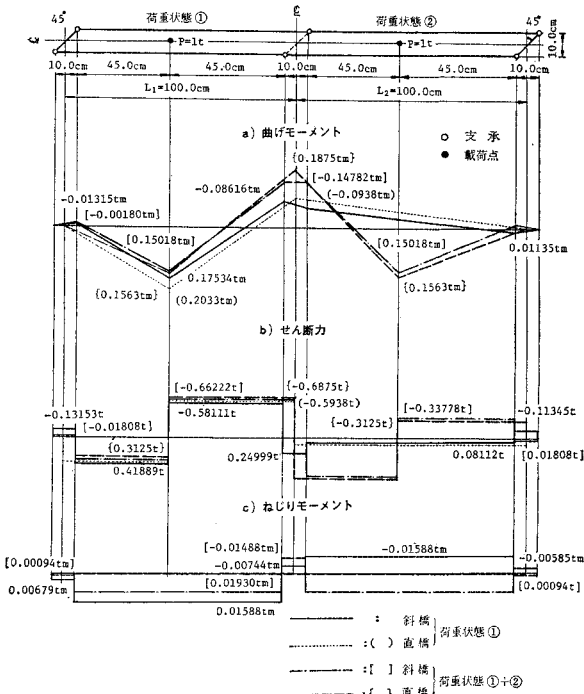


図-15 連続斜桁橋の断面力図

代表的な荷重状態のもとにおける断面力をプロットしたものを 図-14~15 に示す。

これらの図より明らかなように、斜橋と直橋との曲げモーメント値を比較すると、斜橋の曲げモーメントのほうが直橋の値よりいずれの場合も小さい。また、斜橋の端部に、負の曲げモーメントが発生し、斜橋は一種の連続桁のような静的挙動をすることがわかる。これに伴って、桁端の斜隅角部のところには、せん断力が発生する。特に、図-14 に示すように、斜橋では荷重を桁中心線上に載荷したにもかかわらず、桁全域にわたりねじりモーメントが発生することがわかる。これは、直橋の場合と著しく相違する点である。

さらに、図-15 は等2径間連続斜桁橋の図中に示す2種類の荷重状態のもとにおける断面力図をプロットしたものであるが、中間支点上の曲げモーメントに注目すると、斜橋の場合は直橋のように1つの中間支点到反力が集中せず、2つの支点到分散するので、斜橋の曲げモーメントは直橋の値より小さくなり、またその分布もなだらかになることがわかる。これに伴って、せん断力も中間支点の間では、同様に直橋の値よりもかなり小さくなることをわかる。しかし、ねじりモーメントは、直橋の場合と著しく相違する。

4. 実験結果とその考察

(1) 模型桁

数値計算例に示したような断面力、変形量、ならびに反力が実際に桁橋に生ずるかどうかを実験によって調べるために、(i) 斜角 45° の単純斜桁橋、および (ii) 斜角 45° の等2径間連続斜桁橋の模型桁を製作し、静的載荷重実験を行なった。(i) では、2, 3 の代表的な荷重状態に対する反力、および桁各部の応力とたわみを調べ、(ii) ではおもに中間支点上近傍の応力分布を求めることを目的とした。

図-16~17 に模型桁の寸法を示す。なお、材料は SS-41 を使用した。

(2) 実験装置

斜橋では、支点反力がそれぞれ異なり、載荷状態によっては負の反力が生じ、支点が浮き上がる場合もある。それでこれを防止し、同時に支点反力も測定できる装置を作製した。図-18 はこの装置を示すが、鋭角部の支承直上には、支点反力測定用の反力計のほかにもう1台の反力計を使用し、これに常に一定の反力が生じるようにオイルジャッキによってプレストレスするようにした。このようにすれば、負の反力が生じ

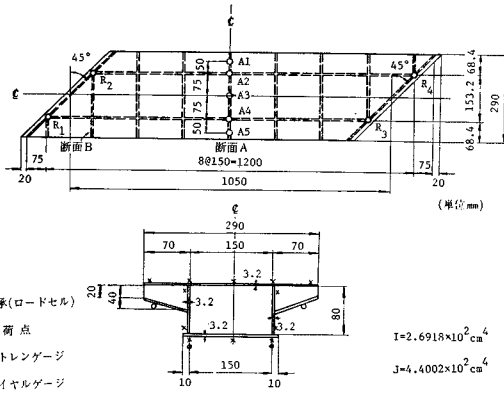


図-16 単純斜箱桁橋模型

表-7 反力の測定結果 (単純斜箱桁橋, 図-16 参照)

反力		載荷点				
		A 1	A 2	A 3	A 4	A 5
R ₁	T	-0.460	-0.225	-0.005	0.192	0.322
	C	-0.4422	-0.2993	-0.0850	0.1293	0.2721
	T/C(%)	104.0	75.1	—	148.5	118.3
R ₂	T	0.965	0.780	0.481	0.225	0.036
	C	1.061	0.8707	0.5850	0.2993	0.1088
	T/C(%)	91.0	89.6	82.2	75.2	—
R ₃	T	0.126	0.236	0.532	0.786	0.988
	C	0.1088	0.2993	0.5850	0.8707	1.061
	T/C(%)	115.8	78.9	90.9	90.3	93.1
R ₄	T	0.333	0.208	-0.002	-0.203	-0.346
	C	0.2721	0.1293	-0.0850	-0.2993	-0.4422
	T/C(%)	122.4	—	—	67.8	78.2

(C: 計算値, T: 実測値)

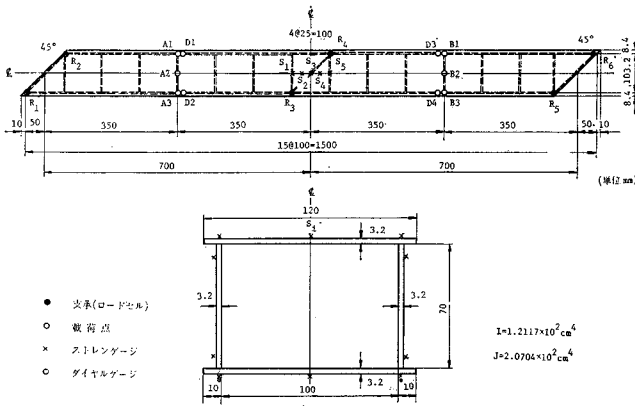


図-17 等2径間連続斜箱桁橋模型

参照)の測定断面の応力分布を示す(応力値は荷重 $p=1^f$ に対するものに換算してある)。偏心載荷した場合(図-19(b)), 多少曲げねじりの影響が現われたためと思われる、測定点によっては実測応力のほうが計算値より大きいものもあるが、実測値と計算値との比は全体を平均すると70~80%という良好な結果が得られており、斜橋では図-14に示したように直橋よりも曲げモーメントが減少することがわかる。

また、図-19(a)~(b)には、スパン中央断面のたわみの測定結果も示す。このたわみの実測値には、支点反力を測定するために支保にはロードセルを設置したので、支点沈下の影響が含まれる。それで、この沈下量を実測して補正してあるが、両者はよい一致を示す。

でも支保の浮き上がりが防止でき、負の反力も測定することができる。

なお、ストレインゲージやダイヤルゲージは、図-16~17に示す位置に取り付けた。

(3) 実験結果

a) 単純斜箱桁橋模型

代表的な結果として、図-19(a)~(b)は、スパン中央断面上に集中荷重を載荷したとき(載荷点は図-16

さらに、表-7は反力の測定結果を示す。反力の値が大きいところでは、実測値と理論値とはよい一致を示す。また、図-18の測定装置によって、負の反力が良好に測定することができたと思われる。

b) 等2径間連続斜箱桁橋模型

この実験は、中間支点上の応力分布を調べることを目的としたが、まず図-17に示した載荷点に1点、ある

表-8 連続斜箱桁橋模型のたわみ測定結果 (単位: mm/t)

測点	載荷点	A 1	A 2	A 3	A1+B3	A2+B2	A3+B1
		D ₁	T	0.59	0.46	0.49	0.47
	C	0.542	0.511	0.480	0.379	0.364	0.350
	T/C(%)	108.9	90.2	102.1	124.0	104.4	102.9
D ₂	T	0.48	0.54	0.62	0.37	0.42	0.48
	C	0.469	0.529	0.589	0.336	0.412	0.487
	T/C(%)	102.3	102.8	105.3	110.1	101.9	98.6
D ₃	T	-0.15	-0.14	-0.16	0.35	0.42	0.47
	C	-0.134	-0.118	-0.102	0.336	0.412	0.487
	T/C(%)	111.9	118.6	156.9	104.2	101.9	96.5
D ₄	T	-0.13	-0.13	-0.18	0.44	0.39	0.35
	C	-0.163	-0.147	-0.130	0.379	0.364	0.350
	T/C(%)	79.8	88.4	138.5	116.1	107.1	100.0

(C: 計算値, T: 実測値, 載荷点・測点は図-17参照)

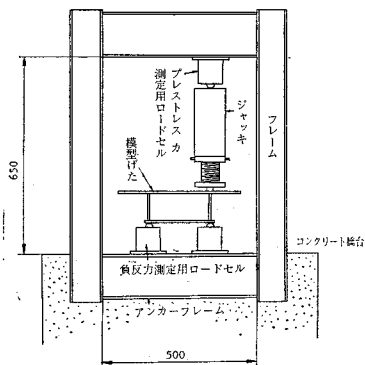


図-18 負反力の測定装置

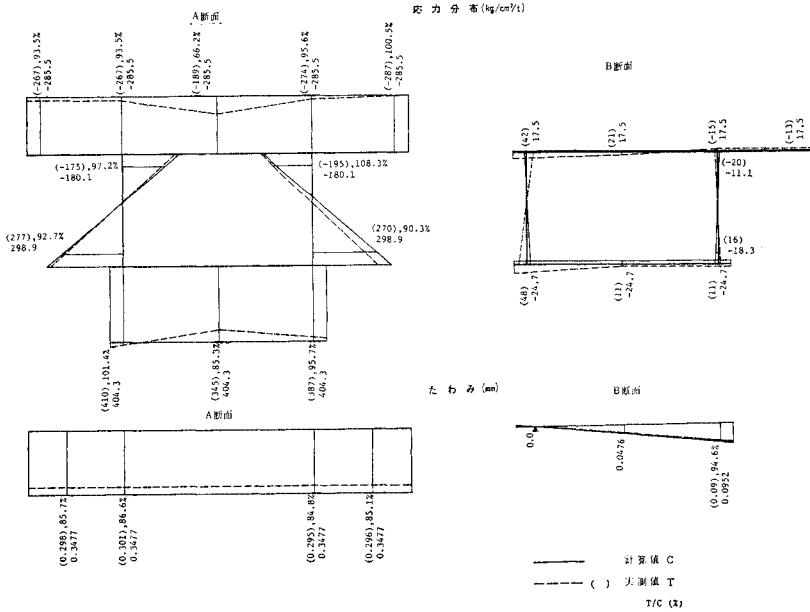


図-19 (a) 桁中央に載荷したときの応力, たわみ (単純斜箱桁橋)

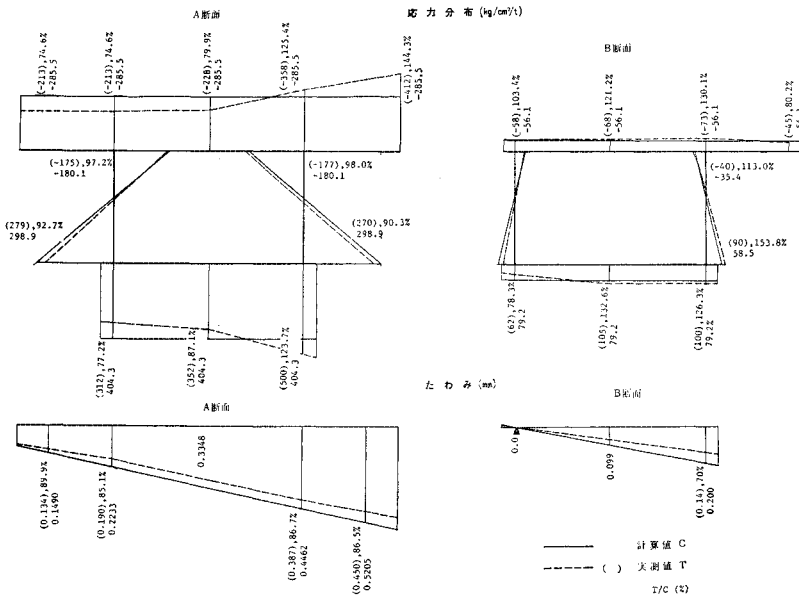


図-19 (b) 偏心載荷したときの応力, たわみ (単純斜箱桁橋)

いは2点荷重を同時に載荷した場合の載荷点のたわみ, および反力の測定結果を表-8~9に示す。これらの結果は, a) の場合と同様に良好な結果であると思われる。つぎに, 中間支点上の測定断面(図-17参照)における応力を, 上述の種々な荷重状態に対して調べたものを表-10に示す。いずれの場合にも良好な結果が得られており, 連続斜桁橋の中間支点上では, 図-15に示すように曲げモーメントが分布することを, 実験によ

ても明らかにできたように思われる。

5. 斜箱桁橋の静的特性について

斜箱桁橋の静的特性を調べるために, 単純斜箱桁橋につき, 斜角 θ , スパン L と桁幅 B との比 L/B , および曲げ剛性 EI とねじり剛性 GJ との比 $\beta=EI/GJ$ による断面力と変形量の変化を調べた。

表一〇 連続斜桁橋模型の反力測定結果 (単位: t/t)

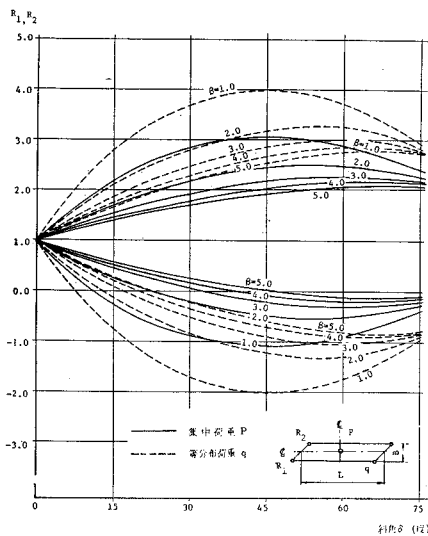
測点		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆
A1+B3	T	-0.082	0.485	0.558	0.565	0.554	-0.110
	C	-0.2070	0.5767	0.6303	0.6303	0.5767	-0.2070
	T/C(%)	—	84.1	88.5	89.6	96.1	53.1
A2+B2	T	-0.065	0.323	0.635	0.587	0.396	-0.006
	C	-0.0181	0.3559	0.6622	0.6622	0.3559	-0.0181
	T/C(%)	—	90.8	95.9	88.6	111.3	—
A3+B1	T	0.225	0.145	0.665	0.623	0.191	0.151
	C	0.1708	0.1350	0.6941	0.6941	0.1350	0.1708
	T/C(%)	131.7	107.4	95.8	89.8	141.5	88.4

(C: 計算値, T: 実測値, 載荷点・測点は図一七参照)

表一〇 連続斜桁橋模型の応力測定結果 (単位: kg/cm²/t)

測点	載荷点	A 1	A 2	A 3	A1+B3	A2+B2	A3+B1
S ₁	T	164	214	273	357	399	414
	C	217.1	271.6	326.1	434.9	466.0	497.1
	T/C(%)	75.5	78.8	83.7	82.1	85.6	83.3
S ₂	T	173	203	228	347	392	462
	C	217.3	252.3	287.3	434.9	466.0	497.1
	T/C(%)	80.0	80.5	79.4	79.8	84.1	92.9
S ₃	T	196	215	208	378	404	431
	C	217.5	233.0	248.5	434.9	466.0	497.1
	T/C(%)	90.1	92.3	83.7	86.9	86.7	86.7
S ₄	T	187	189	180	358	399	464
	C	217.6	213.7	209.7	434.9	466.0	497.1
	T/C(%)	85.9	88.4	85.8	82.3	85.6	93.3
S ₅	T	207	200	179	352	389	395
	C	217.8	194.4	171.0	434.9	466.0	497.1
	T/C(%)	95.0	102.9	104.7	80.9	83.5	79.5

(C: 計算値, T: 実測値, 載荷点・測点は図一七参照)



図一〇 反力 R₁, R₂

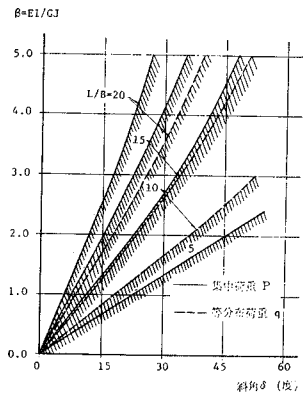
荷重状態は, 集中荷重 $p=1^t$ が桁中央に載荷する場合と, 等分布荷重 $q=1/BL$ (t/m²) が満載する場合について求める。

まず, 図一〇は $L/B=10$ の場合につき, 支点反力の δ, β による変化をプロットしたものである。一般に斜

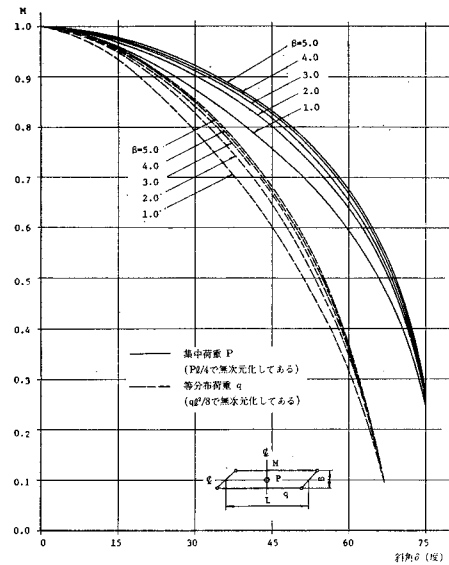
橋では, 鋭角部の反力

R_1 が負反力になり, β や L/B が大きくなるほどこの負反力は大きくなる。これらの計算結果より, 鋭角部の支点 R_1 にアップリフトが生じないような斜角 δ とパラメーター β との関係を調べたものを 図一〇に示す。

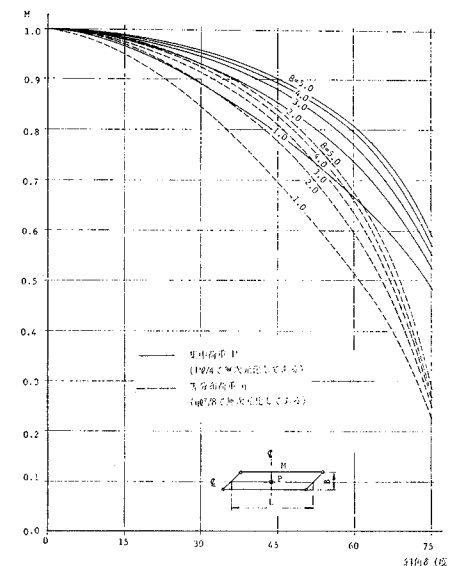
すなわち, δ, β 値が



図一〇 負反力の生ずる範囲



図一〇 曲げモーメント $M(L/B=5)$

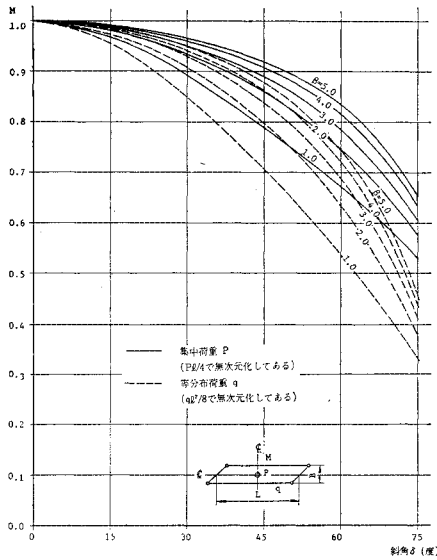


図一〇 曲げモーメント $M(L/B=10)$

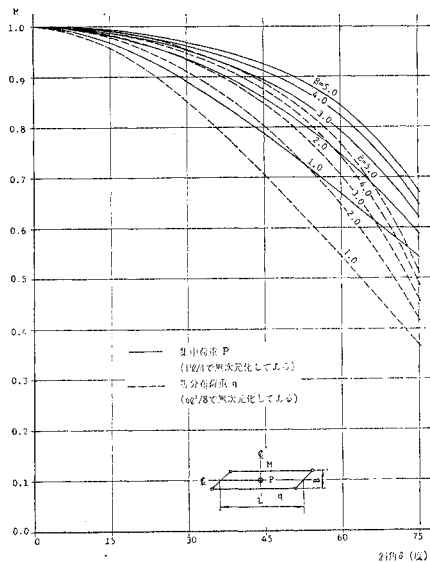
図一21 に示す曲線よりも 下側にあればアップリフトは生じないが、上側にあるとアップリフトが生じるので、設計上斜角を考慮すべき範囲がこの図より推定できるものと思われる。

つぎに、 $L/B=5\sim 20$ に対し斜橋の曲げモーメントが斜角 δ とパラメーター β によって、どのような影響を受けるかを調べたものを 図一22~25 に示す。一般に曲げモーメントは、 δ が大きくなると直橋に比して相当小さくなり、この傾向は β や L/B が小さいほど大きい。しかし、同一の β 値の場合、 $L/B=10\sim 20$ に対する曲げモーメントの変化はわずかである。

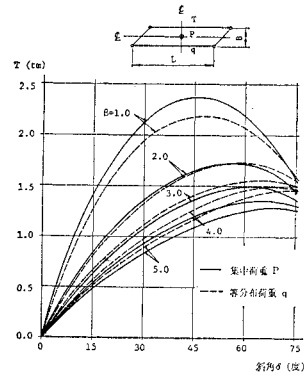
さらに、図一26 はねじりモーメントの変化の代表的



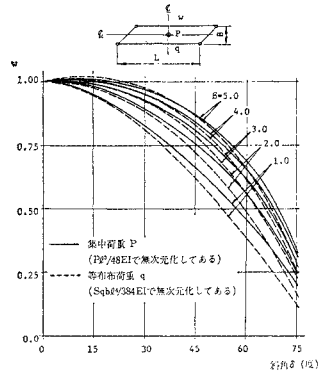
図一24 曲げモーメント $M(L/B=15)$



図一25 曲げモーメント $M(L/B=20)$



図一26 ねじりモーメント $T(L/B=10)$



図一27 たわみ $w(L/B=10)$

なものを示す。 $\beta=1.0$ の場合、斜角 $\delta=45^\circ$ 付近でねじりモーメントの値は相当大きくなる。また、 β が小さく、 L/B が大きくなるほど、大きいねじりモーメントが発生する。

最後に、図一27 は $L/B=10$ の場合について、たわみが斜角 δ やパラメーター β によってどのように変わるかを示したものである。このたわみ値には、ほとんど曲げモーメントの変化と類似した傾向がある。

6. 結 言

本文は、斜橋を従来行なわれてきたような骨組に置換せず、直接斜隅角部を有限の要素に分割 (10 等分ぐらいで実用上十分な精度が得られる) し、その要素が棒部材として挙動するものとして Reduction 法によって近似的な解析を試みたものである。

この方法によれば、連続斜箱桁橋や異形の斜箱桁橋のように任意に斜め支持された斜箱桁橋の構造解析を容易に行なうことができ、今日まで不明確であった斜隅角部や連続斜箱桁橋の中間支点上の応力分布と変形状態を明らかにすることができるものと思われる。

また、若干の数値計算例を示し、文献 2) の結果とも比較して、本文の方法が十分実用的であることを示し

た。

さらに、単純斜箱桁橋、および等2径間連続斜箱桁橋の模型実験を行ない、基本式の妥当性を検討したが、良好な結果が得られた。したがって、本文の解析方法によれば、斜箱桁橋の静的特性を容易に明らかにできる有用な方法であると思われる。

最後に、単純斜箱桁橋の静的特性が、(1) 斜角 δ 、(2) スパン L と桁幅 B との比 L/B 、(3) 曲げ剛性 EI とねじり剛性 GJ との比 $\beta = EI/GJ$ 、および (4) 荷重状態によって、どのように変化するかを示し、斜橋を設計する際参考となる資料を提供するものである。

この研究を遂行するにあたり、いろいろご支援を賜った大阪市立大学教授 故橋善雄博士に深甚の謝意を表する次第である。また、模型桁の作製には、(株)春本鉄工所のご協力をえ、さらに実験は当時大阪市立大学大学院修士課程の学生、吉川征吏君をはじめ、学部学生諸君のご協力のもとに行なったものであることを附記する。

参 考 文 献

1) Wansleben, F.: Beitrag zur Berechnung Schiefer

drillsteifer Brücken, Stahlbau, 1955.10, S. 224.

- 2) Homberg, H. u. Marx, R.W.: Schiefe Stäbe und Platten, 1958.
- 3) Hoeland, G.: Der Kraftverlauf in Schiefer Hohlkästen, Stahlbau, 1960. 3, S. 77~83.
- 4) Homberg, H. u. Marx, R.W.: Modeluntersuchung an einem Schief Kasten, Bautechnik, Heft 4, 1961.4, S. 118~123.
- 5) Naruse, T.: Ein Beitrag zur Berechnung Schiefwinkliger und Torsionsteifer Durchlaufträger, Stahlbau, 1961.3, S. 144~145.
- 6) 成瀬輝男: ねじり剛性を持つ斜連続箱桁橋の解析について, 土木学会論文集, 第 80 号, 1962. 4, pp. 1~6.
- 7) Kollbruner, G.F. u. Basler, K.: Torsion, 1966, Springer-Verlag.
- 8) 松本嘉司: 鉄道橋としての鉄筋コンクリート斜桁の設計に関する研究, 土木学会論文集, 第 162 号, 1962. 2, pp. 49~76.
- 9) Hees, G.: Formänderungsgrößenverfahren bei Trägern mit Schiefen Lagerlinien, Bautechnik, 1970.4, S. 122~127.
- 10) Kersten, R.: Das Reduktion Verfahren in Baustatik, 1962.

(1970.10.15・受付)