

軟鋼の動的弾塑性復元力特性

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF ELASTO-PLASTIC RESTORING FORCE OF MILD STEEL

渡 辺 啓 行*
By Hiroyuki Watanabe

1. 緒 言

地震による建造物の被害が地盤の性質と深い関係を持ち、大体において、堅い地盤より軟らかい地盤における方が被害は多いことが古くから注目されている。また、地表の常時微動の観測により、地盤の卓越周期が得られ、地表と地下の地震動を同時観測することにより卓越周期に近い地震動成分が地表において著しく拡大されることが明らかにされている。この現象は基盤から表層内に入ってくる地震波の基盤と地表間での重複反射による増幅として説明されている。

このように大きな地震動を受けると予想される軟弱な地盤上の鋼構造物ではごくまれに起こる強震時にはその変形が塑性の領域にまで進んでもよいと考えて設計される場合が多い。強震時にも変形を弾性域に停めようとするれば非常に不経済な構造物となり、また、強震時の地震波形の中で構造物に大きなひずみを生じさせる状態はあまり長く続かず、大きなひずみが繰り返される回数は少ないと考えられ、したがって、構造物に粘性があれば、塑性変形を生じてもそれがある限度以下の場合、構造物は倒潰には至らず、わずかの修理で再使用できるはずであるからであり、さらに、構造材料が塑性変形を受ける場合、復元力と変形の関係は履歴特性を持つ非線形関係となり、そのループの囲む面積に相当する仕事量が震動時に消費され大きな減衰作用を生じ耐震上有効な働きをするようになるからである。強震時の鋼構造物の塑性変形をあらかじめ考慮して設計するには弾性的でない復元力と変形の関係の下に生ずる振動を調べなければならない^{1)~3)}。履歴特性のある非線形復元力特性をもつ構造物の振動挙動に関しては国内外を問わず多くの研究がなされてきている⁴⁾。これらの多くは、単純化した構造物に仮定した復元力対変形関係を与え、弾塑性振動挙動、そ

の解析方法^{5)~9)}、および減衰効果を論じたもの^{10),11)}、構造物または構造部材の模型に静的载荷を与え、その弾塑性変形を論じたもの^{12)~14)}などであり、それぞれ有益な知識が得られている。しかし構造材料の力学特性は静的载荷と動的载荷とは異なるのが普通で、構造物の弾塑性振動挙動を調べるには第一に材料の動的な力学特性が正確に把握されていなければならない。構造物の弾塑性復元力対変形関係の動特性を実験により調べた例は少なく、鋼製の模型ラーメンに起振機により振動周期1種類の動的载荷を与え、復元力対変形関係を静的载荷によるものと定性的に比較論じたもの¹⁵⁾、建築物の起振実験による共振曲線から1自由度系としての復元力対変形関係の推定式を求める方法を提案したもの¹⁶⁾、などがあるが、いずれも復元力対変形関係の動特性が明確にされているとはいえない。

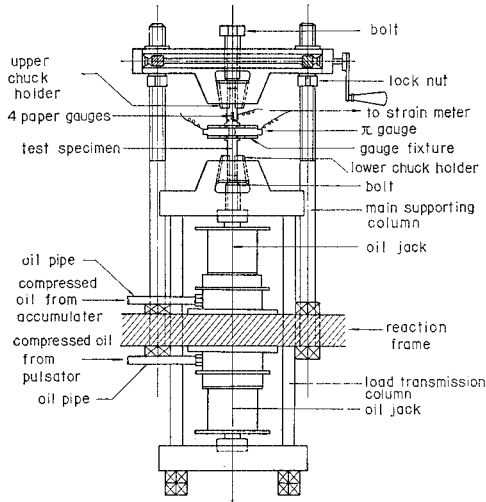
ここに、著者は軟弱な地盤上の鋼構造物を対象に、強震時における弾塑性変形を調べるための基礎資料を得るため、鋼素材に降伏点以上の正弦状両振り载荷を与え、振動同期、応力振幅を種々変えることにより鋼材の動的力学特性を観察し、その特性を良好に説明し得ると同時に、構造物の震動解析にも容易に適用できる力学モデルを提案したい。

2. 実験方法および供試材料

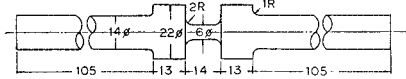
鋼素材の降伏点を越える引張圧縮载荷試験は、ジェットエンジンのタービン翼やボイラーの過熱管など運転と休止の繰り返しによる熱疲労を対象とした塑性疲労試験として多く行なわれている¹⁷⁾。試験方法には、ひずみを制御するものと応力(荷重)を制御するものとの2種類あるが、模型ラーメン、柱などの塑性域繰り返し载荷試験^{12)~14)}によれば、ひずみは繰り返し数とともに変動することが示され、また、構造物の変形は一般には機械部品のごとく空間的に制限されることはないので本実験では荷重

* 正会員 工修 電力中央研究所技術第二研究所

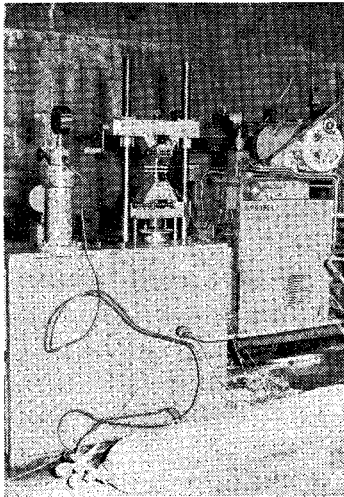
Schematic View of Test Arrangement



Test Specimen



図—1



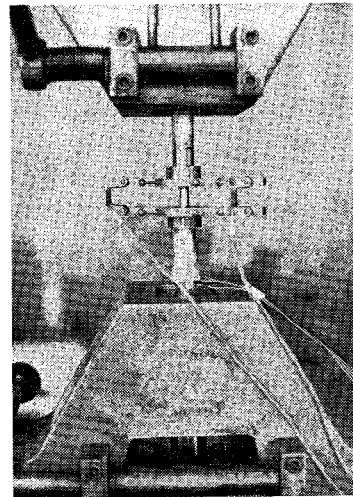
写真—1

制御載荷とする。試験装置の概要は 図—1、写真—1 に示してあり、油圧式パルセーターで送られる脈動油圧を反力フレームに固定したジャッキに伝え、同時に蓄圧器より送られる一定油圧を反力フレームの反対側に固定したジャッキに伝え、各ジャッキの可動シリンダーを荷重伝達柱で接続し、両ジャッキを連動させることにより脈動油圧の直流分を任意に増減して供試体に正弦状荷重を伝えることができる。荷重伝達柱と反力主柱に取付けられたチャック部に供試体を固着し、ロックナット、ボルトによりすべての遊びを除去した後載荷する。パルセーターの能力は 0~4 t の全荷重の間の任意の範囲で、周

波数 0.4~12.0 c.p.s., 荷重振幅 $\pm(0\sim 2t)$ の脈動荷重を与えることができ、蓄圧器は 0~4 t の間の任意の一定荷重を与えられるものである。本実験では構造用として通常使用される軟鋼を採用したが、その化学成分、機械特性を 表—1 に示してある。これを 870°C, 1 hr の標準化熱処理を施した後、機械仕上げをして 図—1 に示すような供試片とした。供試体に加えられる荷重は、供試体のつかみ部分に貼付した 4 枚の S.R ゲージにより検出

表—1 Chemical Compositions, Heat Treatment and Mechanical Properties of Low Carbon Steel Used in this Experiment

Chemical Composition	C	%	0.15
	Si	%	0.21
	Mn	%	0.57
	P	%	0.016
	S	%	0.016
Heat Treatment	870°C 1hr Normalizing		
Mechanical Properties	Upper Yield Point	kg cm ²	2670
	Lower Yield Point	kg cm ²	2630
	Ultimate Strength	kg cm ²	4760
	Elongation	%	27.6
	Reduction of Area	%	62.5



写真—2

した。供試体のひずみ応答は 図—1 に示されている供試体の直径 22 mm の部分にゲージ固定金具を取付け、直径 6 mm 部分の変位を高感度小型 π ゲージ 2 本で検出し、供試体肩間距離をゲージ長とし、その平均ひずみとして求めた (写真—2)。 π ゲージおよび供試体荷重検出部は供試体ごとに実験時と同一の条件下で数回の較正を行ない、較正係数を決定し、これによるよみ値の変動曲線から実験時に生じ得る誤差の最大値を推定した。図—1 において、供試体つかみ部の一部が直径 22 mm となっているのは荷重検出部の較正用のつかみ部としたためである。荷重較正の規準ゲージにはブルーベンディング(最

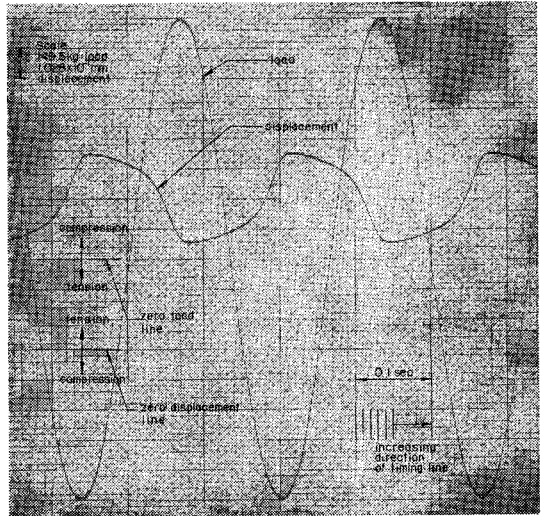
表-2 Classification of the Tests

range of σ_a range of f	3100 ~ 5250	3400 ~ 3560	3700 ~ 3920	4000 ~ 4150	4200 ~ 4440
0.4 ~ 0.5	No. 1	No. 5	No. 9	No. 13	No. 17
3.7 ~ 3.8	No. 2	No. 6	No. 10	No. 14	No. 18
8.9 ~ 9.3	No. 3	No. 7	No. 11	No. 15	No. 19
10.9 ~ 11.8	No. 4	No. 8	No. 12	No. 16	No. 20
Remarks	σ_a : amplitude of sinusoidal stress $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$ (kg/cm^2) f : $f = \omega / 2\pi$ (c.p.s.)				

大荷重範囲 $\pm 1.6t$, 精度 $\pm 0.5\%$) を用い, 変位計較正の標準ゲージにはブロックゲージ (BB 級) で較正した 0.001 mm よみのダイヤルゲージを用いた。推定される全供試片の最大誤差は $\pm 14.5 \text{ kg}$ (荷重), $\pm 0.007 \text{ mm}$ (変形) であった。行なった実験の種類は, 5 段階の荷重振幅とそのおのおのにつき 4 段階の周波数を与え総計 20 種の両振り载荷試験で 表-2 にその詳細を示してある。実験の順序は, 供試体とは別に作製, 較正した標準荷重棒により, 供試体に予定の荷重が加わるよう試験機の出力, 振動周波数を設定し, その状態で試験機を停止し, 解放弁により油圧を解放後, 標準荷重棒のかわりに本供試片を取付ける。試験機の定荷重発生部のみ作動させてから解放弁を緩かに閉じると供試片には片振幅荷重分が静的に载荷される。本実験では常に圧縮側から载荷した。それは, 引張側から载荷した場合, 荷重振幅が大きいと, 断面が極部収縮を起こし細くなることによりつぎの圧縮载荷時に座屈する恐れがあったためである¹⁸⁾。供試体の応力変形が落ち着いた状態でパルセーターを作動させると 4~5 回の繰り返し载荷の後荷重は大体予定した状態に達する。予定荷重状態で約 120 回の繰り返し载荷の後除荷した。供試体をチャックに取付ける時から除荷までの全行程を荷重, 変位とも電磁オシログラフに同時記録した。なお, 本実験はすべて室温で行なっている。

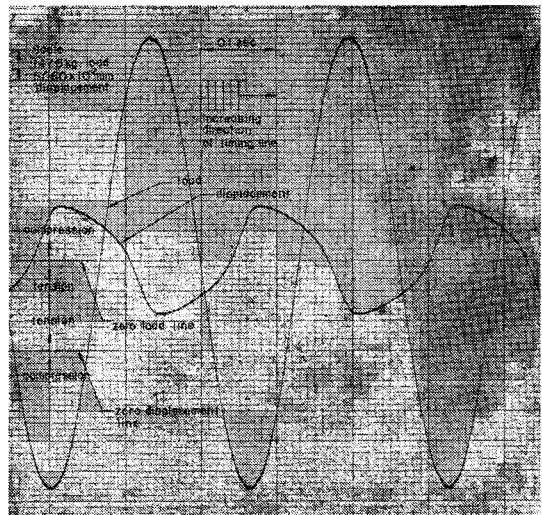
3. 実験結果

電磁オシログラフに記録された実験結果の例を図-2, 3 に示す。このように測定された記録は第 1 波より 10 波ごとに 100 波まで, 各波形の 1 周期を 40~46 の測点として荷重および対応する変位をよみとり, 公称応力対公称ひずみとしてその応力対ひずみヒステリシス曲線の形, 1 サイクル, 単位体積あたりに消費されるエネルギー, ひずみ振幅, および中心ひずみなどを求め, それらの周波数, 载荷くり返し回数, 荷重振幅などによる変化の様相を調べた。図-4 には一定の荷重振幅に対して振動周波数の異なる载荷による応力対ひずみ曲線を载荷くり返し回数ごとにプロットしてある。図-5 には応力対ひずみヒステリシス曲線の荷重振幅, 振動周波数による違いを示してある。図-6 には応力対ひずみとヒステリシス曲線における応力振幅, ひずみ振幅, および中心ひ



Test No. 18, $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $\sigma_a = 4240 \text{ kg/cm}^2$, $f = \omega/2\pi \approx 3.73 \text{ c.p.s.}$, N (numbers of repetition of loading)=84~86

図-2 Typical Dynamic Data Recorded on Oscillograph Paper



Test No. 10, $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $\sigma_a = 3900 \text{ kg/cm}^2$, $f = \omega/2\pi \approx 3.78 \text{ c.p.s.}$, N (numbers of repetition of loading)=57~59

図-3 Typical Dynamic Data Recorded on Oscillograph Paper

ずみの定義を示してある。すなわち, 応力振幅 σ_a は, 引張側の最大応力の絶対値と圧縮側のそれとの差の半分としてある。中心応力は大体において誤差範囲に入る程度の値であった。ひずみ振幅 ϵ_a は定荷重塑性疲労試験の例¹⁹⁾にならい, 最大ひずみと最小ひずみの差の半分, 中心ひずみ ϵ_m は最大ひずみと最小ひずみの平均値としてある。また, 残留ひずみ $\epsilon_{2,m}$ は引張側からの除荷時に応力ゼロとなるときのひずみと, 続いて圧縮側からの

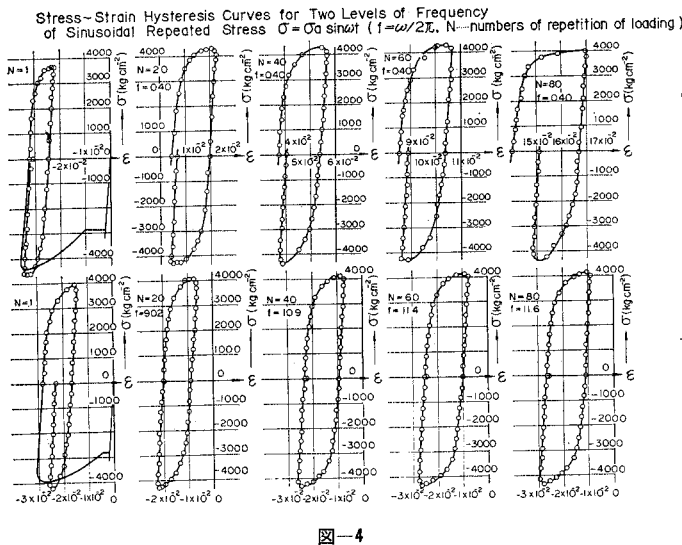


図-4

Definitions of Parameters $\sigma_a, \epsilon_a, \epsilon_{m,0}$ and $\epsilon_{2,m}$ in Stress-Strain Hysteresis Curve due to Repeated Sinusoidal Stress beyond Yield Point : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$ ($\omega = 2\pi f$)

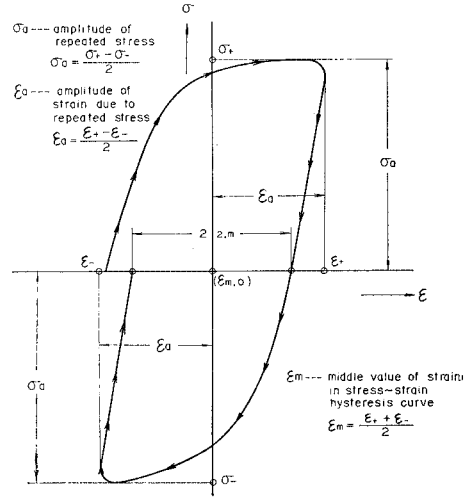


図-6

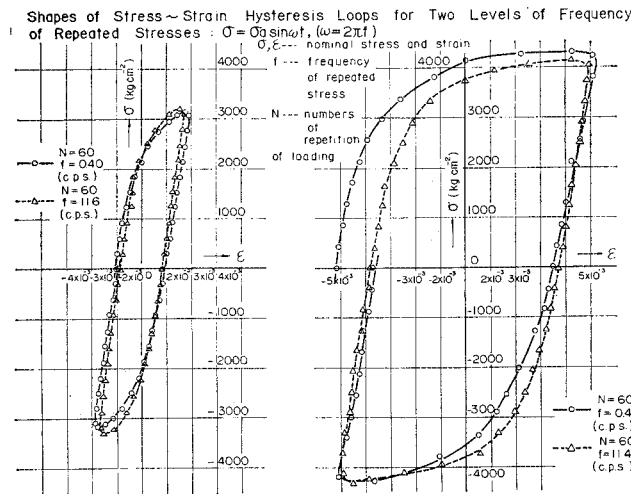


図-5

曲線の囲む面積 W の载荷くり返し回数による変化の様相の例を荷重振幅レベルごとに示してある。図-13 には消費エネルギー W の応力振幅 σ_a による変化の様相の例を示してある。図-14 には消費エネルギー W の振動周波数による変化の様相を示してある。

4. 考 察

以上の実験結果から共通的に認められるものを列記すると以下ようになる。

(1) 载荷繰り返し回数に対する変形特性

a) ひずみ振幅は载荷繰り返し回数の増加につれて増大し、この程度は初めの数 10 回の繰り返し回数に対して著しく、それ以後は増加の程度がきわめてゆるやかとなる。これはすべての荷重レベル、振動周波数について共通して観測される。

b) 中心ひずみは载荷繰り返し回数の増加につれて引張側に増大しながらある一定値に飽和して行く。増大の程度は荷重振幅大の場合および振動周波数小のものほど著しい (図-10)。

c) 1 サイクル、単位体積あたりに消費されるエネルギー W は载荷繰り返し回数の増加につれて増大して行く。この増大の程度は初めの数 10 回の繰り返し回数に対して著しく、それ以後増加の程度がきわめてゆるやかとなる。また、この増大の程度は荷重振幅の大きいほど著しい (図-12)。

除荷時に応力ゼロとなるときひずみの差の半分としてある。

図-7 には応力対ひずみヒステリシス曲線におけるひずみ振幅の载荷くり返し回数による変化の様相を示してある。ここで $\epsilon_a \sim N$ 関係のかわりに $\sigma_a / \epsilon_a \sim N$ としてあるのは荷重設定の際に荷重振幅に多少の変動を生ずるものがあるためこれを考慮して σ_a と ϵ_a の比をとっている。図-8 にはひずみ振幅の周波数による変化の様相を示してある。図-9 にはひずみ振幅の荷重振幅による変化の様相を示してある。図-10 には中心ひずみの载荷繰り返し回数による変化の様相を示してある。図-11 には中心ひずみの振動周波数による変化の様相を示してある。図-12 には 1 サイクル、単位体積あたりに消費されるエネルギー、すなわち応力対ひずみヒステリシス

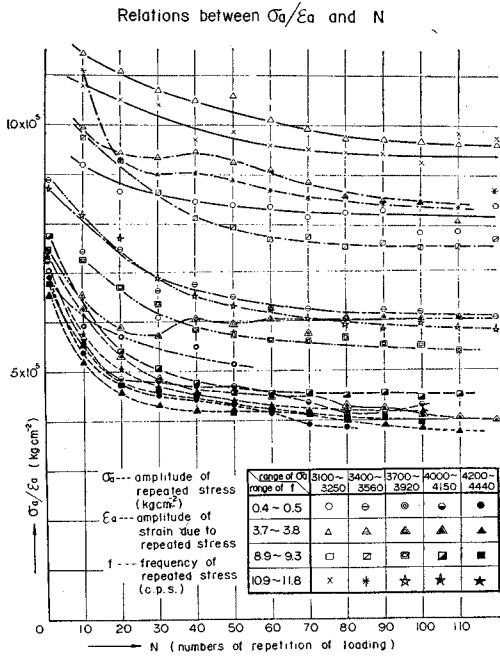


図-7

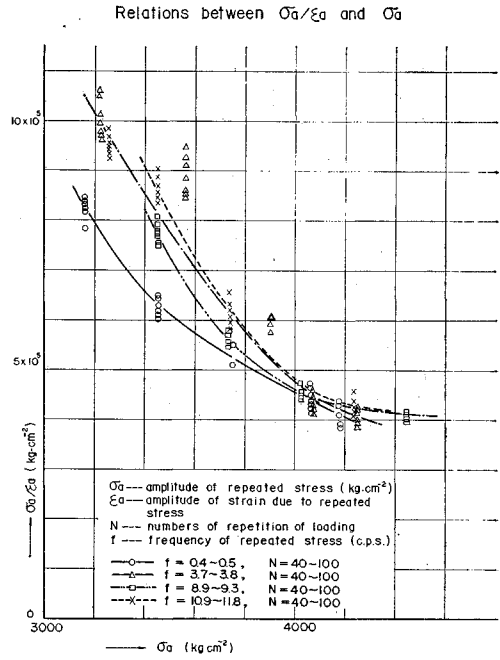


図-9

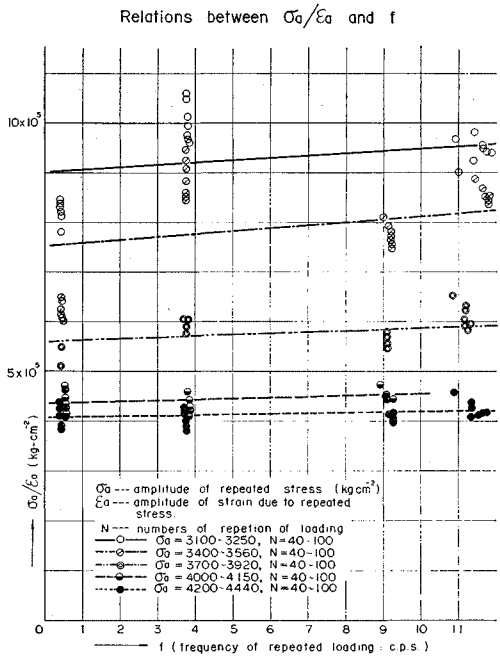


図-8

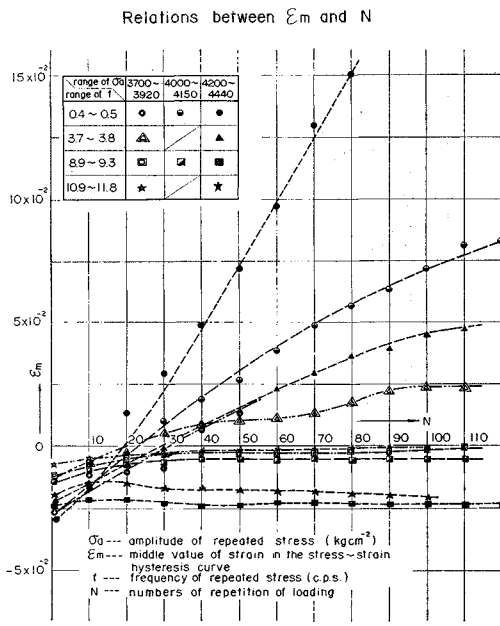


図-10

(2) 振動周波数に対する変形特性

a) 載荷繰り返し数に対する変動の落ち着いた状態 (N = 40~100) でのひずみ振幅は各荷重振幅レベル共振動周波数の増加につれて減少する (図-8)。

b) 一定の載荷繰り返し回数に対して、中心ひずみは

各荷重レベル共振動周波数の増加につれて減少していく (図-11)。

c) 載荷繰り返し数に対する変動の落ち着いた状態 (N = 50~80) での1サイクル、単位体積あたりに消費されるエネルギー W は、各荷重レベルとも、振動周波数の増加につれて減少していく (図-14)。

Relations between ϵ_m and f ($N=50$)

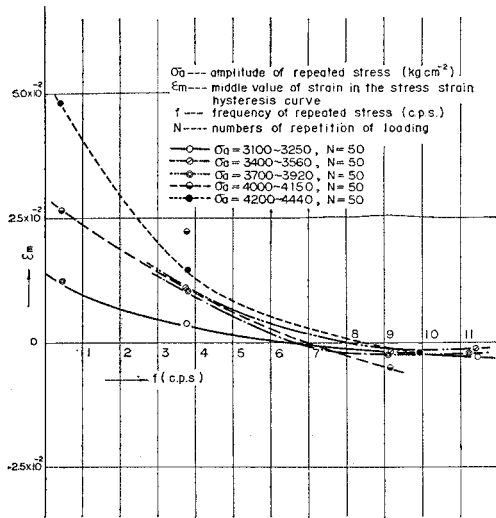


図-11

Relations between W and σ_a for One Level of Frequency of Repeated Stress:
 $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, ($f = \omega/2\pi = 3.8$ c.p.s., $N = 50 \sim 80$)

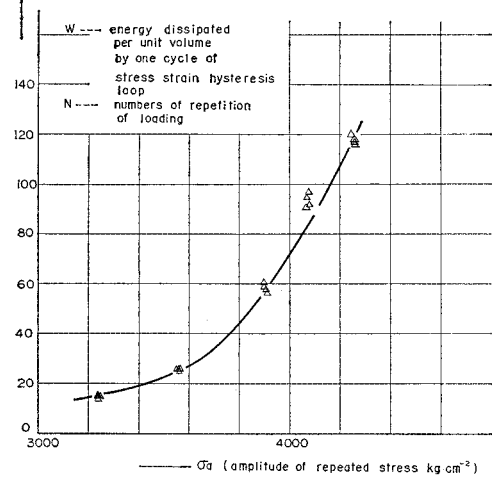


図-13

Relations between W and N for Various Levels of Stress Amplitude σ_a , and for One Level of Frequency of Repeated Stress:
 $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, ($f = \omega/2\pi = 3.8$ c.p.s.)

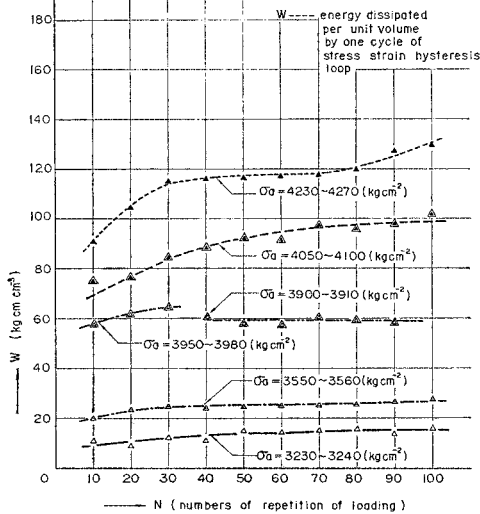


図-12

Relations between W and f for Various Levels of Stress Amplitude σ_a ($\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $f = \omega/2\pi$)

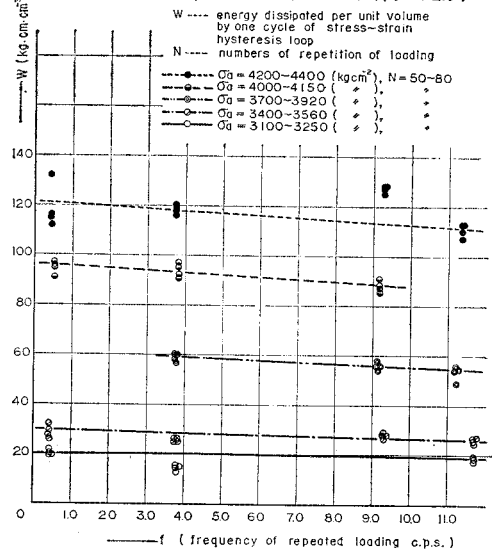


図-14

d) 応力ひずみヒステリシス曲線の形は振動周波数の大きい方が小さい場合より、傾きが急である(図-5)。

(3) 荷重振幅に対する変形特性

a) 荷重繰り返し回数に対する変動の落ち着いた状態 ($N=40 \sim 100$) でのひずみ振幅は各振動周期とも、荷重振幅の増加につれて増大する(図-9)。

b) 一定の繰り返し回数に対する中心ひずみは、振動周波数小の場合には、荷重振幅の増加につれて増大するが、振動周波数が大の場合、荷重振幅に対してほとんど

変化しない(図-10, 11)。

c) 荷重繰り返し回数に対する変動の落ち着いた状態での1サイクル、単位体積あたりに消費されるエネルギーは荷重振幅の増加につれて増大する(図-13)。このことはすべての振動周波数について共通して観測される。

日本材料学会疲労部門委員会による塑性疲労に関する研究²⁰⁾によれば、種々の金属に対して毎分1回などの低速荷重による塑性疲労試験の結果、金属材料は塑性疲労の進行挙動により4種に分類される。すなわち、疲労の

進行とともにヒステリシスループの描く応力対ひずみ曲線の勾配がしだいに急になってくる傾向を示す硬化性型、逆に勾配がしだいにゆるやかになってくる傾向を示す軟化性型、これらのいずれにも属さない中間型、さらに、中間型に似ているが脆性材料の場合のように疲労の進行とともに大した変化を示さない脆性型の4種類である。河本・鯉淵¹⁷⁾によると硬化性型に属する金属材料の例としてアルミニウム合金、ステンレス鋼を、軟化性型に属する金属材料の例として高張力鋼をあげている。また、軟鋼は中間型としており、定応力塑性疲労試験のひずみ振幅のくり返し数に対する変化に関しては、1サイクル目から2サイクル目にかけてひずみ振幅は急に小となり2サイクル目以後はわずかに上昇するがその変化は小さいとしており、河本・田中による軟鋼の低速引張圧縮塑性疲労試験¹⁹⁾がこのことを示している。本実験においても図-4の示すごとく最初の静的な片振幅載荷は、その後の動的載荷によるひずみ振幅に比較してきわめて大きな圧縮ひずみを生じている。永井・大塚・小川²¹⁾による低サイクル片振り引張疲れ試験によると荷重制御の片振り引張試験では軟鋼(SM 41)の場合、最初のサイクルで大きい塑性ひずみを生じ、その後は1サイクルごとにわずかずつ塑性ひずみが増加して破断に近づくが増加の割合は大きくなるとしている。

以上はすべて、低速載荷による挙動であるが、BenhamとFord²²⁾は軟鋼とアルミニウム合金について引張圧縮塑性疲労試験を5 cpm~15 cpmの振動周波数範囲で行なっている。定荷重試験に対して応力対ひずみヒステリシスループの囲む面積(すなわち、本実験における W)、および全体の変形量は、軟化性型材料については載荷くり返し数とともに増加し、硬化性型材料については載荷くり返し数とともに減少しており、これらの変化は疲労寿命の初めの10%から20%の繰返し数の間に急激に生じ、その後はかなり安定し、破壊直前で急激に増加する。また、ひずみ量が大きい場合、変形の変化が安定する載荷くり返し数領域は短いか、存在しないとしている。本実験結果(1) a), b), c) では載荷速度がこれらの実験よりはるかに大であるが、変形傾向は類似している。したがって、本実験で行なった程度の振動周波数範囲、すなわち、地震動周期の範囲における軟鋼の弾塑性振動変形は初めの数10回の振動くり返し数に対してかなり急激に軟化するといえる。このことは初期に大振動を与える地震動の特性とあわせ考えると重要な現象である。(1) b)の結果は、定応力両振り載荷では中心ひずみが引張側に移行する現象を示しており、河本・鯉淵¹⁷⁾によると、定応力(荷重)両振り載荷では体積一定の仮定のもとでの真応力に換算した場合、わずかな引張側中心応力を生じていて、塑性域での応力対ひずみ曲線勾配がきわ

めて小さいため、わずかの応力でも大きなひずみを生ずることになり、これが繰返し数により累積していく結果であるとしている。つぎに、本実験結果(2) a), b), c)は、動的弾塑性変形にひずみ速度の影響があることを示している。河本・田中¹⁹⁾によると、定応力および定ひずみ塑性疲労寿命はともに、試験片が経過した全ひずみ、すなわち、(破壊直前の中心ひずみ)+4×(破壊までの繰返し回数)×(ひずみ振幅)と一定の関係があるとしており、Martin²³⁾によると、塑性疲労寿命は損傷仕事(すなわち、応力対ひずみヒステリシスループにおける加工硬化分により消費されるエネルギー)と関係するとしている。このように疲労寿命が疲労変形に依存するので、疲労変形にひずみ速度の影響があれば、疲労寿命にもひずみ速度の影響があることになる。事実、堀田ら²³⁾4氏によるSS 41, HT 60, およびHY 140の3鋼種についての0.1~15 c.p.m.の速度のひずみ制御塑性疲労試験によると、体積一定の仮定のもとでの真ひずみ速度と疲労寿命とを対応させた場合、3鋼種ともひずみ速度の影響が現われており、載荷繰返し速度が遅くなると疲労寿命は低下し、とくに軸方向真ひずみ速度が 10^{-2} /sec以上になるとその影響が大となり、 10^{-3} /sec以下では影響がほとんどなく飽和する傾向を示すとしている。また、1948年アメリカでPVRCにより原子力用圧力容器の設計のために材料の塑性疲労に関する研究が大学および各研究機関で行なわれ、それをKooistra²⁴⁾がまとめた結果によると、標準化熱処理を施したC-Si鋼板およびMn-Moボイラー鋼板に対する定ひずみ塑性疲労試験に対して載荷繰返し速度を12000 c.p.h.から7 c.p.h.に落すことにより疲労寿命は15%減少するとしている。

以上の実験結果より、軟鋼に対する弾塑性応力対ひずみ関係を概略説明し得る力学モデルとして図-15(a)に示すような降伏値を持つスライダーをとともなう粘弾性3要素体を採用する。このモデルの各定数を上述実験結果I, II, IIIを満足するように関数表示すればよいと考えられる。これら諸要素のうち、直列ばねは、鋼の弾性率をそのまま適用し、降伏値も鋼の降伏値をそのまま適用するものとする。鋼の降伏値は後述するようにひずみ速度に依存するものであり、また、載荷繰返し回数とともに累積していく中心ひずみをこのモデルでは表現できないが、本実験では鋼の弾塑性変形の内振動部分のみの変形を考え、上述の問題は今後の研究課題としたい。構造物の弾塑性振動解析には通常bilinear応力対ひずみ曲線が用いられ、より現実に近い応力対ひずみ関係としては、Jennings⁹⁾の提案したモデルがある。また、塑性疲労を対象としてSerensenとShneiderovitchによる応力対ひずみ関係、FeltnerおよびMorrow²⁵⁾による応力対ひずみ関係および飯田・井上・小林²⁷⁾による応力対ひ

Proposed Model for Stress ~ Strain Hysteresis Curves due to Sinusoidal Repeated Stress beyond Yield Point ($\sigma = \sigma_a \sin \omega t$)

(b) Model for $\eta_1 \rightarrow 0$ (c) Model for $\sigma_y \rightarrow 0$ (d) Model for $E_1 \rightarrow 0$

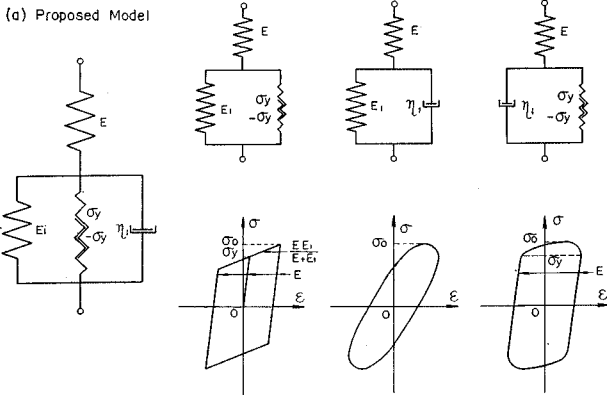


図-15

ずみ関係などがあるが、いずれもひずみ速度を考慮していない。

以下に 図-15 (a) に示すモデルに正弦状刺激応力が作用する場合の定常ひずみ応答を計算し、実験結果より要素定数を決定するための理論式を導いておく。

刺激応力を

$$\sigma = \sigma_a \sin \omega t \dots\dots\dots (1)$$

とおき、スライダを持っていてる部分の最大ひずみを $\pm \epsilon_2, m$ 、応力ゼロの状態より出発して、降伏する時刻を t_1 、最大応力に達してから除応力時にスライダー部が最大ひずみに達する時刻を t_2 、また $\sigma = \sigma_y$ となる時刻を t_y とする。すなわち、

$$\sigma_y = \sigma_a \sin \omega t_y \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ω は正弦状応力の角振動数、 t は経過時間であり、 σ_y はスライダの降伏応力値である。応力ゼロより出発して刺激応力 1 周期に応じたひずみ応答の時間経過を順に求めていくとつぎのようになる。

a) $0 \leq t < t_1$ のとき

スライダーをとまなう部分は最大ひずみ $-\epsilon_{2,m}$ の状態で固定されているから全ひずみ ϵ はつぎのように与えられる。

$$\epsilon = \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t - \epsilon_{2,m} \dots\dots\dots (3)$$

この状態ではスライダーを伴う部分のばね E_1 は刺激応力の方向に $E_1 \epsilon_{2,m}$ の反力を持っており、この量だけ降伏するのに必要な刺激応力を減ずるはずである。 $t = t_1$ にて力の平衡式をつくると

$$\sigma_a \sin \omega t_1 + E_1 \epsilon_{2,m} = \sigma_y \dots\dots\dots (4)$$

式 (4) により降伏する時刻 t_1 が決定される。

b) $t_1 \leq t < t_2$ のとき

降伏後はスライダーを伴う部分も作動する。

全ひずみは

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 \dots\dots\dots (a)$$

応力の平衡条件は

$$E \epsilon_1 = \sigma_a \sin \omega t \dots\dots\dots (b)$$

$$E_1 \epsilon_2 + \eta_1 \dot{\epsilon}_2 = \sigma_a \sin \omega t - \sigma_y \dots\dots\dots (c)$$

ここで ϵ_1 は、ばね E のひずみ、 $\dot{\epsilon}_2$ はスライダーを伴う部分のひずみ、 ϵ_2 は ϵ_2 の速度を表わす。

式 (c) をつぎの初期条件で解く。

$$\epsilon_2 = -\epsilon_{2,m} \text{ at } t = t_1 \dots\dots\dots (d)$$

結果は、

$$\begin{aligned} \epsilon_2 = & \frac{\sigma_a}{E_1} [(G_1(\omega) \sin \omega t - G_2(\omega) \cos \omega t \\ & - \sin \omega t_y) - (G_1(\omega) \sin \omega t_1 \\ & - G_2(\omega) \cos \omega t_1 - \sin \omega t_y) e^{-\alpha(t-t_1)} \\ & - \epsilon_{2,m} e^{-\alpha(t-t_1)}] \dots\dots\dots (e) \end{aligned}$$

ここで

$$\alpha = \frac{E_1}{\eta_1}, G_1(\omega) = \frac{\alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2}, G_2(\omega) = \frac{\alpha \omega}{\omega^2 + \alpha^2} \dots\dots\dots (5)$$

としてある。式 (b), (e) を (a) に代入すると

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t + \frac{\sigma_a}{E_1} [(G_1(\omega) \sin \omega t - G_2(\omega) \cos \omega t) \\ & - \sin \omega t_y - (G_1(\omega) \sin \omega t_1 - G_2(\omega) \cos \omega t_1 \\ & - \sin \omega t_y) e^{-\alpha(t-t_1)} - \epsilon_{2,m} e^{-\alpha(t-t_1)}] \\ = & \frac{\sigma_a}{Z(\omega)} \sin(\omega t - \varphi) - \sigma_a / E_1 [\sin \omega t_y \\ & + (G_1(\omega) \sin \omega t_1 - G_2(\omega) \cos \omega t_1 \\ & - \sin \omega t_y) e^{-\alpha(t-t_1)}] - \epsilon_{2,m} e^{-\alpha(t-t_1)} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \beta = & \frac{E + E_1}{\eta_1}, Z(\omega) = E \sqrt{\frac{\omega^2 + \alpha^2}{\omega^2 + \beta^2}}, \\ \varphi = & \tan^{-1} \frac{E}{E_1} \frac{\alpha \omega}{\omega^2 + \alpha \beta} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

としてある。

t_2 は定義により $\dot{\epsilon}_2 = 0$ を満足する値である。

すなわち式 (e) より

$$\begin{aligned} \omega G_1(\omega) \cos \omega t_2 + \omega G_2(\omega) \sin \omega t_2 \\ + \alpha (G_1(\omega) \sin \omega t_1 - G_2(\omega) \cos \omega t_1 \\ - \sin \omega t_y) e^{-\alpha(t_2-t_1)} + \frac{E}{\sigma_a} \alpha \epsilon_{2,m} e^{-\alpha(t_2-t_1)} = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (f)$$

式 (f) に (4) を代入し、式 (5) より $\alpha(1-G_1) = \omega G_2$ 、 $\alpha G_2 = \omega G_1$ となることを考えると、式 (f) はつぎのようにも表式できる。

$$\begin{aligned} e^{\alpha t_2} (\omega \sin \omega t_2 + \alpha \cos \omega t_2) = e^{\alpha t_1} (\omega \sin \omega t_1 \\ + \alpha \cos \omega t_1) \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

このときの ϵ_2 の値は $\epsilon_{2,m}$ であるから式 (e), (f) より $\epsilon_{2,m}$ は次式で与えられる。

$$\varepsilon_{2,m} = \frac{\sigma_a}{E_1} (\sin \omega t_2 - \sin \omega t_y) \dots\dots\dots (9)$$

式(4), (9)より $\varepsilon_{2,m}$ を消去すると, t_1 と t_2 はさらにつぎの関係を満足する。

$$\sin \omega t_1 + \sin \omega t_2 - 2 \sin \omega t_y = 0 \dots\dots\dots (10)$$

すなわち, モデルの定数と刺激応力が与えられるとき定常状態では式(8), (10)から t_1 と t_2 が決定され, 式(4)あるいは式(9)から $\varepsilon_{2,m}$ を決定することができる。

c) $t_2 \leqq t < t_1 + \pi/\omega$ のとき

スライダを伴う部分は $\varepsilon_{2,m}$ で再び固定されるから全ひずみ ε はつぎのように表現される。

$$\varepsilon = \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t + \varepsilon_{2,m} \dots\dots\dots (11)$$

$t = t_1 + \pi/\omega$ ではスライダ一部のばね反力およびスライダ降伏値は $t = t_1$ の場合と逆向きになるから, 力の平衡条件式は

$$\sigma_a \sin(\omega t_1 + \pi) - E_1 \varepsilon_{2,m} = -\sigma_y \dots\dots\dots (g)$$

これは式(4)と同一式である。

d) $t_1 + \pi/\omega \leqq t < t_2 + \pi/\omega$ のとき

この場合は b) と同様に考えて (c) のかわりに

$$E_1 \varepsilon_2 + \eta_1 \dot{\varepsilon}_2 = \sigma_a \sin \omega t + \sigma_y \dots\dots\dots (h)$$

初期条件式(d)のかわりに

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{2,m} \text{ at } t = t_1 + \pi/\omega \dots\dots\dots (i)$$

として式(h)を積分すればよい。結果は

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 = \frac{\sigma_a}{E_1} & [(G_1(\omega) \sin \omega t - G_2(\omega) \cos \omega t + \sin \omega t_y) \\ & - (G_1(\omega) \sin(\omega t_1 + \pi) - G_2(\omega) \cos(\omega t_1 + \pi) \\ & + \sin \omega t_y) e^{-\alpha(t-t_1-\pi/\omega)}] + \varepsilon_{2,m} e^{-\alpha(t-t_1-\pi/\omega)} \end{aligned} \dots\dots\dots (j)$$

また, ばね E の部分の力の平衡式は式(b)と同一である。したがって, 式(a)より全ひずみ ε はつぎのように表式される。

$$\begin{aligned} \varepsilon = \frac{\sigma_a}{Z(\omega)} & \sin(\omega t - \varphi) + \frac{\sigma_a}{E_1} [\sin \omega t_y \\ & - (G_1(\omega) \sin(\omega t_1 + \pi) - G_2(\omega) \cos(\omega t_1 + \pi) \\ & + \sin \omega t_y) e^{-\alpha(t-t_1-\pi/\omega)}] + \varepsilon_{2,m} e^{-\alpha(t-t_1-\pi/\omega)} \end{aligned} \dots\dots\dots (12)$$

e) $t_2 + \pi/\omega \leqq t < 2\pi/\omega$ のとき

式(j)にて $t = t_2 + \pi/\omega$ とおき式(f)を代入すると

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_a}{E_1} (\sin \omega t_y - \sin \omega t_2) = -\varepsilon_{2,m}$$

となり, $t = t_2 + \pi/\omega$ 以後はスライダ一部は再び $-\varepsilon_{2,m}$ のひずみ状態で固定され a) と同じ条件となる。したがって全ひずみ ε は式(3)で与えられる。

つぎに, 本実験で測定した応力対ひずみヒステリシス関係により1サイクルあたりに消費されるエネルギー W とひずみ振幅 ε_a に対応した図-15(a)のモデルに

おけるこれらの量を導いておく。すなわち,

$$\begin{aligned} \frac{W}{2} = & \int_{\varepsilon(t=0)}^{\varepsilon(t=t_1)} \sigma d\varepsilon + \int_{\varepsilon(t=t_1)}^{\varepsilon(t=t_2)} \sigma d\varepsilon + \int_{\varepsilon(t=t_2)}^{\varepsilon(t=\pi/\omega)} \sigma d\varepsilon \\ & \dots\dots\dots (k) \end{aligned}$$

式(k)右辺第1項に式(1), (3)を, 第2項に式(1), (6)を, 第3項に, 式(1), (11)を代入し, 式(8)を用いて整理すると,

$$\begin{aligned} W = \frac{\sigma_a^2}{E_1} & [G_1(\omega) \sin \omega(t_2 - t_1) \sin \omega(t_2 + t_1) \\ & + G_2(\omega) \sin \omega(t_2 - t_1) \cos \omega(t_2 + t_1) \\ & + G_2(\omega) \omega(t_2 - t_1)] \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

を得る。また, 式(6)においてひずみ応答の最大値は $t = t_2$ 以前に生じ, その時刻を $t = t_a$ として, $\dot{\varepsilon} = 0$ の条件を整理して表現すると,

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{E_1}{E} + G_1(\omega) \right) \cos \omega t_a + G_2(\omega) \sin \omega t_a \right] e^{\alpha t_a} \\ = (G_1(\omega) \cos \omega t_1 + G_2(\omega) \sin \omega t_1) e^{\alpha t_1} \dots\dots (14) \end{aligned}$$

を得る。これにより最大ひずみを生ずる時刻 t_a が決定される。 $t = t_a$ を式(6)に代入し, 式(14)の条件を適用するとひずみ振幅 ε_a は

$$\begin{aligned} \varepsilon_a = \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{E_1} \right) \sigma_a \sin \omega t_a + \frac{\omega}{\alpha} \frac{1}{E} \sigma_a \cos \omega t_a \\ - \frac{\sigma_a}{E_1} \sin \omega t_y \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

となる。

以上で定常ひずみ応答はすべて表式化された。

つぎに実験結果から図-15(a)のモデルの定数を決定する方法を導いておく。 E および σ_y は静的載荷試験から得られる結果をそのまま使用できるものと仮定する。このモデルで決定されなければならない定数は E_1, η_1 のほかに t_1, t_2 の合計4個である。図-4からも明らかのように応力対ひずみヒステリシス曲線においては弾性部分, 塑性部分の区別をつけることは不可能である。実験結果から明確に与えられる量は刺激応力ゼロのときのひずみ量 $\varepsilon_{2,m}$, ひずみ振幅 ε_a , それに1サイクル単位体積あたりに消費されるエネルギー W などである。ここでは $\varepsilon_{2,m}$ と W を実験データとして採用することにする。先に導いた定常ひずみ応答式で t_1, t_2, E_1 および η_1 と実験データで与えられる量のみからなる表式は, 式(4)あるいは(9), (8), (10)および(13)である。これらを連立させて解けば未定のモデル定数を決定できる。本実験ではつぎの要領で求めた。

- (a) 実験値より, $\sigma_a, \omega, \sigma_y, E, \varepsilon_{2,m}$ および W を求める。
- (b) E_1 を仮定し, 式(9)より t_2 を決定する。
- (c) 式(10)より t_1 を決定する。
- (d) 式(8)より α を決定する。
- (e) 式(13)より E_1 を決定し, 式(5)より η_1 を

決定する。

(f) 新たに決定した E_1 が初めに仮定した E_1 と異なる場合は、この新しい E_1 を仮定して式 (b)~(e) の計算を行ない、 E_1 の値が収束したときを正解とする。

本実験で提案したモデルの特性をさらに理解するためにモデルの定数が極限状態になった場合のひずみ振幅 ϵ_a と応力対ひずみヒステリシスの消費するエネルギー W の理論式を導いておく。

(A) $\eta_1 \rightarrow 0$ の場合

モデルは 図-15 (b) に示す bilinear 型となる。この場合応力対ひずみ曲線の囲む面積はつぎのようになる。

$$W = W_1 = \frac{4}{E_1} (\sigma_y \sigma_a - \sigma_y^2) \dots\dots\dots(16)$$

ひずみ振幅はつぎのようになる。

$$\epsilon_a = \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{E_1} \right) \sigma_a - \frac{1}{E_1} \sigma_a \sin \omega t_y \dots\dots\dots(17)$$

これらは式 (13) と (15) からもつぎのようにして導くことができる。

式 (5) より $\eta_1 \rightarrow 0$ という事は $\alpha \rightarrow \infty$, $G_1 \rightarrow 1$, $G_2 \rightarrow 0$ と等価である。したがって式 (8) より

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \cos \omega t_2 = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left[-\frac{\omega}{\alpha} \sin \omega t_2 + \frac{\omega}{\alpha} e^{-\alpha(t_2-t_1)} \sin \omega t_1 + e^{-\alpha(t_2-t_1)} \cos \omega t_1 \right] = 0 \dots\dots\dots(1)$$

ゆえに $\omega t_2 \rightarrow \pi/2$

したがって式 (10) より

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \sin \omega t_1 = 2 \sin \omega t_y - 1 = \frac{2 \sigma_y}{\sigma_a} - 1 \dots\dots(m)$$

以上を式 (13) に代入すると、式 (16) を得る。

また、式 (14) で $\alpha \rightarrow \infty$ とすると t_2 と全く同様にして

$$\omega t_a \rightarrow \pi/2 \dots\dots\dots(n)$$

となるから式 (15) に代入すると式 (17) を得る。

(B) $\sigma_y \rightarrow 0$ の場合

モデルは 図-15 (c) に示す 3 要素粘弾塑性体となる。この場合応力対ひずみ関係は次式で与えられる。

$$\epsilon = \frac{\sigma_a}{Z(\omega)} \sin(\omega t - \varphi) \dots\dots\dots(18)$$

したがって、ヒステリシスループの囲む面積は、

$$W = W_2 = \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\sigma_a^2}{E} \omega \sin \omega t \cos \omega t dt + \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\sigma_a^2}{E_1} G_1(\omega) \omega \sin \omega t \cos \omega t dt + \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\sigma_a^2}{E_1} G_2(\omega) \omega \sin^2 \omega t dt = \frac{\sigma_a^2}{E_1} \pi G_2(\omega) \dots\dots\dots(19)$$

また、最大振幅は式 (18) より

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_a}{Z(\omega)} \dots\dots\dots(20)$$

となる。式 (19), (20) は式 (13) と (15) とからもつぎのようにして導くことができる。式 (10) において $\sigma_y \rightarrow 0$ とすると

$$\sin \omega t_1 + \sin \omega t_2 = 0$$

したがって

$$\omega t_2 \rightarrow \omega t_1 + \pi \dots\dots\dots(o)$$

となる。これを式 (13) に代入すると式 (19) を得る。

式 (8) において $\omega t_2 \rightarrow \omega t_1 + \pi$ とすると

$$e^{(\pi/\omega)\alpha} (\omega \sin \omega t_2 + \alpha \cos \omega t_2) - (\omega \sin \omega t_1 + \alpha \cos \omega t_1) = 0$$

となる。 $e^{(\pi/\omega)\alpha} \neq 0$ ゆえ、上の関係はつぎの場合のみに成立する。

$$\omega \sin \omega t_2 + \alpha \cos \omega t_2 = \omega \sin \omega t_1 + \alpha \cos \omega t_1 \equiv 0 \dots\dots\dots(p)$$

この関係を式 (14) に代入すると

$$\frac{E_1}{E} \cos \omega t_a + G_1(\omega) \cos \omega t_a + G_2(\omega) \sin \omega t_a = 0$$

したがって、

$$\tan \omega t_a = -\frac{1}{G_2(\omega)} \left(\frac{E_1}{E} + G_1(\omega) \right) = -\frac{E_1}{E} \frac{\omega^2 + \alpha\beta}{\omega\alpha} = -\frac{1}{\tan \varphi} = \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \dots\dots\dots(q)$$

ゆえに

$$\omega t_a = \frac{\pi}{2} + \varphi \dots\dots\dots(r)$$

これを式 (15) に代入すると式 (20) を得る。

(C) $E_1 \rightarrow 0$ の場合

モデルは 図-15 (d) に示す粘弾塑性体となる。この場合、刺激応力 (l) による定常ひずみ応答は、初めの半周期を示すと

$$\left. \begin{aligned} &0 \leq t \leq t_y \text{ のとき} \\ &\epsilon = \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t - \epsilon_{2,m} \\ &t_y \leq t < \pi/\omega - t_y \text{ のとき} \\ &\epsilon = \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t - \epsilon_{2,m} - \frac{\sigma_a}{\eta_1 \omega} (\cos \omega t - \cos \omega t_y) \\ &\quad - \frac{\sigma_y}{\eta_1} (t - t_y) \\ &\pi/\omega - t_y \leq t < \pi/\omega \text{ のとき} \\ &\epsilon = \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t + \epsilon_{2,m} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(s)$$

となる。したがって、応力対ひずみ曲線の囲む面積は

$$W = W_3 = 2 \int_0^{\pi/\omega} \frac{\sigma_a^2}{E} \omega \sin \omega t \cos \omega t dt + 2 \int_{t_y}^{(\pi/\omega)-t_y} \left(\frac{\sigma_a^2}{\eta_1} \sin^2 \omega t - \frac{\sigma_y \sigma_a}{\eta_1} \sin \omega t \right) dt = \frac{\sigma_a^2}{\eta_1 \omega} [\pi - 2 \omega t_y - \sin 2 \omega t_y] \dots\dots\dots(21)$$

となる。また式 (s) より最大ひずみに達する時刻 t_a は式 (s) 第2式より

$$\cos \omega t_a + \frac{E}{\eta_1 \omega} \sin \omega t_a - \frac{E}{\eta_1 \omega} \sin \omega t_y = 0 \dots (22)$$

により決定され、これを満足する t_a に対して最大ひずみは式 (s) 第2式より

$$\begin{aligned} \epsilon_a = & \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t_a - \epsilon_{2,m} - \frac{\sigma_a}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_a \\ & + \frac{\sigma_a}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_y - \frac{\sigma_a}{\eta_1} (t_a - t_1) \sin \omega t_y \dots (23) \end{aligned}$$

となる。式 (21), (23) は式 (13) と (15) からもつぎのようにして導くことができる。すなわち式 (5) より $E_1 \rightarrow 0$ は $\alpha \rightarrow 0$ と等価であり、式 (4), (8) より

$$t_1 \rightarrow t_y, \quad \omega t_2 \rightarrow \pi - \omega t_y, \dots (t)$$

となる。 $\alpha \rightarrow 0$, および式 (t) を式 (13) に適用すると

$$\begin{aligned} W = & \frac{\sigma_a^2}{\eta_1 \omega} [\sin(\pi - 2\omega t_y) \cos \pi + \pi - 2\omega t_y] \\ = & \frac{\sigma_a^2}{\eta_1 \omega} [\pi - 2\omega t_y - \sin 2\omega t_y] \end{aligned}$$

となり式 (21) が導かれる。また式 (14) を変形すると、

$$\begin{aligned} \sin \omega t_a + \frac{\eta_1 \omega}{E} \cos \omega t_a = & -\frac{1}{E} \frac{E_1^2}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_a \\ & - \frac{E_1}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_a + e^{-\alpha(t_a - t_1)} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{E_1}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_1 + \sin \omega t_1 \right) \end{aligned}$$

を得る。上式中 $\sin \omega t_1$ のかわりに式 (4) を代入すると

$$\begin{aligned} \sin \omega t_a + \frac{\eta_1 \omega}{E} \cos \omega t_a = & -\frac{1}{E} \frac{E_1^2}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_a \\ & - \frac{E_1}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_a + e^{-\alpha(t_a - t_1)} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{E_1}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_1 + \sin \omega t_y - \frac{\epsilon_{2,m}}{\sigma_a} \right) \end{aligned}$$

上式を式 (15) に代入すると

$$\begin{aligned} \epsilon_a = & \frac{\sigma_a}{E_1} \left(\sin \omega t_a + \frac{\eta_1 \omega}{E} \cos \omega t_a \right) \\ & - \frac{\sigma_a}{E_1} \sin \omega t_y + \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t_a \\ = & -\frac{E_1}{E \eta_1 \omega} \sigma_a \cos \omega t_a - \frac{\sigma_a}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_a \\ & + e^{-\alpha(t_a - t_1)} \frac{\sigma_a}{\eta_1 \omega} \cos \omega t_1 + \frac{\sigma_a}{E_1} \cdot \\ & \cdot (e^{-\alpha(t_a - t_1)} - 1) \sin \omega t_y - \epsilon_{2,m} e^{-\alpha(t_a - t_1)} \\ & + \frac{\sigma_a}{E} \sin \omega t_a \dots (u) \end{aligned}$$

ここで $E_1 \rightarrow 0$ すなわち $\alpha \rightarrow 0, t_1 \rightarrow t_y$ とすると式 (u) は式 (23) と一致する。

以上により、本報告で提案したモデルの正弦状刺激応力に対するひずみ応答特性の理論解析的説明がなされたと考えられる。

つぎに、これら解析的説明を補促する意味で以

上の解析結果に実際の数値を与えて計算を行なってみることにする。

図-16, および 図-17 には、それぞれ 図-2, 3 に対応した実験データに応じて、前述の (a)~(f) の方法により決定したモデル定数を用い、a)~e) までの理論解析によるひずみ応答の経過を示してある。図-16, 17 をそれぞれ 図-2, 3 と比較すると曲線の形はきわめて類似している。図-18, 19 には 図-3 に対応したモデル定数を用い、応力対ひずみヒステリシスの理論曲線が刺激応力の振幅および振動周波数のそれぞれに応じて変化する状況を示している。これら理論曲線の振幅が刺激応力の振幅、振動周波数のそれぞれに応じて変化する状況を 図-20 (a), (b) に示してある。その傾向は対応する実験結果 図-8, 9 と類似しているが、ひずみ振幅が振動周波数の変化に応じて変わる程度は理論曲線では著しく強調されている。図-21 には同じモデル定数を用

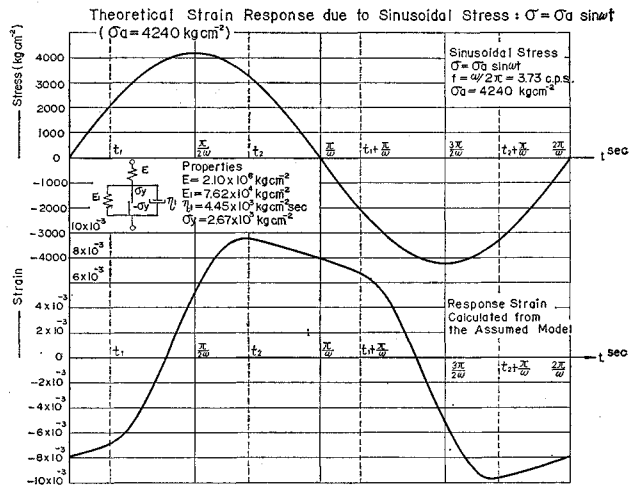


図-16

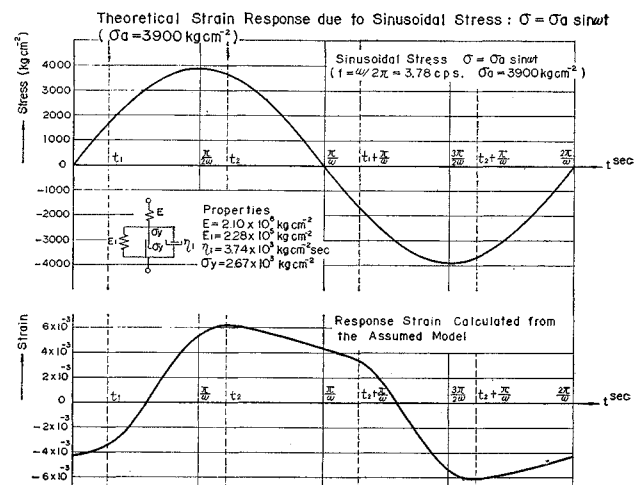


図-17

Theoretical Stress-Strain Relations for Various Levels of Stress Amplitude σ_a of Sinusoidal Stress : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$. ($f = \omega/2\pi = 3.78$ c.p.s.)

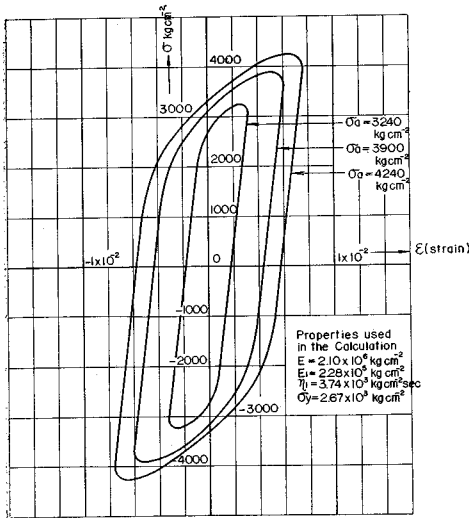


図-18

Theoretical Stress-Strain Relations for Various Levels of Frequency of Sinusoidal Stress : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$ ($\sigma_a = 3900$ kg/cm²)

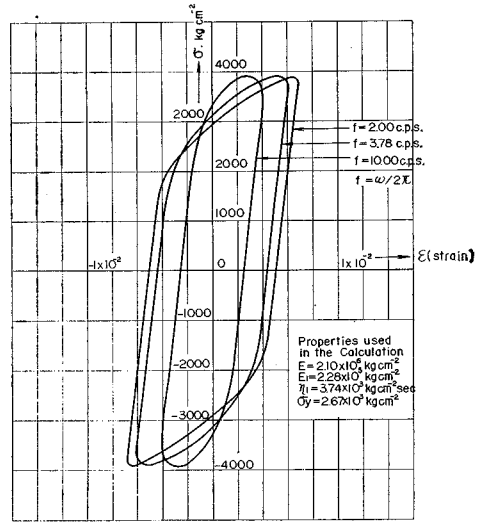


図-19

Theoretical Relations between σ_a/ϵ_a and σ_a , and between σ_a/ϵ_a and f due to Sinusoidal Repeated Stress : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, ($\omega = 2\pi f$)

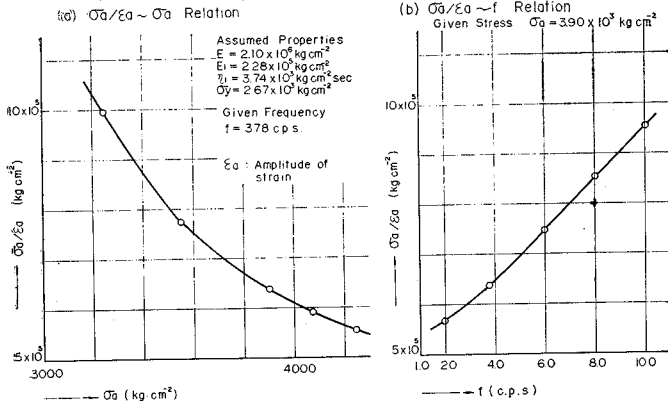


図-20

いた理論曲線のヒステリシスループの囲む面積が振動周波数の変化に応じて変わる様子を、また、図-22には応力振幅の変化に応じて変わる様子を示してある。その傾向は対応する実験結果 図-14, 13 と類似している。また、図-21, 22 には 図-15 (b), (c), (d) に示すモデルに応じた理論値をあわせ図示してある。理論曲線の囲む面積が振動周波数に応じて変わる状況は振動周波数が小さい範囲では bilinear 型 (図-15 (b)) に近く、振動周波数が大きい範囲では粘弾塑性型 (図-15 (d)) に近づく。応力振幅の変化に対しては bilinear 型と大差ない。以上により 図-15 (a) に示すモデルの特性が明確になった。

上述した理論式にしたがい、表-2 に示すすべての実験種類ごとに得られた実験結果から、10 サイクルごと

のモデル定数 E_1, η_1 を決定した。その繰り返し回数による変化の例を 図-23, 24 に示してある。 E_1, η_1 とともに ϵ_a, W と全く同様な傾向を示す。すなわち、荷重繰り返し回数 N が増加すると E_1, η_1 の値は低下して行き、その程度は初めの数 10 回の間で著しい。荷重繰り返し回数 N が 50 回を越えると E_1, η_1 の変動は落ちつきほぼ一定となる。したがって、すべてのデータにつき $N=50 \sim 100$ の E_1, η_1 平均値をとり、それぞれ $\hat{E}_1, \hat{\eta}_1$ として求めた結果を表-3 に示してある。これらの値を用い、荷重レベルおよび振動周波数ごとに 図-15 (a) に示すモデルにつき計算した応力対ひずみ

理論曲線を実験結果と比較した例を 図-25~29 に示してある。これより、個々の荷重条件ごとに 図-15 (a) のモデルは実験結果をきわめて良好に模擬するといえる。

すべての実験種類のデータにつき、 $E_1/\hat{E}_1, \eta_1/\hat{\eta}_1$ を計算し、これと N との対応を求めると、つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \hat{E}_1 \{1 + 0.427 \exp(-3.72 \times 10^{-2} N)\} \\ \eta_1 &= \hat{\eta}_1 \{1 + 0.339 \exp(-2.36 \times 10^{-2} N)\} \end{aligned} \right\} (v)$$

(kg, cm, sec)

これより計算された結果が 図-23, 24 の実線で示される曲線である。

図-30 は、表-3 に与えられる \hat{E}_1 を一定応力振幅ごとに振動周波数に対してプロットしたもので、これよ

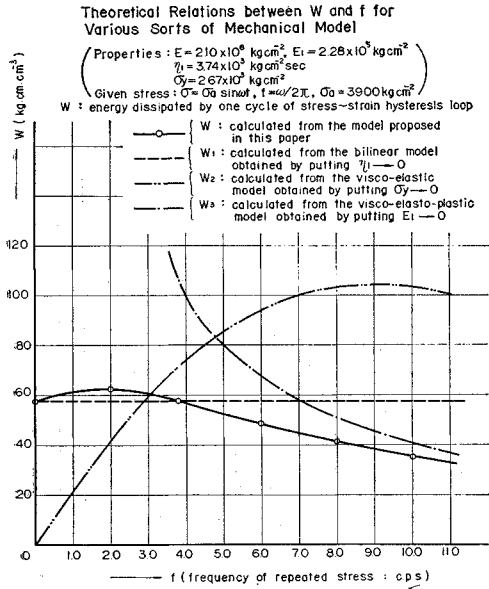


図-21

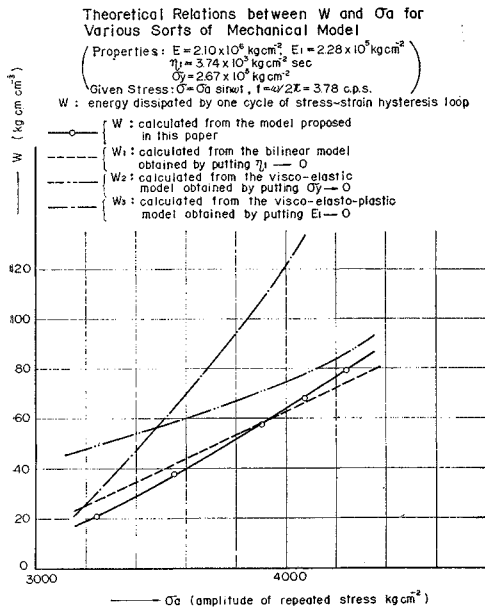


図-22

り \hat{E}_1 は振動周波数により変化しないことがわかる。図-31 は \hat{E}_1 を荷重振幅 σ_a に対してプロットしたもので、 \hat{E}_1 は σ_a の増加につれて直線的に減少している。この直線を求めるとつぎのようになる。

$$\hat{E}_1 = 9.65 \times 10^5 - 2.01 \times 10^2 \sigma_a \text{ (kg, cm)} \dots (w)$$

図-32 は $\hat{\eta}_1$ を一定応力振幅ごとに振動周波数に対してプロットしたもので、 $f \geq 3.72 \text{ (c.p.s.)}$ に対しては $\hat{\eta}_1$ はほぼ一定とみなせるが、 $f \leq 0.5$ に対しての $\hat{\eta}_1$ は極端に大きくなっている。その原因となるものを若干あげ

Relations between E_t and N for Various Levels of Stress Amplitude σ_a ($\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $f = \omega/2\pi = 3.8 \text{ cps}$)

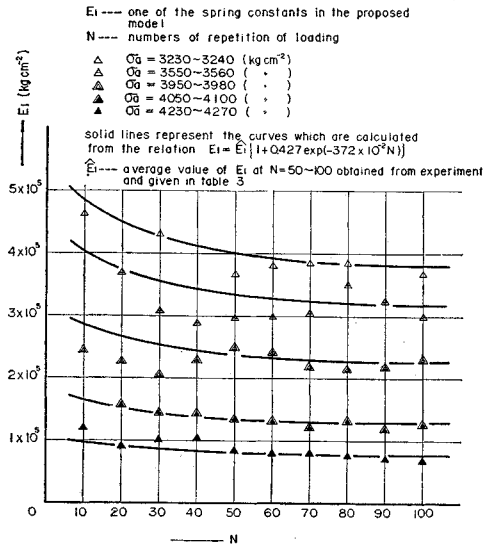


図-23

Relations between $\hat{\eta}_1$ and N for Various Levels of Stress Amplitude σ_a ($\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $f = \omega/2\pi = 3.8 \text{ c.p.s.}$)

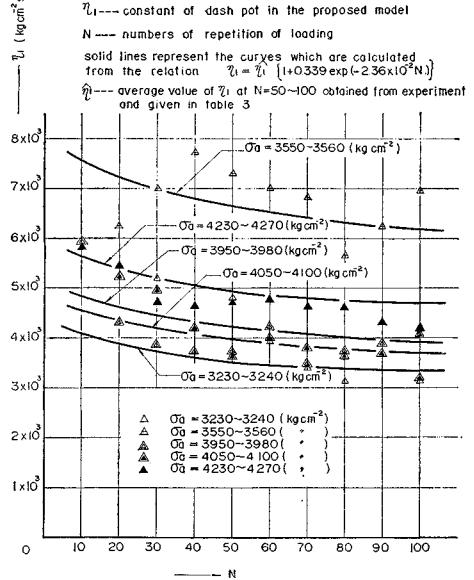


図-24

てみると、① ひずみ速度依存性が本実験で与えた荷重速度の程度ではひずみ速度の1次項として効くほど強くない、② 本実験では降伏応力 σ_y のひずみ速度依存性を無視している。たとえば降伏点とひずみ速度の関係を求めた多くの実験がある²⁸⁾が、いずれもひずみ速度が $10^{-3} / \text{sec}$ 以下では降伏点はひずみ速度に対して変化なく、 $10^{-3} / \text{sec}$ を越えると降伏点はひずみ速度に対して対数的に上昇していく。③ 公称ひずみ速度ではあるが、1周期の平均ひずみ速度は $f \leq 0.5 \text{ (c.p.s.)}$ の結果に対して

Comparison of The Experimental Stress-Strain Curve with The Calculated One
(Given Stress : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $\sigma_a = 3900 \text{ kg/cm}^2$, $f = \omega/2\pi = 3.78 \text{ c.p.s.}$)

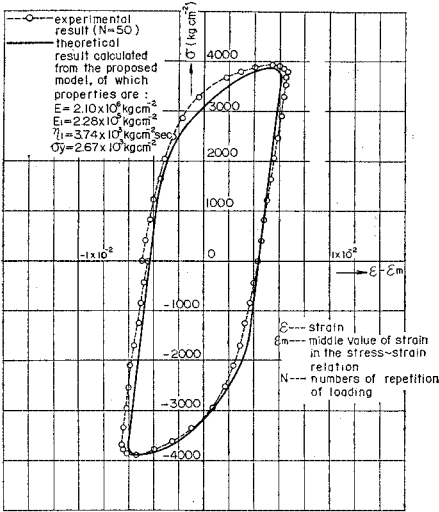


図-25

Comparison of The Experimental Stress-Strain Curve with The Calculated One
(Given Stress : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $\sigma_a = 4240 \text{ kg/cm}^2$, $f = \omega/2\pi = 3.73 \text{ c.p.s.}$)

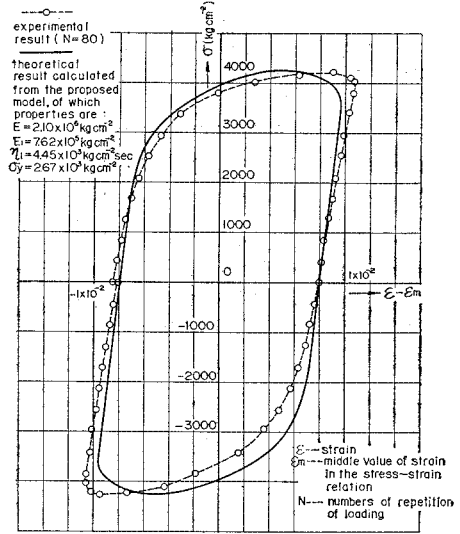


図-27

Comparison of The Experimental Stress-Strain Curve with The Calculated One
(Given Stress : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $\sigma_a = 3240 \text{ kg/cm}^2$, $f = \omega/2\pi = 3.72 \text{ c.p.s.}$)

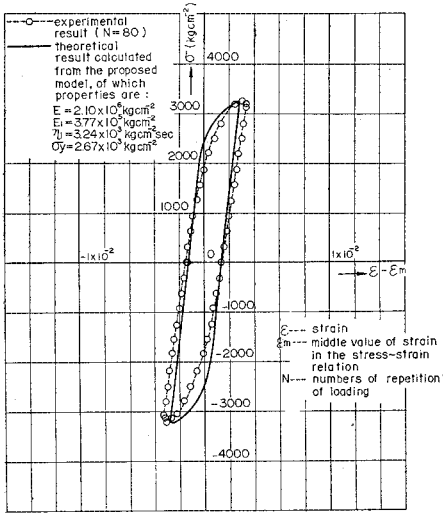


図-26

Comparison of The Experimental Stress-Strain Curve with The Calculated One
(Given Stress : $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $\sigma_a = 3753 \text{ kg/cm}^2$, $f = \omega/2\pi = 0.43 \text{ c.p.s.}$)

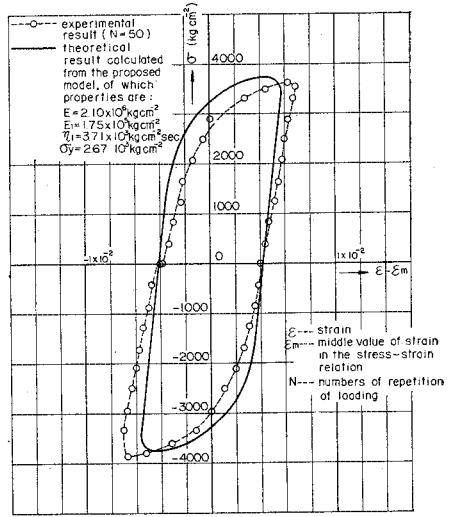


図-28

$10^{-3}/\text{sec}$ の Order となり、堀田ら 4 氏²³⁾ の示す塑性疲労寿命のひずみ速度依存性がほぼなくなる範囲に入ってくる、などがあり、これらがすべて複雑に影響を与えると考えられ、今後の課題としたい。図-33 は k_1 を応力振幅についてプロットしたもので $f \geq 3.72$ (c.p.s.) については応力振幅によらずほぼ一定値とみなせる。 $f \geq 3.72$ (c.p.s.) に対する k_1 の平均値はつぎのようになる。

$$k_1 = 2.51 \times 10^3 \text{ (kg, cm, sec)} \dots\dots\dots (x)$$

式 (v) ~ (x) の結果をまとめると、 E_1 と η_1 はつぎ

のように表式される、

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= (9.65 \times 10^5 - 2.01 \times 10^2 \sigma_a) \cdot \\ &\quad \cdot \{1 + 0.427 \exp(-3.72 \times 10^{-2} N)\} \\ \eta_1 &= 2.51 \times 10^3 \{1 + 0.339 \exp(-2.36 \\ &\quad \times 10^{-2} N)\} \\ &\quad \text{(kg, cm, sec)} \end{aligned} \right\} \dots(24)$$

ただし、 $N \geq 2$
 $f \geq 3.72$ (c.p.s.)
 $4.440 \geq \sigma_a \geq 3.100$ (kg, cm⁻²)

以上のごとくして、本実験例で用いた種類の軟鋼に対し、式(24)で与えられる要素定数と表-1に示されている降伏値をもつスライダーを並列させ、それに鋼の弾性スプリングを直列させたモデルにより、動的弾塑性復元力特性を良好に模擬できることが明らかにされた。なお、本報告で提示したモデルでは、最初の降伏に伴う永久ひずみを含み、载荷繰返し回数とともに累積して行く中心ひずみを表現できない。前者に関しては、処女試片に降伏点以上の荷重を与える時の塑性変形におけるひずみ速度の影響および降伏点のひずみ速度依存性を究明

し、それらの特性を考慮に入れてモデルを改善していかなければならないと考えられる。後者に対しては、本報告で提示したモデルに一方方向に累積していく永久ひずみを表現できる新しい要素を加えていかなければならないと考えられる。しかし、モデルが複雑になり過ぎること

Comparison of The Experimental Stress Strain Curve with The Calculated One
(Given Stress: $\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $\sigma_a = 3735 \text{ kg/cm}^2$, $f = \omega/2\pi = 11.20 \text{ cps}$)

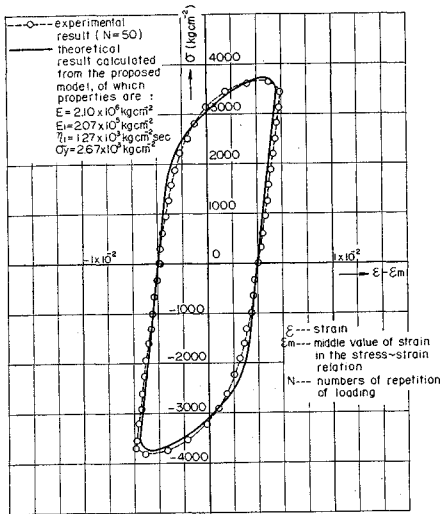


図-29

表-3 Measured Constants of the Proposed Model

Test No	σ_a (kg/cm ²)	f (c.p.s.)	$\bar{\epsilon}_a$	$\bar{\epsilon}_{2,m}$	W (kg/cm ²)	E_1 (kg/cm ²)	$\bar{\eta}_1$ (kg/cm ² sec)
1	3173	0.40	3.785×10^{-3}	1.915×10^{-3}	21.07	2.64×10^5	2.13×10^3
2	3240	3.72	3.254×10^{-3}	1.375×10^{-3}	14.83	3.77×10^5	3.24×10^3
3	—	—	—	—	—	—	—
4	3252	11.60	3.420×10^{-3}	1.658×10^{-3}	19.84	3.02×10^5	1.00×10^3
5	3460	0.43	5.350×10^{-3}	2.475×10^{-3}	28.70	2.68×10^5	2.95×10^3
6	3552	3.72	4.045×10^{-3}	2.110×10^{-3}	25.81	3.13×10^5	6.00×10^3
7	3449	9.25	4.500×10^{-3}	2.342×10^{-3}	28.15	2.63×10^5	1.72×10^3
8	3450	11.62	4.024×10^{-3}	2.234×10^{-3}	26.48	2.83×10^5	1.36×10^3
9	3753	0.43	7.343×10^{-3}	4.149×10^{-3}	55.28	1.75×10^5	3.71×10^3
10	3900	3.78	6.550×10^{-3}	4.370×10^{-3}	57.85	2.28×10^5	3.74×10^3
11	3727	9.10	6.523×10^{-3}	4.228×10^{-3}	54.46	1.76×10^5	1.62×10^3
12	3735	11.20	5.903×10^{-3}	3.957×10^{-3}	49.30	2.07×10^5	1.27×10^3
13	4060	0.50	8.675×10^{-3}	6.270×10^{-3}	90.62	1.17×10^5	3.49×10^3
14	4070	3.79	9.325×10^{-3}	6.750×10^{-3}	96.20	1.28×10^5	3.58×10^3
15	4018	9.22	8.890×10^{-3}	6.476×10^{-3}	88.76	1.41×10^5	1.54×10^3
16	—	—	—	—	—	—	—
17	4248	0.41	9.900×10^{-3}	7.340×10^{-3}	120.10	1.02×10^5	4.21×10^3
18	4240	3.73	1.050×10^{-2}	7.910×10^{-3}	121.70	7.62×10^4	4.45×10^3
19	4437	9.25	1.091×10^{-2}	8.302×10^{-3}	127.21	1.10×10^5	1.94×10^3
20	4230	11.30	9.700×10^{-3}	7.275×10^{-3}	107.10	1.37×10^5	1.23×10^3

Remarks
each value given in this table is the average of the experimental results at N=50-100
N: numbers of repetition of loading

Relations between \bar{E}_1 and f for Various Levels of Stress Amplitude σ_a ($\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $f = \omega/2\pi$)

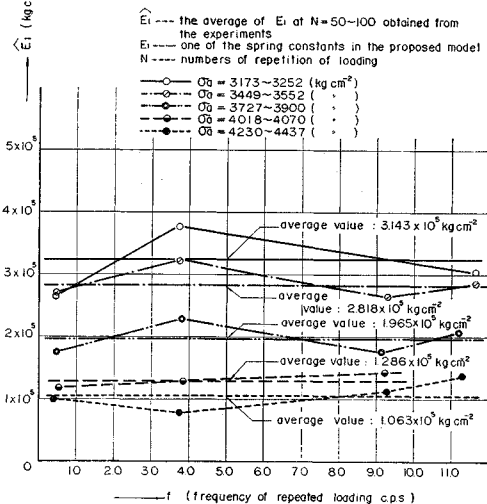


図-30

Relations between \bar{E}_1 and Stress Amplitude σ_a ($\sigma = \sigma_a \sin \omega t$, $f = \omega/2\pi$)

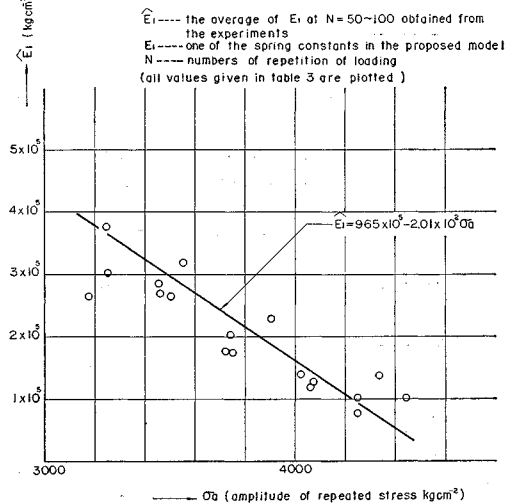


図-31

は好ましくないので、上述した問題は構造物全体の弾塑性振動挙動における主要特性をあわせ考えながら解決していかなければならず、今後の研究課題としたい。

最後に、本実験で測定した応力対ひずみヒステリシスループの振動減衰能の概略を見るため等価粘性減衰比を求めてみる。本来の振動減衰比は、共振曲線を計算しないと求められず、復元力対変形ヒステリシスループにお

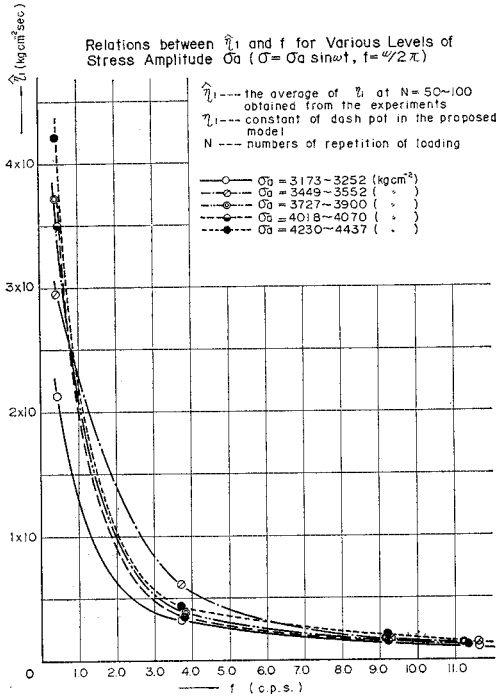


図-32

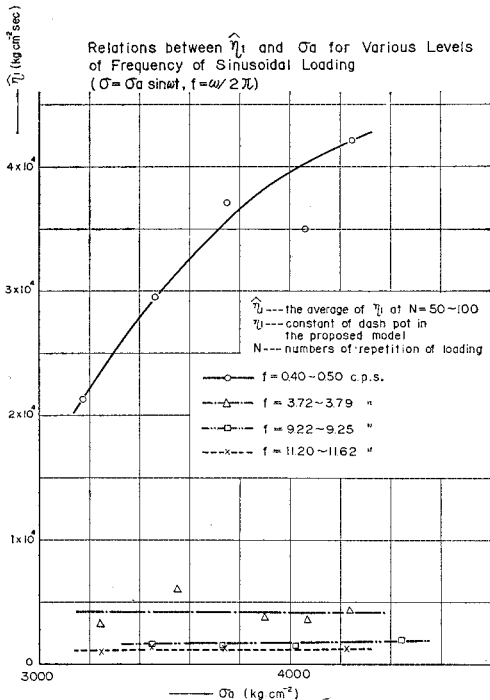


図-33

Relations between h_{eq} and f , and between h_{eq} and σ_0 (h_{eq} is calculated from the relation $h_{eq} = W / 2\pi E \xi a^2$, using the values given in the table 3

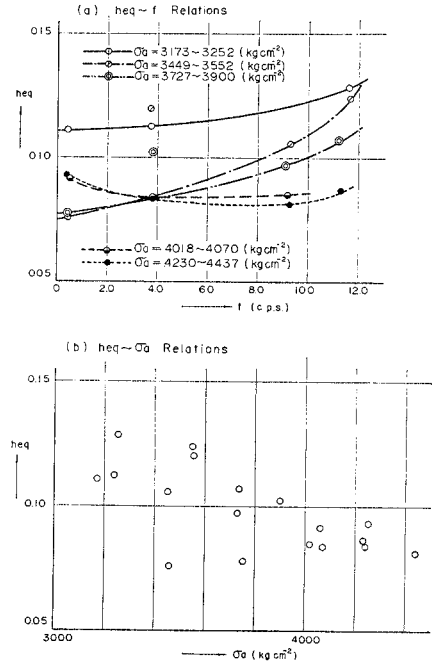


図-34

Theoretical Relations between h_{eq} and f for Various Sorts of Mechanical Model

(h_{eq} is calculated from the relation $h_{eq} = \frac{W}{2\pi E \xi a^2}$)

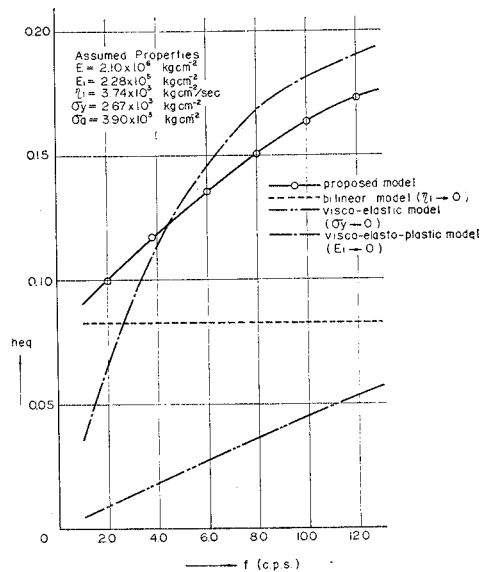


図-35

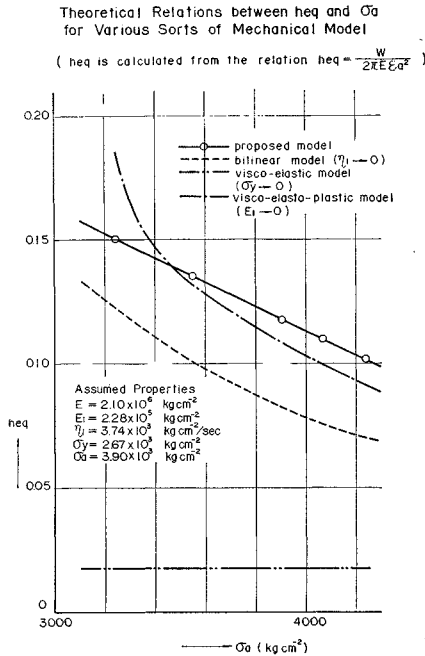


図-36

ける等価粘性減衰比の定義は明確でない^{10),11)}などその使用には問題が多いが、振動減衰の取扱いが簡単なため用いられることがある。ここでは、実験に供した鋼からなる単位断面積、単位長さのばねを考え、その復元力対変形ヒステリシス曲線の1サイクルに消費されるエネルギー W を、常に線型なばね E および粘性を伴う1質点振動系の共振時のエネルギー損失に等置することにより得られる限界減衰比を等価粘性減衰比とする。すなわち、

$$W \equiv 2\pi E \epsilon_a^2 h_{eq}$$

より次式で与えられるものとする。

$$h_{eq} = \frac{W}{2\pi E \epsilon_a^2} \dots \dots \dots (y)$$

表-3で与えられる実験値から (y) を計算し、 h_{eq} を振動周波数に対してプロットしたものが図-34 (a)、応力振幅に対してプロットしたものが図-34 (b)である。これより、等価粘性減衰比は等値される線型振動系の固有振動数が増加すると増大するが、その傾向は応力振幅が増大すると弱くなる。また、等価粘性減衰比は応力振幅の増加につれて減少する。

本報告で提案したモデル 図-15 (a) についても (y) を理論的に求めることができ、一定のモデル定数につき計算した結果を 図-35, 36 に示してある。参考のため 図-15 (b), (c), (d) に示すモデルについての計算結果もあわせて図示してある。 h_{eq} の理論値の振動周波数、応力振幅に対する挙動は実験値と同様の傾向を示している。また、 h_{eq} の理論値は等値される線型振動系の固有

振動数が大きい場合、0.159 を越えることがあり、bilinear 系に対して Iwan⁹⁾-Hudson¹¹⁾ の導いた結果とは異なる。この原因は 図-15 (a) のモデルに粘性要素があり、そのエネルギー損失が塑性によるエネルギー損失に加算されるからである。

以上により、軟鋼の動的弾塑性復元力特性に伴う減衰特性の一端を知ることができたが、等価粘性減衰比としての扱いには物理的意味のあいまいさがあり、本来の意味の振動減衰特性とその具体的表現となる限界減衰比は、構造物全体としての弾塑性振動挙動を調べ、その共振曲線より論じられなければならない。

5. 結 論

上記所論の結論としておおよそつきのごとくいうことができる。

(1) 地震動周期の範囲における軟鋼の動的弾塑性変形は振動初期の数10回の振動くり返し回数に対してかなり大幅に軟化する。

(2) 地震動周期の範囲における軟鋼の動的弾塑性変形は、ひずみ速度の増加につれて硬化する。

(3) 粘弾性 Voigt モデルに降伏値を持つスライダを並列させ、これに弾性スプリングを直列させたモデルは軟鋼の動的弾塑性変形挙動を良好に模擬する。

(4) 上記モデルの要素のうち、スライダに並列するダッシュポットとスプリングは、初期の数10回の振動繰り返し回数に対して軟化し、応力に対して、ダッシュポットはほぼ一定、ばねは Soft Spring 特性を示すが、これらの特性を統一的に表式することができた。

(5) 上記モデルは、振動周波数 $f \geq 3.8$ c.p.s. に対して、軟鋼の動的弾塑性変形挙動のひずみ速度依存性を模擬できるが、長周期の振動に対しては模擬できない。その原因と考えられるものを若干あげてみると、① 本実験で与えた程度の載荷速度範囲ではひずみ速度依存性がひずみ速度の1次項に比例するほど強くないこと、② 降伏値 σ_y のひずみ速度依存性を無視していること、などがあり、その他の因子とともに複雑に影響を与えるためと考えられ、今後解決されるべき重要な課題である。

(6) 上記モデルは、最初の降伏に伴う永久ひずみを含み、載荷繰り返し回数とともに累積して行く中心ひずみを表現できないが、今後改善されるべき重要な課題である。

(7) 本報告で提示した動的弾塑性応力対ひずみ関係を模擬するモデルの定数値は他の構造用鋼についても全く同様に測定することができ、各場合で表式を変えれば良いと考えられる。したがって、任意の鋼構造物の振動解析に適用でき、数値解析上の精度は別として、現実の

構造物の精度をかなり向上させることができると考えられる。

(8) 本実験で求めた軟鋼の動的弾塑性応力対ひずみ関係の減衰能を、完全に線型粘性振動系とエネルギー損失を等置するという意味での等価粘性減衰比で評価した場合、等価粘性減衰比は、等値される線型振動系の固有振動数が増加すると増大し、応力振幅が増加すると減少する。

付記：本研究を行なうにあたり、懇切なるご指導、ご教授を頂いた電力中央研究所畑野 正博士に深甚の謝意を表する。

参考文献

- 1) 建築学大系 19, “建築耐震論”, 彰国社, 昭和 39 年.
- 2) 武藤 清: “耐震設計シリーズ 4, 構造物の動的解析”, 丸善, 昭和 41 年.
- 3) 岡本舜三: “地震力を考えた構造物設計法”, オーム社, 昭和 39 年.
- 4) 地震工学関係では,
Tanabashi, R.: “Studies on the Non-Linear Vibrations of Structures Subjected to Destructive Earthquakes”, Proc. 1st. WCEE, Berkeley, Calif. 1956.
以来多くの研究がなされ、たとえば、つぎにあげる文献に多くの論文が掲載されている。
- ① Proc. 1st. WCEE, Berkeley, Calif., 1956.
- ② Proc. 2nd WCEE, Tokyo and Kyoto, Japan, 1960.
- ③ Proc. 3rd. WCEE, New Zealand, 1965.
- ④ Proc. ASCE, EM Division, 1957~
- ⑤ Proc. Japan Earthquake Engineering Symposium, Tokyo, Oct., 1966.
- ⑥ 日本建築学会論文報告集.
- 5) 植木義一: “履歴損失を伴う復元力特性を有する振動系の強制振動に対する図式解について”, 日本機械学会論文集, 第 17 巻 64 号, 昭和 26 年, 1951, pp. 6~9.
- 6) Jacobsen, L.S., and Ayre, R.S.: “Engineering Vibrations with Application to Structures and Machinery”, McGraw-Hill, 1958, 後藤尚男・金多 潔訳: “機械と構造物のための振動工学”, 丸善, pp. 248~281.
- 7) Caughey, T.K.: “Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis”, Jour. of App. Mech., Vol. 27, No. 4, December, 1960, pp. 640~643.
Caughey, T.K.: “Random Excitation of a System with Bilinear Hysteresis”, Jour. App. Mech., Vol. 27, No. 4, December, 1960, pp. 649~652.
- 8) Jennings, P.C.: “Periodic Response of a General Yielding Structure”, Proc. ASCE, Vol. 90, No. EM 2, April, 1964, pp. 131~166.
- 9) Iwan, W.D.: “The Dynamic Response of the One Degree of Freedom Bilinear Hysteresis System”, Proc. 3rd. WCEE, New Zealand, 1965.
- 10) Jacobsen, L.S.: “Damping in Composite Structures”, Proc. 2nd. WCEE, Tokyo and Kyoto, Japan, 1960.
- 11) Hudson, D.E.: “Equivalent Viscous Friction for Hysteretic Systems with Earthquake-Like Excitation”, Proc. 3rd. WCEE, New Zealand, 1965.
- 12) Igarashi, S., and Taga, N.: “Hysteretic Characteristics and Structural Damping of Steel Structures under Alternate Lateral Loading”, Trans. AIJ, No. 120, Feb., 1966, pp. 15~25.
- 13) Igarashi, S., Taga, N., and others: “Plastic Behavior of Steel Frames under Cyclic Loadings”, Trans. AIJ, No. 130, Dec., 1966, pp. 8~15.
- 14) 日置興一郎・平野朝則: “横力を受けるラーメンの弾塑性挙動”, 日本建築学会論文報告集, No. 128, Oct., 1966, pp. 1~7.
- 15) 羽倉弘人: “繰り返し荷重を受ける鉄骨断面の弾塑性解板に関する研究, 第 4 報”, 日本建築学会論文報告集, No. 125, July, 1966, pp. 8~13.
- 16) Hanson, R.D.: “Comparison of Static and Dynamic Hysteresis Curves”, Proc. ASCE, No. EM 5, Oct., 1966, pp. 87~113.
- 17) Jennings, P.C.: “Force-Deflection Relations from Dynamic Tests”, Proc. ASCE, No. EM 2, April, 1967, pp. 115~129.
- 18) 河本 実・鯉淵興二: “塑性域における疲労現象について, (1), (2)”, 材料, 12 巻, 115 号, 昭和 38 年 4 月, pp. 194~201. 材料, 12 巻, 117 号, 昭和 38 年 6 月, pp. 413~420.
- 19) 楠本 韶・竹内 守: “定ひずみねじり疲労強度と定ひずみ引張圧縮”, 材料, 12 巻, 131 号, 昭和 39 年 8 月, pp. 613~618.
- 20) 河本 実・田中道七: “鋼の引張圧縮塑性疲労試験”, 材料試験, 11 巻, 105 号, 昭和 37 年 6 月, pp. 363~373.
- 21) 日本材料学会 疲労部門委員会: “塑性疲労及び熱疲労に関する研究”, 材料, 13 巻, 131 号, 昭和 39 年 8 月, pp. 554~576.
- 22) 永井欣一・大塚昭夫・小川量也: “低サイクル片振り引張疲れにおける鋼材の塑性ひずみ挙動”, 日本造船学会論文集, Vol. 124, Dec., 1968, pp. 355~374.
- 23) Benham, P.P., and Ford, H.: “Low Endurance Fatigue of a Mild Steel and Aluminium Alloy”, Jour. Mech. Engg. Sci., London, England, Vol. 3, No. 2, 1961, pp. 119.
- 24) 掘田知道・村木潤次郎・石黒隆義・石井伸幸・関口 進: “鋼材のひずみ制御低サイクル疲労強度推定に関する研究 (第 1 報)”, 日本造船学会論文集, Vol. 124, Dec., 1968, pp. 341~353.
- 25) Kooistra, L.F.: “Effect of Plastic Fatigue on Pressure-Vessel Materials and Design”, Weld. Jour., Vol. 36, March, 1957, 120 S~130 S.
- 26) Serensen, S.V. and Shneiderovitch, R.M.: “Elasto-plastic Cyclic Deformation and Low-Cycle Fatigue”, Proc. ASTM, Vol. 62, pp. 789~799, 1961.
- 27) Felther, C.E., and Morrow, J.D.: “Microplastic Strain Hysteresis Energy as a Criterion for Fatigue Fracture”, Trans. ASME, Jour. of Basic Engineering, Ser. D 83-1, March, 1961, pp. 15~22.
- 28) 飯田国広・井上 肇・小林佑規: “ひずみ制御低サイクル疲労における累積被害”, 日本造船学会論文集, Vol. 123, June, 1968, pp. 287~296.
- 29) 横堀武男: “材料強度学”, 技報堂, 昭和 38 年, pp. 38.

(1970. 3. 20・受付)