

変断面はりの塑性設計に関する一考察

PLASTIC DESIGN OF BEAMS WITH VARIABLE CROSS SECTIONS

福本 嘯士*・伊藤 満**
By Yuhshi Fukumoto and Mitsuru Ito

1. 緒 言

鋼構造物の塑性設計における最小重量設計の問題は、(1) 構造物の構成部材ごとに、それぞれ一定断面をもつとして、これらの組合せによって最小重量化をはかるものと、(2) 連続的に変化する断面をもつ構成部材の最小重量化をはかるものがある。この場合、考える作用荷重が固定荷重性のもので、移動荷重性のものであることができる。一定断面部材の組合せによる最小重量設計は Foulkes によって基礎が確立され、これらは文献 1) の書物などに紹介されている。また、Heyman²⁾ は固定荷重に対する変断面最小重量設計のための基礎定理をみちびいた。また、最適弾性設計との関連性を検討している³⁾。

橋梁構造物を塑性設計の対象にするには、作用荷重の移動性を考慮しなければならない。荷重の移動性を考慮した最小重量設計の研究は Gross and Prager⁴⁾ が単一移動荷重をうける一端固定、他端単純はりに対し、塑性解析の上界定理を用い、線型計画法 (L.P.) により変断面はりの解析を行なっている。Save and Prager⁵⁾ は文献 3) の考え方を、固定荷重および単一移動荷重をうける不静定はりに拡張している。Horne⁶⁾ は塑性解析の下界定理を用いて、影響線的な考え方をもとに、各断面に必要とされる最小抵抗塑性モーメントを求めた。両端固定はりについて最小重量設計を行なっている。

これらの変断面はりの最小重量塑性設計では、いわゆる重量関数を単純式におき、はりの抵抗塑性モーメント分布を求めているが、実際設計問題と関連づけて変断面化したものではないようである。倉田⁷⁾ は3径間連続桁の最小重量設計を扱い、米沢⁸⁾ は格子桁の最小重量化について論じている。前田・竹内⁹⁾ は横断歩道橋について、

最小重量設計の自動化を試みている。この種の関連した研究としては、土木学会学術講演会講演集に文献 10)、11)、12)、13) などがみうけられる。

本研究は、文献 6) の研究に基づいて、変断面2径間連続はりの最小重量設計を行ない、各種変断面形状と軽量化について比較検討したものである。また、同一の崩壊荷重を有する各種変断面はり(等断面はり、中央支点上カバープレート補強はり、フランジ変断面はりなど)を圧延H形鋼から製作し、曲げ実験により、これら試験はりのもつ崩壊に対する安全性を実験によって明らかにした。なお、計算に用いた荷重は、1個の線荷重、分布活荷重、等分布死荷重の任意の組合せを用いた¹⁴⁾。

2. 用いた仮定および条件

- (1) 使用鋼材は理想弾塑性体とする。
- (2) たわみおよび全塑性モーメントにおよぼせん断力の影響は無視する。
- (3) はりの各種座屈および不安定による崩壊は起こらないような部材寸法を選ぶ。
- (4) 変断面等スパン2径間連続はりを解析の対象とする。
- (5) 線荷重として単位幅員当り M_t/L_0 の荷重がはりを1個通過する。ここに、 M_t は基準曲げモーメントであり、線荷重 P 、等分布活荷重 p 、等分布死荷重 q の任意の組合せ荷重が作用したときの単純はりのスパン中央の曲げモーメントに関係した項である。式(7)参照のこと。 L_0 は1スパンの長さである。
- (6) 等分布活荷重として単位面積当り $\alpha M_t/L_0^2$ 、等分布死荷重として単位面積当り $\beta M_t/L_0^2$ が載荷されるものとする。鋼道路橋設計示方書の L-20 荷重によれば、線荷重 5t/m、活荷重 0.35t/m² であるから、 α の値は $\alpha=0.07 L_0$ (L_0 in m) となる。また、 β は線荷重と1スパンの全死荷重との比を示す。

* 正会員 Ph.D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 和歌山工業高等専門学校講師 土木工学科、前名古屋大学助手

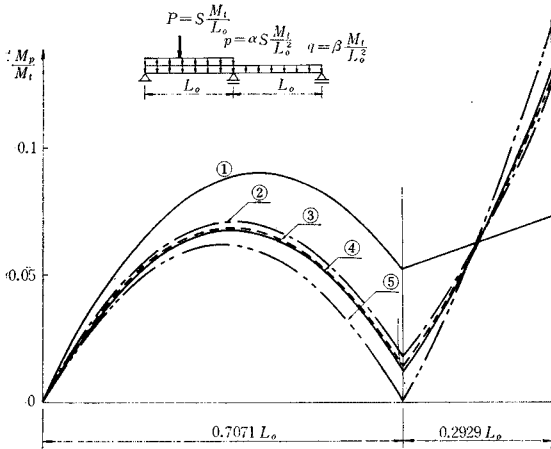


図-3 抵抗塑性モーメント分布

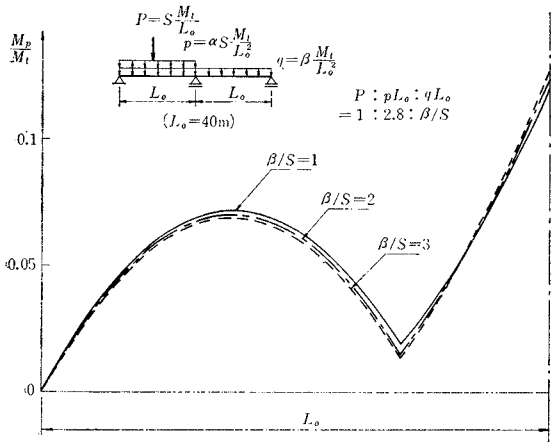


図-4 抵抗塑性モーメント分布

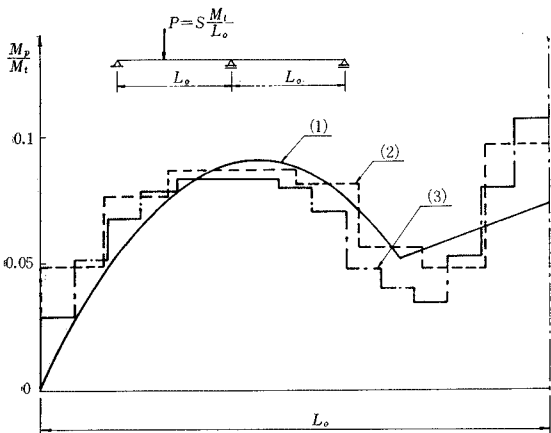


図-5 抵抗塑性モーメント分布の比較

線 (2) および (3) は、1 スパンの分割数を 8 等分、14 等分して L.P. 法により求めた結果である。等分布荷重をも含めた場合も同様に比較できる。

表-1

曲線	$P : pL_0 : qL_0$	S	α	β	M_t	L_0 (m)
①	1 : 0 : 0	0.500	0	0	$2PL_0$	L_0
②	1 : 2.1 : 2.0	0.164	2.1	0.328	$6.1PL_0$	30
③	1 : 2.8 : 2.0	0.147	2.8	0.294	$6.8PL_0$	40
④	1 : 4.2 : 2.0	0.122	4.2	0.244	$8.2PL_0$	60
⑤	0 : 0 : 1	0	0	1.000	qL_0^2	L_0

ただし、 $\alpha = 0.07 L_0$

4. 最適断面形

えられた抵抗塑性モーメント分布に対する、はりの全重量を最小にするような I 形断面を求めよう。図-6 のような 2 軸対称 I 形断面では、塑性断面係数 Z_x 、断面積 A は、

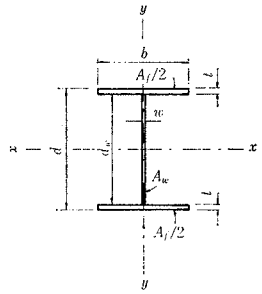


図-6 I 形断面

$$Z_x = bt(d-t) + \frac{wd_w^2}{4} \dots\dots\dots (8)$$

$$\cong A_f d_w/2 + A_w d_w/4$$

$$A = A_f + A_w$$

であるから、

$$A = 2 Z_x / d_w + w d_w / 2 \dots\dots\dots (9)$$

$$= \frac{2}{C_d} \frac{Z_x}{w} + \frac{C_d}{2} w^2$$

ここに、 $C_d = d_w / w$

したがって、単位長さ当りの断面重量 \bar{W} は、式 (9) を用いて $\bar{W} = \rho A$ となる。与えられた Z_x 、 C_d に対する最小重量を与える腹板厚 w は $\partial \bar{W} / \partial w = 0$ から、

$$w = \sqrt[3]{2 Z_x / C_d} \dots\dots\dots (10)$$

となる。式 (10) を式 (9) に代入すると、 A_f 、 A_w からフランジ幅厚比 $C_b = b/t$ を定めると断面諸寸法が求まる。式 (9) によれば、 $M_p(x)$ の分布曲線とともに最適腹板厚、したがって、はり高も連続的に変化することになる。ここでは、実際設計を対象として、はり高を一定とした変断面はりについて検討する。式 (8) を変形すると、

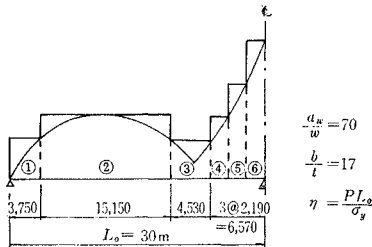
$$Z_x = C_b(t + d_w)t^2 + d_w^3/4 C_d \dots\dots\dots (8)'$$

となる。式 (8)' から、 Z_x に対する断面寸法が求まり、これから、はりの全重量の最小値を求めることができる。

ここでは、全重量を求めるために、1 スパンを 10 等分し、各区間ごとに直線的に変化する抵抗塑性モーメント分布を用いた。

図-7 は与えられた抵抗塑性モーメント分布に対する、はり高とはり全重量の関係を示したものである。縦軸に全重量 W を $\rho L_0 \sqrt[3]{\eta^2}$ の単位で表わし、横軸には

表-3



β/S	区間番号	M_P/M_t	M_t	d_w ($\times \sqrt[3]{\eta}$)	b ($\times \sqrt[3]{\eta}$)	はり総重量 ($\times \rho L_0 \sqrt[3]{\eta^2}$)
1.72	①	0.0395	$5.82 PL_0$	3.450	0.659	0.622
	②	0.0717			1.161	
	③	0.0401			0.675	
	④	0.0627			1.045	
	⑤	0.0902			1.367	
	⑥	0.1213			1.660	
1.84	①	0.0395	$5.94 PL_0$	3.480	0.664	0.630
	②	0.0715			1.167	
	③	0.0398			0.672	
	④	0.0627			1.055	
	⑤	0.0905			1.380	
	⑥	0.1218			1.674	
1.99	①	0.0394	$6.09 PL_0$	3.510	0.664	0.638
	②	0.0712			1.153	
	③	0.0381			0.610	
	④	0.0625			1.039	
	⑤	0.0906			1.385	
	⑥	0.1223			1.668	
2.08	①	0.0393	$6.18 PL_0$	3.540	0.675	0.644
	②	0.0711			1.181	
	③	0.0392			0.672	
	④	0.0627			1.070	
	⑤	0.0909			1.405	
	⑥	0.1227			1.696	

d_w, b , したがって, w, t , 桁全重量が求まる。

つぎにこれらの図, 表を利用して主桁1本の断面設計を行なった。主桁の鋼重を仮定して2回のくり返し試行によりえられた結果をまとめると以下のものである。

スパン 30 m + 30 m

鉄筋コンクリート床版 300 cm × 20 cm (非合成)

設計荷重 L-20

荷重係数 $1.2 D + 2.1 L$, $d_w/w = 70$, $b/t = 17$

使用鋼材 SS 41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$)

衝撃係数 $i = \frac{20}{50 + L_0} = \frac{20}{50 + 30} = 0.25$

終局線荷重

$$P_u = 5 \text{ t/m} \times 3.0 \text{ m} \times (1 + 0.25) \times 2.1 = 39.40 \text{ t}$$

終局等分布活荷重

$$p_u = 0.35 \text{ t/m}^2 \times 3.0 \text{ m} \times (1 + 0.25) \times 2.1 = 2.75 \text{ t/m}$$

終局等分布死荷重

$$q_u = (3.0 \text{ m} \times 0.2 \text{ m} \times 2.5 \text{ t/m}^3 + 0.67 \text{ t/m}) \times 1.2 = 2.61 \text{ t/m}$$

ゆえに, $P_u : p_u L_0 : q_u L_0 = 1 : 2.1 : 1.99$ であるから,

$\beta/S = 1.99$ 。この β/S 値を用い, 図-9 から n を6分割したときの桁高, および全鋼重は, それぞれ

$$d_w = 3.51 \sqrt[3]{\eta} \quad \text{から} \quad d_w = 129 \text{ cm}$$

$$w = d_w/70 \quad \text{から} \quad w = 1.8 \text{ cm}$$

$$W = 0.638 \rho L_0 \sqrt[3]{\eta^2} \quad \text{から} \quad W = 20.18 \text{ t}$$

となる。すなわち, 単位長さ当りの鋼重 = 20.18 t/30 m = 0.67 t/m となり, q_u のうちの鋼重の仮定と一致する。

フランジ断面の大きさは表-3の各区間にてつぎのようになる。

断面	①	②	③	④	⑤	⑥
フランジ						
b (mm)	243	422	223	380	508	610
t (mm)	14	25	13	22	34	36

ただし, はりの横倒れに関しては, 十分な横構が配置されているものとする。

7. 実験

単一集中荷重に対して変断面塑性設計されたはりの崩壊荷重の実験を行なった。用いたはりはスパン長 1.4 m + 1.4 m の連続はりである。計算による崩壊荷重が同一値である等断面, 2階段状断面, 連続変断面を用いた。変断面化による鋼重の軽減とはりの崩壊強度との関係を実験により検証したものである。

試験はりおよび荷重

実験用はり (SS 41 材) は JIS 圧延 H 形鋼 (200 × 100 × 5.5 × 8.0) からつぎの3種類を切り出した。

等断面はり (A-1 タイプ, 1本), 2階段状断面はり (A-2 タイプ, 1本), 変断面はり (A-3, A-4 タイプ, 2本)。

各試験はりはフランジ幅を除いて, H形寸法は共通である。A-2 タイプは中央支点上に, 一定の長さにわた

表-4

試験桁	荷重位置
A-1 等断面	
A-2 中間支点カバ プレート断面	
A-3 フランジ幅 連続変断面	
A-4 A-3と 同一変断面	

$L_0 = 1.40 \text{ m}$

9. 記 号

- $A=I$ 断面の総断面積
- A_f フランジ総断面積
- A_w 腹板断面積
- a = 支点 A より $0.7071 L_0$ の距離
- b = フランジ幅
- C_b = フランジ幅厚比
- C_d = 腹板幅厚比
- d = はり高
- d_w = 腹板高
- k = はりの断面形状に関する定数
- L_0 = 2 径間連続はりの 1 スパン長
- M_B = 中央支点 B の不静定曲げモーメント
- $M_H = M_B$ による曲げモーメント
- $M_p(x)$ = 支点 A より x の距離の抵抗塑性曲げモーメント
- $M_t = 8(PL/4 + pL_0^2/8 + qL_0^2/8)$ で示される基準曲げモーメント量
- M_{Smax} = 正の最大曲げモーメント
- $M_S(x)$ = 支点 A から x 点の正の曲げモーメント
- n = はりの断面係状に関する定数および 1 スパン分割数
- P = 崩壊線荷重
- P_{max} = 実験最大荷重
- P_u = 崩壊荷重
- p = 等分布活荷重
- q = 等分布死荷重
- S = 崩壊線荷重係数
- t = フランジ厚
- W = はり全重量
- \bar{W} = 単位長さ当りの断面重量
- x_p = 支点 A より線荷重までの距離
- Z_x = 強軸まわりの塑性断面係数
- α = 等分布活荷重比
- β = 等分布死荷重比
- σ_y = 降伏点応力度

参 考 文 献

- 1) 例えば, 藤田 譲・楠田忠雄・川井忠彦: 塑性設計法, 森北出版, pp. 151~171, 1965.
- 田中 尚: 骨組の塑性力学, コロナ社, pp. 59~67, 1964.
- 田中 尚: 構造物の極限解析, 彰国社, pp. 136~153, 1967.
- 2) J. Heyman: On the absolute minimum weight design of framed structures. Q.J. Mech. appl. Math. 12, pp. 314~324, 1968.
- 3) M.A. Save: Some aspects of minimum weight design, Engineering Plasticity, Cambridge University Press, pp. 611~626, 1968.
- 4) O. Gross and W. Prager: Minimum weight design for moving loads. Proc. 4th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., Berkeley, Calif., pp. 1047~1051, 1962.
- 5) M.A. Save and W. Prager: Minimum weight design of beams subjected to fixed and moving loads. J. Mech. Phys. Solids, 11, pp. 255~267, 1963.
- 6) M.R. Horne: Determination of the shape of fixed end beams for maximum economy according to the plastic theory. Preliminary Publication, and Final Report, IABSE, 4th Congress, Cambridge and London, pp. 119~123, 1953.
- 7) 倉田宗章: 3 径間対称連続桁の最小重量設計について, 土木学会論文集第 72 号, pp. 1~8, 1962.
- 8) 米沢 博: 格子桁構造の極限荷重および最小重量設計に関する一研究, 土木学会論文集第 67 号, pp. 11~18, 1961.
- 9) 前田幸雄・竹内修治: 塑性設計法による横断歩道橋の最小重量設計とその自動化について, 土木学会論文報告集第 168 号, pp. 1~13, 1969.
- 10) 倉田宗章・園田恵一郎・安田 稔: 移動集中荷重のもとでの変断面連続桁の最小重量設計, 土木学会関西支部年次学術講演会概要, 1969.
- 11) 前田幸雄・竹内修治: 重量勾配係数を考慮した最小重量設計法, 土木学会関西支部年次学術講演会概要, 1969.
- 12) 草間孝志・吉田俊弥: 移動荷重をうけるはりの最小重量設計, 土木学会第 24 回年次学術講演会講演概要集, 1969.
- 13) 吉田俊弥・長 尚・堀松正芳: D.P. による変断面連続ばりの最適設計, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, pp. 57~58, 1970.
- 14) 福本晴士・吉田 博: くり返し荷重による連続桁橋のたわみ安定性について, 土木学会論文集第 120 号, pp. 25~32, 1965.
- 15) R. Razani and G.G. Goble: Optimum design of constant depth plate girders. Proc. A.S.C.E., ST 2, pp. 253~281, April, 1966.
- 16) A.C. Palmer: Optimal structure design by dynamic programming. Proc. A.S.C.E., ST 8, pp. 1887~1906, August, 1968.
- 17) 鋼構造物塑性設計規準案, 日本溶接協会塑性設計研究委員会, 1970. 2. 26・受付