

淡塩二層地盤よりの二次元的淡水取水の一方法*

WITHDRAWAL OF FRESH WATER THROUGH THE GROUND
STRATIFIED WITH FRESH AND SALT WATER
(Treated two dimensionally)

崎山 正 常**
By Masatsune Sakiyama

1. ま え が き

地盤内のある深さから上層は淡水で、下層は塩水で飽和されているような所で地表上の淡水を集水溝、暗きよあるいは井戸などへ浸透させると浸透による自然ろ過もある程度は期待できると考えるが、淡塩境界面は Ghyben-Herzberg の法則¹⁾によって集水部の直下が頂点となる山形状にもり上り、場合によっては取水中に塩水が混入する危険を伴っている。

本報は 図-1 に示すように淡塩境界面の頂点が溝底まで達したかなり理想化された二次元的流れの場合において淡水中に塩水が混入しないという条件のもとに取水する場合の定常浸透流が溝の中心面に関して対称である場合について複素ポテンシャル理論による解析を行ない、この結果が砂模型による実験結果とよく一致することを述べたものである。なお、本報の理論の適用にあたっては流れの場の諸元間の関係や、淡塩境界面における淡、塩水の混合の危険性などについてまぬがれえない実用上の制約が多々あるがこれらについてはのちにふれている。

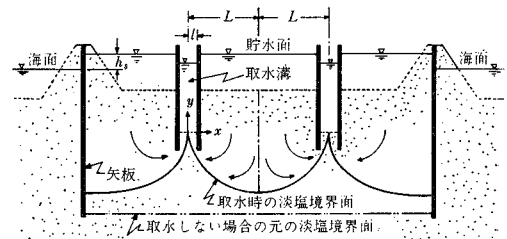


図-1 取水方法の略図 ($L \approx \infty$)

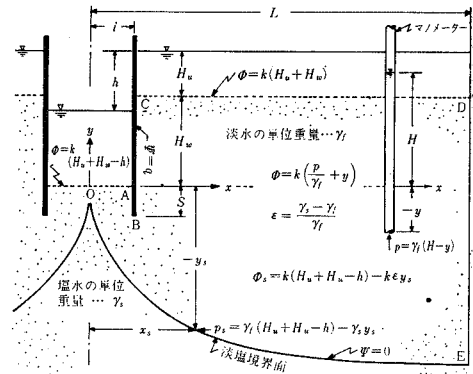


図-2 流れの場 (z 平面)

2. 解 析

(1) 有限領域の流れの場に対する解析

ここに有限領域とは 図-1 に示すように流れの場に何列かの取水溝を設けた場合のように溝と溝との間隔が比較的短くて水理的にも有限として取扱わねばならない場合をさしてあり、のちに無限領域というのはこの間隔が水理的には無限大とみなされるか、あるいはただ一列の取水溝に相当広い領域から浸透している場合をさしている。有限領域の流れの場の詳細を 図-2 に示してい

る。淡水の単位重量を γ_f 、塩水のそれを γ_s とし、溝の側壁は不透水性の薄矢板であり、地表面から溝の底までを H_w 、その下の矢板根入長を S 、溝と溝との間隔を $2L$ 、溝幅を $2l$ とし、淡水は水平な地表面上 H_u まで貯水されており、溝水位はこれより h だけ低くもたれているとする。各特異点の記号および座標軸を 図-2 のようにえらび、 x および y の負方向の流速を u および v 、速度ポテンシャルを ϕ 、流れの関数を Ψ 、複素ポテンシャルを w とし、また、流れの場の任意点における圧力水頭を x 軸を基準にして H とすれば二次元ポテンシャル流の基礎理論より

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \dots \dots (1)$$

* 土木学会第23回年次学術講演会(昭和43年10月)において一部発表

** 正会員 九州産業大学助教授 工学部土木工学科

$$w = \phi + i\psi, z = x + iy \dots\dots\dots(2)$$

$$p = r_f(H - y), H = p/r_f + y \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 p は流れの場における任意点の圧力である。一方、地盤の透水係数を k とすれば Darcy の法則より

$$u = k \frac{\partial H}{\partial x}, v = k \frac{\partial H}{\partial y} \dots\dots\dots(4)$$

であり、式(1)、(3)および(4)より

$$\phi = k \left(\frac{p}{r_f} + y \right) \dots\dots\dots(5)$$

が成立する。つぎに、淡塩境界面の圧力 p_s は静止している塩水の側からはかって

$$p_s = r_f(H_u + H_w - h) - r_s y_s \dots\dots\dots(6)$$

となるからこれを式(5)に適用すると淡塩境界面の速度ポテンシャル ϕ_s は

$$\phi_s = k(H_u + H_w - h) - k\epsilon y_s \dots\dots\dots(7)$$

$$\epsilon = \frac{r_s - r_f}{r_f} \dots\dots\dots(8)$$

となる。式(7)を参照して Zhukovsky 関数³⁾化を行なうと

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= \phi + k\epsilon y, \Omega_2 = \psi - k\epsilon x \\ \Omega &= \Omega_1 + i\Omega_2 = w - ik\epsilon z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

がえられる。つぎに、流れの場の z, w および Ω についての境界条件を整理すると表-1 がえられ、 w および Ω 平面は 図-3 および 図-4 のようになり、曲線

表-1 境界条件

境界値	$z = x + iy$		$w = \phi + i\psi$		$\Omega = \Omega_1 + i\Omega_2$	
	x	y	ϕ	ψ	Ω_1	Ω_2
OA	x	0^*	$k(H_u + H_w - h)^*$	ψ	$k(H_u + H_w - h)^*$	Ω_2
ABC	l^*	y	ϕ	q^*	Ω_1	$q - k\epsilon l^*$
CD	x	H_w^*	$k(H_u + H_w)^*$	ψ	$k(H_u + (1 + \epsilon)H_w)^*$	Ω_2
DE	L^*	y	ϕ	0^*	Ω_1	$-k\epsilon L^*$
E0	x_s	y_s	ϕ_s	0^*	$k(H_u + H_w - h)^*$	$-k\epsilon x_s$

* const.

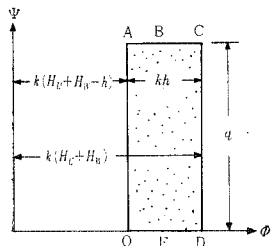


図-3 w 平面 ($L \neq \infty$)

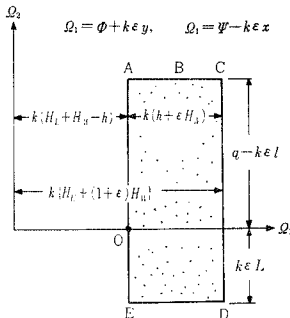


図-4 Ω 平面 ($L \neq \infty$)

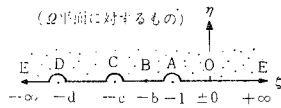
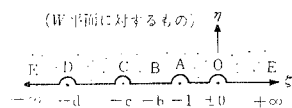


図-5 t 平面 ($L \neq \infty$)

境界をもつ z 平面の流れの場は 図-3 および 図-4 の長方形内部の領域に写像される。点0は w 平面では特異点であるが Ω 平面では特異点ではなく、また、点Eは w 平面では特異点ではないが Ω 平面では特異点であるのでこの w および Ω 平面は 図-5 に示す媒介平面

$$t = \zeta + i\eta \dots\dots\dots(10)$$

を介して Schwarz-Christoffel の定理³⁾により

$$\frac{dw}{dt} = \frac{N}{\sqrt{-d-t}\sqrt{-c-t}\sqrt{-1-t}\sqrt{-t}} \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{M}{\sqrt{-d-t}\sqrt{-c-t}\sqrt{-1-t}} \dots\dots\dots(12)$$

で関係づけられる。ここに N および M は w および Ω 平面上の長方形の大きさによって定まる定数であり、また、 z 平面上の特異点 B, C および D に対応する t 平面上の b, c および d は流れの場の相似性によって定まる定数である。点0に積分の下限をえらんで式(11)を書きかえると

$$\begin{aligned} w = \phi + i\psi &= k(H_u + H_w - h) \\ &+ N \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{-d-t}\sqrt{-c-t}\sqrt{-1-t}\sqrt{-t}} \end{aligned} \dots\dots\dots(13)$$

ここで

$$\begin{aligned} T_w^2 &= \left(\frac{d-1}{d} \right) \left(\frac{-t}{-1-t} \right) \\ &= \left(\frac{d-1}{d} \right) \left\{ \frac{\zeta(1+\zeta) + \eta^2}{(1+\zeta)^2 + \eta^2} \right\} \\ &+ i \left(\frac{d-1}{d} \right) \left\{ \frac{\eta}{(1+\zeta)^2 + \eta^2} \right\} \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\sqrt{c(d-1)}}{2N} \{ \phi - k(H_u + H_w - h) \} \\ &\dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

$$\psi = \frac{\sqrt{c(d-1)}}{2N} \psi \dots\dots\dots(16)$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{d-c}{c(d-1)}, \kappa'^2 = 1 - \kappa^2 = \left(\frac{c-1}{c} \right) \left(\frac{d}{d-1} \right) \\ &\dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

とおけば式(13)より

$$\begin{aligned} \varphi + i\psi &= \int_0^{T_w} \frac{dT_w}{\sqrt{1-T_w^2}\sqrt{1-\kappa'^2 T_w^2}} \\ &= \text{sn}^{-1}(T_w, \kappa') \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

がえられ、したがって

$$T_w^2 = \text{sn}^2(\varphi + i\psi, \kappa') \dots\dots\dots(19)$$

がえられる。ここに sn およびのちにあらわれる cn, dn は Jacobi の楕円関数である。式(19)の右辺を sn 関数の複素数の加法公式⁴⁾によって展開したものと式(14)の右辺とを関連づけると

$$\frac{\zeta(1+\zeta)+\eta^2}{(1+\zeta)^2+\eta^2} = \left(\frac{d}{d-1}\right) \left[\left\{ \frac{\operatorname{sn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \psi}{1-\operatorname{dn}^2 \varphi \cdot \operatorname{sn}^2 \psi} \right\}^2 - \left\{ \frac{\operatorname{cn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \varphi \cdot \operatorname{sn} \psi \cdot \operatorname{cn} \psi}{1-\operatorname{dn}^2 \varphi \cdot \operatorname{sn}^2 \psi} \right\}^2 \right] \dots (20)$$

$$\frac{\eta}{(1+\zeta)^2+\eta^2} = 2 \left(\frac{d}{d-1}\right) \cdot \frac{\operatorname{sn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \psi \cdot \operatorname{cn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \varphi \cdot \operatorname{sn} \psi \cdot \operatorname{cn} \psi}{\{1-\operatorname{dn}^2 \varphi \cdot \operatorname{sn}^2 \psi\}^2} \dots (21)$$

がえられる。ただし、 φ および ψ に関する母数はそれぞれ κ' および κ である。つぎに、点 A に積分の下限をえらんで式 (12) を書きかえらると

$$\varrho_2 = \varrho_1 + i \varrho_2 = k(H_u + H_w - h) + i(q - k \varepsilon l) + M \int_{-1}^t \frac{dt}{\sqrt{-d-t} \sqrt{-c-t} \sqrt{-1-t}} \dots (22)$$

ここで

$$T_{\varrho}^2 = \frac{-1-t}{-c-t} = \frac{(1+\zeta)(c+\zeta)+\eta^2}{(c+\zeta)^2+\eta^2} + i \frac{(c-1)\eta}{(c+\zeta)^2+\eta^2} \dots (23)$$

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{d-1}}{2M} \{\varrho_1 - k(H_u + H_w - h)\} \dots (24)$$

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{d-1}}{2M} \{(q - k \varepsilon l) - \varrho_2\} \dots (25)$$

$$m^2 = \frac{d-c}{d-1}, \quad m'^2 = 1 - m^2 = \frac{c-1}{d-1} \dots (26)$$

とおけば式 (22) より

$$\omega_1 - i \omega_2 = i \int_0^{T_{\varrho}} \frac{dT_{\varrho}}{\sqrt{1-T_{\varrho}^2} \sqrt{1-m^2 T_{\varrho}^2}} = i \operatorname{sn}^{-1}(T_{\varrho}, m) \dots (27)$$

がえられ、したがって

$$T_{\varrho}^2 = \operatorname{sn}^2(\omega_2 + i \omega_1, m) \dots (28)$$

がえられる。上式の右辺を展開し、式 (23) の右辺と関連づけると

$$\frac{(1+\zeta)(c+\zeta)+\eta^2}{(c+\zeta)^2+\eta^2} = \left\{ \frac{\operatorname{sn} \omega_2 \cdot \operatorname{dn} \omega_1}{1-\operatorname{dn}^2 \omega_2 \cdot \operatorname{sn}^2 \omega_1} \right\}^2 - \left\{ \frac{\operatorname{cn} \omega_2 \cdot \operatorname{dn} \varphi_2 \cdot \operatorname{sn} \omega_1 \cdot \operatorname{cn} \omega_1}{1-\operatorname{dn}^2 \omega_2 \cdot \operatorname{sn}^2 \omega_1} \right\}^2 \dots (29)$$

$$\frac{(c-1)\eta}{(c+\zeta)^2+\eta^2} = 2 \cdot \frac{\operatorname{sn} \omega_2 \cdot \operatorname{dn} \omega_1 \cdot \operatorname{cn} \omega_2 \cdot \operatorname{dn} \omega_2 \cdot \operatorname{sn} \omega_1 \cdot \operatorname{cn} \omega_1}{\{1-\operatorname{dn}^2 \omega_2 \cdot \operatorname{sn}^2 \omega_1\}^2} \dots (30)$$

がえられる。ただし、 ω_1 および ω_2 に関する母数はそれぞれ m' および m である。さて、点 D の条件 $\varphi_D = k(H_u + H_w)$ および $\psi_D = 0$ を式 (15) および (16) に適用すると $\varphi_D = (\sqrt{c(d-1)}/2N)kh$ および $\psi_D = 0$ となり、また、 $\zeta_D = -d$ および $\eta_D = 0$ であるからこれらを式 (20) に適用すると

$$\frac{\sqrt{c(d-1)}}{2N} \cdot kh = K(\kappa') \dots (31)$$

がえられる。ここに $K(\kappa')$ は κ' を母数とする第一種

完全楕円積分である。同様にして点 A の条件より

$$\frac{\sqrt{c(d-1)}}{2N} q = K(\kappa) \dots (32)$$

がえられ、これらの関係を用いて $\varphi + i \psi$ 平面を画けば図-6 がえられる。また、式 (31) および (32) より

$$\frac{q}{kh} = \frac{K(\kappa)}{K(\kappa')} \dots (33)$$

がえられる。つぎに、点 C の条件 $\varrho_{1c} = k\{H_u + (1+\varepsilon)H_w\}$ および $\varrho_{2c} = q - k \varepsilon l$ を式 (24) および (25) に適用すると $\omega_{1c} = (\sqrt{d-1}/2M)kh \cdot (1+\varepsilon H_w/h)$ および $\omega_{2c} = 0$ となり、また、 $\zeta_c = -c$ および $\eta_c = 0$ であるからこれらを式 (29) に適用すると

$$\frac{\sqrt{d-1}}{2M} kh \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) = K(m') \dots (34)$$

がえられ、同様にして点 E の条件より

$$\frac{\sqrt{d-1}}{2M} kh \left(\frac{q}{kh} + \varepsilon \frac{L}{h} - \varepsilon \frac{l}{h}\right) = K(m) \dots (35)$$

がえられ、これらの関係を用いて $\omega_1 + i \omega_2$ 平面を画けば図-7 がえられる。また、式 (33)、(34) および (35)

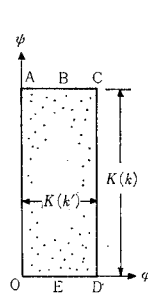


図-6 $\varphi + i \psi$ ($L \neq \infty$)

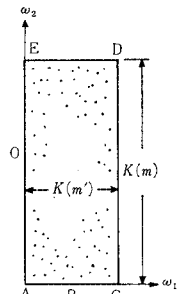


図-7 $\omega_1 + i \omega_2$ ($L \neq \infty$)

より

$$\varepsilon \frac{L}{h} = \varepsilon \frac{l}{h} + \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \cdot \frac{K(m)}{K(m')} - \frac{K(\kappa)}{K(\kappa')} \dots (36)$$

がえられる。つぎに、式 (15) および (16) に式 (31) を適用すると

$$\frac{\phi}{kh} = \left(\frac{H_u}{h} + \frac{H_w}{h} - 1\right) + \frac{\varphi}{K(\kappa')} \dots (37)$$

$$\frac{\psi}{kh} = \frac{\psi}{K(\kappa')} \dots (38)$$

がえられ、式 (24) および (25) に式 (34)、(36)、(37) および (38) を適用すると

$$\varepsilon \frac{\psi}{h} = \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \cdot \frac{\omega_1}{K(m')} - \frac{\varphi}{K(\kappa')} \dots (39)$$

$$\varepsilon \frac{x}{h} = \varepsilon \frac{L}{h} + \frac{\psi}{K(\kappa')} - \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \left\{ \frac{K(m) - \omega_2}{K(m')} \right\} \dots (40)$$

または,

$$\left[\varepsilon \frac{x}{h} = \varepsilon \frac{l}{h} + \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h} \right) \cdot \frac{\omega_2}{K(m')} - \left\{ \frac{K(\kappa) - \psi}{K(\kappa')} \right\} \dots\dots\dots (40) \right]$$

がえられる。つぎに、各境界面 ($\eta=0$) においては所要の式はかなり簡単になるので、これらを各境界面ごとに整理して列挙しておこう。すなわち、

E~D 上 ($-\infty \leq \zeta \leq -d$) では $\psi=0, \omega_2=K(m)$ であり、式 (20) より

$$\left(\frac{d-1}{d} \right) \left(\frac{\zeta}{1+\zeta} \right) = \text{sn}^2 \varphi = \sin^2 \theta, \varphi = F(\kappa', \theta) \dots\dots\dots (41)$$

がえられる。ここに $F(\kappa', \theta)$ は κ' を母数とする第一種不完全楕円積分である。また、式 (29) より

$$\frac{1-d}{1+\zeta} = \text{sn}^2 \omega_1 = \sin^2 \theta, \omega_1 = F(m', \theta) \dots\dots\dots (42)$$

がえられ、式 (41) および (42) より

$$\text{sn } \omega_1 = \sqrt{1-d} \cdot \text{cn}^2 \varphi \dots\dots\dots (43)$$

がえられる。他の境界面においても同様にして

D~C 上 ($-d \leq \zeta \leq -c$) $\varphi = K(\kappa'), \omega_1 = K(m')$

$$\left(\frac{c}{c-d} \right) \left(\frac{d+\zeta}{\zeta} \right) = \text{sn}^2 \psi = \sin^2 \theta, \psi = F(\kappa, \theta) \dots\dots\dots (44)$$

$$\left(\frac{d-1}{d-c} \right) \left(\frac{c+\zeta}{1+\zeta} \right) = \text{sn}^2 \omega_2 = \sin^2 \theta, \omega_2 = F(m, \theta) \dots\dots\dots (45)$$

$$\text{sn } \omega_2 = \text{cn } \psi / \text{dn } \psi \dots\dots\dots (46)$$

C~B~A 上 ($-c \leq \zeta \leq -1$) $\psi = K(\kappa), \omega_2 = 0$

$$\left(\frac{c}{c-1} \right) \left(\frac{1+\zeta}{\zeta} \right) = \text{sn}^2 \varphi = \sin^2 \theta, \varphi = F(\kappa', \theta) \dots\dots\dots (47)$$

$$\frac{1+\zeta}{1-c} = \text{sn}^2 \omega_1 = \sin^2 \theta, \omega_1 = F(m', \theta) \dots\dots\dots (48)$$

$$\text{sn } \omega_1 = \text{sn } \varphi / \sqrt{c-(c-1)\text{sn}^2 \varphi} \dots\dots\dots (49)$$

A~0 上 ($-1 \leq \zeta \leq 0$) $\varphi = 0, \omega_1 = 0$

$$\left(\frac{1-d}{d+\zeta} \right) \zeta = \text{sn}^2 \psi = \sin^2 \theta, \psi = F(\kappa, \theta) \dots\dots\dots (50)$$

$$\frac{1+\zeta}{c+\zeta} = \text{sn}^2 \omega_2 = \sin^2 \theta, \omega_2 = F(m, \theta) \dots\dots\dots (51)$$

$$\text{sn } \omega_2 = \text{cn } \psi / (\sqrt{c} \cdot \text{dn } \psi) \dots\dots\dots (52)$$

0~E 上 ($0 \leq \zeta \leq \infty$) $\psi = 0, \omega_1 = 0$

$$\left(\frac{d-1}{d} \right) \left(\frac{\zeta}{1+\zeta} \right) = \text{sn}^2 \varphi = \sin^2 \theta, \varphi = F(\kappa', \theta) \dots\dots\dots (53)$$

$$\frac{1+\zeta}{c+\zeta} = \text{sn}^2 \omega_2 = \sin^2 \theta, \omega_2 = F(m, \theta) \dots\dots\dots (54)$$

$$\text{sn } \omega_2 = 1 / (\sqrt{c} \cdot \text{dn } \varphi) \dots\dots\dots (55)$$

がえられる。

基本的未知定数 b, c および d の決定

これまでの解析でも明らかなように流れの場の水理諸量を検討するためには与えられた流れの場に対して基本的な未知定数である t 平面上の b, c および d を決定することがまず必要である。つぎに、これらの未知定数決定のための条件式を求めておこう。まず、境界面 A~B~C 上において式 (11) および (12) より

$$\left(\frac{d\varphi}{dy} \right)_{CBA} / (k\varepsilon) = \frac{v_{CBA}}{k\varepsilon} = \frac{1}{(M/N)\sqrt{-\zeta-1}} \dots\dots\dots (56)$$

がえられるが、矢板まわり C~B~A にそそ流れの速度 v_{CBA} は点 B においてその符号を変えるから上式に $\zeta_B = -b$ を適用したとき $(M/N)\sqrt{b-1} = 0$ が成立しなければならない。すなわち

$$\frac{N}{M} = \sqrt{b} \dots\dots\dots (57)$$

一方、式 (31) および (34) より

$$\frac{N}{M} = \frac{\sqrt{c} \cdot K(m')}{\left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h} \right) \cdot K(\kappa')} \dots\dots\dots (58)$$

がえられ、上二式より

$$b = c \left\{ \frac{K(m')}{\left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h} \right) \cdot K(\kappa')} \right\}^2 \dots\dots\dots (59)$$

がえられる。つぎに、点 0 の ω_2 を ω_{20} とおくと式 (51) または (54) より

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_0 &= \frac{1}{\sqrt{c}} \text{ で } \omega_{20} = F(m, \theta_0) \\ \text{式 (40) より} \\ \varepsilon \frac{L}{h} &= \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h} \right) \left\{ \frac{K(m) - F(m, \theta_0)}{K(m')} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

がえられる。さらに、点 B においては $\varepsilon y_B/h = -\varepsilon S/h, \zeta_B = -b$ であるから

$$\left. \begin{aligned} \text{式 (47) より} \\ \sin \theta_B &= \sqrt{\left(\frac{c}{c-1} \right) \left(\frac{b-1}{b} \right)} \text{ で } \varphi_B = F(\kappa', \theta_B) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{式 (48) より} \\ \sin \theta_B &= \sqrt{\frac{b-1}{c-1}} \text{ で } \omega_{1B} = F(m', \theta_B) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{式 (39) より} \\ \varepsilon \frac{S}{h} &= \frac{F(\kappa', \theta_B)}{K(\kappa')} - \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h} \right) \frac{F(m', \theta_B)}{K(m')} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (61)$$

がえられる。すなわち、流れの場において $\varepsilon H_w/h, \varepsilon L/h$ および $\varepsilon S/h$ の三つの無次元量が与えられるとこれらに対する b, c および d は式 (59), (60) および (61) を連立にして定められるが実際の数値計算においてはその過程でかなりの試算をとまなうのでつぎにその手順を述べておこう。(手順 1) …まず、 $\kappa^2 (= 1 - \kappa'^2)$ を仮定

する。このことは与えられた kh のもとに取水量 $2q$ を仮定したと同じであることは式 (33) において明らかである。(手順2)…つぎに、 d を仮定するとこれに対応する c が式 (17) より求められ、したがって式 (26) より $m^2 (=1-m'^2)$ が求められる。これらを式 (59) に適用して $b=1$ となるような d および c を定める。このとき式 (61) で明らかのように $\epsilon S/h=0$ となるからこのときの c, d および m^2 を式 (60) に適用してえられる $\epsilon L/h$ は与えられた $\epsilon L/h$ よりも少なくとも小さくならなければならない。なぜなら与えられた $\epsilon H_w/h$ および $\epsilon L/h$ のもとで $\epsilon S/h=0$ の状態は $q/(kh)$ が最大の状態であるから上で求めた $\epsilon L/h$ が与えられたものより大きいならば $q/(kh)$ の仮定すなわち κ^2 の仮定が大きすぎたわけであるからである。したがって上で求めた $\epsilon L/h$ が与えられたものより大きいときは κ^2 の仮定を小さくして 1~2 の手順をくりかえす。このようにして、式 (60) で求められる $\epsilon L/h$ が与えられたものより少なくとも小さくなるような κ^2 が求まったならばその後は、(手順3)… d を徐々に大きくして式 (17) で c を求め、式 (26) で m^2 を求め式 (60) で $\epsilon L/h$ を求めてゆくと $\epsilon L/h$ は徐々に大きくなり、ついには与えられた $\epsilon L/h$ に一致させることができる。(手順4)…ここであらためて式 (59) より b を求め式 (61) で $\epsilon S/h$ を求める。これが与えられた $\epsilon S/h$ より小さいときは $q/(kh)$ の仮定が大きすぎたわけ、すなわち、 κ^2 の仮定が大きすぎたわけであるから κ^2 の仮定を小さくして 1~4 の手順をくりかえす。

このようにして与えられた $\epsilon H_w/h, \epsilon L/h$ および $\epsilon S/h$ に対応する基本的未知定数 b, c および d を定めたのちに式 (41)~(55) の関係を式 (37)~(40) に適用すれば、各境界面上の水理諸量を求めることができる。とくに主要なものとして溝の単位長さ当りの取水量 $2q$ はすでに求められており、溝幅 $2l$ は式 (36) より求められる。特異点 E の位置は式 (53) および (39) より

$$\sin \theta_E = \sqrt{\frac{d-1}{d}} \quad \text{に対して}$$

$$\epsilon \frac{y_E}{h} = -\frac{F(\kappa', \theta_E)}{K(\kappa')} \quad \dots\dots\dots (62)$$

となる。また、淡塩境界面では式 (53) および (54) に $0 \leq \zeta \leq \infty$ の範囲で ζ を与えるとこれに対応する φ および ω_2 を知ることができるからこれらを式 (39) および (40) に適用してその形状を求めることができる。

内部の等ポテンシャル線および流線

任意の等ポテンシャル線および流線を求めるには φ と ψ を任意に与えてこれに対応する ω_1 および ω_2 を知れば式 (39) および (40) によってこれらの形状を求めることができる。まず、図-6 より明らかのように $0 \leq \varphi \leq K(\kappa')$ および $0 \leq \psi \leq K(\kappa)$ であるからこの変域内

で φ および ψ を与えると式 (20) および (21) の右辺の値すなわち R_{20} および R_{21} が定まる。そうすると式 (20) および (21) を連立にいて

$$\zeta = \frac{R_{20}(1-R_{20})-R_{21}^2}{(1-R_{20})^2+R_{21}^2},$$

$$\eta = \sqrt{\frac{R_{20}(1+\zeta)^2-\zeta(1+\zeta)}{(1-R_{20})}} \quad \dots\dots\dots (63)$$

が定まり、したがって式 (29) および (30) の左辺の値すなわち L_{29} および L_{30} が定まるからこれに対応する ω_1 および ω_2 は式 (29) および (30) を連立にいて求められる。まず

$$A = \frac{\text{sn } \omega_2 \cdot \text{dn } \omega_1}{1 - \text{dn}^2 \omega_2 \cdot \text{sn}^2 \omega_1},$$

$$B = \frac{\text{cn } \omega_2 \cdot \text{dn } \omega_2 \cdot \text{sn } \omega_1 \cdot \text{cn } \omega_1}{1 - \text{dn}^2 \omega_2 \cdot \text{sn}^2 \omega_1} \quad \dots\dots\dots (64)$$

とおくと式 (29) および (30) より

$$A^2 - B^2 = L_{29}, \quad 2AB = L_{30}$$

がえられ、これを A および B についてとけば

$$A = \sqrt{\frac{\sqrt{L_{29}^2 + L_{30}^2} + L_{29}}{2}},$$

$$B = \sqrt{\frac{\sqrt{L_{29}^2 + L_{30}^2} - L_{29}}{2}} \quad \dots\dots\dots (65)$$

となり、A および B が定まる。そうすると式 (64) において ω_1 もしくは ω_2 のいずれか一方を消去して他の一つについてとくことができるが、かなり複雑な式になるのでここでは試算によって ω_1 および ω_2 を求めることにした。すなわち、式 (64) より

$$A \cdot \text{cn } \omega_2 \cdot \text{dn } \omega_2 \cdot \text{sn } \omega_1 \cdot \text{cn } \omega_1 = B \text{sn } \omega_2 \cdot \text{dn } \omega_1 \quad \dots\dots\dots (66)$$

がえられ、ここで

$$E = \left(\frac{B \text{dn } \omega_1}{A \cdot \text{sn } \omega_1 \cdot \text{cn } \omega_1} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (67)$$

とおけば式 (66) より

$$\text{sn } \omega_2 = \sqrt{\frac{(1+m^2+E)^2 - \sqrt{(1+m^2+E)^2 - 4m^2}}{2m^2}} \quad \dots\dots\dots (68)$$

がえられる。 ω_1 を仮定すると、これに対して式 (67) より E が定まり、式 (68) より ω_2 が定まる。この仮定の ω_1 が正しいかどうかは式 (64) のいずれか一式で確かめられる。ここでは検算のために

$$\text{検算式;} \quad \frac{\text{sn } \omega_2 \cdot \text{dn } \omega_1}{A(1 - \text{dn}^2 \omega_2 \cdot \text{sn}^2 \omega_1)} \equiv 1 \quad \dots\dots\dots (69)$$

の成否を確かめることにした。

(2) 無限領域の流れの場合の適用

図-2 に示す L が無限大の場合は特異点 D および E を一点とみなしてよく、したがって式 (11) および (12) において $(-d-l)$ の因数は省略できる³⁾。この場合に対する解は前述 (1) に示した解析結果において $d \rightarrow \infty$

とおけばただちにえられる。のちにあらわれる各式の式番号に'印を付したものは前記の同番号の各式を基礎にしてこの場合に適用しやすいように書きかえたものである。すなわち

$$\kappa^2 = \frac{1}{c}, \quad \kappa'^2 = 1 - \kappa^2 = 1 - \frac{1}{c} \dots\dots\dots(17)'$$

$$\frac{\zeta(1+\zeta) + \eta^2}{(1+\zeta)^2 + \eta^2} = \left\{ \frac{\operatorname{sn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \psi}{1 - \operatorname{dn}^2 \varphi \cdot \operatorname{sn}^2 \psi} \right\}^2 - \left\{ \frac{\operatorname{cn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \varphi \cdot \operatorname{sn} \psi \cdot \operatorname{cn} \psi}{1 - \operatorname{dn}^2 \varphi \cdot \operatorname{sn}^2 \psi} \right\}^2 \dots\dots\dots(20)'$$

$$\frac{\eta}{(1+\zeta)^2 + \eta^2} = 2 \cdot \frac{\operatorname{sn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \psi \cdot \operatorname{cn} \varphi \cdot \operatorname{dn} \varphi \cdot \operatorname{sn} \psi \cdot \operatorname{cn} \psi}{(1 - \operatorname{dn}^2 \varphi \cdot \operatorname{sn}^2 \psi)^2} \dots\dots\dots(21)'$$

また,

$$m^2 = 1, \quad m'^2 = 1 - m^2 = 0 \dots\dots\dots(26)'$$

となるが、母数が1の場合には $\operatorname{sn} \omega = \tanh \omega$, $\operatorname{cn} \omega = \operatorname{sech} \omega$, $\operatorname{dn} \omega = \operatorname{sech} \omega$ と書きかえられ、また、母数が0の場合には $\operatorname{sn} \omega = \sin \omega$, $\operatorname{cn} \omega = \cos \omega$, $\operatorname{dn} \omega = 1$ と書きかえられる。さらに、 $K(1) = \infty$, $K(0) = \pi/2$ であるから有限領域の場合の 図-6 および 図-7 に対応して無限領域の場合の 図-8 および 図-9 に対応して無限領域

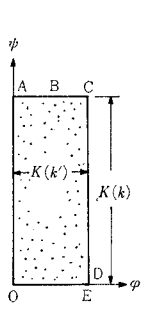


図-8 $\varphi + i\psi$
($L = \infty$)

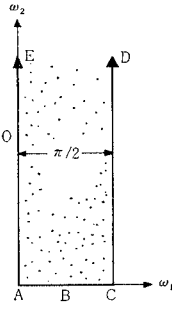


図-9 $\omega_1 + i\omega_2$
($L = \infty$)

域の場合には 図-8 および 図-9 がえられる。つぎに

$$\frac{(1+\zeta)(c+\zeta) + \eta^2}{(c+\zeta)^2 + \eta^2} = \left\{ \frac{\tanh \omega_2}{1 - \operatorname{sech}^2 \omega_2 \cdot \sin^2 \omega_1} \right\}^2 - \left\{ \frac{\operatorname{sech}^2 \omega_2 \cdot \sin \omega_1 \cdot \cos \omega_1}{1 - \operatorname{sech}^2 \omega_2 \cdot \sin^2 \omega_1} \right\}^2 \dots\dots\dots(29)'$$

$$\frac{(c-1)\eta}{(c+\zeta)^2 + \eta^2} = 2 \cdot \frac{\tanh \omega_2 \cdot \operatorname{sech}^2 \omega_2 \cdot \sin \omega_1 \cdot \cos \omega_1}{(1 - \operatorname{sech}^2 \omega_2 \cdot \sin^2 \omega_1)^2} \dots\dots\dots(30)'$$

$$\varepsilon \frac{y}{h} = \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \omega_1 - \frac{\varphi}{K(\kappa')} \dots\dots\dots(39)'$$

$$\varepsilon \frac{x}{h} = \varepsilon \frac{l}{h} + \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \left(\frac{2}{\pi}\right) \omega_2 - \left\{ \frac{K(\kappa) - \psi}{K(\kappa')} \right\} \dots\dots\dots(40)'$$

がえられる。各境界面においては

$$\text{D} \sim \text{C} \text{ 上 } (-\infty \leq \zeta \leq -c) \quad \varphi = K(\kappa'), \quad \omega_1 = \pi/2$$

$$-\frac{c}{\zeta} = \operatorname{sn}^2 \psi = \sin^2 \theta, \quad \psi = F(\kappa, \theta) \dots\dots\dots(44)'$$

$$\frac{c+\zeta}{1+\zeta} = \tanh^2 \omega_2 \dots\dots\dots(45)'$$

$$\tanh \omega_2 = \frac{\operatorname{cn} \psi}{\operatorname{dn} \psi} \dots\dots\dots(46)'$$

$$\text{C} \sim \text{B} \sim \text{A} \text{ 上 } (-c \leq \zeta \leq -1) \quad \psi = K(\kappa), \quad \omega_2 = 0$$

$$\left(\frac{c}{c-1}\right) \left(\frac{1+\zeta}{\zeta}\right) = \operatorname{sn}^2 \varphi = \sin^2 \theta, \quad \varphi = F(\kappa', \theta) \dots\dots\dots(47)'$$

$$\frac{1+\zeta}{1-c} = \sin^2 \omega_1 \dots\dots\dots(48)'$$

$$\tan \omega_1 = \frac{\operatorname{sn} \varphi}{\sqrt{c} \operatorname{cn} \varphi} \dots\dots\dots(49)'$$

$$\text{A} \sim 0 \text{ 上 } (-1 \leq \zeta \leq 0) \quad \varphi = 0, \quad \omega_1 = 0$$

$$-\zeta = \operatorname{sn}^2 \psi = \sin^2 \theta, \quad \psi = F(\kappa, \theta) \dots\dots\dots(50)'$$

$$\frac{1+\zeta}{c+\zeta} = \tanh^2 \omega_2 \dots\dots\dots(51)'$$

$$\tanh \omega_2 = \frac{\operatorname{cn} \psi}{\sqrt{c} \operatorname{dn} \psi} \dots\dots\dots(52)'$$

$$0 \sim \text{E} \text{ 上 } (0 \leq \zeta \leq \infty) \quad \psi = 0, \quad \omega_1 = 0$$

$$\frac{\zeta}{1+\zeta} = \operatorname{sn}^2 \varphi = \sin^2 \theta, \quad \varphi = F(\kappa', \theta) \dots\dots\dots(53)'$$

$$\frac{1+\zeta}{c+\zeta} = \tanh^2 \omega_2 \dots\dots\dots(54)'$$

$$\tanh \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{c} \operatorname{dn} \varphi} \dots\dots\dots(55)'$$

がえられる。

基本的未知定数 b および c の決定

$$b = c \left\{ \frac{\pi/2}{\left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \cdot K(\kappa')} \right\}^2 \dots\dots\dots(59)'$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_B &= \sqrt{\left(\frac{c}{c-1}\right) \left(\frac{b-1}{b}\right)}, \quad \omega_{1B} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{b-1}{c-1}} \\ \varepsilon \frac{S}{h} &= \frac{F(\kappa', \theta_B)}{K(\kappa')} - \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \omega_{1B} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(61)'$$

すなわち、ここでは与えられた $\varepsilon H_w/h$ および $\varepsilon S/h$ に対応する b および c を決定することになる。まず、与えられた $\varepsilon H_w/h$ に対して κ^2 を仮定するとこれに対して式 (17)' より c が定まり、式 (59)' より b が定まる。この b が1になるような κ^2 を定めると、その後は κ^2 を徐々に小さくしてゆき、そのつど式 (17)' より c を求め、式 (59)' より b を求め、式 (61)' より $\varepsilon S/h$ を求めてゆけば $\varepsilon S/h$ は徐々に大きくなり、ついには与えられた $\varepsilon S/h$ に一致させることができる。また、溝幅については

$$\varepsilon \frac{l}{h} = \frac{K(\kappa)}{K(\kappa')} - \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{h}\right) \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \tanh^{-1}(\kappa) \dots\dots\dots(36)'$$

がえられ、特異点 E については

$$\varepsilon \frac{y_E}{h} = -1 \dots\dots\dots(62)'$$

がえられる。

内部の等ポテンシャル線および流線

$$\zeta = \frac{R_{20}'(1-R_{20}') - R_{21}'^2}{(1-R_{20}') + R_{21}'^2},$$

$$\eta = \sqrt{\frac{R_{20}'(1+\zeta)^2 - \zeta(1+\zeta)}{(1-R_{20}')}} \dots\dots\dots (63)'$$

$$A = \sqrt{\frac{\sqrt{L_{29}'^2 + L_{30}'^2} + L_{29}'}{2}},$$

$$B = \sqrt{\frac{\sqrt{L_{29}'^2 + L_{30}'^2} - L_{29}'}{2}} \dots\dots\dots (65)'$$

$$E = \left\{ \frac{B}{A \sin \omega_1 \cdot \cos \omega_1} \right\}^2 \dots\dots\dots (67)'$$

$$\tanh \omega_2 = \sqrt{\frac{(2+E) - \sqrt{(2+E)^2 - 4}}{2}} \dots\dots\dots (68)'$$

$$\text{検査式: } \frac{\tanh \omega_2}{A(1 - \text{sech}^2 \omega_2 \cdot \sin^2 \omega_1)} \equiv 1 \dots\dots\dots (69)'$$

すなわち、式 (20)' および (21)' に任意の φ および ψ を与え、それぞれの右辺の値 R_{20}' および R_{21}' を求めて、式 (63)' より ζ および η を求める。これを式 (29)' および (30)' の左辺に適用して L_{29}' および L_{30}' を求め、式 (65)' で A および B を求める。 ω_1 を仮定して式 (67)' で E を求め、式 (68)' で ω_2 を求め、これが式 (69)' を満足するまで ω_1 の仮定をかえて試算を行なう。このようにして任意の φ および ψ に対応する ω_1 および ω_2 を知れば式 (39)' および (40)' によって内

部の等ポテンシャル線および流線を求めることができる。

3. 数値計算および実験による検討

(1) 数値計算

以上の解析結果を検討するために $\varepsilon H_w/h$, $\varepsilon L/h$ および $\varepsilon S/h$ にいろいろな値を与えて主要な水理量である $q/(kh)$, $\varepsilon l/h$ および $\varepsilon y_E/h$ などについて数値計算を行った。この結果を表-2 (a)~(c) および 図-10 (a)~(c) に示している。これらについて若干の考察を行なってみよう。まず、

特異点Eについて……この点Eは 図-1 に示す取水時の淡塩境界面の最深部に相当する点であるから取水にあたってはあまり重用な意味をもつ点ではないが、淡塩境界面のおおよその形状を知るためと、取水溝がない場合の元の淡塩境界面 ($\varepsilon y/h = -1$) よりいくら上昇するかを知る意味で興味ある点である。図-10 (a) よりつぎのようなことがいえる。すなわち、溝の深さ H_w と矢板根入れ長 S とを一定にしてみると溝の間隔 L が小さいほど取水溝がない場合の元の淡塩境界面からはずれて点Eは上昇しており、 L が大きいほど点Eは深部にある。

表-2 数値計算の結果

(a). $\varepsilon \frac{H_w}{h} = 0.03$

$\varepsilon L/h$	b	c	d	κ^2	$\varepsilon S/h$	$\varepsilon l/h$	$-\varepsilon y_E/h$	$q/(kh)$
0.30	1.0007	1.1186	1.3021	0.5430	0.0000	0.2022	0.2815	1.0400
	1.0381	1.1905	1.3532	0.3869	0.0031	0.2058	0.2812	0.9006
	1.0850	1.2755	1.4211	0.2711	0.0072	0.2092	0.2828	0.8004
	1.1571	1.4045	1.5265	0.1650	0.0153	0.2113	0.2834	0.7004
	1.5286	2.0450	2.1133	0.0300	0.0430	0.2161	0.2900	0.5015
	3.6887	5.8824	5.9102	0.0010	0.1114	0.2137	0.3172	0.3246
	16.8634	23.1482	23.1772	0.00006	0.1578	0.2050	0.3607	0.2515
0.90	1.0009	1.1261	4.6838	0.8576	0.0000	0.3700	0.6841	1.4797
	1.0868	1.3193	5.1020	0.6990	0.0097	0.3776	0.6845	1.2096
	1.2497	1.7109	5.9172	0.5000	0.0298	0.3822	0.6855	1.0000
	2.0978	4.0984	10.5708	0.1650	0.0982	0.3829	0.6938	0.7004
	8.5179	31.1526	57.4713	0.0150	0.2484	0.3523	0.7317	0.4511
580.3831	6060.6060	9523.8090	0.00006	0.4564	0.2441	0.8064	0.2515	
1.80	1.0000	1.1236	64.2261	0.8883	0.0000	0.4046	0.9179	1.5615
	1.0813	1.3098	69.5894	0.7600	0.0091	0.4126	0.9181	1.2942
	1.3455	1.9775	87.7193	0.5000	0.0412	0.4194	0.9186	1.0000
	2.5278	5.8962	180.1802	0.1650	0.1260	0.4155	0.9221	0.7004
	12.3655	63.3312	1241.4649	0.0150	0.2809	0.3699	0.9345	0.4511
961.5385	15620.120	248756.22	0.00006	0.5014	0.2467	0.9558	0.2515	
∞	1.0000	1.1249	∞	0.8890	0.0000	0.4075	∞	1.5637
	1.1396	1.4493	∞	0.6900	0.0167	0.4179	∞	1.1983
	1.3532	2.0000	∞	0.5000	0.0420	0.4222	∞	1.0000
	1.5300	2.5000	∞	0.4000	0.0597	0.4229	∞	0.9118
	1.7999	3.3333	∞	0.3000	0.0821	0.4211	1.0000	0.8258
	3.4990	10.0000	∞	0.1000	0.1648	0.4107	∞	0.6254
	7.7821	33.3333	∞	0.0300	0.2455	0.3868	∞	0.5015
648.0881	10000.000	∞	0.0001	0.4902	0.2556	∞	0.2622	

(b). $\epsilon \frac{H_w}{h} = 0.09$

$\epsilon L/h$	b	c	d	κ^2	$\epsilon S/h$	$\epsilon l/h$	$-\epsilon \gamma_E/h$	$q/(kh)$
0.30	1.0004	1.3369	1.4459	0.1830	0.0000	0.1722	0.2691	0.7186
	1.3132	1.9194	1.9755	0.0300	0.0220	0.1904	0.2753	0.5015
	3.7078	6.5359	6.5531	0.0005	0.0953	0.2000	0.3069	0.3289
	8.3542	16.6667	16.6823	0.00006	0.1375	0.1955	0.3337	0.2515
0.90	1.0000	1.3889	4.6019	0.6423	0.0000	0.3276	0.6609	1.1422
	1.1937	1.9231	5.5710	0.4150	0.0185	0.3454	0.6625	0.9274
	1.2842	2.1834	6.0168	0.3500	0.0280	0.3506	0.6629	0.8689
	2.3414	5.7241	12.0569	0.1000	0.1032	0.3592	0.6763	0.6254
	11.8596	54.3478	69.0608	0.0070	0.2530	0.3307	0.7239	0.4064
	471.6981	5128.2050	7407.4070	0.00006	0.4464	0.2445	0.7962	0.2515
1.80	1.0000	1.3793	53.4759	0.7198	0.0000	0.3652	0.9035	1.2367
	1.1992	1.9701	65.3595	0.5000	0.0180	0.3847	0.9058	1.0000
	1.9153	4.4823	109.8901	0.2160	0.0834	0.3978	0.9082	0.7505
	6.7340	31.3480	500.0000	0.0300	0.2238	0.3780	0.9191	0.5015
	833.3333	15262.520	181159.42	0.00006	0.4918	0.2461	0.9558	0.2515
∞	1.0000	1.3986		0.7150	0.0000	0.3690		1.2380
	1.0955	1.6667		0.6000	0.0082	0.3809		1.0968
	1.2083	2.0000		0.5000	0.0184	0.3884		1.0000
	1.3914	2.5840		0.3870	0.0402	0.3951		0.9006
	1.7044	3.6900	∞	0.2710	0.0681	0.4000	1.0000	0.8004
	1.7759	6.0606		0.1650	0.1067	0.4012		0.7004
	3.5474	12.1951		0.0820	0.1586	0.3961		0.6006
	19.8020	142.8571		0.0070	0.3129	0.3482		0.4064
	588.2353	10000.000		0.0001	0.4806	0.2552		0.2622

(c). $\epsilon \frac{H_w}{h} = 0.18$

$\epsilon L/h$	b	c	d	κ^2	$\epsilon S/h$	$\epsilon l/h$	$-\epsilon \gamma_E/h$	$q/(kh)$
0.30	1.0000	1.6393	1.6883	0.0435	0.0000	0.1443	0.2399	0.5338
	1.7918	3.3135	3.3289	0.0020	0.0388	0.1736	0.2608	0.3496
	3.5958	7.2464	7.2569	0.0002	0.0771	0.1826	0.2919	0.2783
	5.3908	11.6279	11.6353	0.00006	0.1051	0.1815	0.3038	0.2515
0.90	1.0000	1.8519	4.6211	0.4130	0.0000	0.2869	0.6293	0.9230
	1.4846	3.5651	7.2307	0.1650	0.0404	0.3204	0.6368	0.7004
	2.9300	9.7561	16.2075	0.0435	0.1147	0.3324	0.6556	0.5338
	9.0498	44.6429	64.5161	0.0070	0.2194	0.3201	0.6922	0.4064
	62.5000	502.5126	671.1409	0.0005	0.3435	0.2785	0.7471	0.3029
	342.0208	3952.5690	5181.3470	0.00006	0.4211	0.2431	0.7868	0.2515
1.80	1.0000	1.8868	43.1034	0.5189	0.0000	0.3290	0.8851	1.0174
	1.8993	5.7339	88.4956	0.1650	0.0747	0.3715	0.8895	0.7004
	4.3898	21.0970	243.9024	0.0435	0.1733	0.3712	0.8967	0.5338
	※ 15.9490	127.7139	1201.9231	0.0070	0.2859	0.3420	0.9170	0.4064
	123.4568	1754.3900	14705.880	0.0005	0.4060	0.2856	0.9317	0.3029
708.7172	14705.900	119047.60	0.00006	0.4772	0.2456	0.9453	0.2515	
∞	1.0000	1.8868		0.5300	0.0000	0.3330		1.0280
	1.9527	6.0601		0.1650	0.0788	0.3765		0.7004
	3.0276	12.1951	∞	0.0820	0.1323	0.3792	1.0000	0.6005
	5.9312	33.3333		0.0300	0.2038	0.3701		0.5015
	※※ 16.8919	142.8571		0.0070	0.2925	0.3434		0.4064
493.5834	10000.000		0.0001	0.4672	0.2547		0.2622	

ところが L がある程度 ($\epsilon L/h \doteq 1.8$) 以上になると L が増加しても点Eは取水溝がない場合の元の淡塩境界面からほとんど上昇しない。また、 H_w と L を一定にしてみると S が大きいほど点Eは深部にあり、 L と S を一定にしてみると H_w が大きいほど若干ではあるが取水溝がない場合の元の淡塩境界面からの上昇が大きい。

溝幅 l について…図-10 (b) よりつぎのようなこと

が いえる。すなわち、 H_w と S を一定にすると L が大きいほど l も大きい。が L がある値 ($\epsilon L/h \doteq 1.8$) 以上になると l はあまり変わらなくなる。 H_w と L を一定にすると S が小さいうちは S が大きくなると徐々に大きくなり、 S がある値 ($\epsilon S/h \doteq 0.1$) 以上になると l は徐々に小さくなる。すなわち S のある値で最大となることがわかる。 L と S を一定にすると H_w が大きいほ

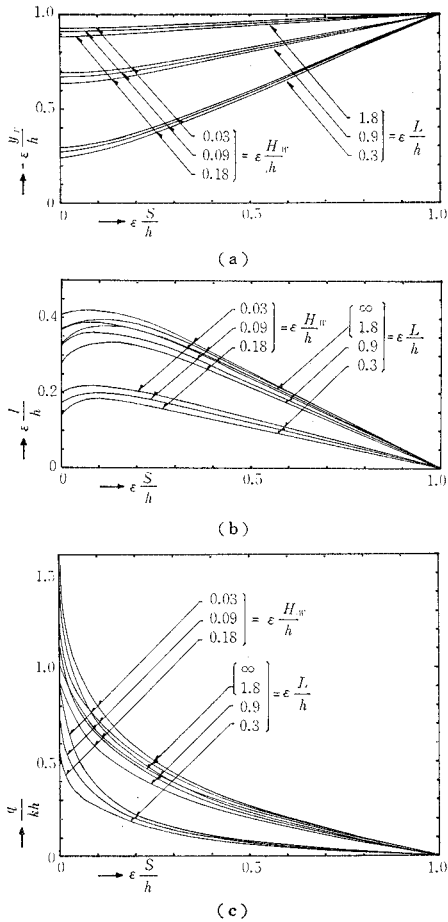


図-10

ど l は小さい。

取水量 q について…図-10 (c) よりつぎのようなことがいえる。すなわち、 H_w と S を一定にすると L が大きいほど q も大きい。 L がある値 ($\epsilon L/h \cong 1.8$) 以上になると L が大きくなっても q はほとんど大きくなる。 H_w と L を一定にすると S が大きくなれば q はかなり急激に小さくなってゆく。 L と S を一定にすると H_w が小さいほど q は大きくなる。

これらの考察は数値計算の結果をまづまでもなく、定性的には十分推察できることからであるが、数値計算の結果は本考察のためばかりでなく実際の断面決定の場合においても一つの指標となりえよう。

つぎに、有限領域のものとして無限領域のものそれぞれ数例について等ポテンシャル線および流線を計算してみた。計算には九産大電子計算機 OKITAC 5090 を使用したのでそのフローチャートの一部、とくに領域内部の等ポテンシャル線および流線に関する部分を有限領域のものについて 図-11 に例示している。このフローチャートにしたがって計算した結果の一例を 表-3 (a) およ

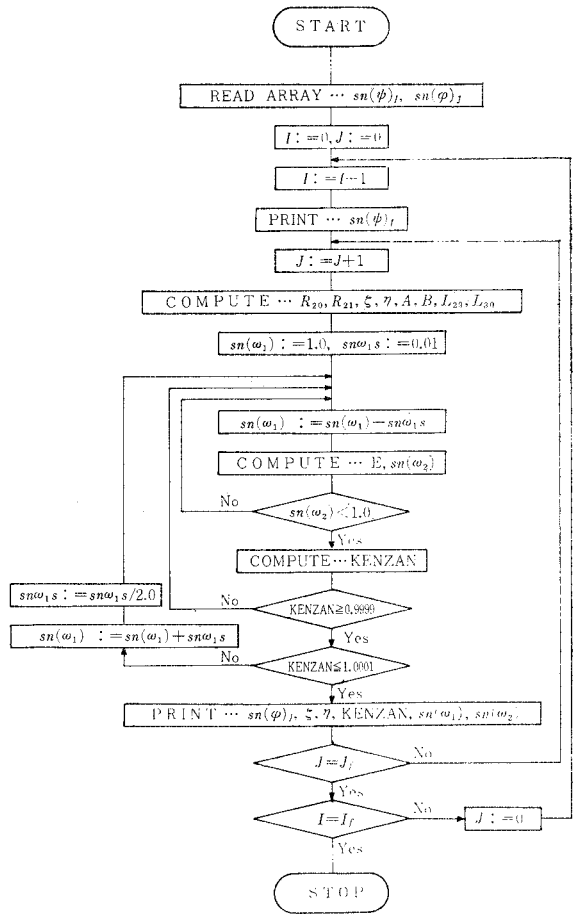


図-11 フローチャート

び (b) に、その一部を 図-12 (a) および (b) に示している。これらの理論流線網が合理的に画かれていることから理論の妥当性は、表-2 (a)~(c) および 図-10 (a)~(c) の結果に加えて、ある程度確かめられたと考えるが、これらの結果をさらに砂模型実験によって検討した。

(2) 砂模型による実験

実験はさきに理論等ポテンシャル線および流線などを計算した数例のものについて実施した。使用した砂は均等係数 1.56, 比重 2.65, 空げき率 0.4, 透水係数 0.35 cm/sec の相馬砂であり、また、塩水 (比重 1.03) は過マンガン酸カリウムで着色して無色の淡水との境界面が観察できやすいようにした。写真-1 は実験準備をおわった状態であり、写真-2 は所定の水頭差で取水をはじめから約 60 分後のまだ非定常過程の状態であるが、写真-3 は取水をはじめから約 240 分後の定常状態のものである。この定常状態では淡塩境界面は白線の理論淡塩境界面とよく一致していることが淡水部と塩水部の

表-3 等ポテンシャル線および流線

$$\lambda = \frac{\psi}{K(\kappa)}, \lambda' = \frac{\varphi}{K(\kappa')}, X = \epsilon \frac{x}{h}, Y = \epsilon \frac{y}{h}$$

(a). 有限領域の一例

[表-2(c)のb値欄中※印を付したのもの]

$$\epsilon \frac{H_w}{h} = 0.180, \epsilon \frac{L}{h} = 1.800, \epsilon \frac{S}{h} = 0.286, \epsilon \frac{l}{h} = 0.342, \epsilon \frac{(q/k\epsilon)}{h} = 0.406$$

$$b = 15.9490, c = 127.7139, d = 1201.9231$$

λ	λ'	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
		X	0.0	0.004	0.020	0.048	0.094	0.165	0.273	0.442	0.726	1.386
Y	0.0	-0.100	-0.200	-0.300	-0.400	-0.500	-0.600	-0.700	-0.800	-0.900	0.180	
0.1	X	0.039	0.044	0.059	0.087	0.133	0.203	0.309	0.474	0.745	1.238	1.464
	Y	0.0	-0.096	-0.193	-0.285	-0.377	-0.465	-0.548	-0.615	-0.649	-0.505	0.180
0.2	X	0.077	0.082	0.097	0.124	0.167	0.234	0.335	0.490	0.728	1.063	1.249
	Y	0.0	-0.092	-0.183	-0.271	-0.355	-0.431	-0.494	-0.534	-0.517	-0.323	0.180
0.3	X	0.114	0.118	0.132	0.157	0.198	0.260	0.353	0.491	0.691	0.933	1.054
	Y	0.0	-0.175	-0.258	-0.334	-0.399	-0.446	-0.461	-0.410	-0.212	0.180	
0.4	X	0.149	0.153	0.166	0.189	0.225	0.281	0.363	0.483	0.644	0.817	0.899
	Y	0.0	-0.085	-0.168	-0.245	-0.314	-0.370	-0.403	-0.399	-0.327	-0.138	0.180
0.5	X	0.183	0.187	0.198	0.218	0.250	0.298	0.368	0.467	0.593	0.717	0.775
	Y	0.0	-0.182	-0.261	-0.324	-0.297	-0.344	-0.366	-0.347	-0.264	-0.088	0.180
0.6	X	0.216	0.219	0.228	0.245	0.271	0.311	0.368	0.446	0.541	0.630	0.669
	Y	0.0	-0.079	-0.155	-0.225	-0.283	-0.323	-0.335	-0.306	-0.217	-0.052	0.180
0.7	X	0.248	0.250	0.257	0.270	0.290	0.321	0.364	0.422	0.490	0.551	0.578
	Y	0.0	-0.077	-0.151	-0.217	-0.271	-0.305	-0.311	-0.275	-0.183	-0.028	0.180
0.8	X	0.279	0.281	0.286	0.294	0.308	0.329	0.358	0.396	0.440	0.478	0.495
	Y	0.0	-0.080	-0.148	-0.211	-0.262	-0.293	-0.294	-0.254	-0.160	-0.013	0.180
0.9	X	0.310	0.311	0.313	0.318	0.325	0.335	0.350	0.369	0.391	0.410	0.418
	Y	0.0	-0.075	-0.146	-0.208	-0.257	-0.286	-0.284	-0.267	-0.147	-0.003	0.180
1.0	X	0.342	0.342	0.342	0.342	0.342	0.342	0.342	0.342	0.342	0.342	0.342
	Y	0.0	-0.074	-0.145	-0.207	-0.255	-0.283	-0.280	-0.236	-0.143	-0.001	0.180

(註: 特異点 E では $X=1.800, Y=-0.917$)

(b). 無限領域の一例

[表-2(c)のb値欄中※印を付したのもの]

$$\epsilon \frac{H_w}{h} = 0.180, \epsilon \frac{S}{h} = 0.293, \epsilon \frac{l}{h} = 0.343, \epsilon \frac{(q/k\epsilon)}{h} = 0.406, b = 16.8919, c = 142.8571$$

λ	λ'	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
		X	0.0	0.005	0.020	0.046	0.092	0.160	0.265	0.426	0.686	1.170
Y	0.0	-0.100	-0.200	-0.300	-0.400	-0.500	-0.600	-0.700	-0.800	-0.900	-1.000	
0.1	X	0.040	0.044	0.059	0.087	0.131	0.198	0.301	0.458	0.711	1.155	1.890
	Y	0.0	-0.096	-0.192	-0.286	-0.378	-0.466	-0.548	-0.619	-0.665	-0.622	0.180
0.2	X	0.078	0.083	0.097	0.123	0.165	0.230	0.328	0.476	0.706	1.061	1.405
	Y	0.0	-0.092	-0.183	-0.272	-0.356	-0.433	-0.498	-0.542	-0.541	-0.409	0.180
0.3	X	0.115	0.119	0.132	0.157	0.196	0.257	0.347	0.482	0.679	0.945	1.133
	Y	0.0	-0.089	-0.176	-0.259	-0.336	-0.402	-0.452	-0.472	-0.435	-0.266	0.180
0.4	X	0.150	0.154	0.166	0.188	0.224	0.278	0.359	0.476	0.639	0.833	0.946
	Y	0.0	-0.085	-0.168	-0.247	-0.317	-0.374	-0.410	-0.411	-0.349	-0.172	0.180
0.5	X	0.184	0.188	0.198	0.218	0.249	0.296	0.365	0.463	0.593	0.732	0.805
	Y	0.0	-0.082	-0.162	-0.236	-0.300	-0.349	-0.373	-0.359	-0.283	-0.110	0.180
0.6	X	0.217	0.220	0.229	0.245	0.271	0.310	0.366	0.444	0.543	0.642	0.689
	Y	0.0	-0.080	-0.157	-0.227	-0.286	-0.328	-0.343	-0.318	-0.233	-0.068	0.180
0.7	X	0.250	0.252	0.259	0.271	0.291	0.321	0.363	0.422	0.493	0.561	0.592
	Y	0.0	-0.078	-0.152	-0.219	-0.275	-0.311	-0.319	-0.286	-0.197	-0.040	0.180
0.8	X	0.281	0.283	0.287	0.296	0.309	0.329	0.358	0.397	0.443	0.485	0.504
	Y	0.0	-0.076	-0.149	-0.214	-0.266	-0.299	-0.302	-0.264	-0.172	-0.022	0.180
0.9	X	0.312	0.313	0.315	0.320	0.327	0.337	0.352	0.371	0.394	0.414	0.423
	Y	0.0	-0.075	-0.147	-0.211	-0.261	-0.291	-0.292	-0.251	-0.158	-0.012	0.180
1.0	X	0.343	0.343	0.343	0.343	0.343	0.343	0.343	0.343	0.343	0.343	0.343
	Y	0.0	-0.075	-0.146	-0.210	-0.259	-0.289	-0.288	-0.246	-0.153	-0.008	0.180

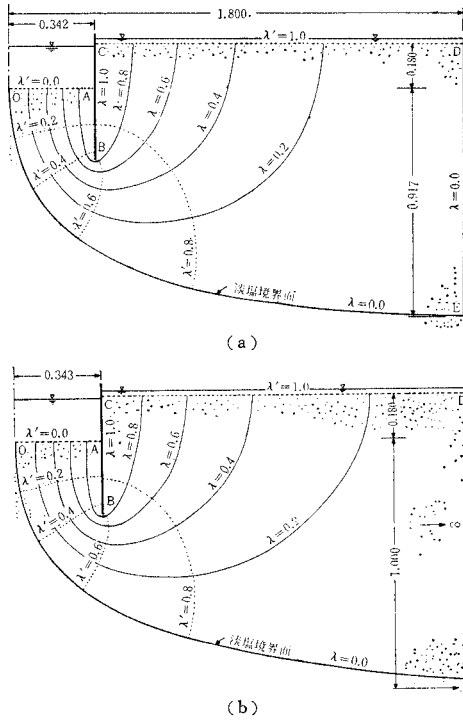


図-12

明暗の差で認められよう。なお、写真-3 に示した白の点線は $\lambda=0.8$ の理論等ポテンシャル線であり、これと交っている白の実線は $\lambda=0.4$ の理論流線であるが、注入した色素の流れがこの理論流線とよく一致していることも認められよう。なお、式 (33) の q および h に実測値を適用して逆算された透水係数 k がいずれの実験においてもほぼ一定値 (相馬砂に対して $k \approx 0.35 \text{ cm/sec}$) となることから本報の理論は妥当であるといえよう。

4. 実用上の制約およびその他の問題点

以上、本報では淡塩二層地盤上の淡水を二次元の溝に浸透させて取水する場合に塩水が取水中に混入しないという条件のもとに流れの場を大胆に理想化して検討したため必然的にまぬがれえない実用上の制約が多々ある。これらについて二、三列挙しておこう。まず

(1) 実際の地層はいろいろ複雑な場合が多いと考えられるが、本報では透水係数を一定とみなしているため地盤も一様とみなしていることになる。

(2) 海岸付近の淡水貯水池では図-1 に示しているように地盤内に淡塩境界面が存在するとは限らず、貯水池の水位が下がったときにはむしろ海面の方が高いこともありうることで、この場合には地下の塩水が池底面上に浸透して出てくることが考えられ、この点本報の一般性は著しくせよめられる。しかし、全国的に水不足の折か

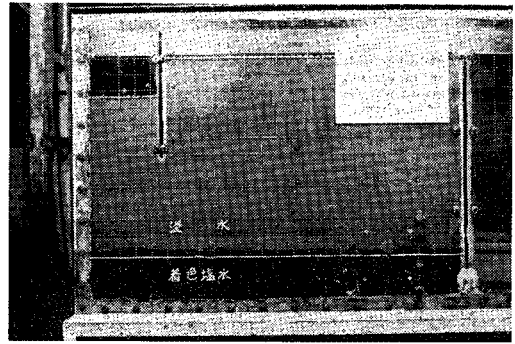


写真-1 実験準備を終わった状態

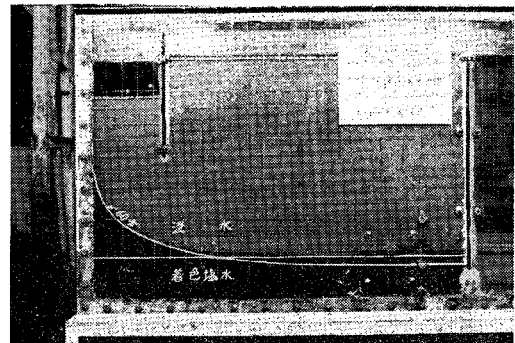


写真-2 取水開始後ほぼ1時間の非定常状態

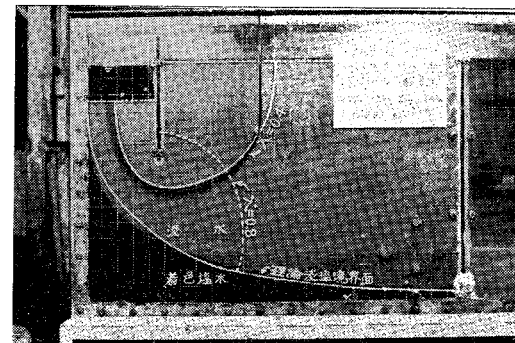


写真-3 取水開始後ほぼ4時間の定常状態

ら貯水池の底がかなり高く、また、貯水位を海面より常に高く保てるような貯水池の計画あるいは実施もありうる考えられる。このような理想的な貯水池での取水計画においては本報で取扱ったような基礎的問題の提起も考えられ、その水理学的現象とともに筆者にとっては興味深い問題であった。

(3) 図-2 に示しているように取水溝の両側を止水矢板で仕切った溝で考えているが、矢板の根入長 S を 0 とし、溝幅 l が比較的小さくなるように他の諸元をえらべば溝底付近の等ポテンシャル線は円形に似た形状となるから本報の理論でも近似的には円形集水暗きよへの適用も可能となる。なお、淡塩境界面の頂点を集水溝直下の地盤内にとり、溝幅 l を 0 とし集水部を line

sink として取扱えば line sink 近傍の等ポテンシャル線はほとんど円形とみなされるので、集水部を円形暗きょとみなしてさしつかえない場合の解がえられるが、これについては Norbert L. Ackermann 氏らが最近発表している⁵⁾ のでここでは集水部が溝の場合のみを取扱った。

(4) つぎに淡、塩水の混合の危険性とその限界条件について検討しよう。まず、取扱った流れの場が定常的に保たれるためには潮汐の干満を無視しなければならない。この点で妥当な潮位の設定に問題があるけれども満潮位を採用して他の諸元を決定すれば塩水の混入に対しては安全な諸元がえられるわけである。図—1 および 図—2 よりわかるように淡塩境界面上の圧力のつり合いを考えると $r_f(H_u + H_w - h) - r_s y_s = r_s(H_u + H_w - h_s - y_s)$ が成立し、したがって、

$$h = (1 + \epsilon)h_s - \epsilon(H_u + H_w) > 0 \dots\dots\dots(70)$$

がえられる。すなわち、淡、塩水の比重および溝の底から貯水面までの高さや貯水面からの海面の下りなどが与えられると上式により溝の水位は制約をうける。上式で算定される h より小さな値で溝の水位を保つと溝の水位は理論上の水位より高く保たれることになるから溝の底辺中央の直下の地盤内に淡塩境界面の頂点があられるようになる。問題としてはこの状態の方がもちろん一般的なものであるけれどもこの場合 図—4 に示す Ω 平面は長方形(特異点 4 個)とはならず特異点 6 個をもつ図形となって解析が困難になり、また、前述の基本的未知定数決定の試算過程でもわかるように実際の数値計算がかなり困難になる。そこで実用上は本報の理論によって決定された流れの場の諸元に対して式 (70) で求められる h よりもやや小さい h で取水しても水理諸量に対してはさほど影響はなく、また、淡塩境界面の頂点は確実に地盤内におさえこんでおけることから水理的な流れに起因する淡、塩水の混合の危険性はさらにすくなくなるものと考えられる。

5. あとがき

前述のように本報で取扱った流れの場に対してはかなり大胆な理想化を行なって解析し、結果に対して数値計算を行ない、その水理諸量および実用上の制約その他の問題点について検討したが、このような取水には三次元井戸などによる取水の問題も提起されており⁶⁾、むしろ実用的課題であるとも考えるが、これらについては今後研究を進める計画である。また、自然ろ過の効果などについても今後検討を加えてゆきたい。

末筆ながら本研究にご協力いただいた九州大学教授 上田年比古博士、九州産業大学 小林幸治教授、同 石堂稔助教授、また、貴重な時間をさいて査読、検討していただいた土木学会論文編集委員会第二部会の諸先生方、ならびに、計算および実験などに手伝ってもらった九州産業大学土木教室助手 青柳茂敏、同職員 道永洋一、中村淳治、和田晴男の各君に感謝申上げる。

なお、本報の数値計算には、九州産業大学電子計算機 OKITAC 5090 と楕円関数表⁷⁾を活用した。

参 考 文 献

- 1) 沼知・本間・春日屋：“水工学便覧”，p. 201，森北出版（昭和 41 年）
- 2) M.E. Harr：“GROUNDWATER AND SEEPAGE”，p. 22，McGraw-Hill Book Co. Inc. (1962)
- 3) 本間・安芸：“物部水理学”，p. 439，岩波書店(1962)
- 4) 竹内端三：“楕円函数論”，p. 92，岩波全書 74. (1951)
- 5) Norbert L. Ackermann-Hung Toa Shen：“PUMPING FROM A SHALLOW WATER AQUIFER IN A COASTAL REGION”，13th CONGRESS OF IAHR. PROCEEDINGS, Vol. 4, p. 67 (1969)
- 6) 岩佐・武内：“淡水と塩水が成層をなす浸透層からの取水について…第 2 報”，第 23 回土木学会年次講. II-108. (昭和 43 年)
- 7) 春日屋：“新編 数値表”，学献社 (1968)
林・森口：“高等函数表 第 2 版”，岩波書店。(1967)

(1969. 12. 25・受付)