

## 溶接 I 形部材の横倒れ座屈に関する実験的研究

INELASTIC LATERAL BUCKLING TESTS ON  
WELDED BEAMS AND GIRDERS

福本 嘯士\*・藤原 稔\*\*・渡辺 信夫\*\*\*

By Yuhshi Fukumoto, Minoru Fujiwara and Nobuo Watanabe

## 1. 緒 言

I 形部材の曲げ耐力および崩壊にいたる荷重-変形挙動に影響をおよぼすものとして、(1) 鋼材の機械的性質、(2) 部材寸法、(3) 溶接または熱間圧延過程で断面に発生する残留応力分布、(4) 製作加工、運搬、架設時の初期変形、初期応力、(5) 横倒れ拘束材の配置間隔および剛性、(6) 部材端での支持条件、(7) 載荷状態などが考えられる。しかしながら、このような多くの原因の組合せによってひきおこされる曲げ部材の崩壊形式はつぎの4通りに大きく分けられる。すなわち、(1) 荷重が作用する面内での過度の塑性変形によるもの、(2) 圧縮側フランジの局部座屈によるもの、(3) 腹板の曲げ座屈変形によるもの、(4) 部材の横倒れ座屈変形によるもの、などである。これらの崩壊形式のうち、本研究では(4)の横倒れ座屈について考察するものである。

I 形部材断面の最大主軸まわりに曲げが作用するとき、曲げがある一定値に達すると、部材はたわみ面内から面外へのねじれを伴った横倒れ変形による座屈が生じる。このような部材の横倒れ現象を明らかにするには、(1) 曲げによる腹板の座屈と上下フランジの座屈変形をともに考慮した、いわゆる桁の全体座屈とみなすもの、(2) 桁の Kippen の問題として、座屈時の桁の横断面形が原形を保って変形しないもの、または横断面形の変形を考慮して座屈強度の低下を考慮したもの、(3) 桁の圧縮側フランジと腹板の一部からなる1本の柱材とみなし、フランジ面内での Euler 座屈とみなすもの、(4) 部材のたわみ曲率が面外への座屈強度におよぼす影響を考慮したもの、(5) これらの問題に初期応力および初期変形を考慮して不安定問題とみなすもの、などの諸点か

らの取扱いによって検討することが考えられる。また、桁の横倒れ変形を防止するために設ける各種ブレースング形式が桁の座屈強度、耐力におよぼす効果、ならびに、ブレースング間隔が塑性設計における塑性ヒンジ回転能に与える影響などが、ほかに検討すべき問題点となってくる。

横倒れ座屈に関する研究は Prandtl が 1899 年にこの問題をとりあげて以来、弾性座屈、最近は非弾性座屈、塑性座屈においても活発に研究が進められてきている。1910~1960 年のこの分野の莫大な文献は Lee によってまとめられている<sup>9)</sup>。また、文献 3) は横倒れ座屈に関する代表的な考え方を紹介しており、各種設計示方書に含まれる曲げによる許容圧縮応力度式の基本式を解説している。また、文献 1) にはプレート ガーダーの各種座屈に関する 1849~1960 年の計 274 編の文献が集録されている。プレート ガーダーの座屈、耐力に関する最近の文献調査は文献 18), 19), 24) にみることができる。

曲げ部材の横倒れ座屈に関する実験は弾性域、弾塑性域における座屈を問題にする強度からの検討と、塑性設計に関連して、塑性崩壊に導くために必要とされる塑性ヒンジの回転を保つようにした、ひずみ硬化域における座屈変形能に関する検討に分けることができる。弾性ならびに非弾性域における実験は Hechetman らによる圧延 H 形鋼ばりによるもの<sup>7)</sup>、Neal による長方形断面模型ばりの実験<sup>12)</sup>、アルミ合金を用いた Clark らの実験<sup>3)</sup>、鉄筋コンクリート長方形断面桁による実験<sup>6), 11)</sup> などがある。また、わが国では最近になって、プレート ガーダーの座屈<sup>18)</sup>、下路プレート ガーダーの横倒れ座屈<sup>21)</sup>、船体の縦通材の横倒れ座屈実験<sup>23)</sup>、アルミ合金を用いたもの<sup>28)</sup>、などが発表されている。ひずみ硬化域における座屈実験は塑性設計における最適ブレースング間隔を決めるのに関連して、おもに、Lehigh 大学を中心にして行なわれてきている<sup>8), 10)</sup>。

\* 正会員 Ph.D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 建設省土木研究所構造橋梁部 前名大大学院

\*\*\* 正会員 工修 日本鋼管(株) 橋梁鉄構部 前名大大学院

本研究は弾塑性域における I 形部材の横倒れ座屈強度ならびに崩壊にいたる荷重-変形性状を明らかにするための、2軸対称 I 形部材、すなわち、桁高の低い溶接 I 形はりりと溶接プレート ガーダーを対象として、実験を行なった。用いた鋼材は SM50 と HT 80 の 2 種類である。

本研究で検討する項目はつぎのようである。すなわち、(1) 横倒れ座屈実験と各種計算値との比較検討、(2) 溶接による残留応力分布が横倒れ座屈強度に与える影響、(3) 初期変形が横倒れ座屈強度に与える影響、(4) プレート ガーダーの耐荷力と腹板座屈強度との関係、(5) 設計基本式への提案、などをとりあげる。

2. 実験内容

(1) 供試体

供試体の大きさは比較的桁高の低い I 形はりり (はり高さ 25 cm, 30 cm, スパン 2.5 m~4.5 m の SM50 材 21 本, HT 80 材 15 本の計 36 本, うち残留応力除去焼鈍ばりり 12 本), およびプレート ガーダー的な I 形桁 (桁高さ 80 cm, 100 cm, スパン 2.8 m~4.0 m の SM50 材 2 本, HT 80 材 4 本, SM50 と HT 80 のハイブリット 1 本の計 7 本) からなっている。表-1 は供試体

寸法, 鋼材種, 荷重状態, などがまとめてある。供試体の両端に作用するモーメント比は 1.0 と 0.5 の 2 通りとした。また, 等曲げの場合には, はりタイプの A, B, C, D は同じ長さの供試体を 2 本製作し, 1 本は溶接のまま, ほかの 1 本は溶接後, 残留応力除去焼鈍を行なっ

Table 1 (a) Dimensions of test beams

Test Beams	Steel	d (mm)	b (mm)	w (mm)	t (mm)	L (mm)	End Moment Ratios	Remarks
A-1-0	SM50A	250	100	6	8	3000	1.0	annealed
A-1-1		250	100	6	8	3000	1.0	as-weld
A-1-2		250	100	6	8	3000	0.5	as-weld
A-2-0		250	100	6	8	4000	1.0	annealed
A-2-1		250	100	6	8	4000	1.0	as-weld
A-2-2		250	100	6	8	4000	0.5	as-weld
A-3-0		250	100	6	8	4500	1.0	annealed
A-3-1		250	100	6	8	4500	1.0	as-weld
A-3-2		250	100	6	8	4500	0.5	as-weld
B-1-0	SM50A	250	120	6	8	3000	1.0	annealed
B-1-1		250	120	6	8	3000	1.0	as-weld
B-2-0		250	120	6	8	4000	1.0	annealed
B-2-1		250	120	6	8	4000	1.0	as-weld
B-3-0		250	120	6	8	4500	1.0	annealed
B-3-1	250	120	6	8	4500	1.0	as-weld	
C-1-0	SM50A	300	100	6	8	3000	1.0	annealed
C-1-1		300	100	6	8	3000	1.0	as-weld
C-2-0		300	100	6	8	4000	1.0	annealed
C-2-1		300	100	6	8	4000	1.0	as-weld
C-3-0		300	100	6	8	4500	1.0	annealed
C-3-1		300	100	6	8	4500	1.0	as-weld
D-1-0	HT80	250	100	7	10	2500	1.0	annealed
D-1-1		250	100	7	10	2500	1.0	as-weld
D-1-2		250	100	7	10	2500	0.5	as-weld
D-2-0		250	100	7	10	3000	1.0	annealed
D-2-1		250	100	7	10	3000	1.0	as-weld
D-2-2		250	100	7	10	3000	0.5	as-weld
D-3-0		250	100	7	10	3500	1.0	annealed
D-3-1	250	100	7	10	3500	1.0	as-weld	
D-3-2	250	100	7	10	3500	0.5	as-weld	
E-1-0	HT80	250	120	7	10	2500	1.0	as-weld
E-2-0		250	120	7	10	3000	1.0	as-weld
E-3-0		250	120	7	10	3500	1.0	as-weld
F-1-0	HT80	300	100	7	10	2500	1.0	as-weld
F-2-0		300	100	7	10	3000	1.0	as-weld
F-3-0		300	100	7	10	3500	1.0	as-weld

d=beam height, b=flange width, t=flange thickness, w=web thickness, L=beam length

Table 1 (b) Dimensions of test girders

Test Girders	Steel	d (mm)	b (mm)	w (mm)	t (mm)	L (mm)	End Moment Ratios
G-A	SM50A	1000	130	6	10	4100	1.0
G-B	SM50A	1000	120	6	8	4100	1.0
G-C	HT80	800	110	6	10	3300	1.0
G-D	HT80	800	110	6	10	2800	1.0
G-E	HT80	800	130	6	10	3300	1.0
G-F	HT80	800	130	6	10	2800	1.0
G-G	Flange HT80 Web SM50A	800	110	6	10	3300	1.0

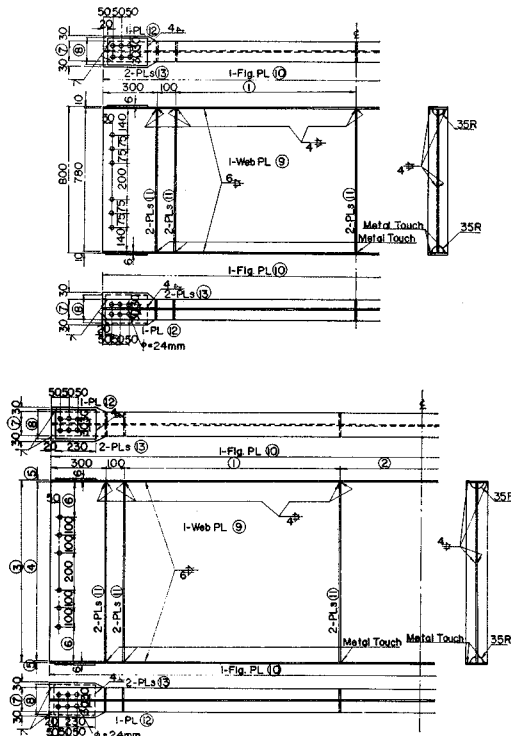


Fig. 1 Details of test girders

た。図-1 は桁タイプの供試体の詳細図である。G-D, G-F はパネル数は 2 であり, ほかの桁のパネル数は 3 である。

(2) 載荷装置

実験に用いた載荷装置は写真-1 および 図-2 (はり), 図-3 (桁) のようである。供試体の両端にあて板を溶接し, これを箱形断面のかなり剛な載荷用はりに HT ボルト締めによって固定した。荷重は 2 点集中荷重とし, 載荷用はりに加圧した。これにより, ジャッキの容量が等しいときは中央の供試体に等曲げが作用するようになった。また, 容量の異なったジャッキを用いて, 供

試体の 両端の曲げ モーメント比が 0.5 になるようにした。載荷用はりに, 載荷点の断面において, その両側からはさむように横倒れ防止わくを配置した。

(3) ひずみ測定

はりタイプの供試体では 図-4 に示す位置にひずみゲージ (単軸 10 mm ゲージ長) を貼付し, 横倒れ時のフランジのひずみ分布の状態, はりの横倒れ有効長さを求めるのに用いた。また, 桁タイプではフランジのほか, 腹板の面外変形を求めるため腹板両面に直交 2 成分のひずみゲージを 図-5 に示す位置に貼付した。

(4) 変位測定

はりタイプの供試体では, 荷重とともに変位する断面の水平 ( $u$ ), 鉛直 ( $v$ ), ねじれ ( $\beta$ ) 変位を測定した。これらの変位は, 供試体の両側に供試体に平行に設置したトランシットを用い, 供試体の測定断面の上フランジに据えた  $\pi$  形スケールの目盤を読みとるようにして求めた (写真-2 参照)。図-6 のトランシット E と W の望遠鏡を鉛直方向, 水平方向に回転し, 十字線を横ぎる  $\pi$  形スケールの目盛から無載荷時の  $H_{E0}, H_{W0}$  および  $V_{E0}, V_{W0}$  を読みとり, 変形後のスケールの目盛から,  $H_E, H_W$  および  $V_E, V_W$  を読みとると, 断面のねじれ角  $\beta$  は,

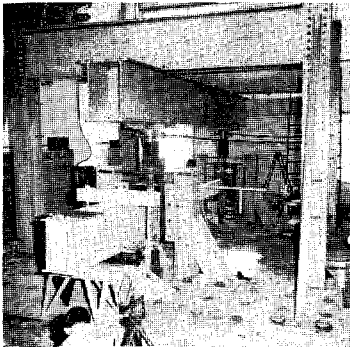


Photo 1 Over-all view of test setup

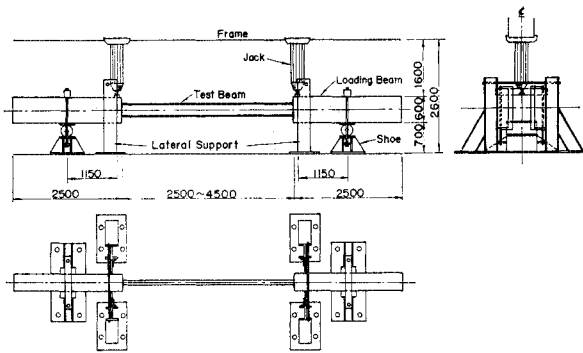


Fig. 2 Test setup for beams

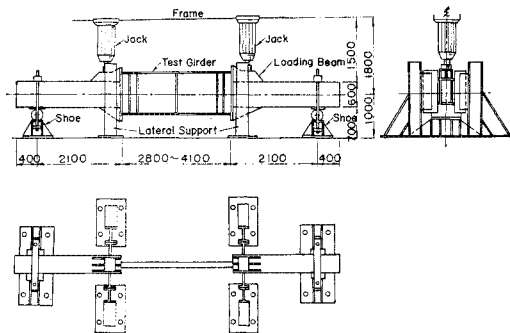


Fig. 3 Test setup for girders

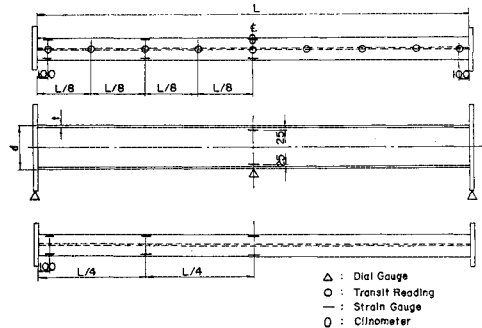


Fig. 4 Instrumentation for beams

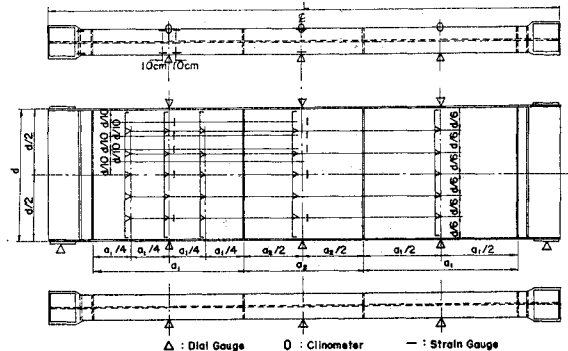


Fig. 5 Instrumentation for girders

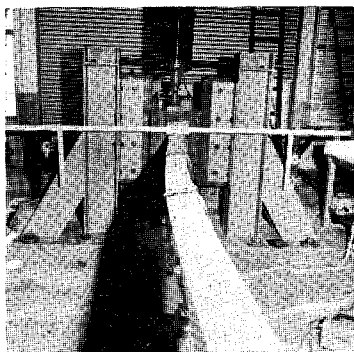


Photo 2 Lateral buckling of Beam B-2-1

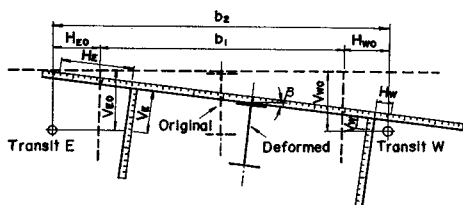


Fig. 6 π-scale

$$\cos \beta = b_2 / (b_1 + H_E + H_W)$$

また、上フランジ中央の水平および鉛直変位  $u$ ,  $v$  は、

$$u = \frac{1}{2} \{ (H_{EO} - H_E \cos \beta) + (H_{WO} - H_W \cos \beta) \}$$

$$v = \frac{1}{2} \{ (V_{EO} - V_E \cos \beta) + (V_{WO} - V_W \cos \beta) \}$$

から求めることができる。

桁タイプでは、変位を測定する断面位置においてテストベッドに断面を囲んで軽量アングル形鋼を四角に組んだ固定わくを据え、断面が変位するときの水平、鉛直変位を固定わくからダイヤルゲージにて測定した。上フランジのねじれ角を測定するため、測量用クリノメーターをフランジ上面にとりつけた。また、腹板の面外変形を、腹板と上下フランジ溶接線からの相対変位に対して測定した(写真-3)。供試体の各変位成分の測定位置を図-4、図-5に併記した。

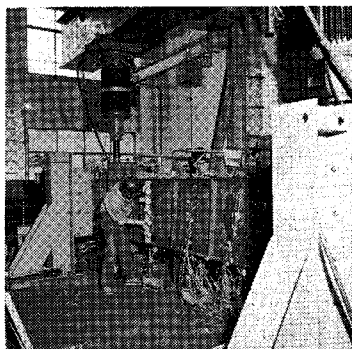


Photo 3 Girder G-G during test

(5) 供試体の初期変形

各供試体とも載荷用はりにとりつけ、加圧できる状態のもとで、スパン中央の上下フランジの水平方向の初期

Table 2 Initial imperfections of flanges

Test Beams and Girders	Upper flange $\delta_u$ (mm)	Lower flange $\delta_l$ (mm)	$\delta_u/L$	$\delta_l/L$
A-1-0	0	0	0	0
A-1-1	1.5	0	1/1960	0
A-3-1	4.5	0	1/1000	0
B-1-0	3	8	1/990	1/370
B-2-0	0	2	0	1/1985
B-3-1	0	6	0	1/745
C-1-0	1.5	1.5	1/1970	1/1970
C-1-1	4.8	6.8	1/620	1/435
D-2-0	0	0	0	0
D-2-2	0	0	0	0
D-3-1	2.5	0	1/1400	0
D-3-2	1	0	1/3470	0
E-2-0	1	0	1/2960	0
E-3-0	2.5	0	1/1390	0
G-A	1	1.5	1/4100	1/2720
G-B	1	5	1/4100	1/820
G-C	1	2	1/3300	1/1650
G-D	3	3	1/940	1/940
G-E	0	0	0	0
G-F	2	0	1/1400	0
G-G	0	1	0	1/3300

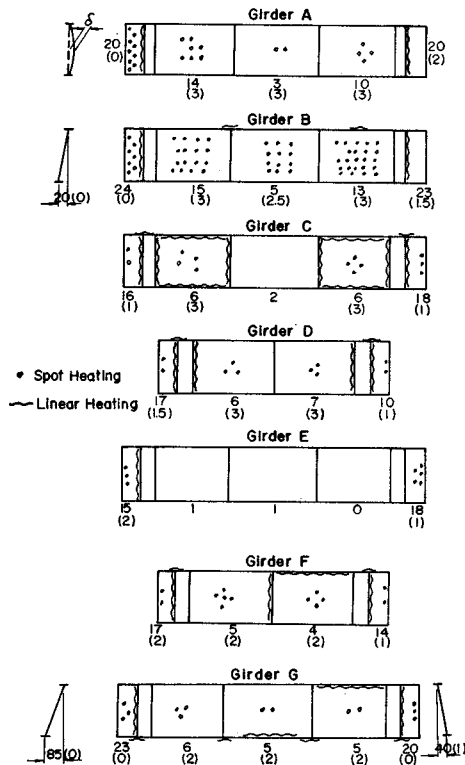


Fig. 7 Distortions of girders due to welding

変位量を供試体の両端部からの曲りによって測定した。表-2 は供試体の初期変位の量をまとめたものである。

桁タイプでは、供試体を横倒れ座屈によって崩壊するように設計したため、図-1 のように各供試体とも薄肉断面構成となった。このため、溶接による変形量、ひずみきょう正後の変形量、荷はりにとりつけ加圧できる状態での供試体の変形量を測定し、記録した。図-7 は加工工場において実測した溶接のままとひずみとりきょう正後、( ) 内の数字、の腹板の変形量ならびにひず

みとりきょう正の方法とそれをほどこした箇所を示してある。

供試体の無荷時の腹板の初期変形の様子は図-8 のようである。図中、実線で表わしたのがそれであり、各パネル中央断面における腹板の初期たわみ最大値の位置の数字はたわみ量を表わし、( ) 内の数字は初期たわみの腹板厚に対する比を表わしている。

(6) 溶接条件と焼鈍条件

HT 80 材を用いた供試体の溶接条件は、はりタイプでは使用溶接棒 L 80 (八幡),  $\phi 5$  mm 手溶接, 電流 180~230 amp, 予熱 120°C である。桁タイプでは使用溶接棒 KS 116, B-1 (川鉄),  $\phi 4$  mm 手溶接, 電流 165~175 amp, 予熱 120°C である。

また、残留応力を除去するために炉内焼鈍を行なった。焼鈍条件は図-9 のように、SM 50 材では炉内最高温度 630°C, 90 分継続のち、常温にもどるまで炉内に置き、また、HT 80 材では炉内最高温度 555°C, 60 分継続のち、常温にもどるまで炉内に放置した。

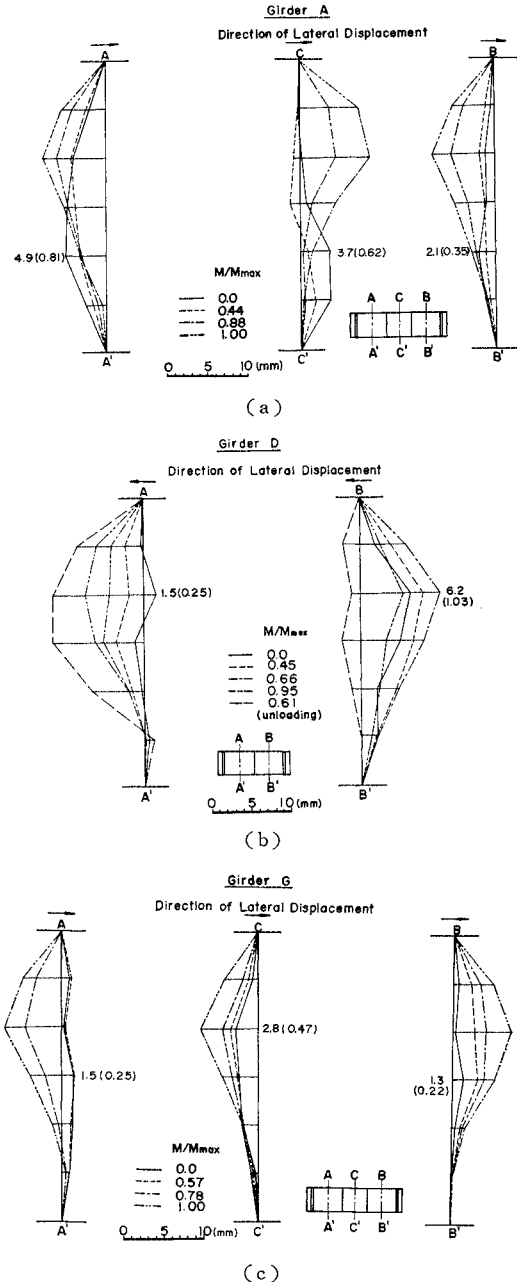


Fig. 8 Web deflection of girders

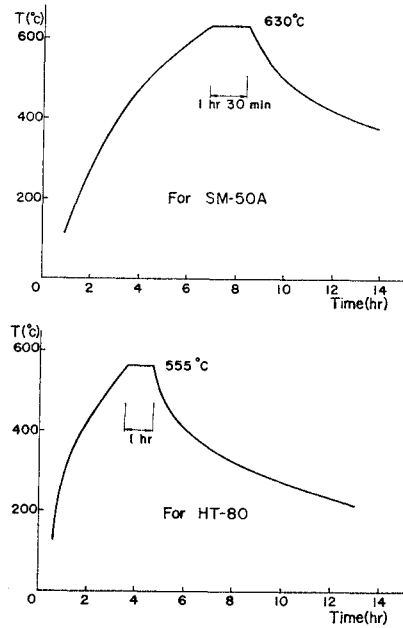


Fig. 9 Annealing data for beams

3. 実験結果

(1) 鋼材の引張試験結果

はりの A, B, C タイプに用いた SM 50 材の板厚 6 mm, 8 mm の JIS 1号試験片による応力-ひずみ関係、D, E, F タイプに用いた HT 80 材の板厚 7 mm, 10 mm の JIS 5号試験片による応力-ひずみ関係の結果を

表一3 (a) に示す。また、桁タイプの引張試験の結果を表一3 (b) に示す。後の実験結果をまとめるため、各鋼材に対する材料強度は同表の平均値を代表値として用いた。

(2) 荷重-変位曲線

供試体に等曲げが作用したときのスパン中央断面の圧縮側フランジの鉛直変位  $v$ 、水平変位  $u$ 、断面のねじれ角  $\beta$  と作用モーメントとの関係を示す。図一10 (a) ははり A-1-1 (SM 50)、図一10 (b) ははり D-1-0 (HT 80) の供試体の各変位の変化の様子を示す。図中、 $v$  に対する一点鎖線は供試体の弾性たわみ曲線、 $v = ML^2/8EI$ 、を表わしており、弾性内での両者の良好な一致がみられる。 $u$ 、 $\beta$  ともモーメントが  $M_{max}$  に近づくときと急に大きく変位する様子が示されている。荷重が①→②→③→④と変化するにしたがって、変位していく断面の様子が併

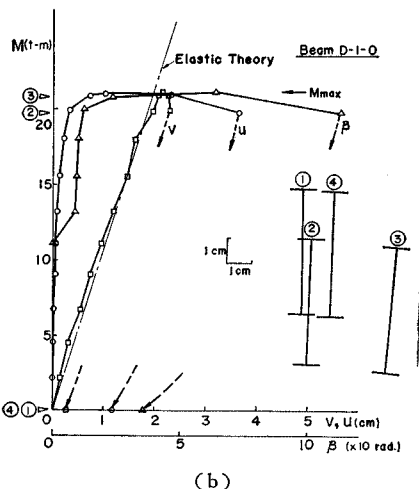
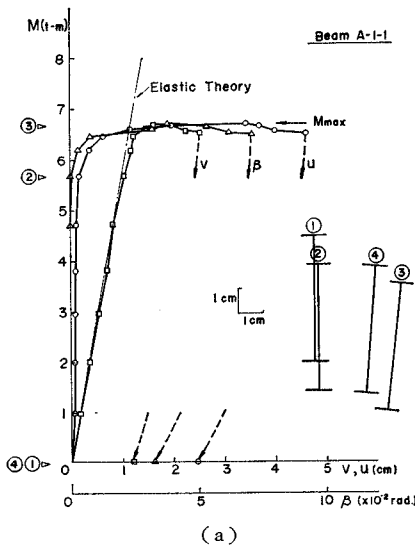


Fig. 10 Load-deflection curves of beams

Table 3 (a) Coupon test results

SM 50 A (Beams)							
Test No.	$\sigma_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_u$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$	$\sigma_u/\sigma_y$	$E \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$G \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	thick- ness (mm)
T-1	3449	4985	0.241	1.445	2.007	0.809	6
T-2	3403	4957	0.261	1.457	1.984	0.787	6
T-3	3431	5116	0.218	1.491	2.048	0.841	8
T-4	3427	5186	0.242	1.513	2.034	0.819	8
Average	3428	5061	0.241	1.477	2.018	0.813	

HT 80 (Beams)							
Test No.	$\sigma_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_u$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$	$\sigma_u/\sigma_y$	$E \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$G \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	thick- ness (mm)
T-1	7892	8247	0.274	1.045	2.229	0.875	7
T-2	7762	8254	0.250	1.063	1.989	0.796	7
T-3	7937	8342	0.259	1.051	2.265	0.900	7
T-4	7787	8226	0.226	1.056	1.882	0.768	7
T-5	7953	8446	0.268	1.062	2.439	0.962	10
T-6	7788	8069	0.253	1.036	2.134	0.852	10
T-7	7871	8440	0.287	1.072	2.174	0.845	10
T-8	7741	8165	0.263	1.055	2.188	0.866	10
Average	7841	8274	0.260	1.055	2.163	0.858	

$\sigma_y$ =static yield stress,  $\sigma_u$ =ultimate stress,  $\nu$ =Poisson's ratio,  $E$ =Young's modulus,  $G$ =shear modulus

Table 3 (b) Coupon test results

SM 50 A (Girder)							
Test No.	$\sigma_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_u$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$	$\sigma_u/\sigma_y$	$E \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$G \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	thick- ness (mm)
T-1	4674	5976	0.280	1.279	2.000	0.781	6
T-2	4714	6042	0.297	1.282	2.047	0.789	6
T-3	3629	5794	0.300	1.597	2.120	0.815	8
T-4	3990	5622	0.300	1.409	2.100	0.808	8
T-5	3253	5281	0.280	1.623	2.067	0.807	10
T-6	3219	5474	0.300	1.700	2.040	0.785	10
Average	$\sigma_y=3810$ kg/cm <sup>2</sup> for $t=8$ mm, $\sigma_y=3236$ kg/cm <sup>2</sup> for $t=10$ mm						

HT 80 (Girders)							
Test No.	$\sigma_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_u$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$	$\sigma_u/\sigma_y$	$E \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$G \times 10^6$ (kg/cm <sup>2</sup> )	thick- ness (mm)
T-1	6610	7190	0.253	1.088	2.067	0.825	6
T-2	6610	7220	0.283	1.092	2.150	0.838	6
T-3	7780	8500	0.262	1.093	2.057	0.815	10
T-4	7920	8500	0.283	1.073	2.167	0.845	10
Average	$\sigma_y=7850$ kg/cm <sup>2</sup> for $t=10$ mm						

示している。はりタイプでは断面は原形を保ちつつ変位している。

図一11 (a) は桁 G-A (SM 50)、図一11 (b) は桁 G-C (HT 80) のスパン中央断面の荷重-変位曲線の一例を示したものである。上下フランジの  $u$ 、 $v$ 、 $\beta$  の測定値および腹板の面外たわみの測定値を合成して、荷重とともに変形する断面全体の様子を図の右側に併示してある。G-A 断面では断面はねじれ変形が顕著にあらわれており、これに反し、G-C 断面では断面は水平方向の変形があらわれている。図中、 $v$  に対する一点鎖線は桁の弾性たわみの計算値である。図の荷重履歴は①→②→③→④である。

(3) 腹板のたわみ曲線

図一8 (a), (b), (c) は上下フランジと腹板との溶接線を含む面内からの腹板のたわみ変形と荷重との関係を、桁タイプの各パネル中央断面に関して示したものであ

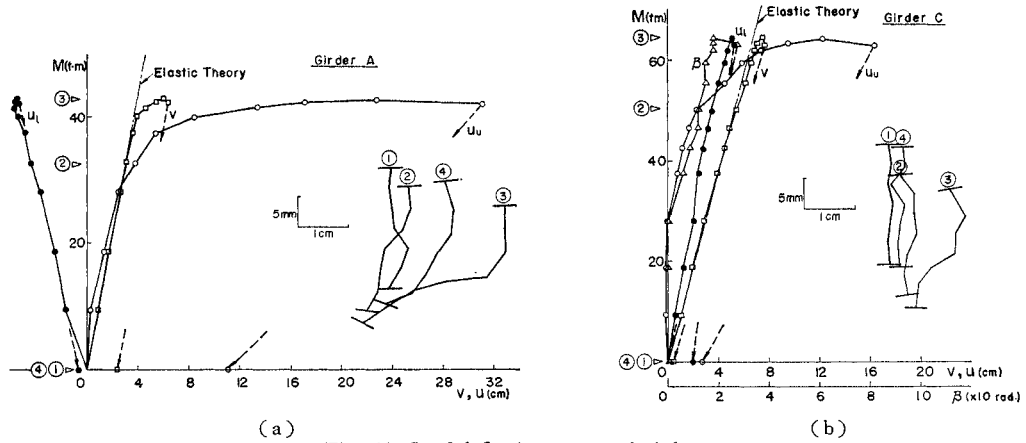


Fig. 11 Load-deflection curves of girders

る。各曲線に対する荷重段階は供試体の最大強度に対する比で表わしてある。すなわち、 $M/M_{max}=0$  は桁の腹板の初期変形、 $M/M_{max}=1.0$  は最高荷重時の腹板のたわみ形状を表わしている。荷重の初期段階では、腹板は初期たわみの影響を示すようなたわみ形を示しているが、荷重が大きくなるにしたがって、桁の横倒れ変形が明瞭になるにしたがって、腹板は板としての曲げによる座屈変形のような形となる。すなわち、腹板がパネルごとに腹板面外への曲げによる座屈変形を示しながら、桁が全体として横倒れ変形を起し、最高荷重に達している。図中の圧縮フランジに示す矢印の方向は桁の横倒れ変形を示す。

(4) 腹板のひずみ分布

腹板両面に貼布した直角 2 方向成分のひずみゲージのよみ  $\epsilon_x, \epsilon_y$  から、

$$\sigma_{x1} = E(\epsilon_{x1} + \nu\epsilon_{y1}) / (1 - \nu^2),$$

$$\sigma_{x2} = E(\epsilon_{x2} + \nu\epsilon_{y2}) / (1 - \nu^2),$$

$$\sigma_x = (\sigma_{x1} + \sigma_{x2}) / 2$$

により、腹板の面外変形をとまう腹板両面のスパン方向の垂直応力分布ならびに両面の応力の平均値  $\sigma_x$  をとって板厚中心に沿った垂直応力分布を求めた。

桁 G-A, G-F の腹板のパネル中央断面における腹板の曲げによるひずみ分布状態を代表的な荷重段階について 図-12 (a), (b) に示す。この図は腹板のひずみ測定点の両面で測定したスパン方向のひずみ  $\epsilon_{x1}, \epsilon_{x2}$  を平均した値を用いてある。

図中に示す細い直線は断面が平面保持の法則が保つと仮定したときの、各荷重段階でのひずみ分布である。この図から荷重の増加とともに腹板の面外変形の影響により、断面での曲げによるひずみ分布は直線分布とはならず、圧縮側では初等曲げ理論が成立しなくなる様子がみられる。

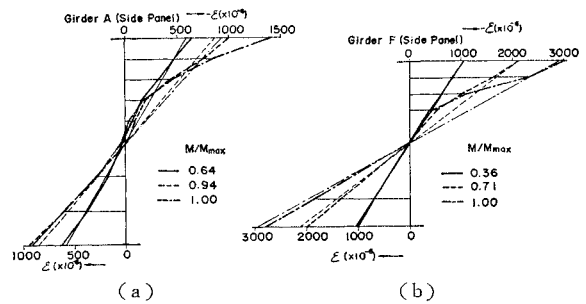


Fig. 12 Bending strains in girders

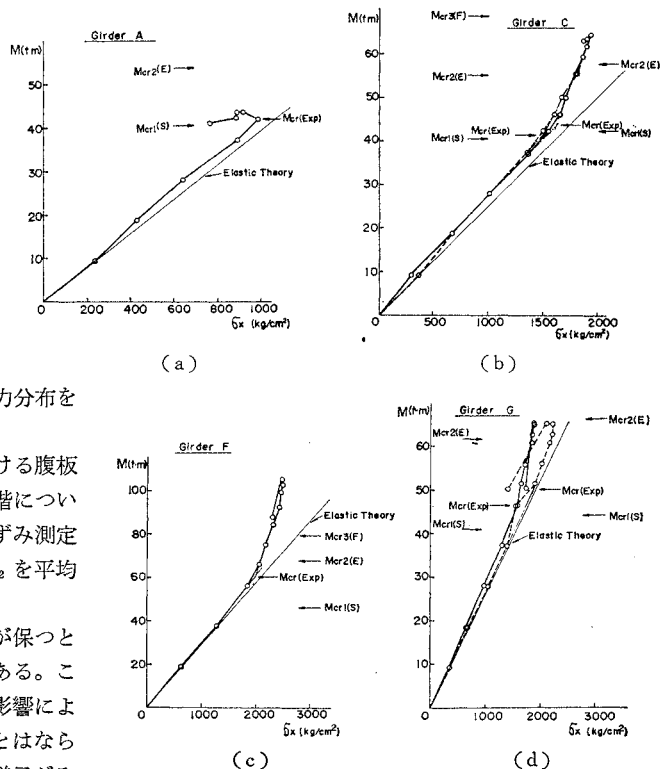


Fig. 13 Bending moment and stress curve at upper one-fifth point in web panels

図—13 は各桁のパネル中央断面の腹板高さの圧縮側 1/5 点の  $\sigma_x$  と桁に作用する曲げモーメント  $M$  との関係を表わしている。図中、細線は初等曲げ理論によって求めた値である。また、 $M_{cr}(S)$  は上下フランジと左右鉛直補剛材で単純支持された腹板パネルの曲げによる理論弾性座屈値である。 $M_{cr}(F)$  は同じ腹板パネルが載荷辺で単純支持、非載荷辺で固定支持とみなしたときの弾性座屈値である。また、 $M_{cr}(E)$  は腹板パネルの圧縮非載荷辺がフランジにより、たわみおよびたわみ角が弾性拘束されているときのパネルの弾性座屈値である。

各桁の腹板パネルに関する各種強度は表—4 にまとめられている。

なお、 $M$  の最大値は桁の横倒れ座屈による耐荷力である。腹板の座屈荷重を実験的に求めるのは困難であるが、図から  $M-\sigma_x$  曲線の勾配が変化するところ、すなわち、2本の直線の勾配の交点を実験による座屈強度  $M_{cr}(E_{xp})$  とみなすと、 $M_{cr}(E_{xp})$  は図のような値となる。これらの値は表—4 にまとめてある。また、G-C、G-G の点線は隣りのパネルに対するものである。

(5) 供試体の寸法パラメーター、および横倒れ耐荷力の実験値

供試体の寸法は表—1 にまとめてあるが、実験値を各種座屈強度と比較するため供試体の横倒れに関する断面性能を示す各種パラメーターを表—5 にまとめてある。表中、スパンの有効長さ  $L_e$  は供試体長さの半分をとっている。

表—6 は供試体の横倒れ変形を伴う耐荷力（最高強度）の実験値をまとめてある。また、各種参考荷重の計算値なども併記してある。写真—2, 4, 5 ははりおよび桁タイプの横倒れ変形状態を示したものである。

4. 考 察

(1) 理論座屈強度

等曲げをうける 2 軸対称 I 形部材の弾性横倒れ座屈は、部材両端が横倒れに対して単純支持されていると、次式のようになる。

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_e} \sqrt{EI_y GJ \left( 1 + \frac{EI_y}{GJ} \frac{\pi^2 d^2}{4 L_e^2} \right)} \dots\dots (1)$$

式 (1) を変形し、応力度表示にすると<sup>27)</sup>、

$$\sigma_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y GJ}{W_x^2 L_e^2} + \frac{\pi^4 E I_y^2 d^2}{4 W_x^2 L_e^4}} \dots\dots (2)$$

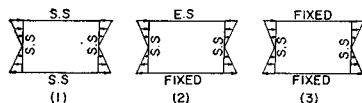
ここに、 $L_e$  は横倒れに対して単純支持されているときの支間長であり、 $J$  はねじれ定数、 $W_x$  は  $x$  軸まわりの断面係数、 $G$  はせん断弾性係数である。

式 (2) から明らかなように、横倒れ座屈では座屈応力度は、柱の中心軸圧縮のように細長比によって一義的に関係づけられるものではなく、断面構成寸法、部材長にかなり影響されるものである。このため、一つのパラメーターですべ

Table 4 Buckling strength of web-plater panels by theory and test results

Type	Panel	Web Buckling (Experiment) $M_{cr}(W)$ t-m	Theoretical $M_{cr}$ t-m			Lateral Buckling (Experiment) $M_{cr}(L)$ t-m	$M_{cr}(L)/M_{cr}(W)$
			Boundary Conditions				
			(1)	(2)	(3)		
G-A	Side Center	42.0	40.5 42.3	53.8 56.5	67.0 65.2	43.6	1.04
G-B	Side Center	28.0 30.0	32.7 34.8	40.0 41.7	55.6 53.6	41.0	1.36 1.45
G-C	Side Center	46.0 50.0 42.0 45.0	40.6 42.4	55.2 57.8	68.7 67.1	64.4	1.45 1.53
G-D	Side	48.0 52.0	42.0	57.5	70.6	83.4	1.60 1.74
G-E	Side Center		47.5 49.8	68.0 69.8	79.9 78.2	94.8	
G-F	Side	58.0 62.0	46.0	67.4	78.8	105.1	1.70 1.83
G-G	Side Center	45.0 48.0 46.0 50.0	42.0 44.3	63.2 66.3	80.0 78.2	65.5	1.21 1.45

\* Boundary Conditions



FIXED: Fixed Supported  
E.S: Elastic Support in Lateral and Torsion  
S.S: Simply Supported

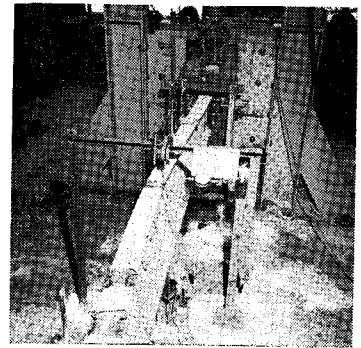


Photo 4 Lateral buckling of Beam C-1-1

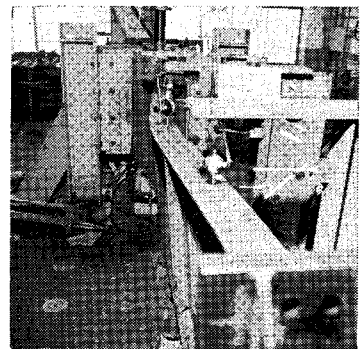


Photo 5 Lateral buckling of Girder G-E



Table 5 Summary of cross-sectional constants

Specimens	$I_x$ ( $\times 10^3 \text{ cm}^4$ )	$I_y$ ( $\text{cm}^4$ )	$W_x$ ( $\text{cm}^3$ )	$A=A_f+A_w$ ( $\text{cm}^2$ )	$L_e/r_y$	$L_e/b$	$L_e d/bt$	$(r_x/r_y) \cdot L_e/d$	$\sqrt{3+(A_w/A_f)} \cdot L_e/b$
A-1-0 A-1-1 A-1-2	2.98	134	239	30.0	71	15	469	28.4	29.5
A-2-0 A-2-1 A-2-2	2.98	134	239	30.0	95	20	625	37.8	39.4
A-3-0 A-3-1 A-3-2	2.98	134	239	30.0	107	22.5	703	42.5	44.3
B-1-0 B-1-1	3.45	231	276	33.2	57	12.5	391	23.2	24.2
B-2-0 B-2-1	3.45	231	276	33.2	76	16.7	522	30.9	32.3
B-3-0 B-3-1	3.45	231	276	33.2	86	18.8	588	34.7	36.3
C-1-0 C-1-1	4.56	134	304	33.0	75	15	563	29.2	30.2
C-2-0 C-2-1	4.56	134	304	33.0	100	20	750	38.9	40.3
C-3-0 C-3-1	4.56	134	304	33.0	112	22.5	844	43.8	45.4
D-1-0 D-1-1 D-1-2	3.59	167	287	36.1	58	12.5	313	23.2	24.4
D-2-0 D-2-1 D-2-2	3.59	167	287	36.1	70	15	375	27.8	29.3
D-3-0 D-3-1 D-3-2	3.59	167	287	36.1	83	17.5	438	32.6	34.1
E-1-0 E-2-0 E-3-0	4.17	289	333	40.1	47	10.4	260	19.0	19.9
F-1-0 F-2-0 F-3-0	5.49	168	366	39.6	61	12.5	375	23.8	24.9
G-A G-B G-C G-D G-E G-F G-G	110.77 94.87 58.05 58.05 64.3 64.3 58.05	368 232 223 223 368 368 223	2 215 1 898 1 451 1 451 1 607 1 607 1 451	84.8 78.2 68.8 68.8 72.8 72.8 68.8	99 134 92 78 73 62 92	15.8 17.1 15 12.7 12.7 10.8 15	1 580 2 138 1 200 1 016 1 016 864 1 200	35.6 41.5 33.3 28.2 27.2 23.1 33.3	36.2 42.1 34.0 28.8 27.8 23.7 34.0

ての横倒れ座屈強度を代表させることは困難であろう。

なお、弾性横倒れ座屈に与える腹板の変形の影響についての文献 (17), (22) による計算は、用いた桁タイプの場合も、ほとんどその強度の低下はみとめられなかった。

非弾性域における横倒れ座屈については、残留応力分

布を考慮に入れた座屈強度が求められている<sup>4), 5), 25), 27)</sup>。

図-14 は 図中に示すような 残留応力分布を用いて求めた、はりの A タイプについて求めた座屈曲線である。圧縮残留応力は  $\sigma_{rc}=0.30\sigma_y$  としてある。Pattern 1 では  $\sigma_{rt}=0.11\sigma_y$  であり、Pattern 2 では  $\sigma_{rt}=\sigma_{rc}$  である<sup>26), 29)</sup>。また A タイプの実験値もプロットしてある。ほかの初期応力分布の場合も同様の計算方法にて求めることができる。

(2) 各種座屈曲線と実験値

式 (2) から、 $\sigma_{cr}/\sigma_y=1/\alpha^2$  となるように変形し、これによって座屈強度曲線を表わす。すなわち、縦軸に  $\sigma_{cr}/\sigma_y$  をとり、横軸に  $\alpha$  をとる。 $\alpha$  の量を種々に単純化した場合の座屈強度曲線と実験によってえられた最大強度を降伏点応力によって無次元化した応力度との比較をつぎにしよう。

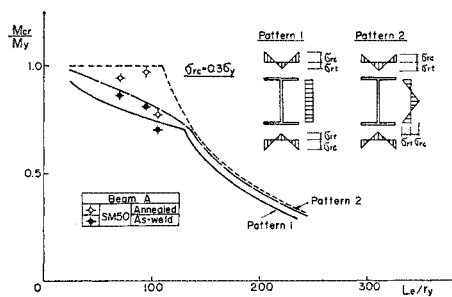


Fig. 14 Comparison of test and theory for beams

Table 6 Summary of reference and experimental loads

Sspecimens	$M_y$ (t-m)	$M_p$ (t-m)	$M_{max}$ (t-m)	$\sigma_{max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$M_{max}/M_y$
A-1-0	8.18	9.45	7.69	3218	0.94
A-1-1			7.00	2929	0.86
A-1-2			9.70	4059	1.19
A-2-0	8.18	9.45	7.94	3322	0.97
A-2-1			6.61	2766	0.81
A-2-2			8.42	3523	1.03
A-3-0	8.18	9.45	6.33	2649	0.77
A-3-1			5.75	2406	0.70
A-3-2			8.54	3573	1.04
B-1-0	9.47	10.78	9.40	3406	0.99
B-1-1			8.00	2899	0.84
B-2-0			8.60	3116	0.91
B-2-1	8.47	10.78	8.76	3174	0.93
B-3-0	9.47	10.78	9.28	3362	0.98
B-3-1			7.10	2572	0.75
C-1-0			10.41	12.16	7.58
C-1-1	9.20	3026			0.88
C-2-0	8.04	2645			0.77
C-2-1	10.41	12.16	6.88	2263	0.66
C-3-0	10.41	12.16	7.48	2461	0.72
C-3-1			6.89	2266	0.66
D-1-0			22.53	26.08	21.16
D-1-1	20.89	7279			0.93
D-1-2	27.90	9721			1.24
D-2-0	22.53	26.08	20.68	7206	0.92
D-2-1			18.54	6460	0.82
D-2-2			23.10	8049	1.03
D-3-0	22.53	26.08	19.21	6693	0.85
D-3-1			16.24	5659	0.72
D-3-2			21.84	7610	0.97
E-1-0	26.14	29.84	26.46	7946	1.01
E-2-0	26.14	29.84	24.42	7333	0.93
E-3-0	26.14	29.84	22.79	6844	0.87
F-1-0	28.68	33.50	26.32	7191	0.92
F-2-0	28.68	33.50	22.42	6126	0.78
F-3-0	28.68	33.50	20.78	5678	0.73
G-A	71.68	106.32	43.6	1968	0.61
G-B	72.31	93.74	41.0	2160	0.57
G-C	113.90	128.81	64.4	4438	0.57
G-D	113.90	128.81	83.4	5748	0.73
G-E	126.15	140.23	94.8	5899	0.75
G-F	126.15	140.23	105.1	6540	0.83
G-G	113.90	128.81	65.5	4514	0.58

$M_y$ =Calculated Yield Moment  
 $M_p$ =Calculated Plastic Moment

a)  $\alpha$  として  $L_e/b$  または  $L_e/r_{fc}$  によって代表させると、

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \left( \frac{L_e}{r_{fc}} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}, \text{ または,}$$

$$\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \left( \frac{L_e}{b} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \dots\dots\dots (3)$$

となる。これを横軸にとり、実験値をまとめて示すと、**図-15** のようになる。ここに、 $r_{fc}$  は圧縮側フランジのフランジ面内のたわみに関する回転半径であり、フランジ幅  $b$  とは、

$$r_{fc} = \frac{b}{2\sqrt{3}}$$

の関係にある。

b)  $\alpha$  として  $L_e d/bt$  によって代表させると、

$$\alpha = \frac{3\sqrt{2(1+\nu)}}{\pi} \cdot \frac{L_e d}{bt} \cdot \frac{\sigma_y}{E} \dots\dots\dots (4)$$

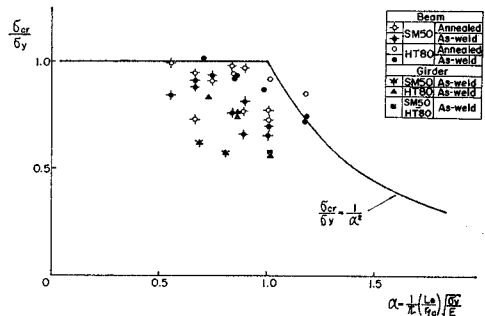


Fig. 15 Scatter of test points for beams and girders

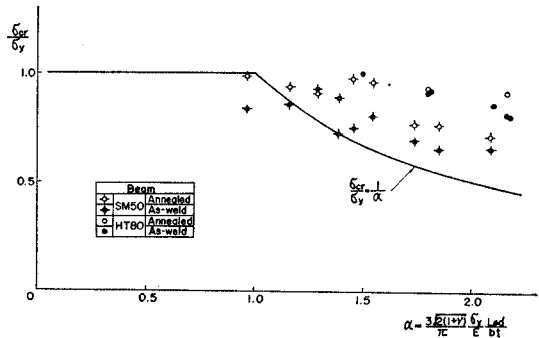


Fig. 16 Scatter of test points for beams and girders

となる。これを横軸にとると、式(2)の根号の第1項のみを用いると、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\alpha}$$

となる。この座標軸により実験値をまとめて示すと、**図-16** のようになる。

c)  $\alpha$  として  $(r_x/r_y)(L_e/d)$  によって代表させると、すなわち式(2)の根号の第2項のみを用いると、

$$\alpha = \frac{2}{\pi} \left( \frac{r_x}{r_y} \right) \left( \frac{L_e}{d} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \dots\dots\dots (5)$$

となる。2軸対称I形断面では、

$$\left( \frac{r_x}{r_y} \right) \left( \frac{L_e}{d} \right) \approx \sqrt{3 + \frac{A_w}{A_f}} \left( \frac{L_e}{b} \right) \dots\dots\dots (6)$$

であるから、式(5)は

$$\alpha \approx \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + \frac{A_w}{A_f}} \left( \frac{L_e}{b} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここに、 $A_f$  はフランジ全断面積  $= 2bt$ 、 $A_w$  は腹板の断面積である。式(5)を横軸にとって、実験値をまとめて示すと **図-17** のようになる。図中、はりA、桁Aと記した点線の曲線は、該当する供試体断面を用いて、残留応力を無視した場合の弾性域ならびに弾塑性域における横倒れ座屈曲線を表わしている。なお、縦軸の1.0をこえる部分は  $(M_{cr}/M_y)$  の値を示してある。ほかの供試体による座屈曲線は2本の点線にはさまれた間に位置する。

**図-15, 16, 17** の無次元化した横倒れ座屈強度曲線か

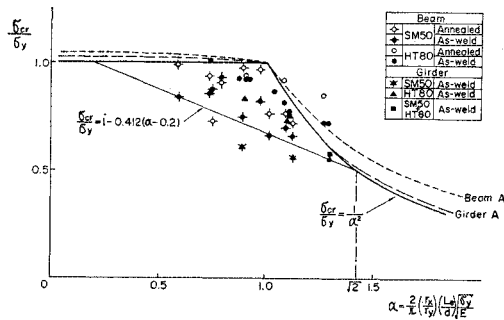


Fig. 17 Scatter of test points for beams and girders

ら、非弾性域において、すべての供試体の実験値のばらつきが比較的少なく、まとまっているのは 図-17 のときの  $\alpha$  が式 (5) か式 (7) によって表わされるときである。

図-17 のプロットされた実験値ならびに 図-14 の理論曲線などをもとに、非弾性域での横倒れ座屈強度曲線をつぎの式によって表わすことを提案する。すなわち、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - 0.412(\alpha - 0.2),$$

ただし、

$$0.2 \leq \alpha \leq \sqrt{2} \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) は 図-17 の直線によって表わされる。

(3) 桁の全体座屈

プレート ガーダーの曲げによる連成座屈、すなわち、腹板の座屈とフランジの水平およびねじれ座屈とが連成して生ずる問題については、文献 14), 16), 20) などに扱われている。ここでは文献 16) によって求めた全体座屈と実験値とを桁タイプについて比較する。計算に用いた桁の境界条件は桁の有効長さ  $L_e$  にて、横倒れに対して単純支持、引張側の腹板の支持条件は固定となっている。ここでは、計算には鉛直補剛材を無視した。

図-18 は全体座屈 (web buckling) と横倒れ座屈曲線と桁の実験による最大強度値とを示したものである。G-C, G-D および G-E, G-F は図のような表示によれば、理論曲線はほとんど一致する。横倒れ座屈曲線は 図-14 に示す Pattern 1 の残留応力分布を用いて求めた。

図-18 から、横軸がある値以上になると、全体座屈と横倒れ座屈曲線とは近づくが、腹板座屈が先行するような範囲の全体座屈と横倒れ座屈曲線とはへだたりがあり、また、実験値は、腹板の座屈値との関連性は少なく、桁の横倒れ座屈によって決まっているようである。

(4) SM 50 部材と HT 80 部材の横倒れ耐荷力

図-15, 図-17 は縦軸、横軸ともに無次元表示により、SM 50 部材と HT 80 部材の実験値をプロットした。図-19, 図-20 は無次元表示をやめ、縦軸に  $\sigma_{max}$  (表-6) をとり、横軸にそれぞれ  $L_e/b$ ,  $(r_x/r_y)(L_e/d)$

をとって、実験値をプロットした。図-19 の表示にくらべて 図-20 の横軸の表示の方が実験値のばらつきにまとまりがよい。図中の水平線のうち、点線は鋼材の最低保証降伏点応力であり、実線は供試体の降伏点応力である。

図-20 から、SM 50 部材にくらべて HT 80 部材の実験値のばらつきは少なく、非弾性域での座屈強度の低下は SM 50 部材にくらべて小さいようである。このことは、図-17 の HT 80 部材の実験点のしめる位置からも確かめられる。

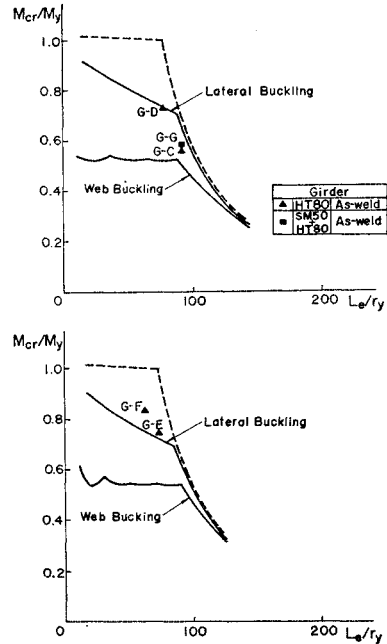


Fig. 18 Buckling strength curves compared with test results

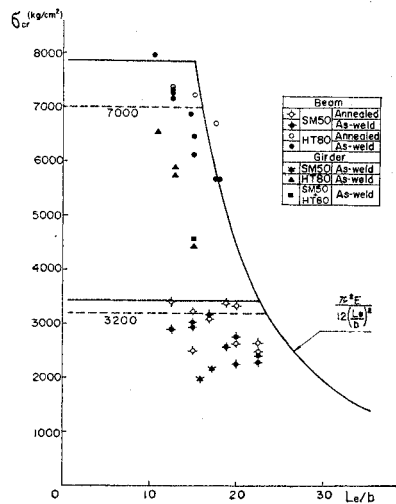


Fig. 19

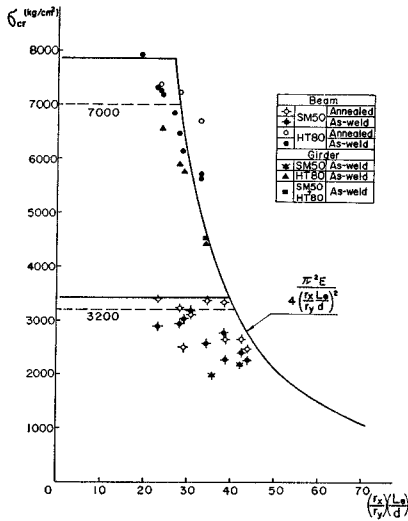


Fig. 20

### (5) 残留応力除去焼鈍の効果

はりタイプの供試体で残留応力分布がはりの横倒れ耐力におよぼす影響を調べるために、同じ寸法のはりを作り、溶接のまま、焼鈍したものと2種類について実験した。これら12対のはりについて両者の耐力の比をとり、平均値を求めると、SM50部材、HT80部材ともに、焼鈍した部材の耐力は溶接のままの耐力の平均約11%の強度の向上がみとめられた。

### (6) 初期変形の効果

図-17、図-20のはりタイプの供試体のうち、焼鈍部材12本については、断面に生ずる残留応力分布が除去されたものとみなすと、弾性座屈曲線、降伏曲線からのへだたりは供試体の初期変形による影響が大きいものと考えられる。初期変形が横倒れ座屈強度に与える問題については、文献(13)、(15)などに扱われている。ここでは実測による圧縮フランジの水平方向の初期変形量(表-2)と横倒れ耐力の大きさ(表-6)を記するにとどめる。図-17、図-20から、C-1-0の供試体を除けば、焼鈍部材の実験値は弾性座屈曲線および降伏曲線(水平線)にかなり近づいており、初期変形が最大強度に与える効果はあまり期待できないようである。

## 5. 結 言

溶接による2軸対称I形部材の曲げによる横倒れ座屈強度を実験によって求め、各種理論強度曲線との比較を行なった。供試体の鋼材はSM50材とHT80材( $\sigma_y = 7000 \text{ kg/cm}^2$ )とである。供試体は桁高の低いI形はりプレートガーダー的なI形桁からなり、 $r_x/r_y =$

3.8~20.3となっている。すなわち、横倒れ座屈に対する断面性能としては比較的強いものと、弱いものとを2グループに分けることができ、実用のI形部材の断面構成はこれらの間に入るものと思われる。

実験はすべて横倒れ座屈が非弾性域にて生ずるように行なった。これらの領域での横倒れ座屈強度に与える鋼材種、残留応力分布、初期変形の影響などを調べることができた。また、横倒れを伴う桁の耐力は用いた供試体の断面性能の範囲内では、腹板の座屈とは直接の関連性はなく、横倒れ座屈強度により求めることができる。実験値のばらつきは図-17、図-20のように $(r_x/r_y)$ ( $L_e/d$ )を横軸にとれば、比較的まとまりがよくなり、非弾性域での強度曲線を式(8)の直線式で表わすことにより、これらの実験値をよく説明することができる。

本研究は日本鉄道建設公団から本州四国連絡橋調査に関連した委託研究として名古屋大学(受託代表者 菊地教授)が受けた研究課題の一部として行なったものである。

用いた供試体のうち、はりタイプのものは鋼材は富士製鉄(当時)の提供により、また、製作加工は日本車輛大江工場をわずらわした。また、桁タイプのものは川崎製鉄の提供により、横河橋梁製作所芝浦工場に製作加工をお願いした。これらの関係各位の好意あるご協力に対して深く感謝する次第である。また、本論文をまとめるにあたり資料整理、図面作製などにご協力いただいた名大助手久保全弘氏ならびに実験に協力していただいた研究室の各位に厚くお礼を申し上げる次第である。

### 用 語

- $A_f$ : 上下フランジの総断面積
- $A_w$ : 腹板断面積
- $b$ : フランジ幅
- $d$ : 断面高さ
- $E$ : ヤング率
- $G$ : せん断弾性係数
- $I_x, I_y$ :  $x$ 軸(強軸)、 $y$ 軸(弱軸)まわりの断面2次モーメント
- $J$ : 断面のねじり定数
- $L$ : 供試体の長さ
- $L_e$ : 供試体の有効長さ、 $L_e = L/2$
- $M$ : 等曲げモーメント
- $M_{cr}$ : 理論座屈モーメント
- $M_{cr}(\text{exp})$ : 腹板パネルの座屈モーメント(実験)
- $M_{cr}(S), (E), (F)$ : 表-4に示す境界条件の腹板パネルの理論座屈モーメント
- $M_{\max}$ : 横倒れを伴う部材の最大耐力
- $M_y$ : 弾性限界モーメント

$M_p$ : 全塑性モーメント

$r_{fc}$ : 圧縮フランジの  $y$  軸のまわりの断面 2 次半径

$r_x, r_y$ :  $x$  軸,  $y$  軸まわりの断面 2 次半径

$t$ : フランジ厚さ

$u$ : 圧縮フランジ中心の水平変位

$v$ : 圧縮フランジ中心の垂直変位

$w$ : 腹板厚さ

$W_x$ :  $x$  軸まわりの断面係数

$\alpha$ : 座屈曲線の横軸

$\beta$ : 圧縮フランジのねじり角

$\varepsilon_x, \varepsilon_{x1}, \varepsilon_{x2}$ : 腹板の中心面, 表, 裏面のスパン方向のひずみ

$\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y2}$ : 腹板の表, 裏面の高さ方向のひずみ

$\nu$ : ポアソン比

$\sigma$ : 曲げ応力

$\sigma_{cr}$ : 理論横倒れ座屈応力

$\sigma_{rc}, \sigma_{rt}$ : 圧縮および引張残留応力

$\sigma_x, \sigma_{x1}, \sigma_{x2}$ : 腹板の中心面, 表, 裏面の曲げ応力

$\sigma_y$ : 鋼材の降伏点応力

#### 参 考 文 献

- 1) Basler, K, Yen, B.T., Mueller, J.A. and Thurlimann, B.: "Web Buckling Tests on Welded Plate Girders", Welding Research Council Bulletin No. 64, Sept., 1960
- 2) Clark, J.W. and Jambock, J.R.: "Lateral Buckling of I-Beams Subjected to Unequal End Moments", Proc. ASCE Vol. 83, No. EM 3, July, 1957
- 3) Column Research Council, Guide to Design Criteria for Metal Compression Members, John Wiley & Sons, New York, 1966
- 4) Fukumoto, Y. and Galambos, T.V.: "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns", Proc. ASCE Vol. 92, No. ST 2, April, 1966
- 5) Galambos, T.V.: "Inelastic Buckling of Beams", Proc. ASCE Vol. 89, No. ST 5, October, 1963
- 6) Hansell, W., and Winter, G.: "Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams", Jour. ACI Vol. 56, No. 3, Sept., 1959
- 7) Hechtman, R.A., and Hatrup, J.S., and Eugene, F. S.: "Lateral Buckling of Rolled Steel Beams", Trans. ASCE Vol. 122, Nov., 1955
- 8) Lay, M.G. and Galambos, T.V.: "Bracing Requirements for Inelastic Steel Beams", Proc. ASCE Vol. 92, No. ST 2, April, 1966
- 9) Lee, G.C.: "A Survey of Literature on the Lateral Instability of Beams", Welding Research Council Bulletin No. 63, August, 1960
- 10) Lee, G.C. and Galambos, T.V.: "Post-Buckling Strength of Wide Flange Beams", Proc. ASCE Vol. 88, No. EM 1, Feb., 1962
- 11) Marshall, W.T.: "A Survey of the Problem of Lateral Instability in Reinforced Concrete Beams", Proc. ICE, Vol. 45, July, 1969
- 12) Neal, B.G.: "The Lateral Instability of Yielded Mild Steel Beams of Rectangular Cross Section", Phil. Trans. Royal Soc. of London, Series A, Vol. 242, Jan., 1950
- 13) Nylander, H.: "Effect of Initial Deformations on Dimensioning with Regard to Lateral Buckling", The Royal Institute of Technology Bulletin No. 75, Stockholm, 1968
- 14) Protte, W.: "Ein Beitrag zum Problem der Gesamtabilitat Querausgesteifter Trager im Kippbereich", Stahlbau, 30, H. 4, 1961
- 15) Trahair, N.S.: "Deformations Geometrically Imperfect Beams", Proc. ASCE Vol. 95, No. ST 7, July, 1969
- 16) 大岩 浩: プレート ガーダーのウェブの曲げ座屈強度, 名古屋大学大学院修士論文 No. 68103, 1968 年 3 月
- 17) 奥村敏恵: 溶接組立材の座屈に関する研究, 溶接学会誌 Vol. 21, No. 10, 1952 年
- 18) 関西橋梁鉄骨溶接研究会: プレート ガーダーの耐荷力に関する理論と実験, 1965 年 7 月
- 19) 関西橋梁鉄骨溶接研究会: プレート ガーダーの座屈に関する調査と研究, 1967 年 2 月
- 20) 小西一郎・米沢博・三上市蔵: プレート ガーダーの曲げ弾性座屈, 土木学会論文集 No. 143, No. 130, 1967 年 7 月
- 21) 田島二郎・伊藤文人: 下路プレート ガーダーの横倒れ座屈に関する研究, 第 24 回土木学会年次学術講演概要集, 1969 年 9 月
- 22) 仲 威雄・加藤 勉: 単一材の座屈, 東京大学出版会, 1959 年
- 23) 新田 顕: 曲げをうける板つき桁の横倒れ振れ座屈強度について, 日本海事協会技術研究所報告 No. 130, 1966 年 8 月
- 24) 日本鋼構造協会: 特集 プレート ガーダー, JSSC Vol. 4, No. 27, 1968
- 25) 福本昉士・藤原 稔: I 形断面ばりの横倒れ座屈強度, 第 22 回土木学会年次学術講演概要集, 1967 年 5 月
- 26) 福本昉士・渡辺信夫: 溶接 I 形ばりの横倒れ座屈強度, 第 23 回土木学会年次学術講演概要集, 1968 年 10 月
- 27) 福本昉士・西野文雄共訳, Galambos 著: 鋼構造部材と骨組, 丸善, 1970 年
- 28) 前田幸雄・三宮和彦・梶本政良: アルミ合金桁の横倒れ座屈に関する研究, 第 24 回土木学会年次学術講演概要集, 1969 年 9 月
- 29) 吉田 博: はりの横倒れ座屈に及ぼす曲率の影響, 土木学会中部支部研究発表概要集, 1970.2

(1970.11. 7・受付)