

# 各橋脚点に到達する地震波形の位相差が 橋梁の動的応答に与える影響

STUDIES ON THE VIBRATIONS OF BRIDGES WHEN THEY ARE SUBJECTED  
TO SEISMIC WAVES AT EACH PIER WITH PHASE DIFFERENCES

松野操平\*  
By Sohei Matsuno

## 1. 概 要

本論文は、すでに発表された「橋梁の振動減衰機構が動的応答に与える影響」土木学会論文報告集 183 号（以下前論文と呼ぶ）に示す一連の研究のうち、第 2 課題についてとりまとめたものである。

大径間橋、多径間連続橋のように、橋長が長くなると、地震波の伝播速度、地震の来襲方向と橋軸線の角度、各橋脚点における地質、土質の相違などの影響で、各橋脚点に到達する地震波形に無視できない位相差を生ずることになる。すなわち、1つの構造物が多入力を受ける状態となる。この影響は、橋軸方向のみならず橋軸直角方向振動にも現われるものと考えられる。

本論文では、橋梁の橋軸方向、同直角方向振動モデルに、SIN 波および実際地震記録波を入力せしめ、位相差をパラメータとして変化させつつその影響を検討し、結論を導いている。

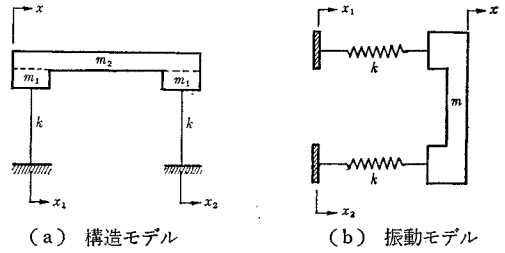
また、その過程で、設定された複雑なモデルを、位相差のパラメータを取り去ることなく、理論解を求め得る程度に簡略化し、そのモデルから求められた理論解と、複雑なモデルのパラメータに特定の値を代入し、簡略化されたモデルと同じ条件を作り出し、その場合の数値解とを比較し、位相差が本論文で正しく取扱われているか否かを検討した。

更に、実際地震記録波を入力させる場合に必ず必要となる記録加速度波形の積分について、その方法と問題点についてもふれている。

## 2. モデルの設定

### (1) 橋軸方向振動解析のためのモデル

単径間および 3 径間橋のモデルとしてすでに発表され



(a) 構造モデル (b) 振動モデル

$$x_1 = \Psi(t);$$

$$x_2 = \begin{cases} \Psi(t) & \text{if } \varphi_2 \geq t \\ 0 & \text{else } \Psi(t - \varphi_2) \end{cases}$$

図-1 位相差の取扱いの正しさを検討するためのモデル (Model-1')

た前論文に示す Model-1, 2 を本解析にも使用した。

これらの 2 つのモデルのほか、位相差が本論文で正しく取扱われているか否かを検討するため図-1 に示すごとく、簡略化された単径間モデル (Model-1') を考慮した。

ここに、

$m$ : 上部構造の質量 ( $m_2$ ) + 橋脚躯体の等値先頭質量 ( $2m_1$ )

$k$ : 橋脚のばね定数

$x$ : 上部構造の変位

$x_{1,2}$ : 各橋脚底部の変位

$\varphi_2$ : 第 2 橋脚底部に働く入力波の第 1 橋脚入力波に対する位相差 (sec)

$\Psi$ : 入力変位波形の関数

$t$ : 時間 (sec)

Model-1 で、そのパラメータに  $K_{1-4} = \infty$ ,  $k_5 = 0$ ,  $C_5 = 0$  を代入すると、Model-1' と同じ条件を出現させることができる。

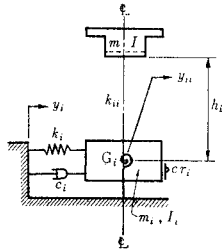
### (2) 橋軸直角方向振動解析のためのモデル

橋軸直角方向振動を解析するため Model-3 を設定した。

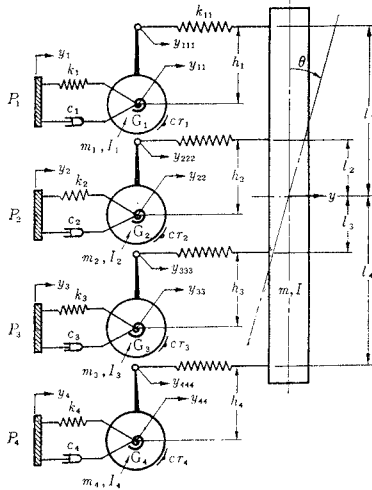
モデル中のパラメータの記号は以下のとおりである。

$m$ : 上部構造質量 + 各橋脚・等値先頭質量

\* 正会員 工博 新潟大学教授 工学部土木工学科



(a) 断面構造モデル



(b) 振動モデル

$$y_i = \text{if } t \leq \varphi_i \text{ then } 0 \text{ else } \Psi(t - \varphi_i)$$

図-2 3径間橋・橋軸直角方向振動モデル (Model-3)

- $I$ : 上部構造の重心まわり水平面内回転慣性
- $i$ : 橋脚番号に対応するサフィックス (1~4)
- $P_i$ :  $i$  番橋脚
- $m_i$ :  $i$  番橋脚基礎質量
- $I_i$ :  $i$  番橋脚基礎の重心まわり回転慣性
- $k_i$ :  $i$  番橋脚基礎の水平変位に対する地盤のばね定数
- $k_{ii}$ :  $i$  番橋脚のばね定数
- $G_i$ :  $i$  番橋脚基礎の回転変位に対する地盤のばね定数
- $C_i$ :  $i$  番橋脚基礎の水平速度に対する地盤の粘性係数
- $h_i$ :  $i$  番橋脚頂部から基礎重心までの距離
- $l_i$ : 上部構造重心から  $i$  番橋脚までの距離
- $y$ : 上部構造重心の橋軸直角方向変位
- $\theta$ : 上部構造の重心回り水平面内角変位
- $y_{ii}$ :  $i$  番橋脚重心の水平変位
- $y_{iii}$ :  $i$  番橋脚基礎の回転変位による橋脚頂部の変位
- $y_i$ :  $i$  番橋脚基礎地盤の水平変位
- $\varphi_i$ :  $i$  番橋脚基礎に到達する地震波の位相差 (sec)
- $\Psi$ : 入力波形の関数

$t$ : 時間 (sec)

このモデルでは、上部構造を剛体と仮定し、水平面内曲げ変形を生じないとしている。したがって、たとえば橋長に比し幅員が小さい橋のように水平面内の蛇行運動を考えなければならない場合には、このモデルの適用には問題がある。

### 3. 運動方程式の誘導

#### (1) Model-1, 2

これらのモデルの運動方程式はすでに前論文に示されている。

#### (2) Model-1'

このモデルの運動方程式は、 $t \leq \varphi_2$  (すなわち地震波が第1橋脚に到達してから、第2橋脚に到達するまで)の間、 $t > \varphi_2$  (すなわち地震波が第2橋脚まで達した後)のおおのこの状態について導かれる。

$$\left. \begin{aligned} t \leq \varphi_2 \text{ では:} \\ m \cdot \ddot{x} + 2 \cdot k \cdot x = k \cdot \Psi(t) \\ t > \varphi_2 \text{ では:} \\ m \cdot \ddot{x} + 2 \cdot k \cdot x = k(\Psi(t) + \Psi(t - \varphi_2)) \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

となる。もし入力波が、 $x_1 = X \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ,  $x_2 = \text{if } t \leq \varphi_2 \text{ then } 0 \text{ else } X \cdot \sin(\omega \cdot (t - \varphi_2))$  であれば式(1)は、 $\omega \cdot \varphi_2 = \phi_2$  とおき、以下のごとく変形される。

$$\left. \begin{aligned} t \leq \varphi_2 \text{ (すなわち } t \cdot \omega \leq \phi_2) \text{ では:} \\ m \cdot \ddot{x} + 2 \cdot k \cdot x = k \cdot X \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ t > \varphi_2 \text{ (すなわち } t \cdot \omega > \phi_2) \text{ では:} \\ m \cdot \ddot{x} + 2 \cdot k \cdot x = 2 \cdot k \cdot X \cos(\phi_2/2) \cdot \sin(\omega \cdot t - \phi_2/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

もし入力波が位相差なく、同時に各橋脚に働く場合(すなわち  $\phi_2 = 0$  の場合)は、運動方程式の形は、

$$m \cdot \ddot{x} + 2 \cdot k \cdot x = 2 \cdot k \cdot X \cdot \sin(\omega \cdot t) \dots\dots (3)$$

となる。

式(2)と式(3)を比較すれば、一般解を求めるまでもなく、位相差のある場合はない場合に比し、上部構造の質量 ( $m$ ) の絶対変位 ( $x$ ) が小さくなることがわかる。なぜならば、右辺外力項が、 $t \leq \varphi_2$ ,  $t > \varphi_2$  の場合でそれぞれ 0.5 倍、 $\cos(\phi_2/2)$  倍 (いずれも 1 より小) になっているからである。

式(3)の一般解は、容易に求められ、それから速度、加速度も求まり、式(4)に示す補助変数を用いて式(5)および(6)の形で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 = \sqrt{2k/m} \\ F_1 = k \cdot X \\ F_2 = 2 \cdot k \cdot X \cdot \cos(\phi_2/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned}
 A_1 &= F_1 / (m \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)) \\
 A_2 &= F_2 / (m \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)) \\
 t \leq \varphi_2 \text{ (すなわち } t \cdot \omega \leq \varphi_2 \text{) の場合,} \\
 x &= A_1 \cdot (\sin(\omega \cdot t) - \omega / \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)) \\
 \dot{x} &= A_1 \cdot \omega \cdot (\cos(\omega \cdot t) - \cos(\omega_0 \cdot t)) \\
 \ddot{x} &= -A_1 \cdot \omega \cdot (\omega \cdot \sin(\omega \cdot t) - \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)) \\
 t > \varphi_2 \text{ (すなわち } t \cdot \omega > \varphi_2 \text{) の場合,} \\
 x &= A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + B \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \\
 &\quad + A_2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_2 / 2) \\
 \dot{x} &= -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \\
 &\quad + A_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_2 / 2) \\
 \ddot{x} &= -A \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - B \cdot \omega_0^2 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \\
 &\quad - A_2 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_2 / 2)
 \end{aligned} \right\} (5)$$

$$\left. \begin{aligned}
 A &= x_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) - \dot{x}_1 \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0 \\
 &\quad - A_2 \cdot \sin(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) \\
 &\quad + A_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0 \\
 B &= x_1 \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) + \dot{x}_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0 \\
 &\quad - A_2 \cdot \sin(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) \\
 &\quad - A_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0
 \end{aligned} \right\} (6)$$

ただし、 $A, B$  は式 (5) からの引継条件 ( $x_1, \dot{x}_1$ ) から式 (7) により決定される積分定数。

$$\left. \begin{aligned}
 A &= x_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) - \dot{x}_1 \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0 \\
 &\quad - A_2 \cdot \sin(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) \\
 &\quad + A_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0 \\
 B &= x_1 \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) + \dot{x}_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0 \\
 &\quad - A_2 \cdot \sin(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \sin(\omega_0 \cdot \varphi_2) \\
 &\quad - A_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot \varphi_2 - \varphi_2 / 2) \cdot \cos(\omega_0 \cdot \varphi_2) / \omega_0
 \end{aligned} \right\} (7)$$

(3) Model-3

エネルギーの式は式 (8) で示される。

$$\left. \begin{aligned}
 T &= 1/2 m (\dot{y})^2 + 1/2 I (\dot{\theta})^2 + 1/2 m_1 (\dot{y}_{11})^2 \\
 &\quad + 1/2 m_2 (\dot{y}_{22})^2 + 1/2 m_3 (\dot{y}_{33})^2 + 1/2 m_4 (\dot{y}_{44})^2 \\
 &\quad + I_1 (\dot{y}_{111} - \dot{y}_{11})^2 / (2 h_1^2) + I_2 (\dot{y}_{222} - \dot{y}_{22})^2 / \\
 &\quad \quad (2 h_2^2) + I_3 (\dot{y}_{333} - \dot{y}_{33})^2 / (2 h_3^2) \\
 &\quad + I_4 (\dot{y}_{444} - \dot{y}_{44})^2 / (2 h_4^2) \\
 U &= 1/2 k_{11} (y + l_1 \theta - y_{111})^2 + 1/2 k_{22} \\
 &\quad \times (y + l_2 \theta - y_{222})^2 + 1/2 k_{33} (y + l_3 \theta - y_{333})^2 \\
 &\quad + 1/2 k_{44} (y + l_4 \theta - y_{444})^2 + G_1 (y_{111} - y_{11})^2 / \\
 &\quad \quad (2 h_1^2) + G_2 (y_{222} - y_{22})^2 / (2 h_2^2) \\
 &\quad + G_3 (y_{333} - y_{33})^2 / (2 h_3^2) + G_4 (y_{444} - y_{44})^2 / \\
 &\quad \quad (2 h_4^2) + 1/2 k_1 (y_{11} - y_1)^2 + 1/2 k_2 \\
 &\quad \times (y_{22} - y_2)^2 + 1/2 k_3 (y_{33} - y_3)^2 \\
 &\quad + 1/2 k_4 (y_{44} - y_4)^2 \\
 D &= C_{r1} (\dot{y}_{111} - \dot{y}_{11})^2 / (2 h_1^2) + C_{r2} (\dot{y}_{222} - \dot{y}_{22})^2 / \\
 &\quad \quad (2 h_2^2) + C_{r3} (\dot{y}_{333} - \dot{y}_{33})^2 / (2 h_3^2) \\
 &\quad + C_{r4} (\dot{y}_{444} - \dot{y}_{44})^2 / (2 h_4^2) \\
 &\quad + 1/2 C_1 (\dot{y}_{11} - \dot{y}_1)^2 + 1/2 C_2 (\dot{y}_{22} - \dot{y}_2)^2 \\
 &\quad + 1/2 C_3 (\dot{y}_{33} - \dot{y}_3)^2 + 1/2 C_4 (\dot{y}_{44} - \dot{y}_4)^2
 \end{aligned} \right\} (8)$$

$Q_i = 0$

ラグランジュの運動方程式  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i$  より、 $i=1 \sim 4$  に対し、

$$\left. \begin{aligned}
 y : m \ddot{y} + k_{11} (y + l_1 \theta - y_{111}) + k_{22} (y + l_2 \theta - y_{222}) \\
 + k_{33} (y + l_3 \theta - y_{333}) + k_{44} (y + l_4 \theta - y_{444}) = 0 \\
 \theta : I \ddot{\theta} + k_{11} l_1 (y + l_1 \theta - y_{111}) + k_{22} l_2 (y + l_2 \theta - y_{222}) \\
 + k_{33} l_3 (y + l_3 \theta - y_{333}) \\
 + k_{44} l_4 (y + l_4 \theta - y_{444}) = 0 \\
 y_{ii} : m_i \ddot{y}_{ii} - I_i (\ddot{y}_{iii} - \ddot{y}_{ii}) / h_i^2 \\
 - G_i (y_{iii} - y_{ii}) / h_i^2 + k_i (y_{ii} - y_i) \\
 - C_{ri} (\dot{y}_{iii} - \dot{y}_{ii}) / h_i^2 + C_i (\dot{y}_{ii} - \dot{y}_i) = 0 \\
 y_{iii} : I_i (\ddot{y}_{iii} - \ddot{y}_{ii}) / h_i^2 - k_{ii} (y + l_i \theta - y_{iii}) \\
 + G_i (y_{iii} - y_{ii}) / h_i^2 \\
 + C_{ri} (\dot{y}_{iii} - \dot{y}_{ii}) / h_i^2 = 0
 \end{aligned} \right\} (9)$$

式 (9) で  $p_i = y + l_i \theta - y_{ii}$ ,  $q_i = y_i - y_{ii}$ ,  $r_i = \dot{y}_i - \dot{y}_{ii}$ ,  $v_i = y_{ii} - y_{iii}$ ,  $z_i = \dot{y}_{ii} - \dot{y}_{iii}$  とおき整理すると、

式 (10) に示すごとく  $i=1 \sim 4$  に対し 10 連立微分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{y} &= -(k_{11} \cdot p_1 + k_{22} \cdot p_2 + k_{33} \cdot p_3 + k_{44} \cdot p_4) / m \\
 \ddot{\theta} &= -(k_{11} \cdot l_1 \cdot p_1 + k_{22} \cdot l_2 \cdot p_2 + k_{33} \cdot l_3 \cdot p_3 \\
 &\quad + k_{44} \cdot l_4 \cdot p_4) / I \\
 \ddot{y}_{ii} &= (k_{ii} \cdot p_i + k_i \cdot q_i + C_i \cdot r_i) / m_i \\
 \ddot{y}_{iii} &= \ddot{y}_{ii} + (h_i^2 \cdot k_{ii} \cdot p_i + G_i \cdot v_i + C_{ri} \cdot z_i) / I_i
 \end{aligned} \right\} (10)$$

4. 実際地震記録波形を入力する場合の問題点と方法

(1) 概要

位相差を考慮に入れた構造物の動的応答解析では、計算上の入力データとして、加速度記録だけでなく、その地震の速度・変位記録も必要となる。しかし、測定は加速度についてのみ行なわれているのが普通であり、特別な場合を除き速度計・変位計による記録はとられていない。したがって、もし加速度記録だけを手にして位相差を考慮に入れた解析を行なわなければならない場合には、手持の加速度測定データを積分し、速度・変位を求めなければならない。

実際は、位相差を考慮に入れて解析した方がよいと思われる規模の大きい橋梁でも、これを考えないで計算し、加速度測定データすらもない状態で、「一応位相差の影響も検討したい」といったケースが少なくないようである。このような場合には、どこかの信頼できる強震記録の加速度波形を、そのままあるいは地盤構成の差異を考えて若干修正を加えて使用することになる。

本論文では、既往地震のうち従来最も多く活用されてきた

EL CENTRO, CALIF., U.S.A., NS, 1940, V, 18, (Max. Acc.=320 gal)

TAFT, CALIF., U.S.A. 1952, VII, 21, W, (Max.

Acc.=174 gal)

AKASHI, 804, EW, 1963, III, 27, (Max. Acc.=39 gal)\*

および、最近の地震の代表として、1968年十勝沖地震の青森、八戸における記録

AOMORI-S, 09:49, May, 16, 1968, (Max. Acc.=213 gal)

HACHINOHE, 09:49, May, 16, 1968, (Max. Acc.=188 gal)

の5つを選んだ。

これらの地震では、いずれもその加速度波形のみが記録されている。したがって、これらの地震を本研究に活用する場合には、上に述べた積分による速度・変位の計算を行なうことになる。実際地震波形の積分にともなう本質的な問題点は、どの地震についても類似しているのので、以下には、記録数値の上で細かい問題の多い EL CENTRO 波を例にとり、論を進めたい。

(2) 問題点

既往の強震記録の加速度波形を積分する上での問題点を、大きく分けて ① 積分をすること自体の有意性に対する疑問、② 積分する上での技術的問題、の2つに分類しおのおのについて具体的にその内容を説明しつつ、ここにあって積分を実行する理由を述べておこう。

a) 強震記録の加速度波形を積分することの有意性について

地震を加速度計・変位計で測定し、その加速度波形を2回積分して求めた変位と測定された変位波形を比較すると両者には関連性が見られないのが普通である。

同様に測定された変位波形を2回微分して求めた加速度波形も測定された加速度波形とは一致しない。これは、一般の加速度計がその構造上の特性からゆるやかな加速度変化をとらえず、また変位計は、細かな変位の変化を記録しないことに起因するものと思われる。

たとえば、図-3 に示すごとく地震が (a), (b) 2つの成分波形の合成されたもの (c) である場合、変位計は (a) のごとき大きな波形は記録するが (b) の方は明瞭に記録しないの

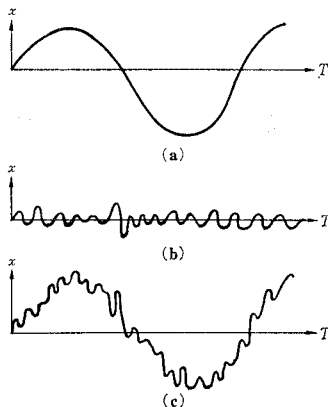


図-3 地震波形の成分と合成波形

\* 一部に記録加速度を10倍に拡大したデータを AKASHI (enlarged) として用いた。

に対し、加速度計は (b) 波形の方をよく記録するが (a) の方には鈍感である。すなわち、計器を用いて実際に測定した記録も、微分または積分計算により求めた結果同様、決して実際の地震波形を忠実に示しているわけではないのである。したがって、積分、微分して求めた変位あるいは加速度結果にしても、それらはいずれも地震波形を一面的にとらえているものであり、その限りにおいては「実測値を用いた方がより正確な応答を期待できる。」とはいきれないのではなからうか。それをいうためには、両者の結果を用いて解析した構造物の応答を、微分・積分して互いに実測値と一致する加速度・変位を用いた応答と比較することが必要である。すなわち、測定技術の現状では加速度波形を積分して求めた速度・変位結果を構造物の振動解析に用いることは決して無意味ではないと考える。

さらに重要なことは、従来加速度データのみを測定しそれを用いて構造物の振動解析を行なっていることの意味である。

一般に、図-4 (a) に示すモデルの運動方程式

$$m \cdot \ddot{x}_1 + C \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}) + k \cdot (x_1 - x) = 0 \dots \dots \dots (11)$$

で地盤を座標軸にとって  $z = x_1 - x$  なる座標変換を行ない、式 (11) を解析する上で加速度測定データのみを使用する形

$$m \cdot \ddot{z} + C \cdot \dot{z} + k \cdot z = -m \cdot \ddot{x} \dots \dots \dots (12)$$

に直してから使用している。確かに微分方程式の形の上では地震の速度 ( $\dot{x}$ )、変位 ( $x$ ) を消去している。しかし、それでは  $\ddot{x}$  は動的解析には用いられなかったかという決してそうではない。確かに人間は  $\ddot{x}$  を積分しなかったが、電子計算機は式 (12) を数値積分する過程で測定値

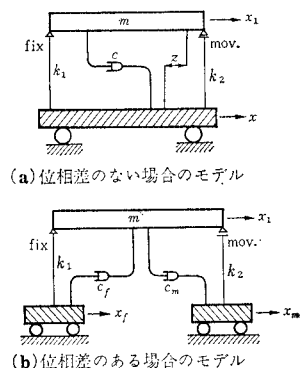


図-4 地盤の運動による強制振動の2つの場合のモデル

である  $\ddot{x}$  を積分しているのである。その証拠に、 $\ddot{x}$  を別に積分して  $\dot{x}$ 、 $x$  を求め、それを式 (11) に代入して数値積分して求めた  $(x_1 - x)$  の値は、式 (12) に  $\ddot{x}$  データを投入して求まる  $z$  の値と完全に一致する。

位相差を考慮に入れた解析では、図-4 (a) の地盤にあたるハッチ部分が図-4 (b) に示すごとく2か所に分れるため、 $\dot{x}$ 、 $x$  を消去できる適当な座標変換が行なえないため、たまたま入力データの段階で  $\ddot{x}$  を積分しておくにすぎない。

b) 積分を実行する上での技術的問題について

EL CENTRO 地震加速度記録データを電子計算機に  
入力として投入する場合、原記録をデジタル数値に直  
さなければならない。この過程で記録紙の読取誤差が入  
ってこよう。また a) で述べたこととは別な機械的誤差  
も考えられる。今回はデジタル数値として、SERAC  
の資料(本州・四国連絡橋技術調査報告書、昭 42.7月)  
によったが、この中で、時間 0 における加速度が 0 で  
ないこと、同じ時間に対して 2 個の加速度が示されて  
いること等は、その一面を物語るものといえよう。

もう一つの問題点は、積分されて求まった速度・変位  
の最終値が 0 にならないことである。a) で述べたごと  
く、加速度データが真の変位波形の特定成分波形を微分  
したものを示すとしても、それより求めた速度の最終値  
はやはり 0 になるはずである(積分して求まる変位の最  
終値は 0 にならなくても、これを残留変位として説明で  
きる)。この考えから、各加速度データから一定値を  
差引き、積分して求まる速度の最終値が 0 になるよう修  
正した。

(3) 計算の方法

a) 計算式の誘導

測定されたデータを図示すると、その基本的な形は  
図-5 (a) のごとくなる。この線分の方程式は式 (13)  
で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} Z &= A \cdot (T - T_i) + SZ_i \\ A &= (SZ_{i+1} - SZ_i) / (T_{i+1} - T_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、Z は加速度、 $T_i$ 、 $T_{i+1}$  は記録時間、 $SZ_i$ 、  
 $SZ_{i+1}$  は各記録時間における記録加速度、A は線分の勾  
配。式 (13) を積分した形が式 (14) であり、図-5 (a)  
に対応しそのグラフは同図 (b) のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} Y &= A \cdot (T^2/2 - T_i \cdot T) + SZ_i \cdot T \\ &\quad - A \cdot (T_i^2/2 - T_i^2) - SZ_i \cdot T_i + SY_i \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

ここに、Y は速度、 $SY_i$  は  $T_i$  時における速度(初  
期条件よりきまる)。

変位の式を得るため式 (14) をもう一度積分し式 (15)  
を得る。図-5 (c) は (a)、(b) に対応する変位-時間  
のグラフを示す。

$$\left. \begin{aligned} X &= A \cdot (T^3/6 - T_i \cdot T^2/2) + SZ_i \cdot T^2/2 \\ &\quad - (A \cdot (T_i^2/2 - T_i^2) + SZ_i \cdot T_i) \cdot T \\ &\quad + SY_i \cdot T - A \cdot (T_i^3/6 - T_i^3/2) \\ &\quad - SZ_i \cdot T_i^2/2 + (A \cdot (T_i^2/2 - T_i^2) \\ &\quad + SZ_i \cdot T_i) \cdot T_i - SY_i \cdot T_i + SX_i \end{aligned} \right\} \dots\dots (15)$$

ここに、X は変位、 $SX_i$  は  $T_i$  時における変位(初  
期条件より決まる)。

各 Z、Y、X の値を時間きざみごとに  $T_i$  から  $T_{i+1}$  ま  
で計算させれば、2つの記録データ間の時間きざみごと  
の加速度・速度・変位を求めることができる。そして次  
の  $T_{i+1}$ 、 $T_{i+2}$  の間の計算に入ることになる。

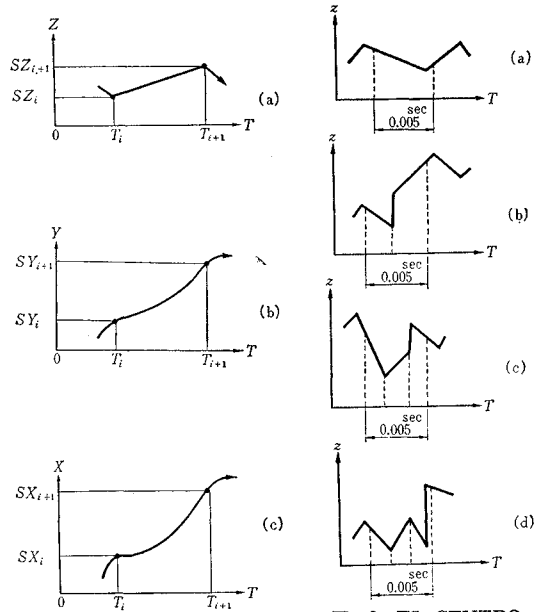


図-5 EL-CENTRO 波の加  
速度 (Z) の記録と積  
分結果 (速度…Y、変  
位…X) の関係

図-6 EL-CENTRO  
波形で時間きざ  
み (0.005 sec)  
間に表われ得る  
4 つの不連続型

EL CENTRO 地震では合計 564 個のデータが測定さ  
れている。これを最初から最後まで検討したところ、  
0.005 sec をきざみ値とすると、 $T_i \sim T_{i+1}$  から  $T_{i+1} \sim$   
 $T_{i+2}$  間に移る場合に、図-6 (a)~(d) に示すとき 4  
つのケースが起り得ることがわかった(時間きざみ  
を十分小さくすれば (a)、(b) の 2 つの場合だけとな  
る)。

これに伴って同じ時間に対し  $SZ_i$  の値を変えなけれ  
ばならないことになる。プログラム上は、もし電子計算  
機が同じ時間を 2 回読みこんだら、 $SZ_i$  には新しい読み  
こみ値を、 $SY_i$ 、 $SX_i$  は前の値をそのまま記憶させ、デ  
ータを一つ送って計算を続行させるようにすればよい。

b) 第 1 回計算結果による加速度データの修正

SERAC 資料によるデータをそのまま積分すると最終  
時間における速度が 0 とならないことは前に述べた。こ  
れを 0 にするため、

$$SY_{564} / T_{564} = ZE \dots\dots\dots (16)$$

できる修正値を実測データに加えて第 2 回計算を行な  
うようプログラムを組んだ。ここに、 $T_{564}$ 、 $SY_{564}$  はそ  
れぞれ最終時間およびそれに対応する第 1 回計算時に  
おける最終速度である。

このようにして修正されたデータを再び読み込ませて  
前と同じ計算を実施させ、最終的な修正加速度・修正速  
度・修正変位を求めた。

表-2 Model-3 の諸元に投入した標準データ

論文中で使用した記号	数値	単位	論文中で使用した記号	数値	単位
$m$	1 000	t	$I_2$	2 290	t·m <sup>2</sup>
$I$	50 <sub>16</sub> 5	t·m <sup>2</sup>	$I_3$	2 290	t·m <sup>2</sup>
$l_1$	68	m	$I_4$	2 290	t·m <sup>2</sup>
$l_2$	24	m	$G_1$	7 <sub>10</sub> 5	t·m/rad **
$l_3$	-24	m	$G_2$	7 <sub>10</sub> 5	t·m/rad
$l_4$	-68	m	$G_3$	7 <sub>10</sub> 5	t·m/rad
$h_1$	11	m	$G_4$	7 <sub>10</sub> 5	t·m/rad
$h_2$	11	m	$C_{r1}$	2 260	t·m·sec/rad <sup>*5</sup>
$h_3$	11	m	$C_{r2}$	2 260	t·m·sec/rad
$h_4$	11	m	$C_{r3}$	2 260	t·m·sec/rad
$k_{11}$	4 <sub>10</sub> 4	t/m	$C_{r4}$	2 260	t·m·sec/rad
$k_{22}$	4 <sub>10</sub> 4	t/m	$k_1$	2 <sub>10</sub> 5	t/m <sup>*5</sup>
$k_{33}$	4 <sub>10</sub> 4	t/m	$k_2$	2 <sub>10</sub> 5	t/m
$k_{44}$	4 <sub>10</sub> 4	t/m	$k_3$	2 <sub>10</sub> 5	t/m
$m_1$	360	t	$k_4$	2 <sub>10</sub> 5	t/m
$m_2$	360	t	$C_1$	200	t·sec/m <sup>*6</sup>
$m_3$	360	t	$C_2$	200	t·sec/m
$m_4$	360	t	$C_3$	200	t·sec/m
$I_1$	2 290	t·m <sup>2</sup>	$C_4$	200	t·sec/m

- \*1 上部構造質量+橋脚質量×0.231.
- \*2 片持りのたわみの公式 ( $\delta = p l^3 / 3 E I$ ), およびフックの公式 ( $P = k \cdot \delta$ ) より  $k = 3 E I / l^3$  を誘導. この式を用いて計算.
- \*3 フックの公式 ( $M = G \cdot \theta$ ) ...  $\theta$  は道路橋下部構造関係示方書数に示す方法で計算.
- \*4  $C_r = 2 h \sqrt{C T \cdot I}$  (実例より  $h = 0.1$  と仮定)
- \*5 道路橋下部構造関係示方書数に示す方法で計算
- \*6  $C = 2 h \sqrt{m \cdot k_h}$  (実例より  $h = 0.1$  と仮定,  $k_h$  は地盤による水平方向ばね定数)

5. 電子計算にのせるためのプログラムの作成

以上に述べた計算を行なうため、本論文では8個のプログラムが作成された。これらのプログラムとモデルおよび解析の目的は表-1に示されている。

表-1 モデル, プログラムの設定, 作成目的

モデル	プログラム	解析目的
1	1-1	単径間橋に SIN 波を入力し, 位相差の影響を検討する。
1	1-3	単径間橋に実際地震波を入力し, 位相差の影響を検討する。
1*	1-4	簡略化されたモデルで, 位相差が本研究中で正しく処理されているか否かを検討する。
1	1-2	単径間橋に SIN 波を1波動かして, 位相差の影響を調べるとともに, 自由振動における減衰を検討する。
2	2-1	3径間橋に SIN 波を動かして位相差の影響を検討する。
2	2-2	3径間橋に実際地震波を作用させ, 位相差の影響を検討する。
3	4	3径間橋に, 橋軸直角方向振動を起こさせるよう SIN 波を動かして位相差による水平面内回転振動を検討する。
—	3	実際地震加速度波形を積分し, 入力として用いる速度・変位波形を求める。

これらのプログラムは, ALGOL 用語で書かれ, TOSBAC-3400 により演算を行なったものである。作成されたプログラム, およびその説明は, 昭和 44 年度プログラム成果 (建設省土木研究所) に発表されているので参照されたい。

6. 参照した実在橋梁とその諸元の計算

Model-3 の場合もその基本的考え方, 計算の方法と

も Model-1, 2 の場合とほぼ同じであるから, 以下に計算式とその結果を, ラウンドナンバーとした入力データの値, およびその際参照した実橋を, それぞれ表-2 および図-7 に示す。

7. 演算結果とその考察

(1) 位相差の取扱いの理論的裏付け

SIN 波を入力し, Model-1 のパラメーターに特定値を代入し, Model-1' と同じ条件を出限せしめた場合の数値解と, Model-1' の理論解との比較を行なった結果, 両者は少なくとも有効数字4けたの範囲で完全に一致した。両者の応答変位を示したのが図-8である。図-8(c)に見られるごとく, 第2橋脚に到達する SIN 波の位相が第1橋脚の場合に比し,  $\pi$  rad おくると,  $\pi$  rad までの間第1橋脚に入力した SIN 波による固有振動が  $\pi$  rad 以後残存するのみとなる。

特殊な場合として, 両橋脚が位相差  $\pi$  rad を伴って同時に動き始めるならば, 上部構造は全く変位しない。

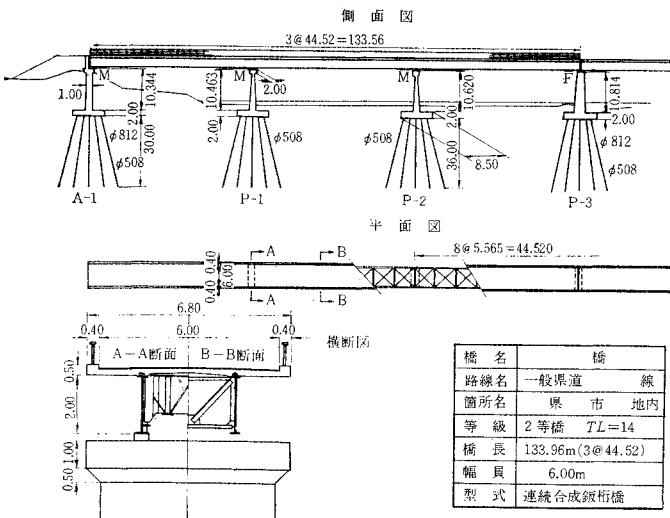


図-7 Model-3 の諸元決定に参照した実橋

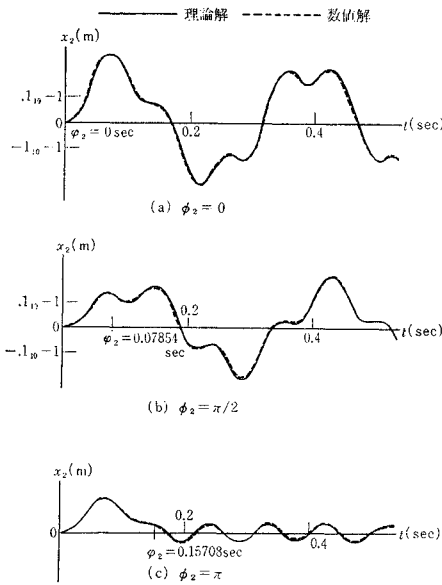


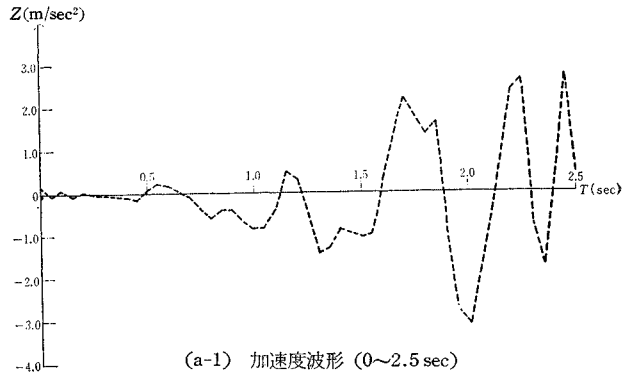
図-8 単径間橋で、橋脚底部が地盤に剛結されていると仮定し、位相差 ( $\phi_2$ ) を  $0, \pi/2, \pi$  rad と変化させた場合の、Model-1' による理論解と Model-1 による数値解の比較

これらの検討で、本論文の主題である位相差は理論的に正しく取扱われていることを確認し得た。

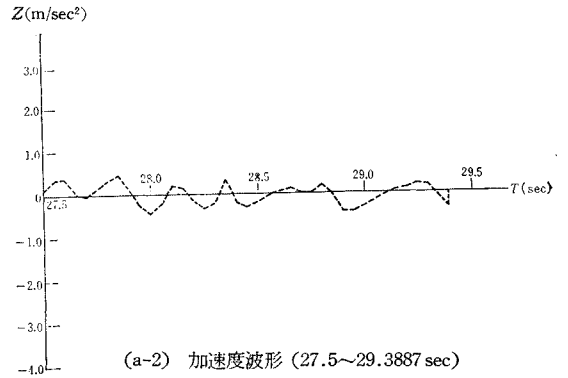
(2) 実際地震記録加速度波形の積分結果について

本論文でとり上げた、EL CENTRO, CALIF., U. S.A., NS, 1940, V, 18, 以下5つの地震のみならず、一般に地震の無修正加速度波形を積分して求めた速度の最終値は0にならない。EL CENTRO 地震では、変位の最終値も同様であり、その値はそれぞれ  $-0.054712 \text{ g} \cdot \text{sec}$  ( $= -0.54 \text{ m/sec}$ ),  $-1.059 \text{ g} \cdot \text{sec}^2$  ( $= -10.305 \text{ m}$ ) となる。加速度データから修正値  $ZE = -0.186 \times 10^{-2} \text{ g}$  ( $= 0.018228 \text{ m/sec}^2$ ) で調整した後の値はおおの  $0 \text{ g} \cdot \text{sec}$  ( $0 \text{ m/sec}$ ),  $-0.24744 \text{ g} \cdot \text{sec}^2$  ( $= -2.419 \text{ m}$ ) となった(図-9 (a)~(c) 参照)。変位の最終値が0にならなくても説明できる。しかし、2mを越す変位が残留するとは考えにくい。また変位の波形は緩まんな発散型を示しており、これも実際の地震の変位波形記録の実績と異なっている。これは前に述べたごとく、測定計器の精度に起因するものであり、記録波形に計器部品の変形が成分として入る可能性とともに、地震波の中のある成分(とくに大きな波)を見逃しているものと考えられる。

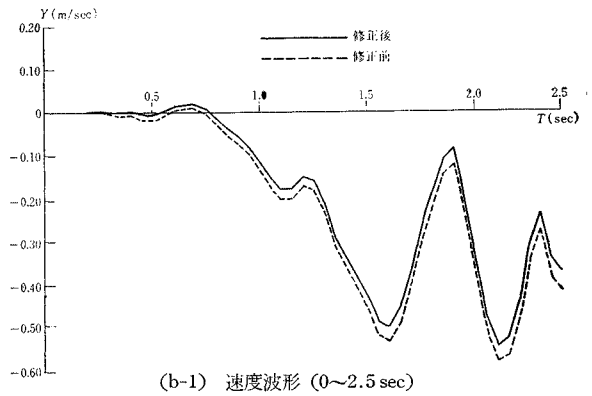
したがって、一部の報文にあるごとく口波を行なっても正しい速度・変位波形は得られないと思われる。記録波形の想像的修正は行なうべきでなく、データの加工は本論文で行なったごとく、速度の最終値を0にする程度に止めるべきであると思う。



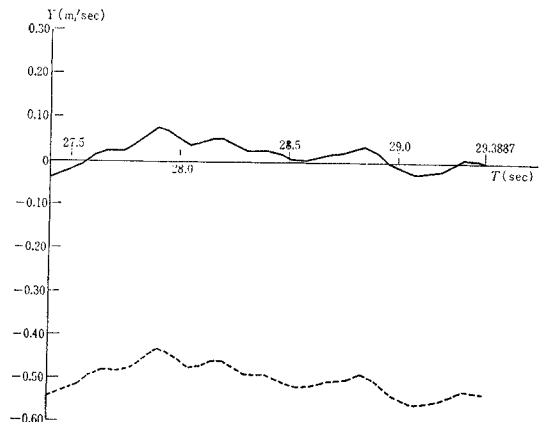
(a-1) 加速度波形 (0~2.5 sec)



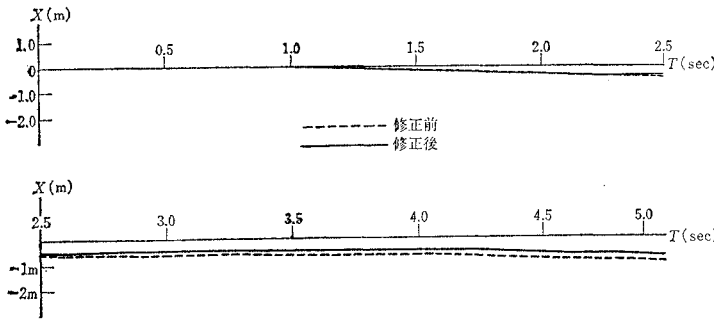
(a-2) 加速度波形 (27.5~29.3887 sec)



(b-1) 速度波形 (0~2.5 sec)



(b-2) 速度波形 (27.5~29.3887 sec)



(c) 変位波形 (0~5.0 sec)  
 図-9 EL CENTRO 地震波形

今後位相差問題を取扱う場合には、精度の高い加速度計による記録を用いるべきであり、一部で提案されているごとく加速度計と共に変位計・速度計を設置し、それらから得られた値を微分、積分しても、互いに一致しない加速度・速度・変位の値を同一解析に用いることは、力学的に誤りではなからうか。

以上に述べた在来の地震加速度記録に関する疑問にもかかわらず、位相差問題をこの記録値を積分して求まる速度・変位を用いて解析することは無意味でない。なぜならば、位相差のない場合の解析では、たしかに入力として地震の速度・変位を用いることはないが、加速度データを投入した後の運動方程式の数値積分の過程でやはり地震の加速度波形を積分しているのであり、このようにして蓄積された過去の研究実績との間に断層を生ぜしめないためである。

(3) 単径間橋に各橋脚点から位相差を持たせて入力波を作用させた時の橋軸方向振動

図-10 (a), (b) は入力 SIN 波の角速度が構造物の

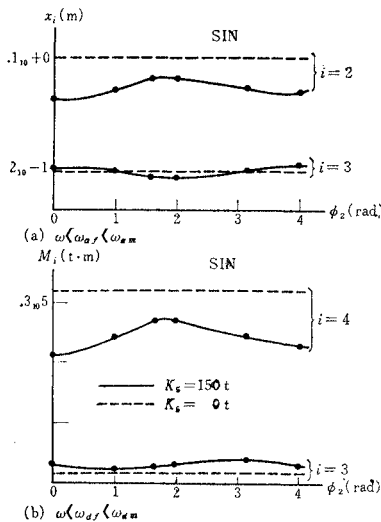


図-10 単径間橋における位相差—最大応答グラフ

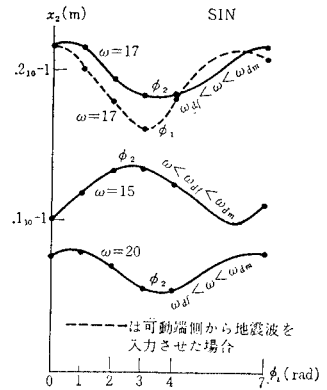


図-11 単径間橋における位相差—最大応答変位グラフ

固有角速度に比し相当に小さい場合の、位相差 ( $\phi_2$ )—最大応答変位 ( $x_i$ ) および位相差 ( $\phi_2$ )—最大応答応力 ( $M_i$ ) の関係を示すものである。

ここに、

$K_s$ : 可動支承におけるクーロン摩擦抵抗

$\omega$ : 入力 SIN 波の角速度 (20 rad/sec)

$\omega_{df}$ : 固定端振動系の固有角速度 (50 rad/sec)

$\omega_{dm}$ : 可動端振動系の固有角速度 (62 rad/sec)

$x_2, x_3$ : それぞれ固定端、可動端頂部の最大応答変位

$M_1, M_3$ : それぞれ固定端、可動端橋脚基礎重心に働くモーメント

$\phi_2$ : 固定端入力波に対する可動端入力波の位相差 (rad)

$\phi_1$ : 可動端入力波に対する固定端入力波の位相差 (rad)

図-11 は 図-12 に示される単径間橋の固定端振動系の共振点付近における (位相差)—(最大応答変位) の関係を示す。

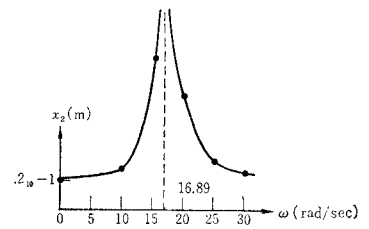


図-12 Model-1 の共振点を見出すための試算結果

ただし、この場

合は入力波の角速度は固定端振動系の固有角速度 ( $\omega_{df} = 16.89$  rad/sec) の両側に変化させている。また入力波を可動端側から働かせ、その場合の可動端入力波に対する固定端入力波の位相差 ( $\phi_1$ ) を変化させた場合も検討している。

これらの図からわかるように、固定端橋脚頂部の最大応答変位は位相差の変化にともなって、あるところで最大値を示すこと、およびその最大値は、摩擦が 0 である場合の最大応答変位 (一定値となる) を越すことはないことがわかる。



以下にその根拠を解明して見よう。

位相差の影響は、可動支承の摩擦を介し、上部構造の応答に影響を与える。本論文で考慮している摩擦は、滑動状態において大きさ一定のクーロン摩擦である。

したがって上部構造には、可動支承部における相対運動の方向、すなわち相対速度の方向の変化のみが支配的となるわけである。

すなわち、入力地震波に位相差を生ずれば可動端橋脚上端にもそれが影響し、それにともなって上部構造にも影響が現われるのである。しかし、ここで重要なことは、可動支承における上部構造と可動端橋脚頂部の相対速度に変化を与えるのは位相差だけではないことである。

たとえば地震波の位相差がなくとも、独立の振動系を構成する構造物各部は、その固有角速度 ( $\omega_d$ ) と地震波の角速度 ( $\omega$ ) との比 ( $\omega_d/\omega$ ) および粘性減衰定数 ( $C$ ) により独自の位相おくれを持った応答振動を行なう。すなわち位相差なく固定端、可動端に地震波が入力しても、固定端橋脚頂部の応答波形は可動端橋脚頂部の応答波形とは異なった位相おくれを持つ。

また、両橋脚頂部の波形自体も、可動支承部の相対運動に直接影響を与える。

したがって、地震波が一定の周期を持つものとするれば、位相差の影響は、その周期と一致した周期を持つものとなることが予想される。

図-13 は、固定端側から地震が来襲する場合 (すなわち  $\varphi_1=0$ ) の入力波と応答速度波形の関連を示すものである。図に示されているごとく、一般橋梁では前に述べた位相おくれは、可動端頂部より固定端頂部の方が大 (すなわち  $\alpha_1 > \alpha_2$ ) となるのが普通である。上部構造 (すなわち固定端橋脚頂部) の応答速度波形と可動端頂部の応答速度波形のずれは、その上にさらに位相差 ( $\varphi_2$ ) が加わった値となる。

図-14 では上部構造と可動端頂部の応答速度波形を重ね、さらに可動支承の応答速度波形を少しずつらせている。

図からわかるように、2つの曲線は時間をとった横軸上で、符合が等しくかつ可動端橋脚頂部の速度の絶対値が上部構造の速度の絶対値より大きくなる範囲 (図の中の  $t_j$  で示されている時間帯) を持つ。

この時間内では、可動支承の摩擦力は上部構造の運動を助け、その他の時間ではこれを妨げる方向に働く。したがって、図-14 から判定すると、1周期の間に2曲線のずれがない場合およびそのずれが  $\pi$  である場合、合計1周期の間に、2回最低値が表われるように思われる。

2つの波形が相似であれば確かにそうである。しかし、実際の波形は固有振動の影響を受け複雑な形とな

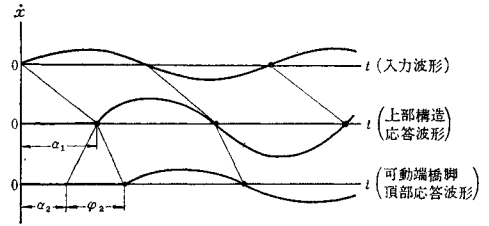


図-13 入力、固定・可動端橋脚頂部 応答加速度波形のずれ

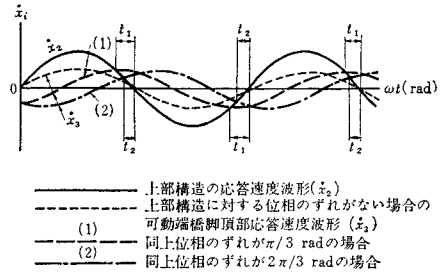


図-14 上部構造および可動端橋脚頂部の応答速度波形の位相のずれと  $\text{sign}(\dot{x}_2 \times \dot{x}_3) = 1 \wedge \text{abs}(\dot{x}_2) < \text{abs}(\dot{x}_3)$  が表われる時間帯の関係 ( $t_1, t_2$  はそれぞれ位相のずれが  $\pi/3, 2\pi/3$  に対応する時間帯)

る。したがって、一定の時間内において上部構造の運動を拘束する時間帯の合計 ( $\sum t_j$ ) を最大にするような2曲線のずらせ方は、大周期の曲線の1周期 (定常状態では入力波の周期と一致している) の中で1つしかない。

すなわち、位相差 (sec) を横軸にとり、応答を縦軸にとったグラフは、図-15 に示すごとく過度状態では地震の1周期ごとに最大あるいは最小が1回現われる形となるのである。

もし固有振動の項を無視すれば (あるいは定常状態に入った後の振動について論ずるならば) この曲線は、3.(2) で述べた理論解からもわかるように形は  $\pi$  (あるいは地震の半周期) を1周期とするものとなる。

以上の一般論から再び計算結果を眺めてみよう。

図-10 (a) および 図-11 の、 $\omega=15(\text{rad}/\text{sec})$  の場合はいずれも入力地震波形に対する上部構造、可動端橋脚頂部の位相おくれの差はほとんど0に等しい。したがって、位相差0付近で上部構造の応答変位 ( $x_2$ ) は最小となり、(位相差)-(上部構造変位) グラフは  $2\pi$  を周期とする曲線となっている。

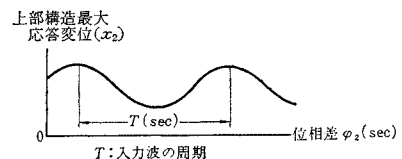


図-15 位相差—上部構造最大応答変位曲線

図-11 の  $\omega=17, 20(\text{rad/sec})$  の場合には  $\omega_{df} < \omega < \omega_{dm}$  となり、上部構造と可動端頂部の位相おくれの差は大体  $\pi$  に等しい。したがって(位相差)-(上部構造変位)のグラフはちょうど前のグラフの最大最小を逆にした形となるのである。図-11 の点線で表わした曲線は入力波を可動端側から作用させた場合のグラフである。このグラフからも、また前に述べた理論からも、この図形が、固定端側から地震を来襲せしめた場合の図形を平行移動した形となることは容易に想定できよう。

図-10 (b) から  $x_2$  と固定端底部におけるモーメント ( $M_4$ ) はおおむねリニアな関係にあることがわかる。

図-10 (b) には可動端橋脚底部のモーメント ( $M_3$ ) も合せ示されている。図からわかるように、 $M_3$  は位相差の変化に対し  $M_4$  と比較して鈍感に反応する。これは可動端橋脚の固有周期と地震の周期の桁が異なるため、静的载荷に近い状態にあるためと考えられる。

a) 実際地震波を入力した場合

図-16 は EL CENTRO 地震以下5つの実際地震波を入力した場合の固定端基礎重心に働く最大モーメント ( $M_4$ ) である。この場合も前に述べた論法は、地震波の支配的周期 ( $T$ ) を計るとほぼグラフの周期と一致していることからそのまま適用できる。

図-16 (a) の点線グラフは、可動端から地震を来襲せしめた場合の図形である。

このグラフおよび 図-11 の点線グラフからわかるように、もし将来、地震の来襲方向の予測ができるようになれば、位相差を知るにより、固定端、可動端のいずれを、想定される震源地に近く設計すべきかを決定することができる。このことは、図-17 の、線番2と3を比較することによっても理解できよう。

図-16 (b)~(f) は 図-10 (b) 同様可動端橋脚基礎に働く応力 ( $M_3$ ) が固定端のそれ ( $M_4$ ) に比し位相差の変化に対し鈍感であることを示している。

しかし、摩擦力の可動端橋脚頂部の運動に対する関係は、上部構造のそれとちょうど逆になるので、図に示すごとく弱い地震の場合を除き(摩擦部が滑動しない……例; AKASHI) 鈍感ながら上部構造の応答の最大最小と逆の形で最大最小が現われていることがわかる。

b) 可動支承の摩擦について

可動支承の摩擦についてすでに前論文において論ぜられた。位相差を考慮に入れた本論文の段階でこの問題をもう一度ふり返って見よう。

現在可動支承の摩擦係数の取扱いは、道路橋関係示方書と、鉄道橋関係示方書と異なっている。

すなわち、鉄道橋の場合、コンクリート橋では固定端側の設計に用いる水平力として、上部構造の重量に水平震度を乗じた値から可動端における摩擦力の1/2を差引いた値を用いるのに対し、道路橋では、可動端における

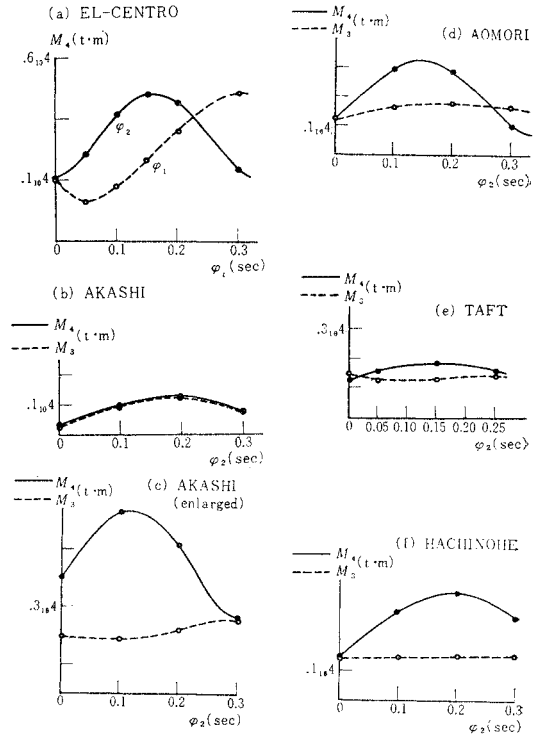


図-16 実際地震波を、位相差を変化させつつ入力させた場合の固定端・可動端基礎重心回り最大のモーメント ( $M_4, M_3$ )

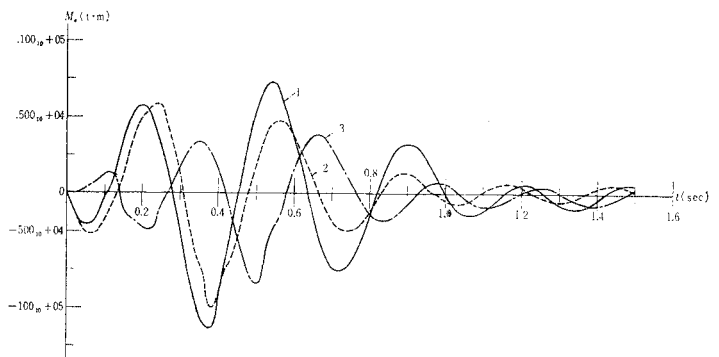


図-17 このグラフは  $K_0 = \text{Const} (150 \text{ t})$  に保ち位相差 ( $\phi_1, \phi_2$ ) をそれぞれ (0, 0), (0, 2), (2, 0) rad (対応線番それぞれ 1, 2, 3 と変化させ)、 $\omega = 17 \text{ rad/sec}$  の SIN 波を 1 波働かせた場合の  $M_4(\text{t}\cdot\text{m}) - T(\text{sec})$  の関係を示したものである。

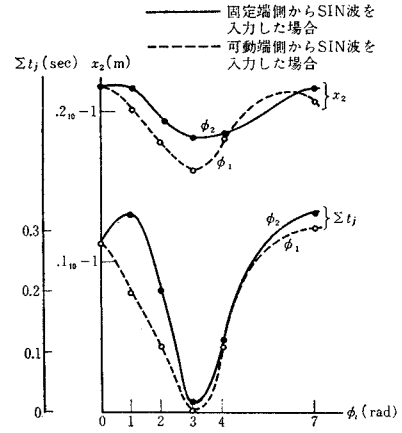
2 と 3 を比較して最大モーメントに明らかに差があること、およびこの場合には 固定端を地震の来襲方向から遠く配置した方がよいことがわかる。

摩擦力を差引いていない。

道路協会において、道路橋示方書においても、鉄道橋と同趣旨の取扱いをする提案がなされたが、最終的にはその案は採用されなかった。その理由の最大のものは、固定端、可動端で振動の位相が異なった場合、可動端側の摩擦力は固定端側の負担を軽減せず、むしろ増加させるのではないかということ、および可動支承の摩擦力は示方書で決められている摩擦係数より求まる値より実際は相当大きくなるのではないか、またもし規定が提案どおりとなった場合、摩擦の大きな「質の悪い」可動支承を結果として推奨することにならないか等の諸点であった。前節の論議で、すでに後2者については、十分くつがえされたものと思う。前者に対して以下に論じよう。

支承の摩擦力は決して固定端側の負担を増加させるようには働かない。確かに位相が異なると固定端側の負担(モーメント)は増大することもあが、それは可動支承の摩擦力による可動端側の負担率が低下したためであってその場合でも 図-10 に示されるごとく支承の摩擦が0である場合よりは固定端側の負担は減少するのである。

なぜならば、前に述べたごとく、上部構造は可動端頂部よりも烈しく運動するため、いかに位相差をずらせて



$x_2$  = 上部構造の変位  
 $\Sigma t_j$  = 入力作用時間 (2.2 sec) 中で、可動端頂部の速度が上部構造の速度と方向が同じで、かつ前者が大きい時間帯の合計時間  
 $\phi_2$  = 固・可動端間の作用 SIN 波の位相差

図-18  $\Sigma t_j$  と  $x_2$  の  $\phi_2$  による影響の関係も、両者の運動の方向が等しくかつ後者の速度が前者より大きい時間帯の合計(前に述べた  $\Sigma t_j$ ) は全時間の30% 以下であるのが普通であるからである\*。

図-18 は、図-11 の  $\omega = 17 \text{ rad/sec}$  の場合の図と、

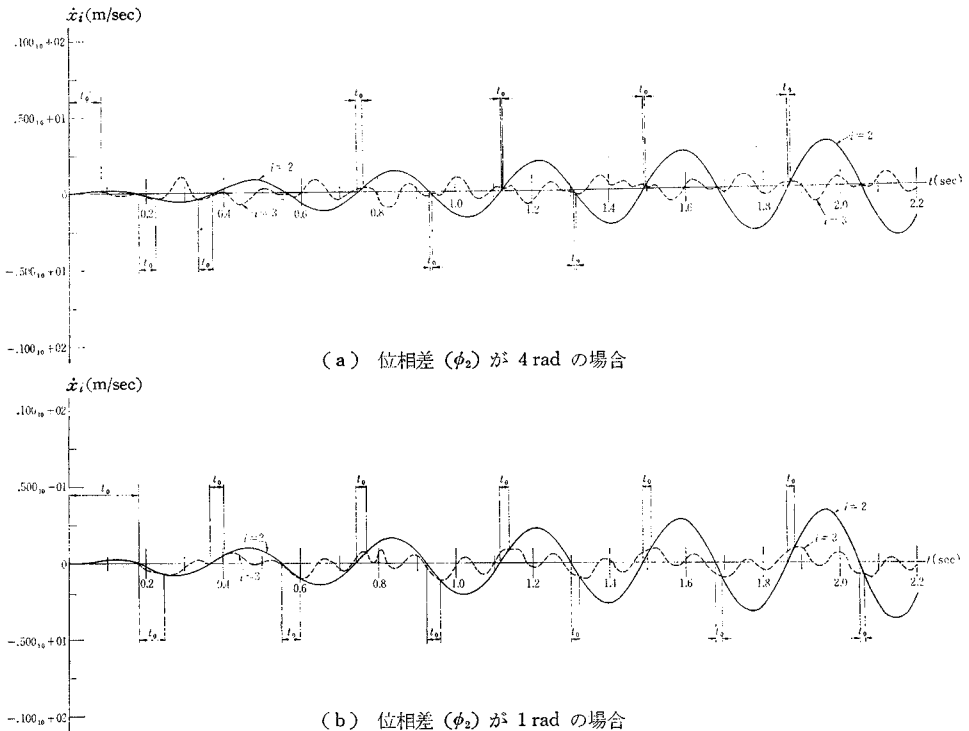
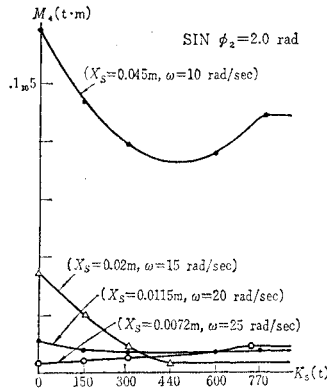


図-19 単径間橋に、 $\omega = 17 \text{ rad/sec}$  の SIN 波を働かせた場合の、上部構造および可動端頂部の速度の時間変化を示す。図中の  $t_0$  は、計算時間 (2.2 sec) 内で、可動端橋脚頂部と上部構造の速度を比較し、両者の符号が等しく、かつ前者の方が大きい時間帯を示す。

\* 一例として、可動端橋脚の固有周期が入力波の周期と等しいような時は、事態は逆になり得る。すなわち、可動支承の摩擦を介し、上部構造は可動端頂部の運動を抑制することになる。この場合は、摩擦を大きくすれば可動端頂部の運動が上部構造に伝わりやすくなり、上部構造の変位が大きくなることもある。

図一19 に示す  $t_0$  の合計 ( $\sum t_j$ ) と  $\phi_i$  の関係図を並示したものである。この図は  $\sum t_j$  と上部構造最大変位の因果関係を明示している。

図一20 は SIN 波の変位 ( $X_s$ ) と角速度 ( $\omega$ ) をパラメータとし、これらを  $X_s \cdot \omega^2 = \text{const.}$  となるような各  $X_s$ ,  $\omega$  の組合せに対し、支承の摩擦係数を変化させた場合の結果を示す。



図一20  $M_s \text{ max}-K_s$  曲線

この図から、可動支承の摩擦が極端に大きくなり、両端固定の状況に達した場合、 $X_s$  が大きく  $\omega$  が小さい型の地震では必ずしもそれが最も安全な結果を与えないことを示している。しかし、両端固定の場合の値が、可動支承の摩擦力が0の場合の固定端橋脚底部モーメントより大きくなるためには、その地震は位相差が2 rad,  $X_s > 10$  cm, 周期  $> 6.2$  sec でなければならず、実際地震としては考えにくい諸元である。

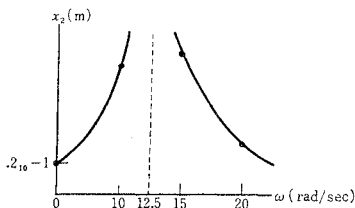
以上の論点から、可動支承の摩擦を大きくする考え方を徹底し、両端固定とする構造(連続橋ならば多固定点を有する構造)が発展的に提案されることになるのである。

(4) 3 径間橋の各橋脚部に、位相差を持たせて入力波を作用させた時の橋軸方向振動

a) SIN 波を入力した場合

図一22 は 3 径間橋に SIN 波を位相を持って入力させた場合の各橋脚基礎に働くモーメントの図である。共振点  $\omega_{df} = 12.5$  rad/sec の両側 ( $\omega = 10, 20$  rad/sec) と、また固定・可動端とも、位相差の影響はほとんど表われない(図一22, 23 参照)。

これは (3) の場合に述べた原理が、各橋脚で互いに干渉し合い、結果として相殺したものが表われるからである。しかし、もし、各橋脚の位相差が  $\phi_i = \phi_{ci} + nT$



図一21 Model-2 の共振点を見出すための試算結果

( $\phi_{ci}$  は固定端に最大モーメントを与える最小位相差(sec)  $n$  は1, 2, ……の整数,  $T$  は周期) の関係があれば、これらの影響が同方向に重なって、単径間橋の場合より大きな影響を与えるに違いない。

いまかりに各橋脚頂部における位相おくれが等しいとし、地震波の伝播速度を 3 km/sec, 周期を 0.3 sec とすると上記の条件は径間長が 900 m の場合に起こり得るものであり、現実問題としてはこの関係は出現しないものと考えてよい。位相おくれがない場合には、むしろ位相差が0の場合、すなわち橋長が短い場合が最も応力が大きくなる可能性が強いことがわかる。しかし、橋梁の規模が小さくなれば問題自体が小さくなるのでやはり位相差は重要な意味をもたない。

また、固定端の位置をかえることも、同様の趣

旨からあまり効果があがらない。すなわち連続橋ではどこに固定端を設けても同じであるといえよう。

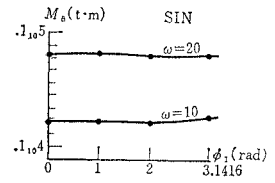
b) 実際地震波を入力した場合

3 径間連続橋には EL CENTRO, AKASHI, AO-MORI の3つの実際地震波を働かせた。

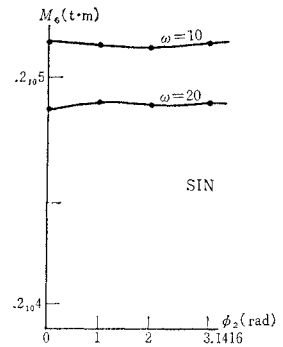
図一24 (a) は固定端を地震の来襲方向から一つずつ遠い橋脚に移した場合の固定端橋脚底部モーメント ( $M_6$ ) および地震来襲方向から近い順に、各可動端橋脚底部モーメント ( $M_5, M_7, M_8$ ) を示す。この図からも、連続橋梁の場合は、固定点をどこに選んでも大きな差はないことがわかる。

図一24 (b) は、固定点を一定にし、各橋脚に到達する地震の位相差を変化させた結果を示す。実際波の場合も、SIN 波同様、3 径間橋では顕著に表われない。

図一24 (c) は、AKASHI 地震を入力として用いた場合である。

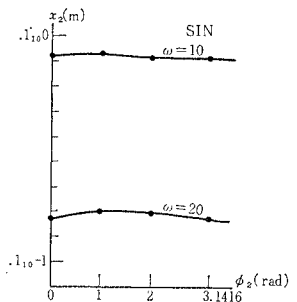


(a) 可動端橋脚基礎



(b) 固定端橋脚基礎

図一22 基礎に働くモーメントと位相差の関係



図一23 上部構造の最大変位と位相差の関係

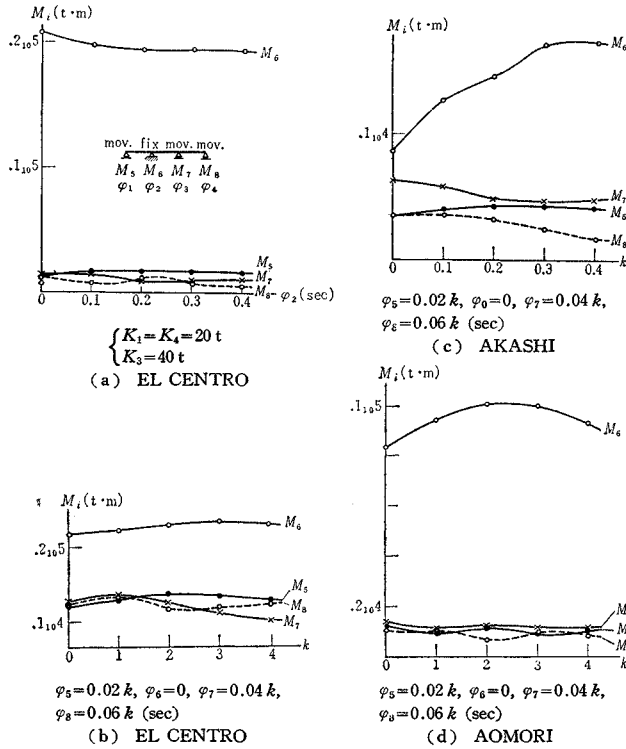


図-24 3 径間橋の各橋脚点に位相差をともなった実際地震波を動かせた場合の各橋脚基礎重心回りモーメント

この場合は EL CENTRO の場合と異なり、位相差の変化が固定端橋脚において相当大きく影響している。これは AKASHI 地震が弱い地震（最大 39 gal）であるため可動支承が地震の作用中滑動をしなためである。

図-24 (d) は、AOMORI 地震を入力した場合の各橋脚モーメントを示す。この地震は最大加速度が 213 gal であり、EL CENTRO (320 gal) と AKASHI の場合の中間的性状を示している。

いずれにしても、位相差の増大が固定端モーメントを増大させる傾向は、弱い地震ほど大きいのであり、工学上の問題は少ないのである。

(5) 3 径間橋の各橋脚点に、位相差を持たせて SIN 波を作用させた時の橋軸直角方向振動

上部構造重心の橋軸直角方向変位は、図-25, 27 (a)

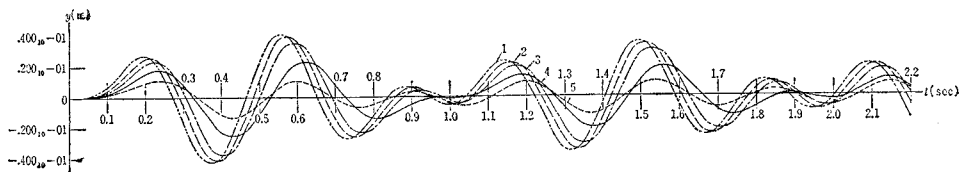


図-25 このグラフは橋梁上部構造重心の橋軸直角方向変位の挙動を示したものである。線番と位相差の関係は 図-28 参照。

に見られるごとく、位相差の増加にともなって減少する。これに反し、重心回りの平面内回転角変位は 図-26, 27 (b) のごとく増大する。そしてそれぞれ、位相差がない時、および両端橋脚の位相差がほぼ  $\pi$  に等しい時最大値を与える。

すなわち、位相差がない場合、橋梁のエキスパンション位置におけるパラベットと橋端のずれは 4 cm であるのに対し、回転角変位最大時の同じ場所のずれは  $y(=1.6 \text{ cm}) + \theta l (=2.8 \times 10^{-4} \times 6.8 \times 10^3 \text{ cm}) = 3.4 \text{ cm}$  と減少する。

また、各橋脚のモーメントをみても、どの場合もほぼ同様の規模で位相差の増加にともなって漸減する (図-28, 29 参照)。

さらに、橋体を回転方向に剛体と仮定すると、その回転周期は地震の周期に比して 1 けた以上小さく、逆に橋軸直角方向の周期は 1 けた程度大きい。したがって、両振動がともに共振することはもちろん、そのいずれかが共振する可能性もほとんどない。

以上の諸点から、橋軸直角方向振動では、位相差の影響を考慮する必要は少ない。

以上の考察は Model-3 に適用した一般的な諸元を持つ 3 径間橋についていえることである。

条件が異なれば様相は若干異なったものとなる。

たとえば、橋軸直角方向支持剛性が、上部構造重心に対し対称でなければ、各橋脚点に到達する入力波に位相差がなくとも上部構造重心回りの回転運動を生ずる。そしてその角変位は所定の位相差がある場合に最大値を示す。

特殊な例ではあるが、橋端の高さの低い橋台に固定端が設けてあり、そのためこの橋台の剛性が他の高さの高い橋脚の剛性に比し、1 けた大きくなっていたある橋梁では、固定端付近に不動点を生じ、ここを中心に上部構造が横にふり回される形の運動を生じ、危険な場合があったことを付記しておかなければならない。

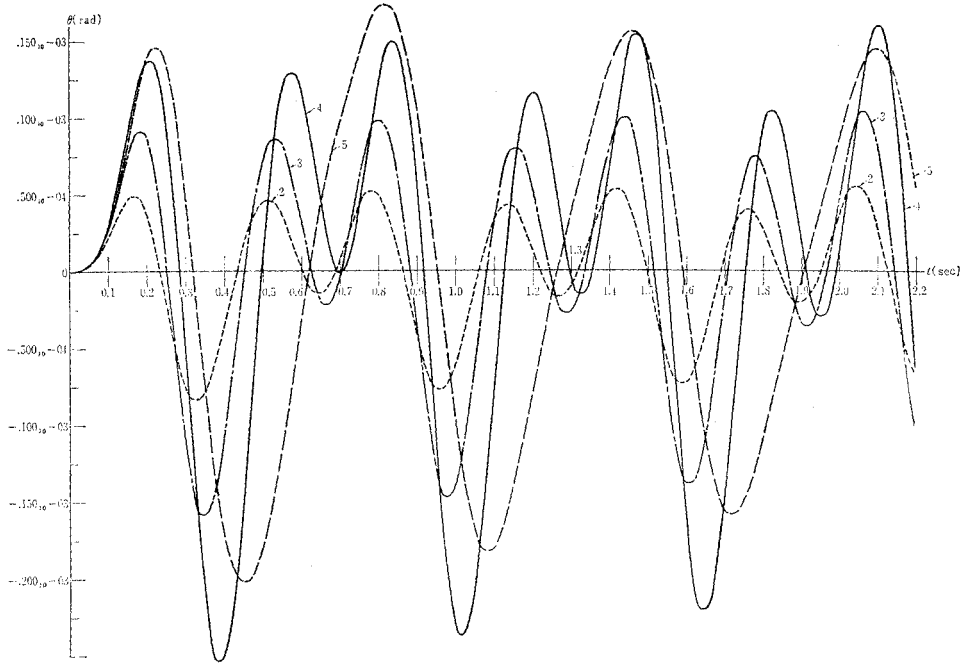
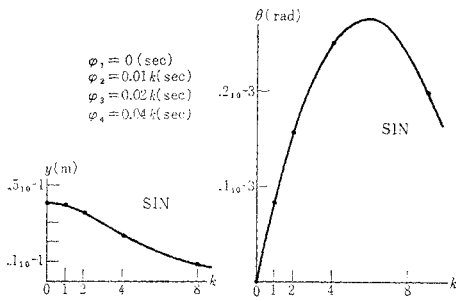


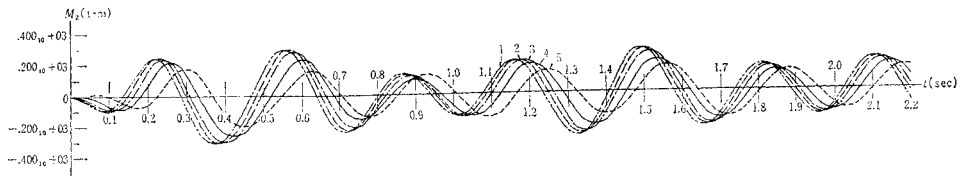
図-26 このグラフは橋梁上部構造の重心回り平面内回転変位の挙動を示したものである。  
線番については 図-28 参照。(注) :  $\varphi_i = 0$  ( $i=1\sim 4$ ) の場合は,  $\theta(t) \equiv 0$



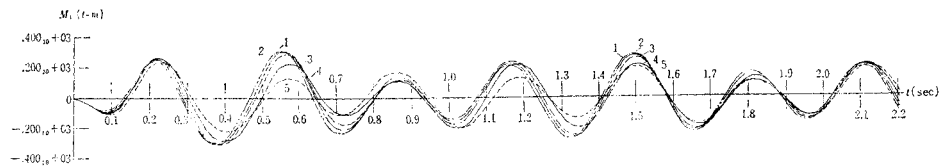
(左) : (a) 上部構造重心の水平変位

(右) : (b) 上部構造の重心回り回転変位

図-27 橋軸直角方向振動における上部構造の変位



(a)  $M_2-t$

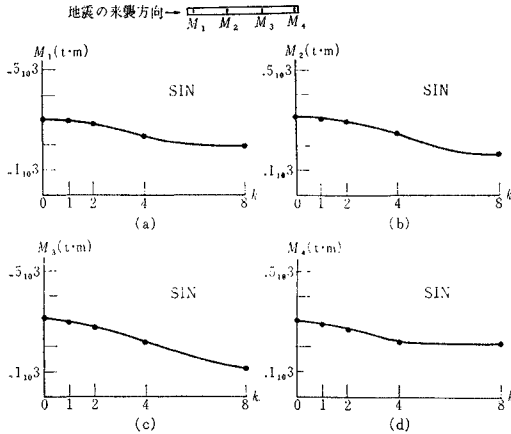


(b)  $M_1-t$

図-28 3 区間橋の各橋脚に位相差  $\varphi_i$  を与えて SIN 波を働かせた場合の、橋軸直角方向振動における各橋脚底部モーメント ( $M_i$ ) を示したものである。

橋脚と位相差  $\varphi_i$  の関係は右表に示されるごとくである。

橋脚番号	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$\varphi_i$ (sec)
$i=1$	2	3	4		
1	0	0	0	0	
2	0	0.01	0.02	0.04	
3	0	0.02	0.04	0.08	
4	0	0.04	0.08	0.16	
5	0	0.08	0.16	0.32	



図一29 橋軸直角方向振動における各橋脚基礎重心回りモーメント (横軸については図一27参照)

### 8. 結 論

以上の考察を総括し、本論文の結論を以下のごとく与える。

(1) 単径間橋の振動は位相差の影響を受ける。その影響は、㊸固定・可動端両橋脚頂部における応答波形およびその入力波に対する位相おくれ、㊹可動支承における摩擦力、㊺入力地震波の周期に支配され、横軸に位相差、縦軸に最大応答変位をとったグラフは、地震の周期と同じ周期を持つ曲線となる。

(2) 地震が可動端側から来襲する場合の上記曲線は固定端側から来襲した場合の曲線と縦軸に関し対称となる。

将来、地震の来襲方向を推定できるようになれば、この解析を通じ、固定端を震源地に近く配置すべきか遠く配置すべきかを決定できる。地震の周期が固定端橋脚に関する振動系(主振動系)の固有周期と可動端橋脚に関する振動系の固有周期の中間の値である場合は、それぞれの(位相差)―(最大応答変位)曲線の極大極小の、横軸上の位置は逆になる。

(3) 上部構造の応答変位は、上部構造と可動端橋脚の運動の方向(速度の方向)が一致し、かつ一定時間中で後者の速度の方が大きい時間を長くするような位相差のとき大きくなり、短くするような位相差を与えると小さくなる。一般の橋梁では定常状態において、前者の方が速度が大きく、いかに位相差を変化させても一定時間中で、後者の速度が大きくなる時間の合計の占める割合は30%以下である。そして、これが、位相差があっても、可動支承の摩擦が大きいほど、振動を抑制し得る根拠である。

(4) 多径間橋においては、橋脚相互の干渉のため、

上部構造応答挙動は位相差に対して鈍感である。また、地震の来襲方向に対し、固定点をどこに設けても結果は大差はない。

しかし、(3)で述べた理由で、可動支承の摩擦の影響は各橋脚の効果が累積するため単径間橋の場合より大きくなる。

橋軸直角方向振動において、各橋脚点に地震波の位相差を生ずることにより、この方向の振動は上部構造重心回りの回転変位をとまなう。しかし、この場合、水平面内回転振動において、共振現象が起こらぬ限り、橋梁両端(エキスパンション位置)における移動量も、各橋脚の応力も位相差のない場合より小さくなる。また回転運動における固有周期は地震の周期に比し相当大きいので、共振は現実問題として起こり得ないと考えられる。

一般に橋軸直角方向の振動の固有周期は、地震の周期に比し相当小さいのが普通であるから、この点も考えると橋軸直角方向振動における位相差の問題は、本論文で採用したモデル化が可能な橋梁では問題にしなくともよいものと思われる。

#### (5) 実際地震加速度記録波形について

本論文では、研究過程の一手続きとして、既往地震記録波形を積分し、速度と変位を求める必要があった。

この作業の中でも若干の結論が導かれた。位相差問題を取扱うに当たって、地震の加速度記録しか与えられない場合には、必ず加速度波形を積分する作業を必要とし、今後も問題となるところであるから、ここに簡単にふれておきたい。

㊻ 本論文でとり上げた EL CENTRO, CALIF., U.S.A., NS, 1940, V, 18, 以下5つの地震のみならず、一般に地震の加速度記録波形から積分によって求めた速度・変位は、その最終値が0にならず、また、特に変位波形は既往の地震変位記録実績からは考えにくい形を示す。

㊼ これは測定計器の精度に起因するものであり、記録波形に計器部品の変形が成分として入る可能性とともに、地震波の中のある成分(特に大きな波)を見逃していることも考えられる。

したがって、一部の報文にあるがごとく、口波を行なっても正しい速度・変位波形は得られないと思われる。記録波形の想像的修正は行なうべきでなく、データの加工は本論文で行なったごとく、速度の最終値を0にする程度に止めるべきではなからうか。

㊽ 今後位相差問題を取扱う場合には、精度の高い加速度計による記録を用いるべきであり、一部で提案されているごとく加速度計とともに変位計・速度計を設置し、それから得られた値を同一解析に用いることは力学的に誤りであると思う。

④ 以上に述べた従来の地震加速度記録に関する疑問にもかかわらず、位相差問題をこの記録値を積分して求める速度・変位を用いることは無意味ではない。なぜならば、位相差のない場合の解析では、たしかに入力として地震の速度・変位を用いることはないが、加速度データを投入した後の運動方程式の数値積分の過程でやはり地震の加速度波形を積分しているのであり、このようにして蓄積された過去の研究実績との間に断層を生ぜしめないためである。

## あ と が き

本論文は、1. で述べたごとく、すでに発表された前論文に続く一連研究の第2次発表である。

今回の論文では、前回論文で謝意を表した方々のほか、プログラムの作成、資料の提供等で、昭和43年度・建設省建設大学校・道路重要構造物科研修生 山田 功、坂野征彦、近藤 光、小谷 修、牧迫義広、上条彰八朗、大川孝実、中神一幸、平井良一、真鍋晴秀、森 茂、関惟忠の諸氏の協力を得た。

本論文の発表に当たり、その労に対し深く感謝の意を表する次第である。

(1970. 7. 20・受付)