

## 構造用アルミ合金柱の耐力

### STRENGTH OF ALUMINUM ALLOY COLUMNS AND BEAM-COLUMNS

青木 徹彦\*・福本 晴士\*\*  
By Tetsuhiko Aoki and Yuhshi Fukumoto

#### 1. はじめに

構造用アルミ合金柱の基本耐力を調べる目的で、(1) 中心軸圧縮、(2) 等偏心圧縮、(3) 不等偏心圧縮による実験を行ない、柱の最大強度ならびに崩壊にいたる荷重変形状を求め、さらに理論強度との比較検討を行ない、あわせて基本設計式との比較を行なった。

用いたアルミ合金の材質はいずれも JIS H 4172-1963 に規定する耐食アルミニウム合金押出型材第7種 A2S7 に相当し、AA (アメリカ・アルミニウム協会) 記号の 5083-F に相当する。このアルミ合金材の比重、弾性係数はともに構造用鋼材の約 1/3 で、強度はほぼ SS 41 材に等しい。

本報文をまとめるにあたって、文中に引用した文献の他に参考とした文献は 1)~5) である。

#### 2. 実験内容

##### (1) 材料の応力-ひずみ曲線

素材引張試験片は圧縮試験柱の腹板とフランジから細片を切り出し、JIS 規格 6号引張り試験片 8本を作った。平行部の長さは 90 mm、横断面は 15 mm × 5 mm である。ひずみは単軸ひずみゲージ (YL-10) を用い、試験片中央部の両面にて測定した。またゲージ長さ 70 mm のダイヤルゲージを使った機械的ひずみ計を試作して用いた。得られた応力-ひずみ関係の平均値を Fig. 1 の点線で示す。各測定値のばらつきは、平均値の 4% 以内であった。

短柱圧縮試験 (Stub Column Test) には Fig. 2 に示すような断面寸法の実験柱を短く切った試験片 (高さ

50 mm) 3本を用いた。実験柱はすべてこの H 形断面であるが、これは断面 55 × 67 mm の角材からシェーパーで切削したものである。ひずみ測定は Fig. 2 に示す

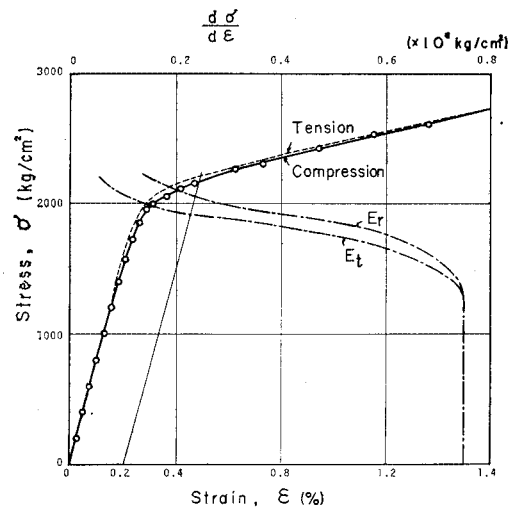


Fig. 1 Stress-Strain Relationships

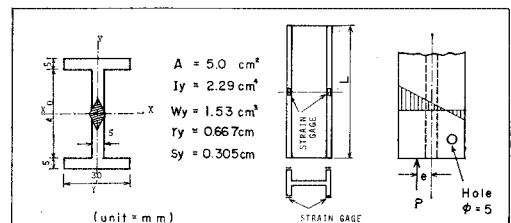


Fig. 2 Cross Sectional Properties

ように、柱の4隅に接着した単軸塑性ひずみゲージを用いて行なった。試験体は一樣圧縮状態が得られるようにくに注意が払われ、降伏荷重の 1/2 で試材 4箇所 のひずみゲージの値がそれらの平均値の 2% 以内になるよう十分な整置を行なった。3本の圧縮試験柱から得られた応力-ひずみ関係の平均値を Fig. 1 に実線で示す。個々の実験値は平均値の 1.5% 以内であった。

\* 学生会員 工修 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 攻博士課程在学

\*\* 正会員 Ph. D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

引張り試験と圧縮試験の結果を比較すると、後者の方がより早く応力-ひずみの直線関係を失い、接線弾性係数の値の低下も早い。以後の長柱試験の解析計算には短柱圧縮試験から得られた応力-ひずみ関係を用いることにする。

Fig. 1 には、また圧縮試験による応力-ひずみ関係から接線弾性係数  $E_t$  を、さらに式 (1) によって等価弾性係数  $E_r$  を求め、 $E_t$ 、 $E_r$  と応力との関係が一点鎖線で示されている。

$$E_r = \frac{4 E E_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2} \dots\dots\dots (1)$$

引張り、圧縮両材料試験から得られた材料の機械的性質の平均値を Table 1 に示す。 $\sigma_{0.2}$  は残留ひずみを 0.2% 生じる応力である。

Table 1 Test Results by Coupon and Stub Column Tests

Test	$\sigma_{0.2}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{ult}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Elongation (%)	$E$ (kg/cm <sup>2</sup> )
Tension	2 210	3 706	9.3	$0.757 \times 10^6$
Compression	2 125			$0.800 \times 10^6$

Table 2 Axial Loaded Columns and Test Results

Specimen No.	$L$ (mm)	$\lambda$	$P_t(t)$	$P_r(t)$	$P_{max}(t)$
C-11 C-12	169	25	10.2	11.15	10.85 10.60
C-21 C-22	203	30	9.90	10.65	9.49 9.98
C-31 C-32 C-33	271	40	9.48	9.92	8.98 9.18 9.80
C-41	339	50	9.00	9.41	9.00
C-51 C-52	372	55	8.70	9.10	9.20 8.95
C-61 C-62	406	60	8.30	8.65	8.45 8.54
C-71 C-72	474	70	7.28	7.40	7.37 7.53

(2) 中心軸座屈試験

試験柱は Fig. 2 に示すような断面諸元を有する H 形柱で、弱軸まわりの細長比  $l/r$  は 25~70 (柱長 169~474 mm) までの 7 種 14 本である (Table 2 参照)。試験の様子を Photo. 1 に示す。材端の弱軸まわりのピン支持装置はかまぼこ型ローラー支承を用いた (Fig. 3)。ひずみの測定は単軸塑性ひずみゲージ (ゲージ長さ 10 mm) を短柱試験と同様、柱の中央 4 隅に貼付けて行なった。柱の横たわみの測定は 1/100 mm 精度ダイヤルゲージを柱の中央点にセットした (Photo. 1)。

試験柱の整置 (Alignment) を精度よく行なうため、まず降伏荷重の 1/4 程度の荷重を加え、試験柱の 4 隅のひずみゲージの値が、それらの平均値の 3% 以内になるようローラー支持台につけた微動調整ねじと、支持台

の下に入れた 3 枚のくさびで微調整を行なう。つぎに比例限荷重の 80% の大きさまで荷重を段階的に加えていき、4 隅のゲージのうち弱軸に関して同じ側のひずみと反対側のひずみとの差が、常に 2% 以内になるまで、ひ

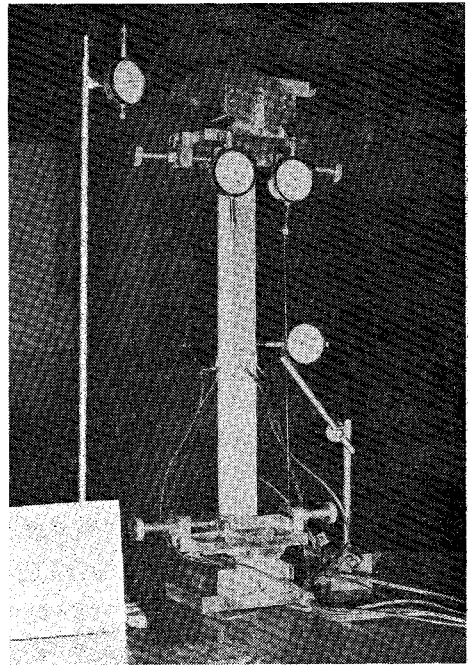


Photo. 1 A Column under Test

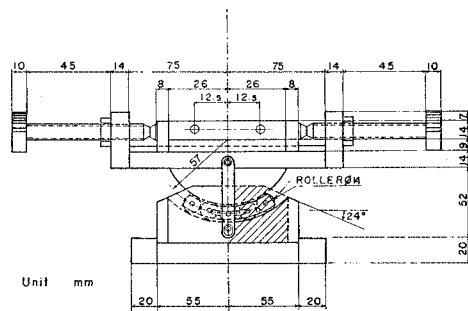


Fig. 3 Pin End Fixture

ひずみの増加の傾向を調べながら荷重、除荷を繰り返して、微調整を行なう。

整置完了後、座屈試験の荷重は弾性限界までは 1~2 t 刻みで増加させ、それ以後はひずみゲージの値を読みながら荷重を制御した。

(3) 偏心圧縮試験

軸方向圧縮力と曲げを同時に受ける柱の最大強度および荷重-変形性状を実験的に求めるために偏心圧縮試験を行なう。

実験に使用した柱は材質、断面形状とも中心軸圧縮試験で行なったものと同一で、弱軸まわりの細長比は 30、

Table 3 (a) Test Results of Beam-Columns with Equal End Moments

Specimen No.	L (mm)	$\lambda$	Eccentricity e (mm)	e/s	Test $P_{ult}(t)$	Eq. (6) $P_{sec}(t)$	Theory $P_{th}(t)^*$	$P_{sec}/P_{ult}$ (%)	$P_{th}/P_{ult}$ (%)
E 11	203	30	1.22	0.4	8.48	7.08	8.53	83.5	100.6
E 12			3.05	1.0	7.12	4.91	7.00	69.0	98.3
E 13			6.11	2.0	5.34	3.31	5.15	62.0	96.4
E 21	339	50	1.22	0.4	6.39	6.07	6.35	94.1	99.4
E 22			3.05	1.0	5.04	4.24	5.00	83.9	99.2
E 23			6.11	2.0	3.83	2.94	3.70	76.8	96.6
E 31	406	60	1.22	0.4	5.45	5.39	5.45	98.9	100.0
E 32			3.05	1.0	4.27	3.85	4.25	90.2	99.5
E 33			6.11	2.0	3.45	2.73	3.25	79.1	94.2

(\* by the Authors)

Table 3 (b) Test Results of Beam-Columns with Unequal End Moments

Specimen No.	L (mm)	$\lambda$	$e_1$ (mm)	$e_2$ (mm)	$r=e_2/e_1$	Test $P_{ult}(t)$	$P_{fy}(t)$	Theory $P_{th}(t)$	$P_{fy}/P_{ult}$ (%)	$P_{th}/P_{ult}$ (%)
UE 11	203	30	6.11	3.05	0.5	5.95	3.55*	5.80	59.7	97.5
UE 12				0.0	0.0	6.51	3.55*	6.54	54.5	100.5
UE 13				-3.05	-0.5	7.35	3.55*	7.40	48.3	100.7
UE 21	339	50	6.11	3.05	0.5	4.32	3.35	4.25	78.5	98.4
UE 22				0.0	0.0	4.94	3.55*	4.83	71.9	97.8
UE 23				-3.05	-0.5	5.65	3.55*	5.50	62.8	97.3
UE 31	406	60	6.11	3.05	0.5	3.70	3.13	3.65	84.5	98.6
UE 32				0.0	0.0	4.30	3.47	4.15	80.7	96.5
UE 33				-3.05	-0.5	5.08	3.55*	4.80	68.1	94.5

( $P_{fy}$ : P fiber yield from Eq. (7), \* first yielding at the column end)

50, 60 の3種である。実験は柱の両端で等偏心を与えた場合と不等偏心を与えた場合とからなっている。等偏心柱はそれぞれの細長比に対して核偏心比, すなわち偏心量  $e$  の核半径  $s$  に対する比を 0.4, 1.0, 2.0 の3通り変えた9本である (Table 3 (a))。不等偏心柱は基準偏心量  $e_1$  を核半径の2倍とし, 他端の偏心量  $e_2$  は上下端の偏心比  $r=e_2/e_1$  の値が 0.5, 0.0, -0.5 となるように定めた (Table 3 (b), Fig. 16)。

実験方法はまず柱を中心軸圧縮状態に整置し, つぎに柱の上下端に取付けた 1/100 mm 精度ダイヤルゲージを読みながら試験柱を載せた受圧板を支承部の微動ねじで移動させて所定の偏心を与え, その後, 柱中央の縁応力が比例限度の 2/3 程度になるまで載荷し, ひずみゲージの読みがあらかじめ求めた計算値に一致するよう微調整を続ける。等偏心, 不等偏心とも, 核半径以上の偏心量を与える柱端には引張り力が働くので, 試験柱の引張り側両端には小さな穴をあけ, これに鋼棒を通して載荷支承に引張力を伝達させた (Fig. 2 参照)。ひずみおよび

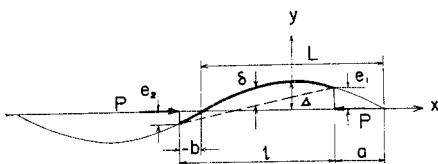


Fig. 4 A Column Deflection Curve and the Beam-Column

たわみの測定は中心軸圧縮柱と同じ要領であるが, 不等偏心柱ではひずみゲージを柱の基準偏心端から  $l/6$  と  $l/3$  の位置に, また柱の横たわみを調べるダイヤルゲージは  $r=e_2/e_1=0.5, 0.0$  の柱では中央に,  $r=-0.5$  の柱では  $l/3$  の位置にセットした。

### 3. 荷重-たわみ曲線の数値計算

従来から偏心圧縮柱の荷重-たわみ ( $p-\delta$ ) 曲線を求める方法は種々考えられているが<sup>(6)(7)(10)(11)(14)(17)</sup>, ここでは近似解法の1つとして, 柱の変形を cos 曲線の一部とみなす Westergaard と Osgood の方法<sup>(10)</sup>を不等偏心柱に拡張して用いる。その概略はつぎのようである。

まず Fig. 4 に示すように柱  $L$  のたわみ曲線を cos 曲線 (半波長  $L$ ) の一部と考える。すると柱のたわみ曲線は式 (2) のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} y &= d \cos \pi x/L \\ L &= l+a+b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

この柱は両端 ( $x=L/2-a, x=b-L/2$ ) で異なった偏心量  $e_1, e_2$  をもつから, 幾何学的関係から,

$$\left. \begin{aligned} \frac{e_1}{d} &= \cos \frac{\pi(L/2-a)}{L} = \sin \frac{a}{L}\pi \\ \frac{e_2}{d} &= \sin \frac{b}{L}\pi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

つぎに, 仮定した cos 曲線の中央点での曲率  $\phi$ , および曲げモーメント  $M$  は

$$\phi = \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=L/2} = \frac{\pi^2}{L^2} d \dots\dots\dots (4)$$

$$M = P \cdot d \dots\dots\dots (5)$$

これらの関係式 (2)~(5) を用い, つぎの手順で計算を行なう。

1.  $x=L/2$  でのたわみ  $d$  を仮定する。
2. 式 (3) を用いて,  $a/L, b/L$  を求め,
3. 式 (2) から  $L$  が定まるから, 式 (4) により  $\phi$  が求まり,
4.  $M-\phi$  関係を計算して  $M$  を得る。
5. 式 (5) から  $P$  を計算する。

このようにして  $d, a/L, b/L, L$  の各値が得られれば, 仮定した cos 曲線上の任意の点のたわみ  $\delta$  が式 (2) から定まり, 対応する荷重  $P$  との関係が得られたことに

なる。なお上述の手順 1, 2 は逆にしてもよい。等偏心の場合には  $e_1=e_2$ ,  $a=b$  とおけば式 (3) は 1 つの式になるだけで同様に計算できる。

以上柱のたわみ形を  $\cos$  曲線の一部で近似する方法を述べたが、実際の数値計算に際して、材料の応力-ひずみ関係の方も適当な近似が利用できれば便利である。

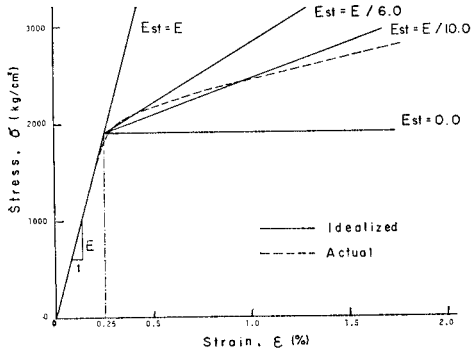


Fig. 5 Idealized Stress-Strain Curves

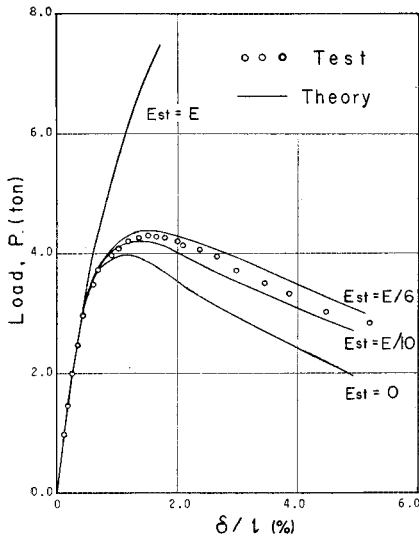


Fig. 6  $P-\delta$  Curves (Theory and Test)

Fig. 5 には材料の実測応力-ひずみ関係とひずみが 0.25% までは弾性  $E$  を保ち、以後は傾き  $E_{st}$  の直線となるような応力-ひずみの近似 2 直線とが比較してある。 $E_{st}$  の値として  $E_{st}=0.0, E/10, E/6, E$  の 4 通りを図示した。

数値計算の一例として、これらの  $E_{st}$  の値を用いて、 $l/r=50, r=e_2/e_1=0.5$  の柱について計算した結果を Fig. 6 に示す。図から、荷重-たわみ関係の実験値は  $E_{st}=E/10$  と  $E/6$  との両曲線の間に入っているのがわかる。以下の実験値との比較に用いる近似応力-ひずみ曲線は Fig. 5 の弾性限界ひずみ 0.25%、第 2 直線の傾き  $E_{st}=E/10$  を用いた。他の柱の結果は 4. 実験結果

とその検討で取り扱う。

なお Fig. 6 で  $E_{st}=E$ , すなわち完全弾性を用いた場合、ここで述べた近似解法による計算値と後述の式 (7) による厳密解とはきわめてよく一致している。

数値計算に用いた計算機は FACOM 230-60, 1 本の  $P-\delta$  関係 (計算点 17 点) を得るのに要した時間は 5~10 秒であった。

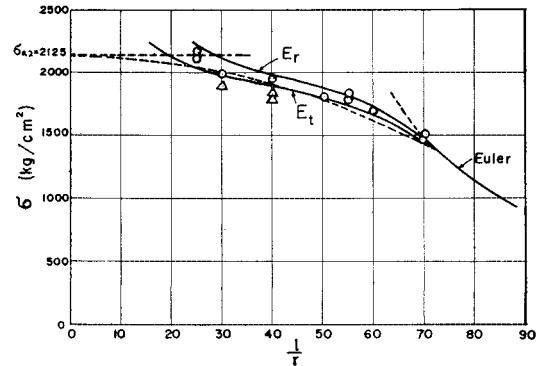


Fig. 7 Test Results of Centrally Loaded Columns

#### 4. 実験結果とその検討

##### (1) 中心軸座屈強度

##### a) 最高荷重 (座屈荷重)

実験から得られた座屈荷重を Fig. 7 に示す。同図には短柱試験によって得られた圧縮による応力-ひずみ関係および応力-接線、応力-等価弾性係数をもとにした座屈曲線 ( $E_t$ ), ( $E_r$ ) も示してある。なおこれらの座屈曲線は、APPENDIX に述べる図式解法によって求めたものである。各細長比に対するこれらの値を Table 2 に示す。Fig. 7 からわかるように、実験は 3 個の実験点 (図中  $\triangle$  印) を除き、ほぼ両座屈曲線の間に入っている。また同図の曲線 (点線) は  $\sigma_y=\sigma_{0.2}$  としたときの 2 次曲線式である。

図中の  $\triangle$  印の実験値は一連の座屈実験の初期に行なわれたもので、これらの柱は整置の段階でひずみのばらつきが 4% 程度生じており、 $\circ$  印の 2% 以内のばらつきよりは多少偏心載荷状態となっている。しかしこの程度の偏心量は鋼柱の中心軸座屈試験でとられる許容誤差\* にくらべれば小さいのではあるが、得られた実験値は  $\circ$  印の値にくらべて 5~7% も低下している。

圧縮荷重と柱中央の最外縁ひずみ (圧縮側と引張り側) との関係をも同一細長比ごとに図示したのが Fig. 8 であ

\* たとえば、ASTM, Column Research Division<sup>9)</sup> では降伏荷重の 1/4~1/3 でひずみのばらつきを 5% 以内としている。

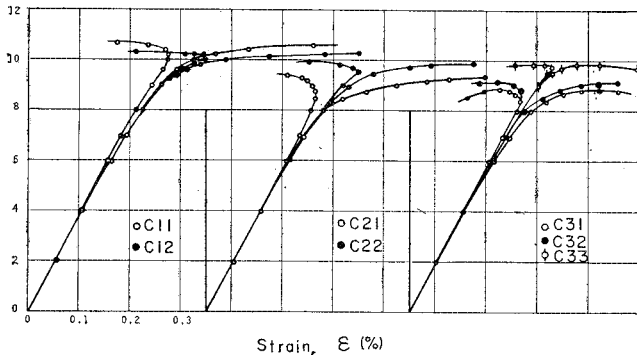


Fig. 8 Load-Fiber Strain Relationships for Centrally Loaded Columns

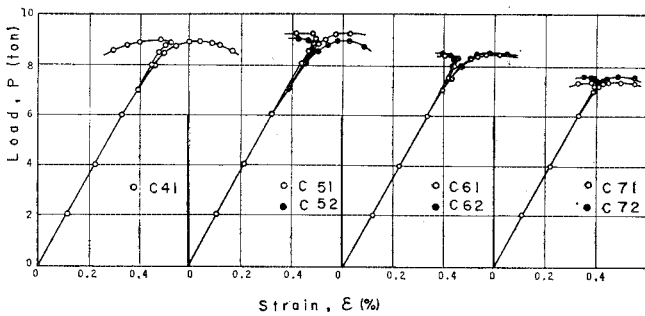


Fig. 8 Continued

る。図中の C 21, C 31, C 32 は Fig. 7 の △印に相当する柱で、整置時のばらつき許容値が柱の最大荷重に与える影響がこの図からもわかる。

b) ピン支持装置の回転抵抗

座屈荷重に誤差を与える影響の1つとして両支持端部の回転抵抗がある。使用したローラー支承では、荷重  $P$  (t) に対し、約  $0.0038 \times P$  (t-cm) に相当する抵抗モーメントが存在した。この測定方法は上下端ローラー支承をその回転中心が一致するように重ね合せ、荷重とその回転トルクを測定した。この回転抵抗は回転と逆方向に 0.0038 cm の偏心を柱に与えたものと同じ意味をもっているが、断面の核半径に対する比は 0.013 と小さい値であるので座屈荷重を増加させる影響はほとんどないものと考えられる。

(2) 偏心圧縮強度

a) 最高荷重と弾性限荷重

Table 3 (a), Fig. 9 は等偏心圧縮において、細長比と偏心比  $e/s$  の変化が柱の最高荷重と弾性限荷重に与える影響を示したものである。弾性限荷重  $P_{sec}$  の計算値は次式の Secant 式で、 $\sigma_{max} = \sigma_{0.2}$  とおいて最外縁降伏荷重として

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} \left( 1 + \frac{ec}{r^2} \sec \frac{l}{2r} \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) \dots\dots(6)$$

から求めることができる<sup>6)</sup>。ここに  $c$ =重心軸から最外縁までの距離、 $r$ =核半径、 $A$ =部材断面積である。Fig. 9 の点線は  $P_{sec}$  を図示したものである。また図中の ○, △, □ 印は実験による最高荷重であり、●, ▲, ■ 印はそれぞれ Secant 式による弾性限荷重である。 $e/s=0.4$  の場合でも中心軸座屈荷重に比べ 14~34% ( $l/r=30\sim60$ ) の最高荷重の低下が認められる。弱軸まわりの実験であるため、弾性限荷重後、最高荷重に達するまでの強度の余分がかなり期待できるようである。

Table 3 (b), Fig. 10 は不等偏心圧縮において、柱の上下端の偏心比  $r$  と細長比の変化が柱の最高荷重と弾性限荷重に与える影響を示したものである。柱の弾性たわみ曲線は次式のようなになる<sup>6)</sup>。

$$y = e_1 \left( \frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + e_2 \left( \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} - \frac{l-x}{l} \right) \dots\dots\dots(7)$$

ここに  $k = \sqrt{P/EI}$ 。式 (7) で  $e_1 = e_2 = e$  とおき  $x=l/2$  での最大垂直応力を求めれば式

(6) が得られる。式 (7) から、ある荷重のもとでの最大曲げモーメントの生じる位置、および最大曲げモーメントから、最外縁応力が  $\sigma_{0.2}$  に等しくなる荷重を求めることができる。この計算値は弾性限荷重  $P_{fy}$  として Table 3 (b) に与えてある。また Fig. 10 では細点線によって示してある。同図中の水平の太点線は最大曲げモーメントが材端に生じる場合を示す。今回の実験では基準偏心量  $e_1$  が一定であるから弾性限荷重はこれ以上にはならない。

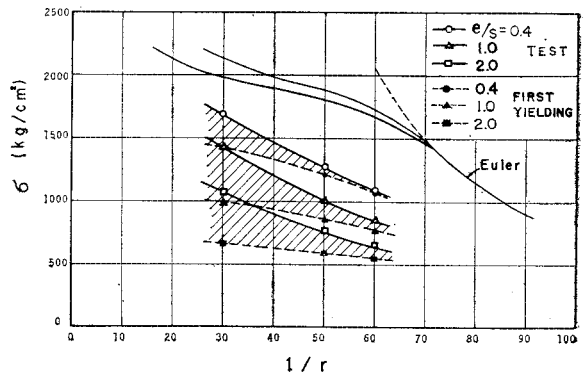


Fig. 9 Experimental Maximum Loads and Computed First Yielding Loads of Beam-Columns with Equal End Moments

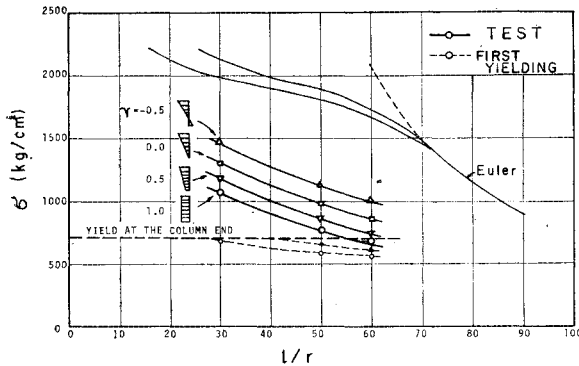


Fig. 10 Experimental Maximum Loads and Computed First Yielding Loads of Beam-Columns with Unequal End Moments

Fig. 10 からは、また上下端偏心比  $r$  の変化による実験最高荷重の変化の様子がわかる。 $r$  の値が小さくなると細長比にかかわらず、ほぼ同じ荷重間隔で値が増加している。

実験柱に対する最高荷重の計算値は 3. で述べた方法で計算し、計算値と実験値をまとめて Table 3 (a), (b) に示す。表には両者の比較も示されているが、これからもわかるように、計算値の応力-ひずみ関係、および柱のたわみ曲線にきわめて簡単な近似が用いられていることを考えれば、最高荷重に対するこれら計算結果の良好な一致は注目に値しよう。なお実験は行なわなかったが  $l/r=40, 70, 80$  の柱に対する最高荷重の計算値を等偏心、不等偏心合わせて Table 4 に示す。これらの値は (2) c) で取り扱う。

b) 荷重-たわみ関係

実験から得られた荷重とたわみの関係を等偏心柱について Fig. 11 に、不等偏心柱について Fig. 12 に示す。たわみの測定は不等偏心柱のうち  $r=-0.5$  に対してのみ基準偏心量  $e_1$  を与えた柱端から  $l/3$  の位置で、その他の柱はすべて柱中央で行ない、同図にはすべて柱長  $l$  に対する比で示してある。図中の破線は式 (7) を用いた弾性荷重-たわみ曲線で、黒点 (■ 印) は柱の最外縁応力の降伏を表わしている。このときのたわみ  $\delta_s$ 、および極限荷重でのたわみ  $\delta_{ult}$  の柱長  $l$  に対する比を Table 5 に示す。これによると、 $\delta_{ult}/l$  の値は等偏心柱で約 0.8 ~ 2.0%，不等偏心柱では約 1.2~1.7% 生じている。

図中の実線は数値計算による荷重-たわみ曲線である。不等偏心柱 (Fig. 12) では上下端偏心比  $r=e_2/e_1$  の値が変化し、負 (double curvature) になっても計算値は実験とほぼ同様の結果を示し、使用した近似解法は等偏心柱の場合と同様、不等偏心柱の荷重-変形状を推定する場合にも有効であるといえよう。実験と計算との差は主に応力-ひずみ関係の仮定によると思われるが、これを多角近似か、適当な曲線で代表させれば、より実

Table 4 Calculated Maximum Loads of Columns with Equal and Unequal End Moments.

$\lambda$	Equal end moments			Unequal end moments		
	$e/s$			$r$		
	0.4	1.0	2.0	0.5	0.0	-0.5
40	7.37	5.90	4.35	4.95	5.60	6.26
70	4.72	3.69	2.84	3.20	3.60	4.15
80	4.05	3.20	2.52	2.85	3.15	3.62

(unit : ton)

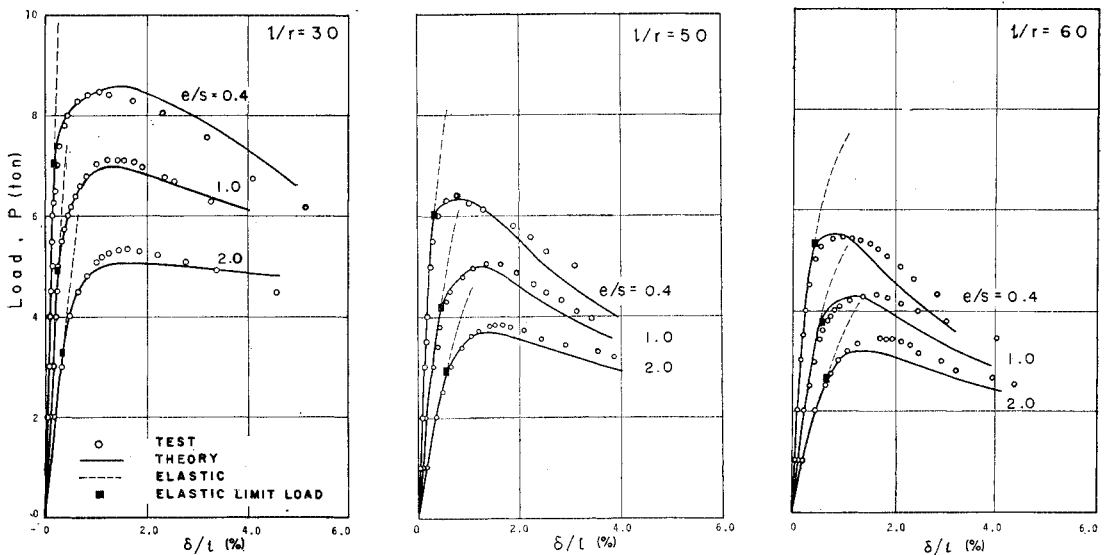


Fig. 11  $P-\delta$  Curves of Beam-Columns with Equal End Moments

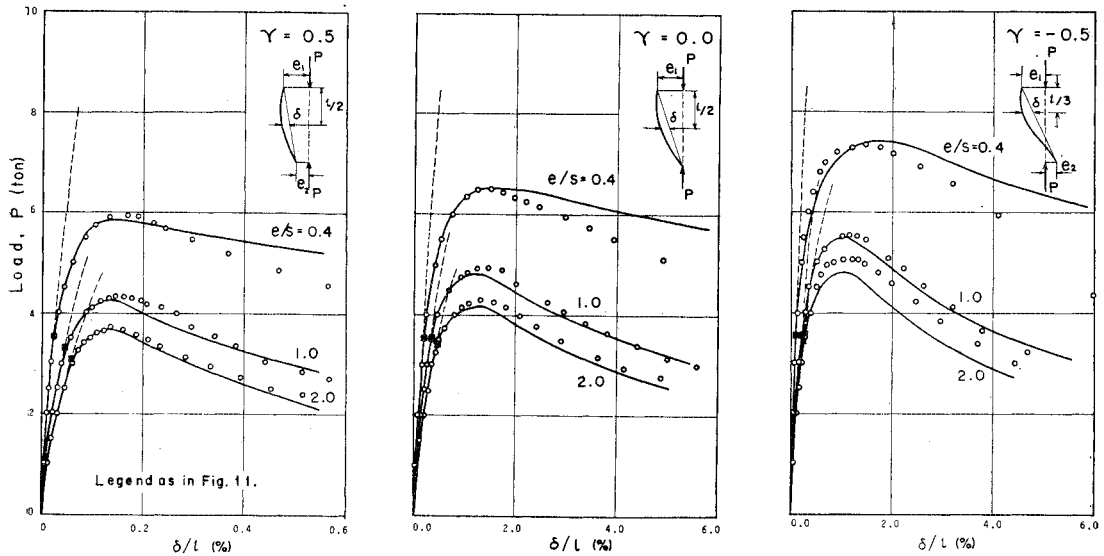


Fig. 12  $P-\delta$  Curves of Beam-Columns with Unequal End Moments

Table 5 Beam-Column deflection

(a) Equal end moments				(b) Unequal end moments			
$\lambda$	$e/s$	$\delta_{ult}/L$ (%)	$\delta_c/L$ (%)	$\lambda$	$\gamma$	$\delta_{ult}/L$ (%)	$\delta_c/L$ (%)
30	0.4	1.30	0.17	30	0.5	1.68	0.27
	1.0	1.40	0.27		0.0	1.50	0.18
	2.0	1.63	0.34		-0.5	1.46	0.10
50	0.4	0.84	0.32	50	0.5	1.46	0.49
	1.0	1.40	0.44		0.0	1.48	0.35
	2.0	1.60	0.56		-0.5	1.15	0.20
60	0.4	1.00	0.44	60	0.5	1.32	0.62
	1.0	1.66	0.57		0.0	1.35	0.49
	2.0	1.96	0.69		-0.5	1.20	0.28

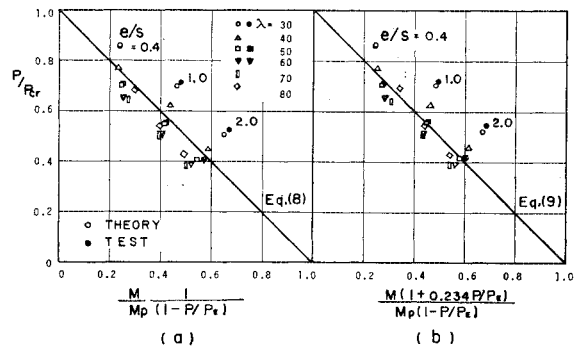


Fig. 13 Comparison of the Maximum Loads with Interaction Formulas Eqs. (8) and (9)

際に近い荷重-たわみ関係が求められるであろう。

c) 軸方向力-曲げモーメント相関式

軸方向力  $P$  と曲げモーメント  $M$  を受ける柱の極限強度を求めるのに、軸力-曲げモーメント相関式が用いられる。すなわち、

$$f(P, M) = 1$$

一般に鋼材に対して広く用いられている相関式として、

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M}{M_p} = 1 \quad \dots\dots\dots(8)$$

または、

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M}{M_p(1-P/P_E)} = 1 \quad \dots\dots\dots(9)$$

がある。式 (9) についてはアルミ材に関する実験結果からアルミ材に対しても適用可能な経験式であるといわれている<sup>7),8)</sup>。ここに  $P$ =最大荷重,  $P_{cr}$ =中心軸接線弾性荷重,  $P_E$ =オイラー弾性座屈荷重,  $M$ =柱端に作用するモーメント,  $M_p$ =純曲げによる最大曲げモーメント。

$M_p$  の値は材料の応力-ひずみ曲線が理想弾塑性ならば明瞭につかめるが、アルミ合金のような材料では、純曲げ実験による方法、荷重-たわみ関係から  $M=P(\delta+e)$  を計算し、荷重との関係図から求める方法<sup>7)</sup>、さらに材料試験結果から数値積分を行なう方法などによって定める。ここでは  $\sigma_{.2}$  に塑性断面係数をかけた値を塑性モーメント  $M_p$  とし、 $M_p=5.53 \text{ t}\cdot\text{cm}$  を得た。

相関式 (9) に対して本実験の結果と計算結果をプロットすると Fig. 13 (a) のようになり、相関式と理論値、実験値の間には良好な一致がみられないようである。

いま、材端モーメント  $M$  のみによりたわみ  $y_0$  が生じるとすると、これに軸方向力が加わったときのたわみの近似値は  $y=y_0/(1-P/P_E)$  となり、これを用いて最大モーメントを求めると

$$\begin{aligned} M_{\max} &= P(e+y) \\ &= M + P y_0 / (1 - P/P_E) \end{aligned}$$

$$= \frac{M(1+\psi P/P_E)}{1-P/P_E} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、

$$\psi = \frac{\pi^2 y_0 EI}{MI^2} - 1 \dots\dots\dots(11)$$

式 (10) の  $M_{max}$  を用いて相関式を表わすと、

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M(1+\psi P/P_E)}{M_p(1-P/P_E)} = 1 \dots\dots\dots(12)$$

なお、実験値との比較に用いた式 (9)～式 (12) は、ここでは柱の弱軸まわりの曲げ偏心圧縮耐力に対して検討しているものである。これらの式は柱が曲げ崩壊するものとみなしており、ねじれを伴う変形を生ずるおそれのある場合には適用できない。

材端等モーメントを受ける弾性柱の場合には  $y_0 = MP^2/8EI$  となり、 $\psi$  は定数 0.234 となる<sup>9)</sup>。これを相関式 (12) に用いると Fig. 13(b) のようになり、相関式と理論値、実験値とのばらつきは Fig. 13(a) と大差ない。これらの相関式と計算値、実験値との間の誤差は細長比  $\lambda$  についてはほぼ同程度生じているようである。これは柱が最高荷重に達したとき、すでに弾性ではなく、部分的に非弾性域が生じ、付加たわみが大きくなっているからであろう。

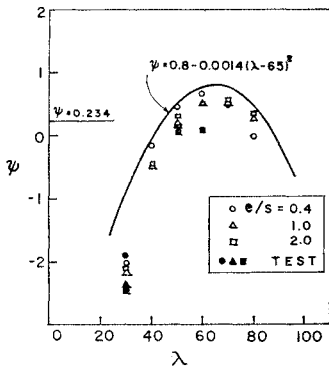


Fig. 14  $\psi$ - $\lambda$  Relationships in Eq. (13)

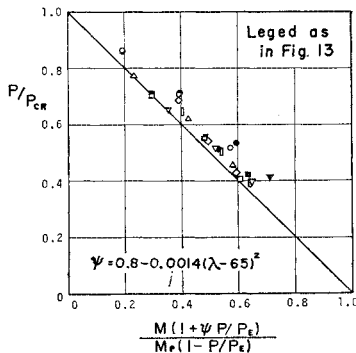


Fig. 15 Modified Interaction Formula, Eq. (17)

いま、柱の耐力の理論値、実験値が式 (12) を満足するとして、 $\psi$  と細長比  $\lambda$  との関係調べてみると Fig. 14 のような結果が得られた。同図から明らかに  $\psi$  の値は  $\lambda$  によって大きく変化していることがわかる。また偏心比  $e/s$  の影響はほとんどない。そこで  $\psi$  と  $\lambda$  との関係を次式に示すような 2 次式で近似した (Fig. 14 の実線)。

$$\psi = 0.8 - 0.0014(\lambda - 65)^2 \dots\dots\dots(13)$$

これを式 (12) に用いれば、結局 Fig. 15 のような相関関係が得られた。これを前述の相関式 ( $\psi=0$ ,  $\psi=0.234$ ) の図示 Fig. 13 (a), (b) と比較するとかなり改善されていることがわかる。なお  $\psi$  と  $\lambda$  との関係図 Fig. 14 で  $\psi=-1$  は式 (8) を、 $\psi=0$  は式 (9)、

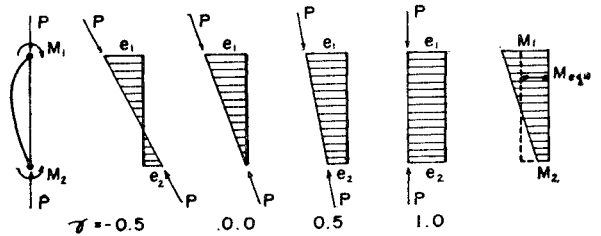


Fig. 16 Beam-Column Loadings (from Ref. 13)

Fig. 13 (a) を、 $\psi=0.234$  は Fig. 13 (b) を示している。

不等偏心圧縮柱の場合には、これを等価な等モーメントの柱におきかえて、等偏心柱と同様の解析が行なわれている<sup>11)~15),18)</sup>。いま、Fig. 16 に示すように柱の両端に異なった偏心量を有する柱のそれぞれの端モーメントを  $M_1 = P \cdot e_1$ ,  $M_2 = P \cdot e_2$ ,  $M_1 > M_2$  とする。Massonet<sup>13)</sup> はこのような柱の等価モーメントをつぎのように与えている。

$$M_{equ} = C_e M_1 \dots\dots\dots(14)$$

$$C_e = \sqrt{0.3(1+r^2) + 0.4r} \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 $r = M_2/M_1$ ,  $M_2 < M_1$ , 文献 16) ではこの補正係数  $C_e$  を簡単に、

$$C_e = 0.6 + 0.4r \dots\dots\dots(16)$$

として実用設計式に用いている。また  $C_e$  を  $P/P_E$  の近似関係としてやや複雑な形で定めた報告<sup>15)</sup>もあるが、これらはいずれも鋼柱に対する式である。対象としたアルミ合金柱の  $C_e$  は先に求めた不等偏心圧縮柱の計算値、実験値から相当する値を逆算して求めることができる。Fig. 17 に  $C_e$  と  $r = M_2/M_1$  との関係を示したが、計算値、実験値とも  $r$  に対してほぼ直線の関係にあり、式 (16) と傾向がよく似ている。

式 (14), (15) を式 (12) の相関式に代入すると、

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M_{equ}(1+\psi P/P_E)}{M_p(1-P/P_E)} = 1 \dots\dots\dots(17)$$



この式を用いて不等偏心圧縮柱の計算値，実験値を図示すると，式(15)，(16)に対応してそれぞれ Fig. 18 (a)，(b) が得られる。両図からもわかるように，この場合には式(16)の  $C_e$  を使えば，式(17)の相関式はかなり近似度よく柱の耐力を推定することができる。

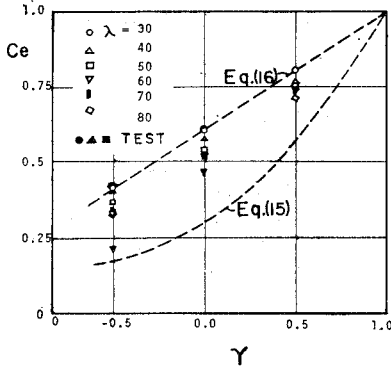


Fig. 17 Relationships between Equivalent Moment Coefficient  $C_e$  and End Moment Ratios  $\gamma$

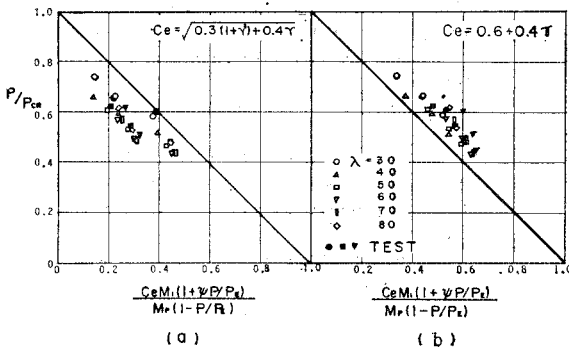


Fig. 18 Comparison of the Maximum Loads with Interaction Formulas, Eqs. (15) and (16)

5. 結 論

アルミ合金材は鋼材と異なり，合金の種類によって応力-ひずみ曲線の形状が数多くあると思われるのでアルミ合金を圧縮部材として用いるときには，信頼しうる多くの実験データに裏付けされた設計式を定める必要がある。

本論文は構造用アルミ合金材として JIS H 4172-1963 を選び，これを H 形断面として用いた中心軸圧縮柱，等偏心圧縮柱，不等偏心圧縮柱の各場合に対する荷重と変形の関係，耐力について調べたものである。柱はすべて弱軸まわりの両端ピン支持である。結論は以下のよう

(1) 中心軸圧縮試験

a. 座屈荷重は接線弾性座屈荷重によく一致している。

b. 実験の始めに行なう柱の整置は，アルミ合金が鋼材に比べ弾性係数が小さく，たわみやすいことを考慮し，柱の最外縁ひずみのばらつき許容範囲を 2% 程度におさえることが望ましい。

c. 接線または割線弾性座屈曲線を簡単な図解法によって求めることができる(付録)。

(2) 偏心圧縮試験

a. 等偏心圧縮として  $e/s=0.4, 1.0, 2.0$  の 3 種を，不等偏心圧縮として材端偏心比  $-0.5, 0.0, 0.5$  の偏心載荷をいずれも細長比 30, 50, 60 の柱について行ない，変形挙動，耐力を求め，理論計算値と実験値とを比較した。

b. 柱のたわみ形を余弦曲線の一部と仮定し，材料の応力-ひずみ関係を 2 直線近似した比較的簡単な数値計算の結果は等偏心，不等偏心とも実験結果とは満足すべき一致が得られた。

c. 柱の耐力に対する軸方向力と曲げの実用相関式と本研究の結果を比較検討し，アルミ合金柱に対する相関式を提案した。

おわりに，実験に使用したアルミ合金材とその加工は住友軽金属工業株式会社研究開発部のご好意によった。また実験には可見弘之君に協力して頂いた。ここに合わせて深く感謝いたします。

付録：接線弾性座屈曲線の図解法

柱の座屈強度を求めるとき，基本となる接線弾性座屈曲線または等価弾性座屈曲線を得るには，あらかじめ短柱試験などの材料試験から応力-ひずみ ( $\sigma - \epsilon$ ) 関係を求め，さらにこれから応力-接線弾性係数 ( $\sigma - E_t$ ) の関係を求めて，各応力に対する  $E_t$  の値を次式 (A-1) に代入して相当する細長比  $l/r$  を定める。あるいは逆に，与えられた  $l/r$  に対して試索法によって座屈荷重を決定する。

$$(\sigma_{cr})_{E_t} = \frac{\pi^2 E_t}{(l/r)^2} \dots\dots\dots (A-1)$$

ここに述べる図解法は，ある  $l/r$  に対する座屈荷重を試索法によらず，簡単な作図で直接決定する方法である。その手順はつぎのようである。

1) 式 (A-1) で  $k = \pi^2 / (l/r)^2$  とおけば，ある細長比について  $k$  は一定値となり，つぎの直線式を得る。

$$(\sigma_{cr})_{E_t} = k E_t \dots\dots\dots (A-2)$$

2) 一方，応力-接線弾性係数 ( $\sigma - E_t$ ) 関係が Fig. 19 (a) のように求められていれば，この曲線と式 (A-2) で示される直線との交点は柱の座屈荷重を与える。したがって式 (A-2) の係数  $k$  がなんらかの方法で定められればよい。

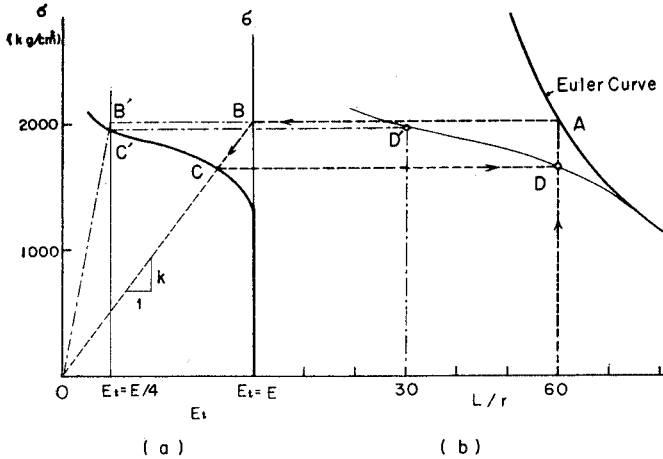


Fig. 19 Construction of the Tangent Modulus Column Curve

3) この  $k$  は次式に示す Euler 曲線を利用して求めることができる。

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{(l/r)^2} \dots\dots\dots (A-3)$$

ここに  $\sigma_E$  は Euler 座屈荷重,  $E$  は弾性係数, 上式より

$$k = \sigma_E / E \dots\dots\dots (A-4)$$

すなわち,  $k$  は Euler 曲線から, その  $l/r$  に対する  $\sigma_E$  を作図で求め (Fig. 19 (b), A 点), これを  $\sigma-E_t$  図の  $E_t = E$  直線上に移し (同図 B 点), 原点と結べばその直線の傾きは  $k = \sigma_E / E$  となり, 式 (A-2) が作図できる。したがってこれと  $\sigma-E_t$  曲線との交点 C は座屈荷重を与える。

4) この C 点を (b) 図の  $l/r$  の上に移し (D 点), 各  $l/r$  についても同様にして求めた点を結べば, これが求める接線弾性座屈曲線である (以上図上の点 A, B, C, D の順)。

5)  $l/r$  の小さい範囲でも Euler 曲線を描かねばならないのは不便である。このときには大きい  $l/r$  についての作図過程が利用できる。たとえば図に示すように  $l/r = 60$  についていま述べた手順が作図されているとき, その  $1/2$  の細長比  $l/r = 30$  に対しては B 点を  $E_t = E/4$  上にとればよい (同図 B' 点)。あとは前と全く同じ手順である。

6) 等価弾性座屈曲線は  $\sigma-E_t$  図の代わりに応力-等価弾性係数 ( $\sigma-E_k$ ) 図を用いれば同様に得られる。

以上, 述べたように, この図解法は  $\sigma-E_t$  (または

$E_k$ ) と Euler 曲線の一部が描かれておれば, 所定の細長比に対する座屈荷重をただちに決定することができる。また所定の応力に対する座屈細長比を求めるには上述の手順を逆にたどれば得られる。

参考文献

- 1) 軽金属協会編：アルミニウム ハンドブック, 朝倉書店, 1967.
- 2) 軽金属協会：アルミニウム合金の建築構造, 1961.
- 3) Aluminum Company of America：“Alcoa Aluminum Handbook”, Pittsburgh, 1969.
- 4) The Aluminum Association：“Aluminum Construction Manual”, New York 1959.
- 5) The Institution of Structural Engineers and the Aluminum Federation：“Proceedings of a Symposium on Aluminum In Structural Engineering”, London, 1964.
- 6) S.P. Timoshenko, J.M. Gere：“Theory of Elastic Stability”, McGraw-Hill, New York, 1961, pp. 13~45, pp. 170~171.
- 7) J.W. Clark：“Eccentrically Loaded Aluminum Columns”, Transactions, ASCE, Vol. 120, 1955, p. 1129.
- 8) H.N. Hill, E.C. Hartman, J.W. Clark：“Designing Alminum Alloy Members for Combined End Load and Bending”, ASCE, Proceedings, Separate No. 300, 1953.
- 9) Bruce G. Johnston (editor)：Column Research Council, “Guide to Design Criteria for Metal Compression Members”, John Wiley & Sons, New York, 1966, p. 189.
- 10) Bleich, F.：“Buckling Strength of Metal Structures”, McGraw-Hill, 1952.
- 11) Karl Jezek：“Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl”, Springer, Wien, 1937.
- 12) R. Horne：“The Plastic Design of Columns”, British Construtional Steel Work Association, Cambridge, 1963.
- 13) Ch. Massonnet, M. Save：“Calcul Plastique Des Constructions”, Vol. 1, Bruxelles, 1961, p. 182.
- 14) T.V. Galambos：“Structural Members and Frames”, Prentice-Hall, Inc., 1968.
- 15) 坂本順他：鋼構造圧縮材の塑性耐力式に関する考察, 日本建築学会論文報告集, Vol. 149, 1968 年 7 月.
- 16) A.I.S.C.：Spec. for Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings. 1963.
- 17) 三浦 重・西野文雄・奥村敏恵：偏心荷野を受ける高張力鋼柱の耐力, 総合試験所年報, Vol. 26, 1967.
- 18) Lu, L.W. and Kamalvand, H.：“Ultimate Strength of Laterally Loaded Columns”, Proc. ASCE, Vol. 94, No. 94 No. ST 6, June, 1968.

(1970.6.12・受付)