

橋梁の振動減衰機構が動的応答に与える影響

INFLUENCES OF DAMPING MECHANISMS OF BRIDGE
STRUCTURES ON DYNAMIC RESPONSES

松野操平*

By Souhei Matsuno

1. 概 論

(1) 耐震設計の概念

橋梁の地震時設計における問題点を拾い出し、これに研究の主眼を置くにあたって、まず第一になさねばならぬことは、これらの問題を扱ううえでの思想ともいうべき、耐震設計についての概念を確立しておくことであろう。

従来の耐震設計の概念は、その文字が示すとおり、「橋梁各部の強度を地震力に耐える程度に十分大きくすること」に重点が置かれていたように思われる。現在でも、耐震設計の基本は、震度法に基づく静的計算であり、一方、構造物もそのような解析で十分こと足る規模のものが大部分である。このような場合には、耐震設計が即地震力に対する断面決定であるのは当然のことといえよう。

しかし、最近における大規模構造の出現——たとえば本州四国連絡橋や、超高層ビルなど——が具体的問題となるにつれていままではそれほど緊急でなかった構造物の動的解析をいやおうなく必要として来たのである。また一方、動的解析手法が発展するにもなって、その過程で従来の構造物設計法をふり返り、いままで見すごされていた問題点を発見し、再検討することも行なわれ始めた。かかる背景に即応し、耐震設計の概念も若干修正されなければならないであろう。

一つの考え方として、従来使われて来た「耐震設計」の代りに「対振設計」という言葉を用いることを提案したい。そして、地震力に対して十分な強度を持つ断面を決定するアプローチを「耐振設計」とし、これを構造物の振動減衰機能を評価し、改善する「制振設計」、構造物に対する地震の影響を少なくする「免振設計」とともに対振設計の内容を構成するものとするのである。

(2) 本論文の研究課題の位置づけ

この論文の研究課題は、大規模構造物の検討過程で動的解析手法が発展する中で、具体的な問題点をとらえ、従来の一般構造物の地震時設計を振り返ったものである。

また、研究課題は、前項で述べた対振設計の観点に立って、従来の橋梁地震時設計における問題点の中から選択されたものである。

橋梁の地震時設計における問題点は無数にある。たとえば支承一つとっても、アンカーボルト、リブの設計法には疑問点が少なくない。しかしここでは、これらの構造物細部にわたる問題はさておき、橋梁全体を振動系におきかえ、その振動性状をとらえる上で支配的となる事項に焦点を合せ以下に問題点を列記することにしよう。

- ① 橋梁の構造内および地盤内における振動減衰機構の解明。
- ② 橋梁各位置に到達する地震波に、伝相差を生ずることの影響の検討。
- ③ 地震時における地盤の動的性質の把握。
- ④ 実橋による橋梁の動的破壊性状の解明。
- ⑤ 橋梁の対振構造の開発。

(3) 本論文の研究の方向

本論文は、前項に記した各問題を順次解明して行く、一連の研究のうち、第1番目の問題についてとりまとめたものである。

この問題を解析するため、減衰効果を持つと思われる要素をパラメーターとして内包するモデルについて、運動方程式をたて、電子計算機の助けを借りて、各パラメーターの値を変化させつつその運動を数値的に求め解析した。

この解析で考慮されたモデルは複雑であり、運動方程式の一般解は求めにくく、これらの机上実験結果を直接理論解と対比することは困難である。しかし、若干のバ

* 正会員 工博 新潟大学教授 工学部土木工学科

ラメーターを省略し、モデルを理論解が求め得る程度に簡略化したものについて、誘導された理論解と照合することは可能である。ここで取り上げられた要素（摩擦）が正しく処理されていることは、このような手法によって確認されている。

この問題は最終的には、図形を電子計算機が算出した数値にしたがって少しずつ動かして行き、各段階で図形を一コマずつ録画する、いわゆるアニメーションの手法を用いて、視覚に直接うったえる発表形式にまとめ上げている。

2. 基礎地盤内における振動減衰要素

(1) 周辺地盤による基礎構造物の非線形拘束

基礎構造物は、周辺地盤によって支持されている。しかし、それは1組のばね、ダッシュポット、摩擦による支持ではなく、無数の支持機構の組み合わせたものである。いま図-1(a)のごとく剛体の基礎を考え、その支持機構の中で代表的なものとして、基礎前面にばねとして働く水平変位に対する支持機構(k_1)、基礎底面にばねとして働く、回転変位に対する支持機構(k_2, k_3, \dots)、基礎両側面に主として摩擦力とし働く水平運動に対する支持機構(K_1)、基礎前後面に主として摩擦力として働く、回転運動に対する支持機構(K_2, K_3)、および基礎前面に粘性抵抗として働く水平速度に対する支持機構(C_1)を拾い出して見よう。図-1(b)には、これらの支持機構が振動モデルとして示されている。

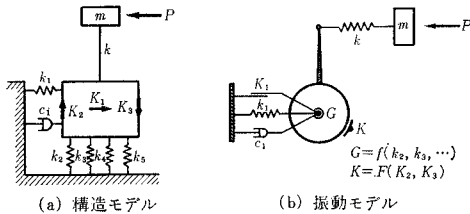


図-1 基礎の支持機構を示すモデル

地盤は弾塑性体である。これを解析に便利なよう図-2(a)に示すごとく特定の点で荷重変位曲線が水平になる形に仮定しよう。地盤の支持機構を構成するばねのう

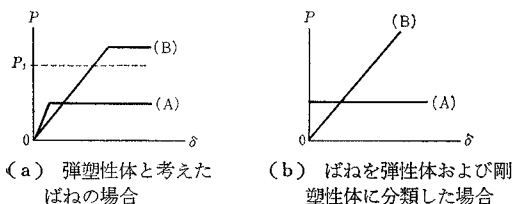


図-2 地盤ばねの荷重-変位曲線の仮定

ち、あるものは比較的ブリITTLEな(A)に示すごとき荷重-変位曲線を示すだろうし、またあるものは(B)に示されるごとく比較的大きな荷重までばねとしての機能を保つであろう。

もし基礎に働く荷重が図-2(a)に示す P_1 であるとすると、図-2(a)に示すこれらのばねは、さらに解析に便利な図-2(b)に示す(A),(B)の形に仮定してもよいだろう。

前に述べた基礎両側面、前後面に主として摩擦力として働く支持機構は、図-2(b)に示す(A)のごときばねであると考えてよい。すなわちこれらのばねについては、荷重が小さい間せん断ばねとして働く比例部分を無視し、その後続く摩擦部分のみを考慮する剛塑性体として取扱ったものである。また、道路橋下部構造設計示方書類で基礎構造は地震時荷重に対し、地盤反力が弾性範囲内にあるよう規定しているのは、図-1に示す k_1, k_2, k_3, \dots 等の圧縮ばねについていっていると考える。これらのばねについて、塑性を考慮に入れていないのは、上記示方書の趣旨を尊重したものである。

以上に述べたごとく、この基礎支持機構モデルでは、他にも考え得る支持機構(たとえば両側面、底面における回転運動に対する摩擦抵抗、基礎上面の地盤の影響等)を「一般に無視できるもの」として考慮に入れなかったこと、および考慮した支持機構の機能を前述したごとく解析に便利な形に直したこと、のほか、もう一つ重要な仮定を行なっている。それはこれらの支持機構をすべて基礎重心に取付けたことである。

すなわち、基礎底面の地盤は水平面内に一様であり、また周面地盤も深さ方向に一様であると仮定している。周面地盤のばね定数の場合でいうと、深さ方向に三角形分布とした方がよいと思われる。

しかし、静的計算結果の経験で一般にばね定数を矩形分布としても、三角形分布としてもそれほど変位に差がでないことから、本論文では簡略のため「一様地盤」を仮定したものである。

(2) 周辺地盤による粘性抵抗

図-1に C_1 で示されるごとく、基礎の水平速度に対して粘性抵抗が働くものと考えた。

粘性抵抗は、周辺地盤が基礎構造物の移動により圧縮され、水分が土粒子間を速度を持って移動することに起因すると考え、基礎前面ばねに平行に C_1 を入れるに止め、せん断を受ける地盤にはこれを考慮しなかった。また、底面地盤は基礎構造物が関連示方書によって設計されている限り、一般に岩盤、またはこれに近い強固な支持地盤であるはずであり、ここにも粘性抵抗を考慮しない方が合理的であると考えた。

(3) 橋梁の振動の弾性波動としての地盤への逸散

これは、基礎が半無限弾性体中に埋まっているとし、その振動を解くもので、基礎が振動すると弾性体と考えている周囲の地盤を押し、その結果弾性波が生じ、波動となって地中を伝わっていく、そのときの弾性波の反力が基礎の復元力となり、また減衰力ともなると考えるのである。

解法はむずかしいが、このほうがばね・ダッシュポットを仮定する方法より原理に忠実な面もあり、かつ、この解析方法で要求されるパラメーター（弾性波の速度）は、ばね・ダッシュポット法で要求されるパラメーターより大きな信頼性をもって求められるものである。

基礎からのエネルギー逸散は、前2項より大きいかもしれないし、ばね・ダッシュポット法は、この方法と同じ結果となるよう各定数を決めているにすぎない便宜的な方法なのかもしれない。

本論文ではとりあげなかったが、この方法で解いた結果をばね・ダッシュポット法で解いた結果と比較することは、以上の疑問を解明するうえできわめて有意義であると思う。

3. 構造内における振動減衰要素

(1) 可動支承の摩擦による上部構造の非線形的拘束

上部構造およびこれと結合している固定端橋脚頂部の変位は、一般に可動端橋脚頂部の変位より大きいものと考えられる。したがって、可動端と上部構造との間になんらかの拘束があれば、それは上部構造の変位を抑制するように働くと思定される。

現在のところ、道路橋の設計では、可動支承の摩擦は不利な要因として取扱われている。このため最近摩擦の小さい（場合によっては摩擦のない）支承が使用されるようになった。

1962年、日本道路協会橋梁委員会において、上記の想定を元に可動支承の摩擦の取扱いを改める提案がなされたが、橋脚間で地震波に位相差を生ずる場合には、かえって支承の摩擦は不利に働くという推定から、関連条文の改訂には至らなかったものである。したがって、この問題は、本研究第2の課題とともに検討されなければならない。これらの検討の結果、上記の想定が確かめられたならば、道路橋示方書の関連規則は早急に訂正されるべきである。

(2) 橋梁付属物のマスダンパーとしての効果

橋梁には、高欄、照明、排水装置などの付属物がつい

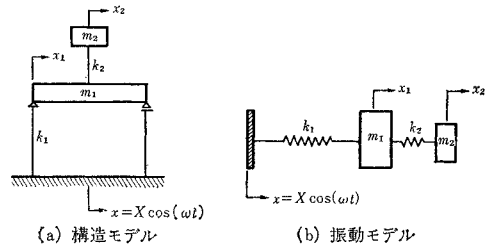


図-3 橋梁付属物を補助振動系とする橋梁のモデル

ている。これらは、図-3 (a) に示すごとく、上部構造を質量とし、固定端橋脚をばねとする主振動系に対し、補助振動系を構成している。いまこれを図-3 (b) のごとくモデル化すると、定常状態における地盤に対する上部構造の相対変位 (x_1) は次式で表わされる。

$$x_1(t) = \frac{X \cdot k_1 \cdot (k_2 - m_2 \omega^2)}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \cos(\omega t) \dots \dots \dots (1)$$

この式から、補助振動系（橋梁付属物）の固有周期が強制振動（地震）の周期と一致すれば、主振動系（上部構造）の地盤に対する相対変位を0にすることができるはずである。

実際には、両者が一致することはないが、ある程度主振動系の振幅を小さくする効果があると考え、一定の入力 SIN 波に対し、複雑なモデルでその補助振動系の周期を変化させ、マスダンパーとしての効果を検討することにした。

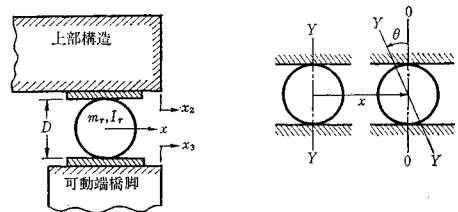
(3) 回転支承の回転慣性による抵抗

図-4 (a) に示す回転支承において、上部構造および橋脚頂部がそれぞれ x_2, x_3 だけ変位したとすると、同図 (b) に示されるローラー中心の水平変位 (x)、およびローラーの回点角変位 (θ) はおのおの次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} x &= (x_2 + x_3) / 2 \\ \theta &= (x_2 - x_3) / D \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

ローラーの質量、回転慣性をそれぞれ m_r, I_r とすると、支承の影響は $m_r \ddot{x}, I_r \ddot{\theta}$ として、この振動系の運動方程式の中に入れて来る。

本論文では、これらの要素が橋梁の振動性状に与える



(a) 回転支承モデル (b) 回転中心の水平変位と回転角の表わし方

図-4 回転支承の諸元と変数のとり方

影響を検討した。

4. 橋梁の振動モデルの設定

(1) 単径間橋モデル (Model-1)

振動減衰の原理を、図-5 に示す単径間橋モデルで解析した。このモデルは後の位相差問題の解析にも、そのまま使用することを考え、位相差のパラメーター φ_m , φ_f を含んでいる。

図中のパラメーターの説明は以下のとおりである。

- m_1 = 可動端橋脚基礎の質量
- m_2 = 固定端橋脚基礎の質量
- m_3 = 可動端橋脚躯体の等値先頭質量
- m_4 = 固定端橋脚躯体の等値先頭質量 + 上部構造質量
- m_5 = 橋梁付属物の等値先頭質量
- I_1 = 可動端橋脚基礎の重心回り回転慣性
- I_2 = 固定端橋脚基礎の重心回り回転慣性
- I_r = 可動端回転支承の回転中心回り回転慣性
- k_1 = 可動端橋脚基礎の水平変位に対する地盤のばね定数
- k_2 = 固定端橋脚基礎の水平変位に対する地盤のばね定数
- k_3 = 可動端橋脚のばね定数
- k_4 = 固定端橋脚のばね定数
- G_1 = 可動端橋脚基礎の回転変位に対する地盤のばね定数

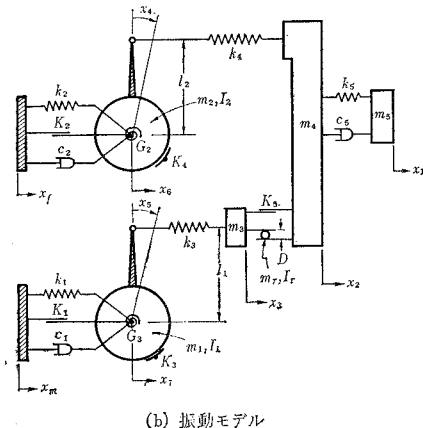
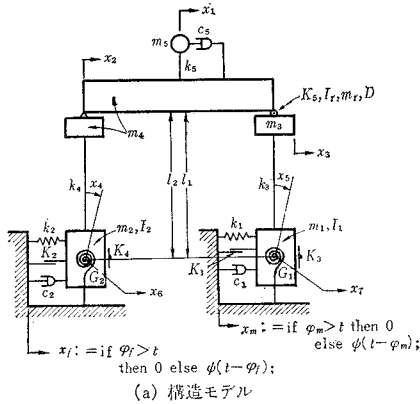


図-5 単径間橋のモデル (Model-1)

- G_2 = 固定端橋脚基礎の回転変位に対する地盤のばね定数
- C_1 = 可動端橋脚基礎の水平運動に対する地盤の粘性減衰係数
- C_2 = 固定端橋脚基礎の水平運動に対する地盤の粘性減衰係数
- C_3 = 橋梁付属物の粘性減衰係数
- K_1 = 可動端橋脚基礎の水平運動に対する地盤の摩擦抵抗
- K_2 = 固定端橋脚基礎の水平運動に対する地盤の摩擦抵抗
- K_3 = 可動端橋脚基礎の回転運動に対する地盤の摩擦抵抗
- K_4 = 固定端橋脚基礎の回転運動に対する地盤の摩擦抵抗
- K_5 = 可動端支承における摩擦抵抗
- D = 回転支承の回転部直径
- l_1 = 可動端基礎重心から橋脚頂部までの距離
- l_2 = 固定端基礎重心から橋脚頂部までの距離
- x_1 = 橋梁付属物の水平変位
- x_2 = 上部構造の水平変位
- x_3 = 可動端脚頂部の変位
- x_4 = 固定端橋脚基礎の重心回り回転変位
- x_5 = 可動端橋脚基礎の重心回り回転変位
- x_6 = 固定端橋脚基礎重心の水平変位
- x_7 = 可動端橋脚基礎重心の水平変位
- x_m = 可動端に作用する入力水平変位
- x_f = 固定端に作用する入力水平変位
- φ_m = 可動端における地震波の位相差
- φ_f = 固定端における地震波の位相差
- t = 時間
- ψ = 地盤の入力変位波形の関数

(2) 簡略化した単径間モデル (Model-1')

本論文で摩擦が正しく取扱われているか否かを検討するため図-6 に示す Model-1' が設定された。このモデルの理論解を求め、これと Model-1 のパラメーターに特定値を投入して、Model-1' と同じ条件を作り出し、数値積分を行なった結果を対比検討した。

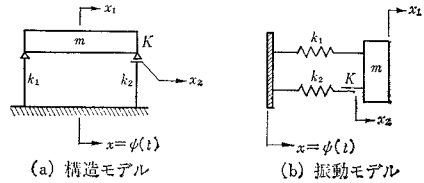


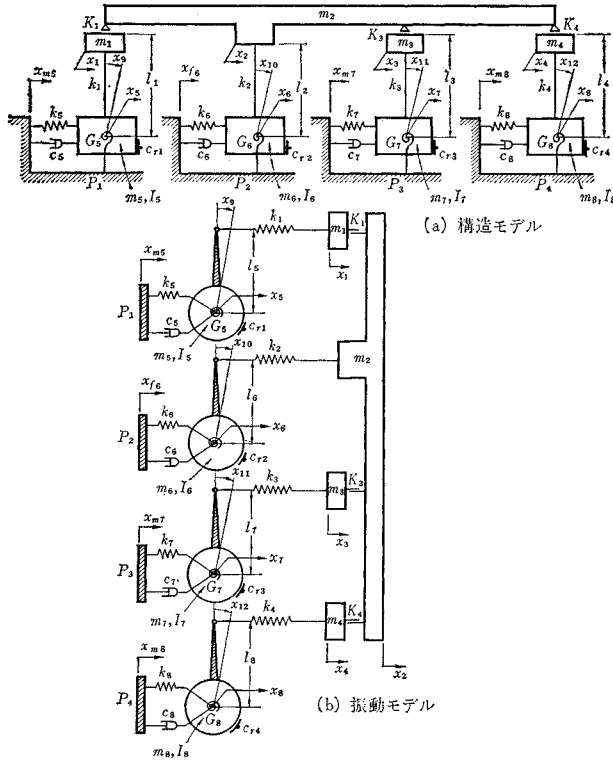
図-6 簡略化した単径間橋モデル (Model-1')

ただし

- m = 上部構造質量
- k_1 = 固定端橋脚のばね定数
- k_2 = 可動端橋脚のばね定数
- K = 可動支承における摩擦抵抗
- x_1 = 上部構造の水平変位
- x_2 = 可動端橋脚頂部の水平変位
- x = 作用する入力変位
- ψ = 入力変位波形の関数
- t = 時間

(3) 3 径間橋モデル (Model-2)

このモデルでは、地盤のクーロン摩擦に関する問題はすでに Model-1 で解析されたと考え、これをより取扱



$$\begin{aligned}
 x_{m5} &= \text{if } \varphi_5 > t \text{ then } 0 \text{ else } \psi(t - \varphi_5); \\
 x_{f6} &= \text{if } \varphi_6 > t \text{ then } 0 \text{ else } \psi(t - \varphi_6); \\
 x_{m7} &= \text{if } \varphi_7 > t \text{ then } 0 \text{ else } \psi(t - \varphi_7); \\
 x_{m8} &= \text{if } \varphi_8 > t \text{ then } 0 \text{ else } \psi(t - \varphi_8);
 \end{aligned}$$

図-7 3 径間橋モデル (Model-2)

いに便利な粘性摩擦におきかえている。その代り、このモデルの解析目的である連続橋としての各要素が新たに組み入れられた。このモデルも位相差問題検討に使用されることを考え、位相差のパラメーターを持たせている。

モデル中のパラメーターは以下のごとくである。

- P_{1-4} =第 1~4 橋脚
- m_1, m_3, m_4 =第 1, 3, 4 橋脚躯体の等値先頭質量
- m_2 =第 2 橋脚躯体の等値先頭質量+上部構造質量
- m_{5-8} =第 1~4 橋脚基礎の質量
- I_{5-8} =第 1~4 橋脚基礎の重心回り回転慣性
- k_{1-4} =第 1~4 橋脚のばね定数
- k_{5-8} =第 1~4 橋脚基礎の水平変位に対する地盤のばね定数
- G_{5-8} =第 1~4 橋脚基礎の回転変位に対する地盤のばね定数
- C_{5-8} =第 1~4 橋脚基礎の水平運動に対する地盤の粘性減衰係数
- C_{r1-4} =第 1~4 橋脚基礎の回転運動に対する地盤の粘性減衰係数
- K_1, K_3, K_4 =第 1, 2, 3 橋脚可動支承における摩擦抵抗
- l_{1-4} =第 1~4 橋脚それぞれの基礎心から橋脚頂部までの距離
- x_{1-4} =第 1~4 橋脚頂部の水平変位
- x_{9-8} =第 1~4 橋脚基礎重心の水平変位

- x_{9-12} =第 1~4 橋脚基礎の重心回り回転変位
- $x_{m5}, x_{f6}, x_{m7}, x_{m8}$ =第 1~4 橋脚に作用する入力変位
- φ_{5-8} =第 1~4 橋脚点における地震波の位相差
- t =時間
- ψ =地盤の入力変位波形の関数

5. 運動方程式の誘導

(1) Model-1 について

a) 摩擦の取扱い方

このモデルには、摩擦部分が 5 か所ある。式の導入に入る前にまず摩擦の処理について述べる。

いま Model-1 の K_i で示される摩擦部がすべて状態を○で、すべてでない状態を×で表わすと、各摩擦部の状態の組合せは表-1 に示すごとく 32 通りである。

一般に、摩擦部の箇所数 (n) の算術級数的増加に対し、状態の組数、(C) は次式で示すごとく、べき級数的に増加する。

$$C = {}_n C_0 + {}_n C_1 + \dots + {}_n C_i + \dots + {}_n C_n = 2^n \quad (3)$$

したがって、各状態ごとにそれぞれ異なった連立微分方程式 32 群を作ることになる。この振動系の自由度は 7 であるから、1 群は 7 個の連立微分方程式で構成される。

したがって、計算は時間の進行とともにどの状態が出現したかを判別し、どの微分方程式群で計算すべきかの指示が行なわれ、指定された連立方程式で計算を行なう作業の繰り返しとなる。

つぎに時間の進行とともに (1)~(32) のどの状態が出現しているかを判別する手続きについて述べよう。

摩擦部の一例として、可動支承を考えると、その機構は図-8 (a) のごとく表わされる。ここで可動橋脚頂部の変位を無視すると、図-8 (a) は同図 (b) のごとくモデル化されよう。

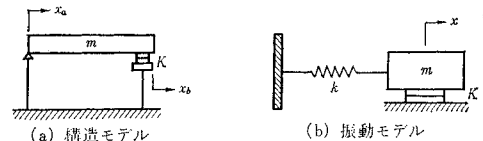


図-8 可動支承摩擦部のモデル

ここに、

- x_a =上部構造の変位
- x_b =可動端橋脚頂部の変位
- x =上部構造の可動端橋脚頂部に対する相対変位 ($=x_a - x_b \doteq x_a$)

表-1 Model-1 における摩擦部の滑動, 不滑動状態の組合せ

状態	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
摩擦部																					
K_1	○	×	○	○	○	○	×	×	×	×	○	○	○	○	○	×	×	×	×	×	×
K_2	○	○	×	○	○	○	×	×	○	○	×	×	×	○	○	×	×	×	×	○	○
K_3	○	○	○	×	○	○	○	○	○	×	○	×	○	×	○	×	×	×	○	×	×
K_4	○	○	○	○	×	○	○	○	×	○	○	×	○	×	○	×	×	×	○	×	○
K_5	○	○	○	○	○	×	○	○	×	×	○	○	×	○	×	×	○	○	×	○	×
	sC_0					sC_1					sC_2					sC_3					

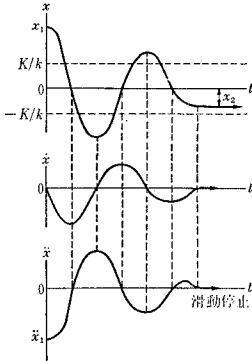


図-9 摩擦がある場合の自由振動における変位・速度・加速度の時間変化

m =上部構造質量
 k =固定端橋脚ばね定数
 K =可動支承に働く摩擦力

ここで質量 m を x_1 まで変位させ、自由振動を起こさせそれが停止するまでの運動を図で示すと図-9のごとくなる。すなわち、運動が停止する時の変位 (x_2) は $|x_2| \leq K/k$ を満足し、 \dot{x}, \ddot{x} はいずれも 0 となっている。いいかえるならば、可動支承部における上下部構造の相対運動が停止する条件は、

$$\left. \begin{aligned} \text{abs}(x_2) &\leq K/k \\ \dot{x} = \ddot{x} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

である。

また逆に、相対運動が持続していることは、ある時点の \dot{x}_t とつぎの時点の $\dot{x}_{t+\Delta t}$ の積が正であることで定義できる。これを数式で表わすと、

$$\text{sign}(\dot{x}_t * \dot{x}_{t+\Delta t}) = 1 \dots\dots\dots (7)$$

となる。

この原理を Model-1 に含まれる 5 つの摩擦部に適用して見よう。もし現在 (1) の状態にあるとすると、5 つの摩擦部で式 (9) が成り立っている。

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \text{sign}((\dot{x}_7 - \dot{x}_m)_t * (\dot{x}_7 - \dot{x}_m)_{t+\Delta t}) \\ S_2 &= \text{sign}((\dot{x}_6 - \dot{x}_f)_t * (\dot{x}_6 - \dot{x}_f)_{t+\Delta t}) \\ S_3 &= \text{sign}((\dot{x}_5)_t * (\dot{x}_5)_{t+\Delta t}) \\ S_4 &= \text{sign}((\dot{x}_4)_t * (\dot{x}_4)_{t+\Delta t}) \\ S_5 &= \text{sign}((\dot{x}_2 - \dot{x}_3)_t * (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)_{t+\Delta t}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (8)$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = 1 \dots\dots\dots (9)$$

もしある部分が相対運動を止め、接触する 2 つの部分

が一致した運動を始めると、式 (8) の 5 つの式のうち、対応する式の値が 0 となるはずである (電子計算では $S_i = -1$ になった時点をとらえる)。したがって、その時は同時に相対加速度を計算し、またその接触面に働く力の絶対値 (f_i) とクーロン摩擦力 K_i を比較し、相対加速度 = 0 (電子計算では |相対加速度| が所定の値 (\ddot{d}_i) より小さくなる時点をとらえる)、 $f_i \leq K_i$ が同時に成立しておれば、確かにその部分の滑動が停止するのであるから、(1)~(32) の状態のある状態に行先を指示することができる。

Model-1 の場合の接触面に働く力の絶対値 f_i は式 (10) で示される。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \text{abs}(m_1 \ddot{x}_7 - k_3(x_3 - x_7 - x_5 l_1) + k_1(x_7 - x_m)) \\ f_2 &= \text{abs}(m_2 \ddot{x}_6 - k_4(x_2 - x_6 - x_4 l_2) + k_2(x_6 - x_f)) \\ f_3 &= \text{abs}(-k_3 l_1(x_3 - x_7 - x_5 l_1) + G_1 x_5) \\ f_4 &= \text{abs}(-k_4 l_2(x_2 - x_6 - x_4 l_2) + G_2 x_4) \\ f_5 &= \text{abs}((m_3 + m_r/2) \ddot{x}_5 + k_5(x_5 - x_7 - x_5 l_1)) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

式 (10) はラグランジュの方程式から運動方程式を導き出す過程で誘導されるものである。式 (8), (10) がどの状態が出現しているかを検討する判別式である。

一例として、現在 (15) の状態にあるとすれば、判別式は (S_1, S_2, f_3, S_4, f_5) の組合せとなる。そして、もし $S_1 = S_2 = S_4 = 1, f_3 \leq k_3, f_5 \leq K_5$ が成立すればつぎの時点でも引き続き (15) の状態にある。もし、 S_1, S_2, S_5 のあるものが -1 となったら、さらに対応する相対相対加速度、 f_i を検討し、行先を決定する。

もし結果が

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= 1, \\ S_2 &= -1, \text{abs}(\ddot{x}_6 - \ddot{x}_f) \leq \ddot{d}_2, f_2 > K_2, \\ f_3 &\leq K_3, \\ S_4 &= -1 \text{abs}(\ddot{x}_4) \leq \ddot{d}_4, f_4 \leq K_4, \\ f_5 &> K_5 \end{aligned} \right\}$$

となったとすれば、つぎの計算は (14) の状態で行なわれ、またその時の判別式の組合せは (S_1, S_2, f_3, f_4, S_5) である。

b) 運動方程式の誘導

運動方程式は、ラグランジュの方程式から導いた。振動系に含まれる運動エネルギーを T 、ひずみエネルギーを U 、逸散係数を D 、外力を Q_i で表わすと一般座標 q_i

(○:滑動, ×:不滑動)

(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)	(32)
×	○	○	○	○	×	×	×	×	○	×
○	×	×	×	×	×	×	×	○	×	×
○	×	×	○	×	×	×	○	×	×	×
×	×	○	×	×	×	○	×	×	×	×
×	○	×	×	×	○	×	×	×	×	×

を用いてラグランジュの方程式はつぎのごとく表わされる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \dots\dots(11)$$

上式の各項を計算し

$$T = \frac{1}{2} m_5 (\dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2} m_4 (\dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_6)^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_7)^2 + \frac{1}{2} m_r \left(\frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{x}_4)^2 + \frac{1}{2} I_1 (\dot{x}_5)^2 + \frac{1}{2} I_r \left(\frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_3}{D} \right)^2$$

$$U = \frac{1}{2} k_5 (x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2} k_4 (x_2 - x_6 - x_4 l_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (x_3 - x_7 - x_5 l_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (x_6 - x_5)^2 + \frac{1}{2} k_1 (x_7 - x_m)^2 + \frac{1}{2} G_2 (x_4)^2 + \frac{1}{2} G_1 (x_5)^2$$

$$D = \frac{1}{2} C_5 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{x}_4 - \dot{x}_5)^2 + \frac{1}{2} C_1 (\dot{x}_7 - \dot{x}_m)^2$$

$$Q_1 = 0$$

$$Q_2 = -K_5 \text{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

$$Q_3 = -K_5 \text{sign}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$$

$$Q_4 = -K_4 \text{sign}(\dot{x}_4)$$

$$Q_5 = -K_3 \text{sign}(\dot{x}_5)$$

$$Q_6 = -K_2 \text{sign}(\dot{x}_6 - \dot{x}_5)$$

$$Q_7 = -K_1 \text{sign}(\dot{x}_7 - \dot{x}_m)$$

を得る。

これを表-1に示す(1)の状態に適用し、式(12)を得る。

$$i=1 \quad m_5 \ddot{x}_1 = c_5 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_5 (x_2 - x_1)$$

$$i=2 \quad (m_4 + m_r/4 + I_r/D^2) \ddot{x}_2 + (m_r/4 - I_r/D^2) \ddot{x}_3 = -c_5 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_5 (x_2 - x_1) - k_4 (x_2 - x_6 - x_4 l_2) - K_5 \text{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3)$$

$$i=3 \quad (m_r/4 - I_r/D^2) \ddot{x}_2 + (m_3 + m_r/4 + I_r/D^2) \ddot{x}_3 = -k_3 (x_3 - x_7 - x_5 l_1) - k_5 \text{sign}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$$

$$i=4 \quad I_2 \ddot{x}_4 = k_4 l_2 (x_2 - x_6 - x_4 l_2) - G_1 x_4 - K_4 \text{sign}(\dot{x}_4)$$

$$i=5 \quad I_1 \ddot{x}_5 = k_3 l_1 (x_3 - x_7 - x_5 l_1) - G_1 x_5 - K_5 \text{sign}(\dot{x}_5)$$

$$i=6 \quad m_2 \ddot{x}_6 = k_4 (x_2 - x_6 - x_4 l_2) - k_2 (x_6 - x_5) - c_2 (\dot{x}_6 - \dot{x}_f) - K_2 \text{sign}(\dot{x}_6 - \dot{x}_f)$$

$$i=7 \quad m_1 \ddot{x}_7 = k_5 (x_3 - x_7 - x_5 l_1) - k_1 (x_7 - x_m) - c_1 (\dot{x}_7 - \dot{x}_m) + K_1 \text{sign}(\dot{x}_7 - \dot{x}_m) \dots\dots(12)$$

ここで、

$$a_{11} = m_5$$

$$a_{22} = (m_4 + m_r/4 + I_r/D^2)$$

$$a_{32} = a_{23} = (m_r/4 - I_r/D^2)$$

$$a_{33} = (m_3 + m_r/4 + I_r/D^2)$$

$$a_{44} = I_2$$

$$a_{55} = I_1$$

$$a_{66} = m_2$$

$$a_{77} = m_1$$

$$a = (m_3 + m_4 + m_r)$$

$$R_1 = -c_5 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_5 (x_1 - x_2)$$

$$R_2 = C_5 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_5 (x_1 - x_2) - k_4 (x_2 - x_6 - l_2 x_4) - K_5 \text{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3)$$

$$R_3 = -k_3 (x_3 - x_7 - l_1 x_5) - K_5 \text{sign}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$$

$$R_4 = k_4 l_2 (x_2 - x_6 - l_2 x_4) - G_2 x_4 - K_4 \text{sign}(\dot{x}_4)$$

$$R_5 = k_3 l_1 (x_3 - x_7 - l_1 x_5) - G_1 x_5 - K_3 \text{sign}(\dot{x}_5)$$

$$R_6 = -c_2 (\dot{x}_6 - \dot{x}_f) - k_2 (x_6 - x_5) + k_4 (x_2 - x_6 - l_2 x_4) K_2 \text{sign}(\dot{x}_6 - \dot{x}_f)$$

$$R_7 = -c_1 (\dot{x}_7 - \dot{x}_m) - k_1 (x_7 - x_m) + k_3 (x_3 - x_7 - l_1 x_5) - K_1 \text{sign}(\dot{x}_6 - \dot{x}_f)$$

$$R = C_5 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_5 (x_1 - x_2) - k_4 (x_2 - x_6 - l_2 x_4) - k_2 (x_6 - x_7 - l_1 x_5) \dots\dots(13)$$

とおくと、表-1の(1)~(32)の各状態における運動方程式は以下のごとく表わされる。

$$a_{11} \ddot{x}_1 = R_1$$

$$a_{22} \ddot{x}_2 + a_{23} \ddot{x}_3 = R_2$$

$$a_{32} \ddot{x}_2 + a_{33} \ddot{x}_3 = R_3$$

$$a_{44} \ddot{x}_4 = R_4$$

$$a_{55} \ddot{x}_5 = R_5$$

$$a_{66} \ddot{x}_6 = R_6$$

$$a_{77} \ddot{x}_7 = R_7$$

(略)

$$a_{11} \ddot{x}_1 = R_1$$

$$a \ddot{x}_2 = R$$

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3 = 0$$

$$\ddot{x}_4 = 0$$

$$a_{55} \ddot{x}_5 = R_5$$

$$a_{66} \ddot{x}_6 = R_6$$

$$a_{77} \ddot{x}_7 = R_7$$

(略)

$$a_{11} \ddot{x}_1 = R_1$$

$$a \ddot{x}_2 = R$$

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_3 = 0$$

$$\ddot{x}_4 = 0$$

$$\ddot{x}_5 = 0$$

$$\ddot{x}_6 = \ddot{x}_5$$

$$\ddot{x}_7 = \ddot{x}_m$$

(略)

状態(1)

状態(16)

状態(32)

(2) Model-1' について

Model-1' の運動方程式は式 (14) で表わされる。

可動支承が滑動している時

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x) + K \operatorname{sign}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) &= 0 \\ k_2(x_2 - x) &= K_s \operatorname{sign}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14a)$$

可動支承の滑動が停止した時

$$m\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)(x_1 - x) - k_2s = 0 \dots\dots\dots (14b)$$

(ただし, s は式 (14a) から引き継いだ x_2, x_1 から, $s = x_2 - x_1$ で計算される一定値)

ここで, $x_1 - x = y, x_2 - x = y_2$ なる座表変換を行なうと, それぞれ

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y}_1 + k_1y_1 + K \operatorname{sign}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) &= -m\ddot{x} \\ k_2y_2 &= K \operatorname{sign}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) \end{aligned} \right\} (15a)$$

$$m\ddot{y}_1 + (k_1 + k_2)y_1 - k_2s = -m\ddot{x} \dots\dots\dots (15b)$$

を得る。

式 (15) の $k_2s, K \operatorname{sign}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2)$ はいずれも定数であるから, たとえば式 (15b) の場合,

$$m\ddot{y}_1 + (k_1 + k_2)(y_1 - k_2s/(k_1 + k_2)) = -m\ddot{x}$$

と変形し, さらに,

$$y_1 - k_2s/(k_1 + k_2) = Y_1, \dot{y}_1 = \dot{Y}_1, \ddot{y}_1 = \ddot{Y}_1$$

と座表変換して,

$$m\ddot{Y}_1 - (k_1 + k_2)Y_1 = -m\ddot{x}$$

の形に直すことができる。

これは, 普通の線形微分方程式であり, 入力 (\ddot{x}) が $-A\omega^2 \sin(\omega t)$ であればその一般解は,

$$Y_1 = C \sin(\sqrt{k_1 + k_2}/m \cdot t + \phi) + \frac{A\omega_2}{\sqrt{(k_1 + k_2 - m\omega^2)^2}} \sin(\omega \cdot t) \dots\dots\dots (16)$$

(ただし, C, ϕ は積分定数)

で表わされる。

式 (15a) についても同様である。

(3) Model-2 について

原理的に Model-1 の場合と同じであるから, 以下に Model-1 の場合に対応する表, 判別式, 運動方程式を列記するに止める。

3 個の摩擦部の状態の組合せは表-2 に示すごとく 8 通りである。

判別式は式 (17), (18) のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \operatorname{sign}((\dot{x}_2 - \dot{x}_1)_t \times (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)_{t+\Delta t}) \\ S_2 &= \operatorname{sign}((\dot{x}_2 - \dot{x}_3)_t \times (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)_{t+\Delta t}) \\ S_3 &= \operatorname{sign}((\dot{x}_2 - \dot{x}_4)_t \times (\dot{x}_2 - \dot{x}_4)_{t+\Delta t}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \operatorname{abs}(m_1\ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_s - x_9l_5)) \\ f_2 &= \operatorname{abs}(m_3\ddot{x}_3 + k_3(x_3 - x_7 - x_{11}l_7)) \\ f_3 &= \operatorname{abs}(m_4\ddot{x}_4 + k_4(x_4 - x_8 - x_{12}l_8)) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

表-2 Model-2 における摩擦部の滑動, 不滑動状態の組合せ (○: 滑動, ×: 不滑動)

状態 摩擦部	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
K_1	○	×	○	○	×	×	○	×
K_3	○	○	×	○	×	○	×	×
K_4	○	○	○	×	○	×	×	×
	sC_0		sC_1		sC_2		sC_3	

運動方程式は, 状態の組数と同じ 8 個の群であり, 1 群の微分方程式の数は, 本振動系の自由度の数と同じ 12 個である。

(1) の状態における運動方程式

$$\left. \begin{aligned} i=1 \quad m_1\ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_5 - x_9l_5) &= -K_1 \operatorname{sign}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \\ i=2 \quad m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_6 - x_{10}l_6) &= -K_1 \operatorname{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ i=3 \quad m_3\ddot{x}_3 + k_3(x_3 - x_7 - x_{11}l_7) &= -K_4 \operatorname{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_4) \\ i=4 \quad m_4\ddot{x}_4 + k_4(x_4 - x_8 - x_{12}l_8) &= -K_4 \operatorname{sign}(\dot{x}_4 - \dot{x}_2) \\ i=5 \quad m_5\ddot{x}_5 - k_1(x_1 - x_5 - x_9l_5) &+ k_5(x_5 - x_{m5}) + C_2(\dot{x}_5 - \dot{x}_{m5}) = 0 \\ i=6 \quad m_6\ddot{x}_6 - k_2(x_2 - x_6 - x_{10}l_6) &+ k_6(x_6 - x_{f6}) + C_6(\dot{x}_6 - \dot{x}_{f6}) = 0 \\ i=7 \quad m_7\ddot{x}_7 - k_3(x_3 - x_7 - x_{11}l_7) &+ k_7(x_7 - x_{m7}) + C_7(\dot{x}_7 - \dot{x}_{m7}) = 0 \\ i=8 \quad m_8\ddot{x}_8 - k_4(x_4 - x_8 - x_{12}l_8) &+ k_8(x_8 - x_{m8}) + C_8(\dot{x}_8 - \dot{x}_{m8}) = 0 \\ i=9 \quad I_5\ddot{x}_9 - l_5k_1(x_1 - x_5 - x_9l_5) &+ G_5x_9 + C_{r1}\dot{x}_9 = 0 \\ i=10 \quad I_6\ddot{x}_{10} - l_6k_2(x_2 - x_6 - x_{10}l_6) &+ G_6x_{10} + C_{r2}\dot{x}_{10} = 0 \\ i=11 \quad I_7\ddot{x}_{11} - l_7k_3(x_3 - x_7 - x_{11}l_7) &+ G_7x_{11} + C_{r3}\dot{x}_{11} = 0 \\ i=12 \quad I_8\ddot{x}_{12} - l_8k_4(x_4 - x_8 - x_{12}l_8) &+ G_8x_{12} + C_{r4}\dot{x}_{12} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

式(19)で $i=5 \sim 12$ の各式には, 摩擦の項が含まれていないので, 各群に共通の形を持ち $i=1 \sim 4$ のみ状態により変化する。

整備して以下のごとく表示する。

$$\left. \begin{aligned} i=1 \quad \ddot{x}_1 &= -(k_1(x_1 - x_5 - x_9l_5) + K_1 \operatorname{sign}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2))/m_1 \\ i=2 \quad \ddot{x}_2 &= -(k_2(x_2 - x_6 - x_{10}l_6) + K_1 \operatorname{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_3 \operatorname{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + K_4 \operatorname{sign}(\dot{x}_2 - \dot{x}_4))/m_2 \\ i=3 \quad \ddot{x}_3 &= -(k_3(x_3 - x_7 - x_{11}l_7) + K_3 \operatorname{sign}(\dot{x}_4 - \dot{x}_2))/m_3 \\ i=4 \quad \ddot{x}_3 &= -(k_4(x_4 - x_8 - x_{12}l_8) + K_4 \operatorname{sign}(\dot{x}_4 - \dot{x}_2))/m_4 \end{aligned} \right\} \text{状態 (1)}$$

$$\begin{aligned}
 & i=1 \quad \ddot{x}_1 = -(k_1(x_1 - x_5 - x_9 l_5) + k_2 \\
 & \quad \cdot (x_2 - x_6 - x_{10} l_6) + K_3 \text{ sign} \\
 & \quad \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + K_4 \text{ sign} \\
 & \quad \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_4)) / (m_1 + m_2) \\
 & i=2 \quad \ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 \\
 & i=3 \quad \text{状態 (1) の } i=3 \text{ に同じ} \\
 & i=4 \quad \text{状態 (1) の } i=4 \text{ に同じ} \\
 & i=1 \quad \text{状態 (1) の } i=1 \text{ に同じ} \\
 & i=2 \quad \ddot{x}_2 = -(k_2(x_2 - x_6 - x_{10} l_6) + k_2 \\
 & \quad \cdot (x_3 - x_7 - x_{11} l_7) + K_1 \text{ sign} \\
 & \quad \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_4 \text{ sign} \\
 & \quad \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_4)) / (m_2 + m_3) \\
 & i=3 \quad \ddot{x}_3 = \ddot{x}_2 \\
 & i=4 \quad \text{状態 (1) の } i=4 \text{ に同じ} \\
 & \text{(状態 (4)~(7) 略)} \\
 & i=1 \quad \ddot{x}_1 = -(k_1(x_1 - x_5 - x_9 l_5) \\
 & \quad + k_2(x_2 - x_6 - x_{10} l_6) + k_3(x_3 \\
 & \quad - x_7 - x_{11} l_7) + k_4(x_4 - x_8 \\
 & \quad - x_{12} l_8)) / (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \\
 & i=2 \quad \ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 \\
 & i=3 \quad \ddot{x}_3 = \ddot{x}_1 \\
 & i=4 \quad \ddot{x}_4 = \ddot{x}_1
 \end{aligned}$$

6. 電子計算にのせるためのプログラムの作成

以上の運動方程式を数値積分するためのプログラムを7個作成した。これらのプログラムとモデルおよび解析の目的は表-3に示されている。

表-3 本論文におけるモデル、プログラムの設定・作成目的

Model	Program	解析の目的
1	1-1	単径間橋に SIN 波を働かせる場合の解析。
1	1-2	単径間橋に SIN 波を一波働かせる場合の解析。
1	1-3	単径間橋に実際の震波を働かせる場合の解析。
1'	1'	簡略化されたモデルで摩擦の取扱いの正しさを確認する。
2	2-1	3 径間橋に SIN 波を働かせる場合の解析。
2	2-2	3 径間橋に実際の震波を働かせる場合の解析。
-	3	実際の震波加速度波形を積分し、各モデルに入口として作用させる速度・変位を求める。

これらのプログラムは ALGOL 用語で書かれ、TOSBAC-3400 により演算を行なったものである。

作成されたプログラムおよびその説明は、昭和 44 年度プログラム成果（建設省土木研究所）に発表する。

7. 適用した実在橋と、その諸元の計算

(1) 概要

本研究は理論解析を主体としている。したがって、データとして投入する橋梁の諸元の数値には、それほど

こだわらなかった。しかし、工学的にあまりかけ離れた値を代入して、橋梁としてあり得べからざる振動論になることをさけるため、使用する数値の一応の目安を得ることを目的とし、一般的な諸元を持つ橋梁として、図-10、11 に示す実在橋梁を参照した。したがって、入力データはいずれもラウンドナンバーとなっている。Model-1, 2 に参照した実在橋梁はそれぞれ図-10、11 に対応している。

(2) 計算の方法

a) 質量 (m_i)

構造物の体積に関連示方書類に規定された材料の単位体積重量を乗じ、これを重力の加速度で除して求めた。橋脚の等値先頭質量は、これに 0.231 を乗じたものである。

$$m = W/g \dots \dots \dots (20)$$

b) 基礎の橋軸直角方向重心軸周りの回転慣性 (I_i)

図-12 に示すごとく、基礎側面の X-X, Y-Y 軸回り断面 2 次モーメント J_X, J_Y, 単位側面積当りの基礎の重量 (ρ) から下式によって求めた。

$$I_z = \rho(J_x + J_y) / g \dots \dots \dots (21)$$

c) 橋脚のばね定数 (k_i)

橋脚断面の橋軸直角方向図心軸回りの断面 2 次モーメント (I), 橋脚材料の弾性係数 (E), 橋脚の高さ (h) より次式により求めた。

$$k = 3 EI / h^3 \dots \dots \dots (22)$$

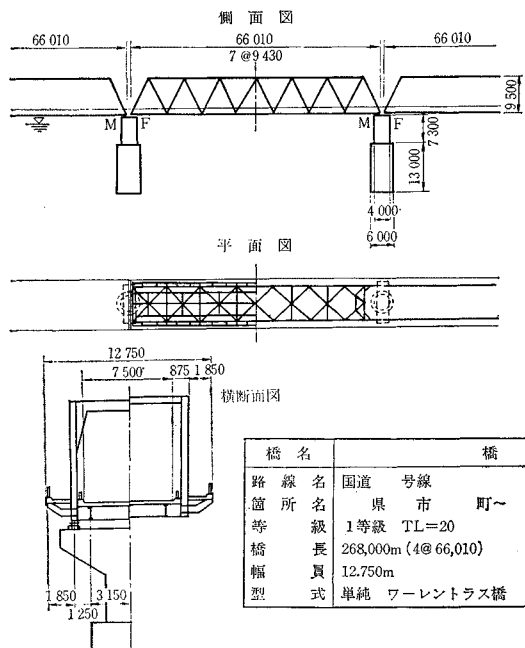


図-10 Model-1 の諸元決定に参照した実在橋梁

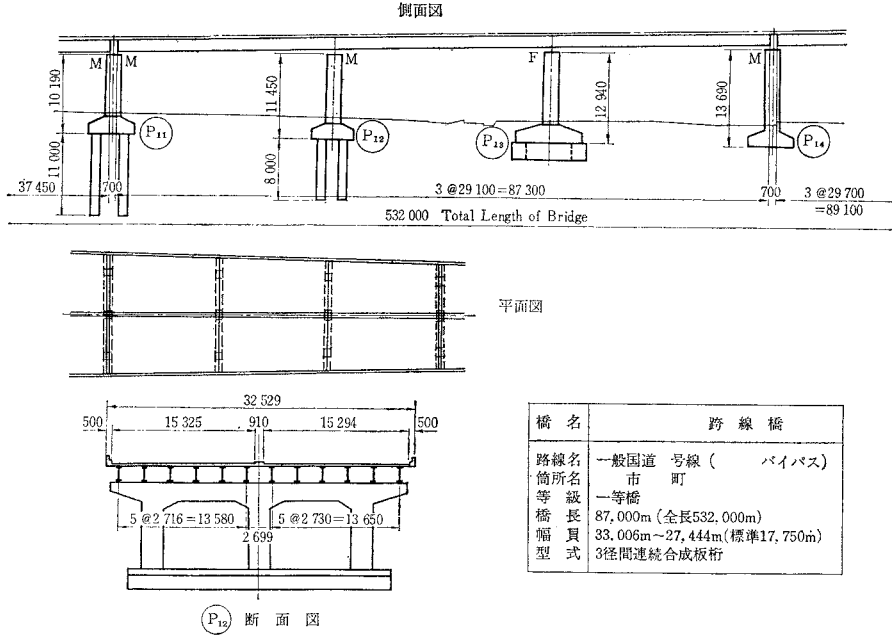


図-11 Model-2 の諸元決定に参照した実在橋梁

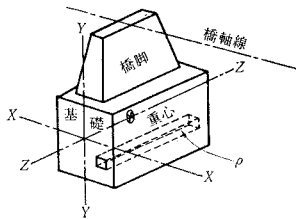


図-12 基礎の重心回り回転慣性の計算法

d) 基礎の水平・回転変位に対する地盤のばね定数 (k_i, C_i)

道路橋下部構造設計指針に示す変位の計算式を用い、荷重・変位の関係から、式(23)を用いて計算した。

$$\left. \begin{aligned} k &= H/\delta \\ G &= M/\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

ただし、ここに H, M は基礎重心に働く水平力、回転モーメント、 δ は基礎の重心位置の水平変位、 θ は回転変位。

e) 可動支承における摩擦抵抗 (K_f)

上部構造からの鉛直反力 (R) に、関連示方書に規定された摩擦係数 (μ) を乗じ下式により求めた。

$$K_f = \mu R \dots\dots\dots (24)$$

f) 基礎と周面地盤との間に働く摩擦力 (K_f)

基礎の水平運動に対する摩擦力 (K_f) は、基礎両側面に働く能動土圧に土とコンクリートとの摩擦係数 (0.5) を乗じて求めた。

基礎の回転運動に対する摩擦によるモーメント (K_f) は、基礎前(後)面(いずれか一方)に働く受動土圧と

摩擦係数 (0.5) と、基礎重心から前(後)面までの距離を乗じて求めた。

g) 基礎地盤の粘性減衰係数 (水平方向 C_i , 回転方向 C_{r_i})

粘性定数 (h) の実測値 (表-4 参照) を用い、着目している基礎に関する質量 (m), 回転慣性 (I), 水平ばね定数 (k), 回転ばね定数 (G) から式(25)により計算した。

表-4 (a)

橋梁名	地盤の性質			共振振動数 (c/s)	減衰定数 h	摘要
	N値	土質	地盤係数 (kg/cm ³)			
吉田大橋	5	砂	4	6.5	0.108	共振曲線法 高橋浩一郎氏の方法
駿河大橋	—	礫	5	5.6	0.08	
安治川橋	15	シルト	2	8.66	0.0865	共振曲線法
新葛飾橋	20	砂	3.3	5.8	0.111	同上
"	40	"	4.7	5.55	0.0583	同上
新天竜川橋	10	粘土まじり礫	2.01	2~12の間 に共振なし	0.12~0.22	自由振動法
平井橋	2	シルト	0.6	2.40	0.129	共振曲線法
木曾川橋	5	細砂	1.3~3.0	4.78	0.097	自由振動法

表-4 (b)

土質	乾燥細砂	飽和細砂	乾燥粗砂	飽和粗砂
h	0.107	0.148	0.086	0.118

表-4 (c)

土質	カリフォルニア粘土	備考
h	0.08~0.117 平均 0.094	室内の試料、衝撃自由振動圧縮強度 0.3~1.1 kg/cm ²

出典：建設省建設大専校 昭和43年度
道路重要構造物科研修テキスト

表-5 Model-1 の諸元に投入した標準データ

論文中で使用した記号	数 値	単 位	論文中で使用した記号	数 値	単 位
k_1	5 ₁₀ +5	t/m	C_1	400	t·sec/m
k_2	5 ₁₀ +5	"	C_2	400	"
k_3	2 ₁₀ +5	"	C_5	1	"
k_4	2 ₁₀ +5	"	m_r	0.15	t·sec ² /m
k_5	2 ₁₀ +3	"	m_1	40	"
K_1	60	t	m_2	40	"
K_2	60	t	m_3	6	"
K_3	180	t·m	m_4	80	"
K_4	180	"	m_5	0.4	"
K_5	150	t	I_r	0.1	t·sec ² /m
l_1	8	m	I_1	100	"
l_2	8	"	I_2	100	"
G_1	5 ₁₀ 6	t·m/rad	D	0.2	m
G_2	5 ₁₀ 6	"			

表-6 Model-2 の諸元に投入した標準データ

論文中で使用した記号	数 値	単 位	論文中で使用した記号	数 値	単 位
k_1	5 ₁₀ +4	t/m	C_{r1}	100	t·sec/m
k_2	6 ₁₀ +4	"	C_{r2}	150	"
k_3	6 ₁₀ +4	"	C_{r3}	150	"
k_4	5 ₁₀ +4	"	C_{r4}	100	"
k_5	3 ₁₀ +5	"	m_1	20	t·sec ² /m
k_6	4 ₁₀ +5	"	m_2	250	"
k_7	4 ₁₀ +5	"	m_3	20	"
k_8	3 ₁₀ +5	"	m_4	20	"
G_5	8 ₁₀ +6	t·m/rad	m_5	100	"
G_6	1 ₁₀ +7	"	m_6	120	"
G_7	1 ₁₀ +7	"	m_7	120	"
G_8	8 ₁₀ +6	"	m_8	100	"
K_1	20	t	I_5	500	t·sec ² /m
K_3	40	"	I_6	900	"
K_4	20	"	I_7	900	"
C_5	200	t·sec/m	I_8	500	"
C_6	400	"	l_5	8	m
C_7	300	"	l_6	8	"
C_8	200	"	l_7	8	"
			l_8	8	"

$$\left. \begin{aligned} C &= 2 \cdot h \cdot \sqrt{m \cdot k} \\ C_r &= 2 \cdot h_r \cdot \sqrt{I \cdot G} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

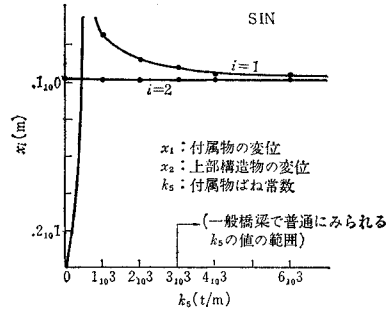
(3) 計算結果の一覧

前項に示す方法で計算した橋梁諸元を、ラウンドナンバーに直した数値を単位、記号とともに表-5, 6 に示す。

8. 演算結果とその解析

(1) 橋梁付属物の影響

単径間橋で、高欄、照明、排水装置などの橋梁付属物を主振動系である橋梁本体に取付く補助振動系と見なし、従来の設計例を参照しつつ、その質量 (m_s)、ばね定数 (k_s)、減衰定数 (C_s) を定め、また、ばね定数を変化させて、その固有周期を変え、Model-1 を用いて橋



(注) ω_3 (上部構造固有角速度) = 50 rad/sec
 ω_5 (付属物固有角速度) = 0~400 rad/sec
 ω (入力 SIN 波角速度) = 20 rad/sec

図-13 橋梁付属物のばね定数を変化させた場合の上部構造付属物の変位の挙動

梁本体と橋梁付属物の応答変位 (それぞれ x_1, x_2) を調べた。その結果を図-13 に示す。

図から判別するごとく、橋梁付属物のマスダンパーとしての効果は見られず、これらの質量は一般に本体に固定されていると考えて差しつかえないことがわかる。これは補助振動系の規模が主振動系のそれに比してきわめて小さく、またその固有周期が一般に主振動系のそれに比して著しく短いことに起因する。

高欄、照明など本来の付属物とは別に、その固有周期が主振動系の固有周期と一致するようあらかじめ調律された補助振動系を図-14 に示すごとき機構で橋梁本体に取りつけた場合も図-15 に示すごとく、所期の効果はあげえなかった。すなわち、その振動減衰効果は主振動系が共振状態に入った時には若干認められるが、その振幅減少は補助振動系をつけなかった場合の 15% 以下

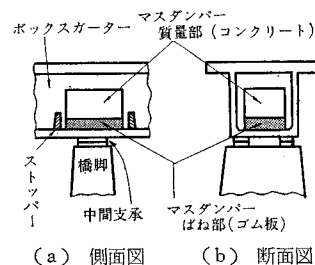


図-14 連続ボックスガーターにおけるマスダンパーの取付け方法

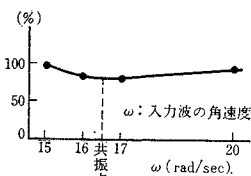


図-15 主振動系と同調させたマスダンパーによる主振動系質量 (上部構造) のマスダンパーを設けない場合に対する振幅減少率 (%)

である。一方、その場合の補助振動系の振幅はきわめて大きくなり（計算例では 40~100 cm）、上部構造内で相当重量の大きいマス（本計算では 3.9 t）が暴れることになる。したがって、ダッシュポットを併用するか、ストッパーを設けるとかの手段を講じ、補助振動系自体の振幅を抑制しなければならない、という新しい問題が生じて来る。

図-3 のようなモデルでは、理論的には上に述べたごとく調律された補助振動系をとりつけると、主振動系の振幅を 0 にすることができる。

しかし、本論文で採用したような多くの要素を持つ多自由度系では、図-3 に示す簡単な 2 自由度系の場合のように、マスダンパーの効果をあげ得ないように思われる。

(2) 回転支承の回転慣性の影響

単径間橋で解析した結果、回転支承の回転慣性により、振動は拘束され振幅が小さくなるであろうという所期の効果はこの場合も得られないことがわかった。

図-16 に示されるごとく、回転支承の回転慣性が、普通使用されているロッカー、ローラー程度のものであれば、橋梁の振動性状にはほとんど影響を与えない。かえて、回転慣性の値がある程度以上になると、急激に上下部構造の振幅を増加させる（図-17 参照）。これは上部構造と可動端橋脚頂部の相対運動の方向が変わろうとする時、ローラー中に貯えられた回転エネルギーが、それを防げるように放出されるからである。実際は、このような場合にはローラーが飛び出してしまうことになろう。

(3) 周辺地盤による基礎の摩擦拘束の影響

単径間橋の解析の結果、図-18 (a), (b) に示される

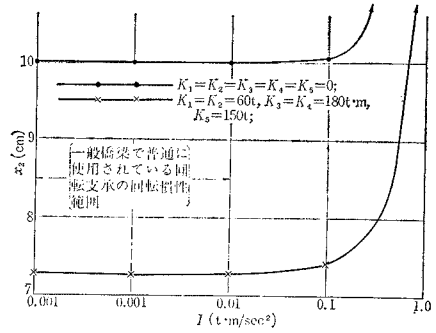


図-16 (a) 回転支承の回転慣性が上部構造振幅に与える影響

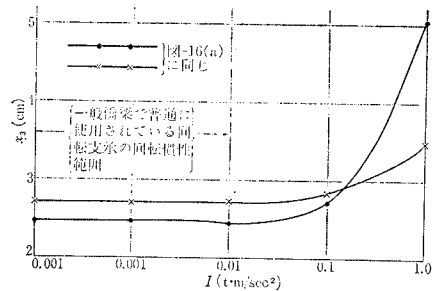


図-16 (b) 回転支承の回転慣性が可動端橋脚頂部振幅に与える影響

ごとく、可動支承の摩擦の有無にかかわらず、地盤による基礎の摩擦拘束が大きくなるほど、上部構造の変位も固定端橋脚基礎に働くモーメントもともに小さくなることわかれる。

一方、可動端橋脚では、その頂部の変位、基礎に働くモーメントとも基礎における周辺地盤の拘束をほとんど受けないことがわかる。

図-19 に見られるごとく、基礎における摩擦抵抗が、ある程度大きくなると橋脚底部は完全固定された状態に

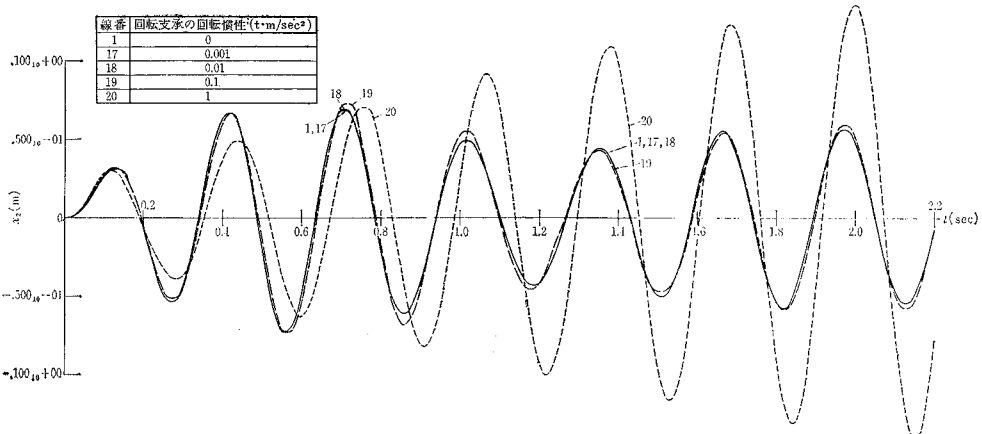


図-17 回転支承の回転慣性をパラメーターとして変化させた場合の上部構造変位の時間挙動（周辺地盤による基礎拘束、可動支承における摩擦のある場合：入力は SIN 波）

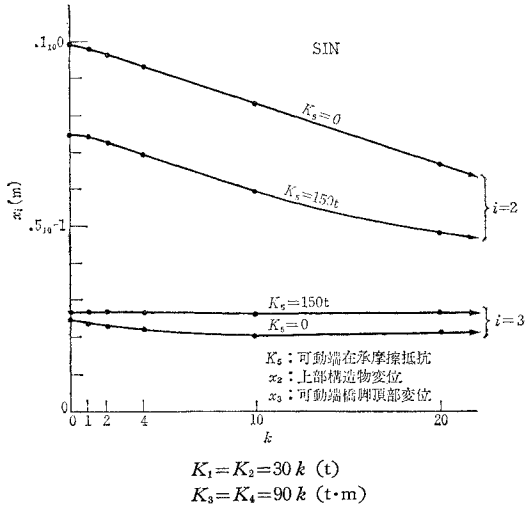


図-18 (a) 周辺地盤による基礎の水平拘束力 (K_1, K_2) 回転拘束力 (K_3, K_4) を k 倍に増加させた場合の x_i の変化

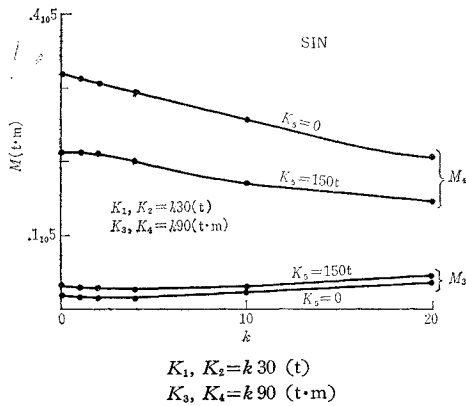


図-18 (b) (a) 図で x_i の代りに固定端側基礎重心回りモーメント (M_4) および可動端側基礎重心回りモーメント (M_5) を示したもの

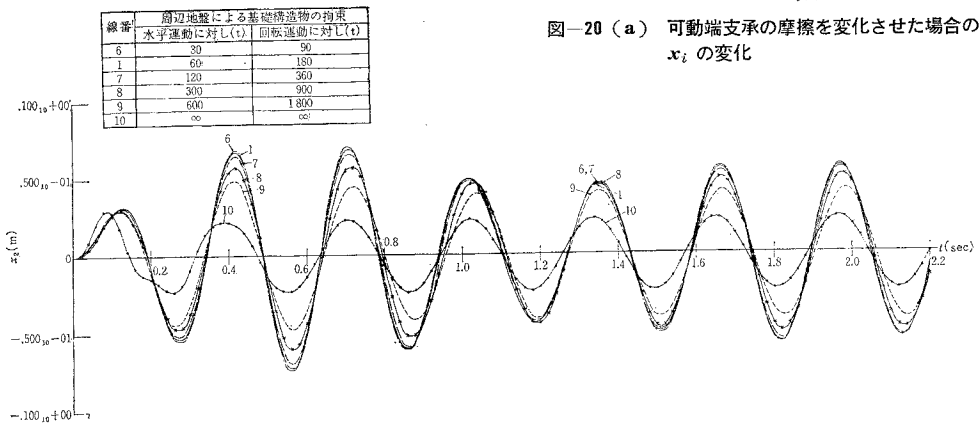


図-19 可動支承の摩擦を一定とし、周辺地盤による基礎拘束をパラメーターとして変化させた場合の上部構造変位の時間挙動 (入力 は SIN 波)

なる (図-19 の線番 10 のグラフ)。したがって、基礎における摩擦抵抗を横軸にとった最大応答変位の図 (図-18) は右側に延長すると、ある漸近線に近づく。

これらの図から、橋脚下端を完全固定と仮定した計算では、実際の値に対し、固定端側で 50% に達する危険側の誤差を生ずるはずである。可動端側では、誤差は 10% 程度であり、しかも安全側であるから問題は少なくない。

(4) 可動支承における摩擦による拘束の影響

a) 単径間橋の解析結果

単径間橋に、SIN 波を働かせ、可動支承に働く摩擦力と上部構造、下部構造の最大変位応答の関係を示したのが 図-20 (a) である。図からわかるように、可動支承の摩擦がある程度大きくなると、両端ヒンジ固定されたと同じ状況になり、上部構造の変位と可動端橋脚頂部の変位は一致する。すなわち、両者のカーブは共通の漸近線を持っている。

また、図-21 は摩擦力をパラメーターとした、上部構造応答変位の時間変化を示すグラフである。

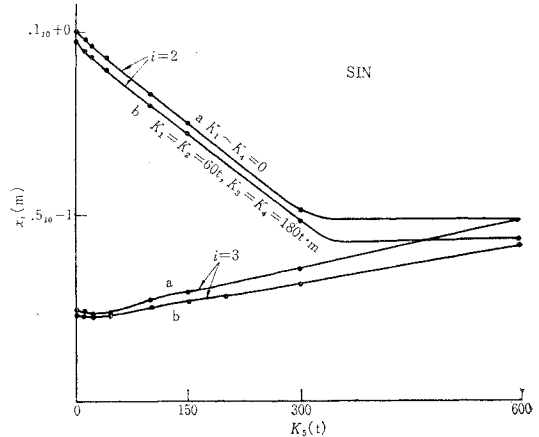


図-20 (a) 可動端支承の摩擦を変化させた場合の x_i の変化

これらの図からわかるように摩擦力が0から ∞ に増加すると、上部構造の変位は過渡状態および定常状態において、それぞれ30,40%程度に減少する。可動端橋脚頂部では逆に160%ほどに増加する。

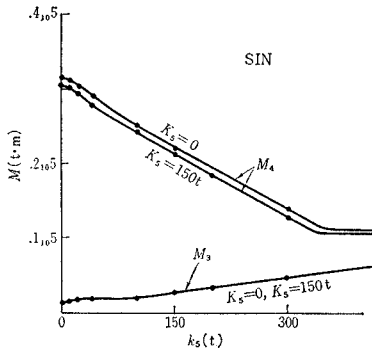


図-20 (b) (a) 図で x_g の代りに M_4, M_3 を示したもの

また、基礎に働くモーメントを見ると、固定端では50%以下に減少し、可動端では500%に増加している。

しかし、固定、可動両橋脚基礎に働くモーメントの合計と比較すると、結局約60%に低下する。

前項で述べた基礎の拘束の結果を合せ検討すると、従来行なわれている静的計算方法で計算した応力は、本計算で可動支承の摩擦係数(μ)が0.25程度の時の非共振状態の結果とほぼ一致すると思われる。

可動支承における摩擦拘束がこれより小さい時は、静的計算結果は常に危険側の誤差を与え、場合によっては動的計算の50%程度にしか考えていないこともあり得ると推定される。

従来、固定端側応力の静的計算では、一般に基礎は完全固定と考え、可動支承の摩擦は0であると仮定している。すなわち、実際の可動支承の摩擦係数が0.25程度の場合には、橋脚支持条件で危険側の仮定・可動支承の摩擦では安全側の仮定が行なわれ、たまたま結果において応力がほぼ一致したということにほかならない。

この意味で、最近摩擦の少ない合金、あるいは摩擦のない材料を用いた支承(支承板支承、ゴム支承など)を使用する傾向にあるのは、従来の計算において安全側の

仮定のみを取り去ることであり、きわめて危険な誤謬であるといわざるを得ない。

図-18, 19 および 20, 21 を合せ検討し、上部構造の振幅減少傾向は、基礎における摩擦拘束が増大する時より、可動支承の摩擦が増大する場合の大ききことがわかる。これは、可動支承の摩擦を調整して人為的に上部構造の振動を抑制することの可能性、有意性を暗示するものである。

図-22 は Model-1 に構造物の固有周期と同じ固有周期を持つ SIN 波を一波作用させ、その後自由振動させた場合の上部構造応答変位の時間変化を示す。

この図に示されるごとく、摩擦による減衰は粘性減衰と異なる独特な挙動を示す。

すなわち、自由振動で各部の摩擦により振動が減衰して行くに伴って、摩擦部に働いている力が摩擦抵抗に打ちかてなくなり、順次相対運動を停止して行く。滑動部が一つ減るごとに、その振動系にはばねと質量が一つずつ増えて行き、それに伴って周期が不連続に変化する(本計算の場合は周期が短くなっている)。また、そのたびに減衰能力が不連続に減少して行く。

しかし、5.(2) Model-1' の理論解が示すごとく、また図-21 から判定されるように、摩擦が働いていても、あるいはその摩擦の大小にかかわらず、摩擦部が滑動している限り、その固有周期は摩擦がない場合の固有周期と等しい。

以上の原理を振動実験に適用すれば、減衰が粘性抵抗によるものか、摩擦抵抗によるものかを判定することができるはずである。

b) 3 径間橋の解析結果

共振点が $\omega_n=12.5$ rad/sec の3径間橋に SIN 波を働かせつつ、各可動端支承の摩擦を一定の比率(k)で変化させた場合の、固定端、可動端橋脚基礎に働く最大モーメント(M_6, M_8)の状況は図-23 (a), (b) に示されている。

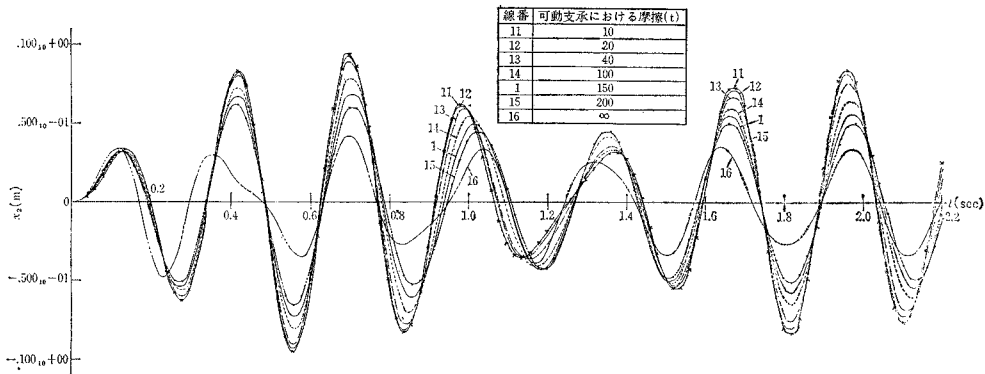


図-21 周辺地盤による基礎拘束を一定とし、可動支承における摩擦をパラメーターとして変化させた場合の上部構造変位の時間挙動(入力は SIN 波)

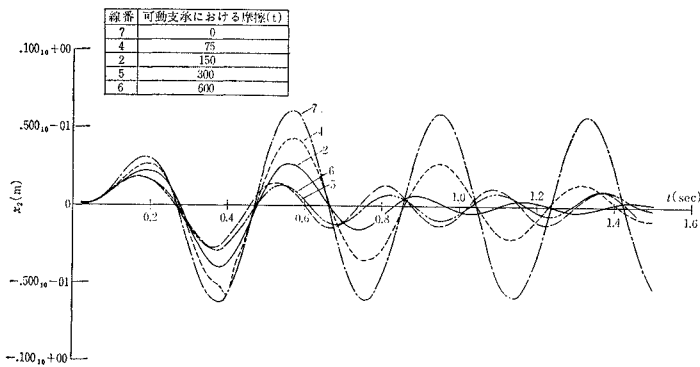


図-22 振幅 2 cm, $\omega=17$ rad/sec の SIN 波を一波動かせた後の、上部構造の自由振動 (パラメーターとして可動支承の摩擦を変化させている。可動支承の摩擦が小さくなると減衰はきわめて鈍くなる。このことは、地盤要素に比し、可動支承要素の方が減衰に大きな影響を与えることを示す)

図から、3 径間橋の場合は、摩擦の変化が可動端にはわずかの影響しか与えないにもかかわらず、固定端では摩擦の増加にともなう振動減衰が著しいことがわかる。またその傾向は、上部構造・固定端橋脚で構成される振動系が共振状態にある時いっそう顕著である。

これは、多径間橋では多数の可動端支承の影響が累積されること、および摩擦が大きくなるにつれ、可動端橋脚のばねが上部構造の振動に介入し、上部構造の共振点が変わることに起因するものと思われる。したがって上部構造の最大変位を縦軸にとった場合 (図-24) そのグラフを右に延長すると、全点固定の場合の変位に漸近する。

3 径間橋で実際波 (EL CENTRO, CALIF, U.S.A., NS, 1940, V, 18) を入力させつつ可動支承の摩擦を変

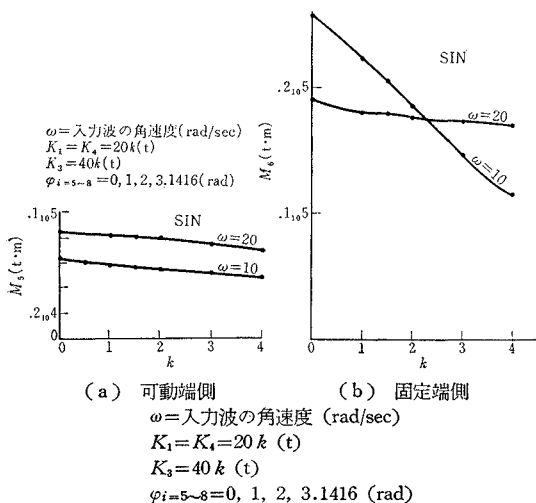


図-23 3 径間連続橋の各橋脚点入力波の位相差 (φ_i) を一定に保ち、各可動支承の摩擦を k 倍に増加させた場合の固定端および可動端側基礎に働くモーメント (それぞれ M_6, M_5)

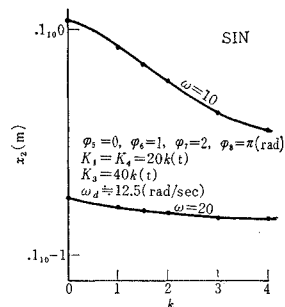


図-24 図-23 (b) でモーメントの代りに変位をとったもの

化させた場合の各橋脚基礎に働く最大モーメントを示したのが 図-25 である。この場合も SIN 波を入力した場合と同様な結果を示している。

ここまでの論議で、可動支承の摩擦は単径間橋、多径間橋いずれの場合も少なくとも位相差を考慮しない場合には、地震時に最も問題となる固定端側 (上部構造) の振動で有利な要因であると断定できたものと考えている。

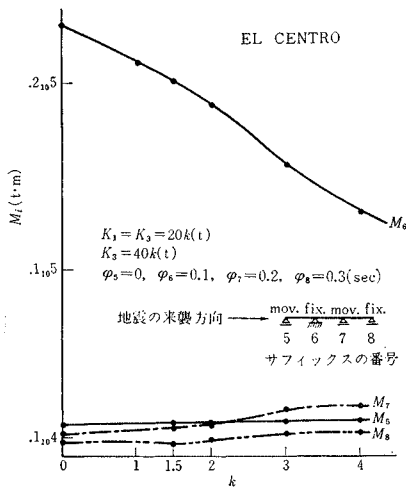


図-25 図-23 (b) で SIN 波の代りに実際波を働かせたもの

9. 結 論

以上の考察から、本論文の結論を以下のごとく総括する。

(1) 橋梁の振動を減衰させる要素として、本論文でとりあげた 4 つの要因 (㊸橋梁付属物のマスダンパー作用, ㊹回転支承の回転慣性による抵抗, ㊺基礎が周辺地盤によりうける非線形的拘束, ㊻可動支承における摩擦抵抗) のうち、効果を持ち、またその効果を確実に評価でき、容易に活用できるのは㊻のみである。

(2) 考慮された 4 つの要素のうち、㊻は回転支承の

回転慣性が従来使用されているローラー、ロッカー程度のものであればほとんど橋梁の主振動には影響を与えないが、回転慣性がある程度大きくなると振動にきわめて悪い影響を与える。

(3) 橋梁付属物は実際に使用されている高欄、照明などのばね、質量ではほとんどマスダンパーとしての効果を持たず、単に橋梁本体に固定された質量と見做してよい。

構造物の固有周期と同じ固有周期を持つよう調律された、ある程度大きな質量を持つ質量ばね系を、橋梁本体内に人為的に付加すると、共振状態においてそれはマスダンパーとしての効果を若干発揮し、本体の振幅を 15% 程度低下させることができた。

しかし、付加した質量自体の振幅が工学的に相当大きくなり、実用にはなお問題がある。

(4) 考慮された 4 つの要素のうち、④は橋梁の振動性により影響を与える。しかし、これを数値的に把握することは困難である。

また、地盤拘束を、0 から工学上考慮し得る範囲に増加させた時の橋梁の振幅減少は、可動支承の摩擦を同じように増加させた場合の振幅減少の 50% 程度である。このことは、可動支承の摩擦の活用のみならず、本論文ではふれなかった粘性抵抗の人為的付加も含めて、可動端支承部における工作の有意性を示すものである。

(5) 従来行なわれている静的計算は、非共振状態で可動支承の摩擦係数が 0.25 程度の場合の本論文の動的計算結果とほぼ一致する。

このことは、従来の設計が「実際は大きな摩擦があるにもかかわらずこれを小さく仮定すること」で、たまたま結果的に合理的な値を得ていることを示す。

この意味で、可動支承として摩擦の小さなもの（支承板支承）、あるいは摩擦のないもの（ゴム支承）を多用する最近の傾向は、従来の計算法から安全側の仮定のみを消滅させるものであり、危険な誤謬であるといえよう。また、この傾向を助長している道路橋設計示方書の関連規定は速やかに改正されるべきであろう。

このようにして初めて、連続橋における最近のいま一つのすう勢「多固定点構造の採用」を矛盾なく説明できる設計思想を確立し得るものである。

(6) 可動支承の摩擦抵抗は大きいほど安全であるとすれば、当然上に述べた多固定構造が発展してこよう。

(7) クーロン摩擦を持つ振動系は、自由振動で、周期・振幅ともに不連続性のある減衰を示す。また、摩擦部が滑動している限り、摩擦力の有無、大小はその振動系の固有周期を変化させない。この現象で、実際の振動実験において、その減衰が粘性抵抗によるものか、摩擦

抵抗によるものかを判別することができる。

あとがき

本研究の実施にあたって、終始適切ご指導をいただいた、当時東京大学生産技術研究所教授 岡本舜三博士（現埼玉大学教授）、東京大学地震研究所助教 伯野元彦博士および、電子計算において数多くの便宜をお計りいただいた建設省土木研究所 中村慶一博士、建設省建設大学校教官 辻川正昭氏、本研究の発想段階で有効な指針を与えて下さった本四連絡橋公団理事 村上永一博士、また、資料の提供、計算の整理などご協力いただいた、昭和 43 年度建設省建設大学校道路重要構造物科研修生 木下良治（建設省 中国地方建設局）、森川義裕（福井県 土木部）の方々に、紙上を借り厚く御礼申し上げます。この次第である。

参考文献

- 1) 岡本哲史著：工学における常微分方程式の応用
- 2) 建設省土木研究所：土木研究所資料第 102 号，ALGOL によるプログラミング
- 3) 同上：土木研究所資料第 394 号，電子計算用語 ALGOL
- 4) 岡本舜三著：地震力を考えた構造物設計法
- 5) 日本道路協会：道路橋下部構造設計指針，くい基礎の施工編
- 6) 同上：道路橋下部構造設計指針，調査および設計一般編
- 7) 同上：道路橋下部構造設計指針，橋台，橋脚の設計編，直接基礎の設計編，本州四国連絡橋技術調査報告書 付属資料 2
- 8) 土木学会：耐震設計指針（1467）同解説および耐震設計詳説
- 9) 同上：土木構造物の耐震設計指針（案）
- 10) 日本建築学会：建築基礎構造設計規準・同解説
- 11) 建設省土木研究所：土木研究所資料 第 341 号，土木構造物における強震記録（1967）
- 12) 運輸省港湾技術研究所：港湾技術資料 No. 80
- 13) 佐藤寿寿他 1 名：多入力を受ける多自由度系の地震応答
- 14) 同上：時間差のある 2 入力を受ける構造物モデルの地震応答
（以上 2 編日本機械学会講演論文集 No. 200, No. 206）
- 15) 佐藤寿寿他 1 名：地震動の非定常性の一取扱法について
- 16) 同上：松代地震の高域振動数特性について
- 17) 同上：加速度応答倍率の信頼について
（以上 3 編生産研究 第 17 巻，第 12 号，第 18 巻，第 10 号，第 20 巻，第 6 号）
- 18) 松野操平：橋梁の地震時設計における 2, 3 の問題とその研究方向（橋梁基礎 Vol. 14, No. 7）
- 19) 松野操平他 1 名：3 点を固定された 4 径間連続橋の動的解析
- 20) 同上：地震加速度データの積分
（以上 2 編土木研究所資料 第 449 号）
- 21) William W. Seto: Theory and Problems of Mechanical Vibrations
- 22) 鳥海 勲: Vibration in Foundation of Machines Technical Report of Osaka Univ., Vol. 5, No. 146
- 23) 田治見 宏: 耐震理論に関する基礎的研究，東大生研報告，昭和 34 年 3 月
- 24) T.Y. Sung: Vibrations in Semi-Infinite Solid due to Periodic Surface Loading, A.S.T.M., Special Technical Publication, No. 156, 1953
- 25) 栗林栄一: 耐震工学入門（I~XIV），橋梁と基礎 Vol. 3, No. 2~Vol. 4, No. 4

（1970.4.17・受付）