

円筒型取水塔のスリットへの密度成層流

ANALYSIS OF UNIFORMLY STRATIFIED FLOW INTO A CIRCULAR SLOT

日野 幹 雄*・大西 外 明**
By Mikio Hino and Sotoaki Onishi

要 旨 すでに発表した point sink への成層流体の流れ^{1),2)} の解析を一般化し、円筒型取水塔のスリットへの場合の解を導いた。つぎに、二、三の数値計算結果を示し、また実験を行なった。理論と実験とはよく一致した。これらの結果は、冷却水または温水の選択取水構造物の合理的な設計に資するであろう。

1. はじめに

成層流体中の point sink あるいは line sink への流れは Yih¹⁾, Kao²⁾, Koh³⁾, 日野・大西^{1),2)}, などによりその理論解が求められた。

ところで、実際の冷却水取水構造物は最近ますます大型化してきており、水深にくらべてそのディメンジョン(取水塔の径)を無視しえなくなっている。そこで、point sink としての取扱いは不十分の場合もある。

取水管式の取水構造物は普通 図-1 のようになっている。うずの発生と魚類の引き込みを防止するために、上部に“キャップ”と呼ばれる円盤をつけたり(魚は上下方向の流れには逆上反応はにぶいが、水平方向の流れには強い逆上性をもつ)、さらに取水層の位置を変えるためキャップの縁にスカートが付けたものもある。こうした型をそのまま理論式に取入れるのは困難であるので、図-2 のようなスリットをもつ円筒でこれらの構造物を

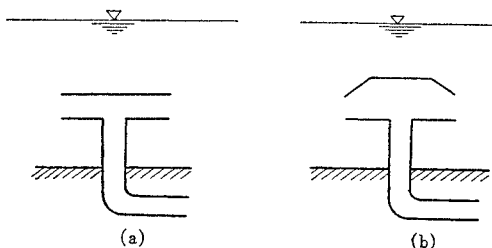


図-1 Velocity cap 付き朝顔型海底取水管

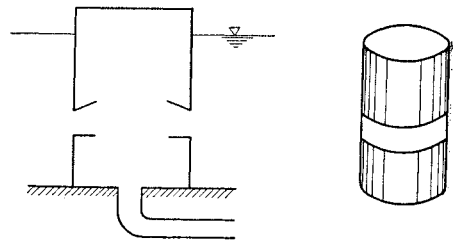


図-2 Velocity cap 付き取水管を理論的に取り扱うための単純化

置き換える。スリットでの吸込み流速の分布をいろいろ変えれば、スカートの効果も計算することができる。

基礎方程式や解析方法も point sink の場合と全く同様であるが、境界条件の一部——円筒面に沿う境界条件——が前と異なっている。論文³⁾ では、すでに第 1 次摂動解が与えられている。

2. 理 論

(1) 基礎方程式および境界条件

流体は非圧縮・非粘性・非拡散と仮定すれば、軸対称密度成層流の基礎方程式は、流関数 $\tilde{\psi}$ に対してつぎのようになる [日野・大西 (1968, 1969)]。

$$\frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial r} \right) + \frac{gz}{\rho_0} \frac{d\rho}{d\tilde{\psi}} = \frac{1}{\rho_0} \frac{dH}{d\tilde{\psi}} \dots (1)$$

ここに、 r, z : 座標軸 (r : 半径方向, z : 深さ方向), ρ, ρ_0 : 任意の深さおよび reference height での流体密度, H は Bernoulli sum で $\tilde{\psi}$ のみの関数。

$$H(\tilde{\psi}) = p + \frac{1}{2} \rho_0 (u'^2 + w'^2) + \rho gz \dots (2)$$

(u', w') と真の流速 (u, w) とは、Yih の変換 (3) で結ばれている。

$$(u', w') = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} (u, w) \dots (3)$$

* 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科
** 正会員 工博 電源開発(株)原子力研究室

$$\left. \begin{aligned} u' &= \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} \\ w' &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

いま、十分上流の密度分布の勾配が一定であり、
 $\rho = \rho_0(1 - \beta z)$, $\beta = (\rho_0 - \rho_1)/\rho_0 d$(5)

(ここに、 d は水深、 ρ_1 は水面での密度、 ρ_0 は水底の密度)、おなじく十分上流の位置では、流れは水平方向に様に流れるものとなれば、式(1) はつぎのようになる。

$$\frac{1}{\xi^2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + G^{-2} \Psi = -G^{-2} \eta \dots (6)$$

ここに、 $r=R$ での一様流速を U 、吸込み流量を Q として、

$$\Psi = \frac{\tilde{\Psi}}{|U|Ra} = \frac{2\pi\tilde{\Psi}}{Q}, \quad \xi = \frac{r}{d}, \quad \eta = \frac{z}{d} \dots\dots\dots (7)$$

である。また、 G は流れを支配するパラメーターで、

$$G = \frac{Q}{2\pi\sqrt{g}\beta d^3} \dots\dots\dots (8)$$

で定義される。

境界条件は、スリットでの $\Psi(\xi, \eta)$ を任意の関数 $f(\eta)$ で与え、吸込み流速分布の影響が計算されるようにする。

$$\left. \begin{aligned} \Psi(\xi, \eta) &= 0 & (\xi = \xi_0, 0 \leq \eta \leq a) \\ \Psi(\xi, \eta) &= f(\eta) & (\xi = \xi_0, a \leq \eta \leq b) \\ \Psi(\xi, \eta) &= -1 & (\xi = \xi_0, b \leq \eta \leq 1) \end{aligned} \right\} \dots (9a)$$

$$\Psi(\xi, \eta) = -1 \quad (0 \leq \xi < \infty, \eta = 1) \dots\dots (9b)$$

$$\Psi(\xi, \eta) = -\eta \quad (\xi \rightarrow \infty, 0 \leq \eta \leq 1) \dots (9c)$$

$$\Psi(\xi, \eta) = 0 \quad (0 \leq \xi < \infty, \eta = 0) \dots\dots (9d)$$

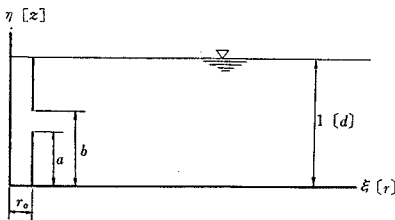


図-3 円筒座標系と記号
 (座標は水深 d により無次元化してある.)
 [] 内は次元をもった値を示す.

(2) 理論解 (a) ($G > 1$ の場合)

前と同様に $G > 1$ の場合には $\delta = G^{-2}$ を perturbation parameter として

$$\Psi(\xi, \eta) = -\eta + \Psi_0(\xi, \eta) + \delta \Psi_1(\xi, \eta) + \delta^2 \Psi_2(\xi, \eta) + \dots\dots\dots (10)$$

これを式(6)に代入し、 δ の同次の項をまとめると

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{0\xi\xi} + \Psi_{0\eta\eta} - \xi^{-1}\Psi_{0\xi} &= 0 \\ \Psi_{1\xi\xi} + \Psi_{1\eta\eta} - \xi^{-1}\Psi_{1\xi} &= -\xi^2\Psi_0 \\ \Psi_{2\xi\xi} + \Psi_{2\eta\eta} - \xi^{-1}\Psi_{2\xi} &= -\xi^2\Psi_1 \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

をうる。

第1摂動解：

$$\Psi_0(\xi, \eta) = X_0(\xi) \cdot Y_0(\eta)$$

とおけば、式(11)の第1式と境界条件(9b, c, d)より第1摂動解として

$$\Psi_0(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n K_1(n\pi\xi) \cdot \xi \cdot \sin n\pi\eta \dots\dots (12)$$

が求まる。ここに、 $K_1(x)$ は1次の第2種変形 Bessel 関数、 B_n は残りの境界条件から定むべき定数である。

さて、円筒面上 ($\xi = \xi_0$) では、 $\Psi(\xi_0, \eta)$ は式(9a)で与えられるから、これを Fourier 級数で、

$$\Psi_0(\xi_0, \eta) = \eta + \Psi(\xi_0, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\pi\eta \dots (13)$$

と表示する。ここに、 a_n は

$$\begin{aligned} a_n &= 2 \int_0^1 [\eta + \Psi(\xi_0, \eta)] \sin n\pi\eta \, d\eta \\ &= 2 \left[\int_0^a \eta \sin n\pi\eta \, d\eta + \int_a^b \{\eta + f(\eta)\} \sin n\pi\eta \, d\eta \right. \\ &\quad \left. + \int_b^1 (\eta - 1) \sin n\pi\eta \, d\eta \right] \\ &= 2 \left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi b + \int_a^b f(\eta) \sin n\pi\eta \, d\eta \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (14)$$

である。

一方、式(12)より

$$\Psi_0(\xi_0, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \xi_0 K_1(n\pi\xi_0) \sin n\pi\eta \dots\dots (15)$$

である。したがって、式(13)、(14)、(15)より B_n はつぎのように定められる。

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{2}{\xi_0 K_1(n\pi\xi_0)} \left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi b \right. \\ &\quad \left. + \int_a^b f(\eta) \sin n\pi\eta \, d\eta \right] \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

具体的に $f(\eta)$ の関数形を与えて、 B_n を表わすことは次節で行なう。

第2摂動解：

第1摂動解が境界条件の複雑な個所を満たしてしまつたので、第2以上の第 m 摂動解の境界条件は、つぎのように非常に簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} \Psi_m(\xi, \eta) &= 0 & (0 \leq \xi < \infty, \eta = 1) \\ \Psi_m(\xi, \eta) &= 0 & (\xi \rightarrow \infty, 0 \leq \eta \leq 1) \\ \Psi_m(\xi, \eta) &= 0 & (0 \leq \xi < \infty, \eta = 0) \\ \Psi_m(\xi, \eta) &= 0 & (\xi = \xi_0, 0 \leq \eta \leq 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

第2摂動解 $\Psi_1(\xi, \eta)$ を

$$\Psi_1(\xi, \eta) = X_1(\xi) \cdot Y_1(\eta)$$

とおき、式(11)に代入し境界条件を考慮すれば、 $Y_1(\eta)$ については、

$$Y_1(\eta) = \sin n\pi\eta \dots\dots\dots (18)$$

となり、 $X_1(\xi)$ についてはつぎの微分方程式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_1(\xi) - \frac{1}{\xi} \dot{X}_1(\xi) - (n\pi)^2 X_1(\xi) &= -\xi^2 X_0(\xi) \\ X_0(\xi) &= B_n \xi K_1(n\pi\xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

上の微分方程式の同次方程式の互いに独立な解は

$$\begin{aligned} u_1 &= \xi I_1(n\pi\xi) \\ u_2 &= \xi K_1(n\pi\xi) \end{aligned}$$

であり, Wronskian $W(u_1, u_2) = -\xi$ より, 式 (19) の解は

$$\begin{aligned} X_1(\xi) &= C_1 \xi I_1(n\pi\xi) + C_2 \xi K_1(n\pi\xi) \\ &- B_n [\xi I_1(n\pi\xi)] \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^3 K_1^2(n\pi\xi) d\xi - \xi K_1(n\pi\xi) \\ &\times \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^3 I_1(n\pi\xi) K_1(n\pi\xi) d\xi \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

となる。 $\xi \rightarrow \infty$ で $\xi I_1 \rightarrow \infty$, $\xi K_1 \rightarrow 0$ を考慮すれば, 境界条件により $C_1 = 0$ および上式の積分限界がそれぞれ (∞, ξ) , (ξ_0, ξ) となり, また C_2 は $\xi = \xi_0$ での境界条件より

$$\begin{aligned} C_2 &= -\frac{B_n I_1(n\pi\xi_0)}{K_1(n\pi\xi_0)} \int_{\xi_0}^{\infty} \xi^3 K_1^2(n\pi\xi) d\xi \\ &= \frac{B_n I_1(n\pi\xi_0)}{6 K_1(n\pi\xi_0)} \xi_0^4 [K_1^2(n\pi\xi_0) - K_2^2(n\pi\xi_0)] \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

となる (積分公式は前報に導いたものを応用した)。ここに I_n, K_n は n 次の第 1 種および第 2 種の変形 Bessel 関数である。したがって, $\Psi_1(\xi, \eta)$ は

$$\begin{aligned} \Psi_1(\xi, \eta) &= \sum_{n=0}^{\infty} [C_2 \xi K_1(n\pi\xi) + B_n \{\xi I_1(n\pi\xi) \\ &\times \int_{\xi_0}^{\infty} \xi^3 K_1^2(n\pi\xi) d\xi + \xi K_1(n\pi\xi) \\ &\times \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^3 I_1(n\pi\xi) K_1(n\pi\xi) d\xi\}] \sin n\pi\eta \end{aligned}$$

上式の積分は, 前報で求めた積分公式 [前報の式 (46), (49)] より, それぞれ

$$\begin{aligned} \int_{\infty}^{\xi} \xi^3 K_1^2 d\xi &= \frac{\xi^4}{6} [K_1^2(n\pi\xi) - K_2^2(n\pi\xi)] \\ \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^3 I_1 K_1 d\xi &= \frac{1}{6} [\xi^4 \{I_1(n\pi\xi) K_1(n\pi\xi) \\ &+ I_2(n\pi\xi) K_2(n\pi\xi)\} - \xi_0^4 \{I_1(n\pi\xi_0) K_1(n\pi\xi_0) \\ &+ I_2(n\pi\xi_0) K_2(n\pi\xi_0)\}] \end{aligned}$$

となり, さらに

$$I_k(n\pi\xi) K_{k+1}(n\pi\xi) + I_{k+1}(n\pi\xi) K_k(n\pi\xi) = \frac{1}{n\pi\xi}$$

の関係を用いれば,

$$\begin{aligned} \Psi_1(\xi, \eta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ D_n \xi K_1(n\pi\xi) \right. \\ &\left. + \frac{B_n}{6n\pi} \xi^4 K_2(n\pi\xi) \right\} \sin n\pi\eta \dots\dots(22) \end{aligned}$$

となる。ここに, D_n は,

$$D_n = -\frac{B_n}{6n\pi} \frac{K_2(n\pi\xi_0)}{K_1(n\pi\xi_0)} \xi_0^3 \dots\dots\dots(23)$$

第 3 次摂動解 :

第 3 次摂動解 $\Psi_2(\xi, \eta)$ も

$$\Psi_2(\xi, \eta) = X_2(\xi) Y_2(\eta)$$

とおけば, 式 (11) より $Y_2(\eta)$ については

$$Y_2(\eta) = \sin n\pi\eta \dots\dots\dots(24)$$

となり, $X_2(\xi)$ についてはつぎの微分方程式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_2(\xi) - \frac{1}{\xi} \dot{X}_2(\xi) - (n\pi\xi)^2 X_2(\xi) &= -\xi^2 X_1(\xi) \\ X_1(\xi) &= D_n \xi K_1(n\pi\xi) + \frac{B_n}{6n\pi} \xi^4 K_2(n\pi\xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

上式の第 1 式の同次方程式の 2 つの独立解は $u_1 = \xi I_1(n\pi\xi)$, $u_2 = \xi K_1(n\pi\xi)$ であり, $W(u_1, u_2) = -\xi$ であるから, $X_2(\xi)$ は,

$$\begin{aligned} X_2(\xi) &= C_1 \xi I_1(n\pi\xi) + C_2 \xi K_1(n\pi\xi) \\ &+ \frac{B_n}{6n\pi} [-\xi I_1(n\pi\xi)] \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^5 K_2(n\pi\xi) \cdot \xi K_1(n\pi\xi) d\xi \\ &+ \xi K_1(n\pi\xi) \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^5 K_2(n\pi\xi) \cdot \xi I_1(n\pi\xi) d\xi + D_n \\ &[-\xi I_1(n\pi\xi)] \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^2 K_1(n\pi\xi) \cdot \xi K_1(n\pi\xi) d\xi \\ &+ \xi K_1(n\pi\xi) \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^2 K_1(n\pi\xi) \cdot \xi I_1(n\pi\xi) d\xi \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

境界条件を考慮すれば, $C_1 = 0$ および積分の限界として (ξ, ∞) (ξ, ξ_0) が定まる。残りの定数 C_2 を求めるために上式の積分を行なう。

まず, 式 (26) の最後の項は

$$\begin{aligned} L &= D_n [\xi I_1(n\pi\xi)] \int_{\xi_0}^{\infty} \xi^3 K_1^2(n\pi\xi) d\xi \\ &+ \xi K_1(n\pi\xi) \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^3 I_1(n\pi\xi) K_1(n\pi\xi) d\xi \\ &= D_n \left[\frac{\xi^4}{6n\pi} K_2(n\pi\xi) - \frac{\xi_0^4}{6} \{I_1(n\pi\xi_0) K_1(n\pi\xi_0) \right. \\ &\left. + I_2(n\pi\xi_0) K_2(n\pi\xi_0)\} \cdot \xi K_1(n\pi\xi) \right] \dots\dots(27) \end{aligned}$$

つぎに, 式 (26) の右辺の第 3 項を変形するには,

$$\left. \begin{aligned} I_{\nu-1}(z) &= I_{\nu+1}(z) + \frac{2\nu}{z} I_{\nu}(z) \\ K_{\nu-1}(z) &= K_{\nu+1}(z) - \frac{2\nu}{z} K_{\nu}(z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

の関係を用いて,

$$\left. \begin{aligned} \int z^6 I_1(z) K_2(z) dz \\ &= \int \{z^6 I_3(z) K_2(z) + 2 \cdot 2 z^5 I_2(z) K_2(z)\} dz \\ \int z^6 K_1(z) K_2(z) dz \\ &= \int \{z^6 K_3(z) K_2(z) - 2 \cdot 2 z^5 K_2^2(z)\} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

と変形すれば, 積分公式 (日野・大西 1968)

$$\left. \begin{aligned} & \int z^{\mu+\nu+1} I_\mu \cdot K_\nu dz \\ &= \frac{z^{\mu+\nu+2}}{2(\mu+\nu+1)} [I_\mu \cdot K_\nu + I_{\mu+1} \cdot K_{\nu+1}] \\ & \int z^{\mu+\nu+1} K_\mu \cdot K_\nu dz \\ &= \frac{z^{\mu+\nu+2}}{2(\mu+\nu+1)} [K_\mu \cdot K_\nu - K_{\mu+1} \cdot K_{\nu+1}] \end{aligned} \right\} \dots(30)$$

が適用でき、

$$\begin{aligned} LL &= \frac{B_n}{6n\pi} [-\xi I_1(n\pi\xi) \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^6 K_1(n\pi\xi) K_2(n\pi\xi) d\xi \\ &+ \xi K_1(n\pi\xi) \int_{\xi_0}^{\xi} \xi^6 I_1(n\pi\xi) K_2(n\pi\xi) d\xi] \\ &= \frac{B_n}{6n\pi} \left[-\frac{\xi^8 I_1}{2 \times 6} \{K_2 \cdot K_3 - K_3 \cdot K_4\} \right. \\ &+ \frac{4\xi^7 I_1}{2 \times 5 \times n\pi} \{K_2^2 - K_3^2\} + \frac{\xi^8 K_1}{2 \times 6} \{I_3 \cdot K_2 + I_4 \cdot K_3\} \\ &+ \frac{4\xi^7 K_1}{2 \times 5 \times n\pi} \{I_2 \cdot K_2 + I_3 \cdot K_3\} \\ &- \frac{\xi_0^7}{2 \times 6} \{I_{30} \cdot K_{20} + I_{40} \cdot K_{30}\} \times \xi K_1 \\ &\left. - \frac{4\xi_0^6}{2 \times 5 \times n\pi} \{I_{20} \cdot K_{20} + I_{30} \cdot K_{30}\} \cdot \xi K_1 \right] \dots(31) \end{aligned}$$

したがって、 $\xi = \xi_0$ の境界条件より C_2 はつぎのようになる。ただし、添字 0 は $\xi = \xi_0$ の値を示す。すなわち、 I_{10} , K_{20} 等は、それぞれ $I_1(n\pi\xi_0)$, $K_2(n\pi\xi_0)$ を意味する。

$$\begin{aligned} C_2 &= -(L_0 + LL_0) / \xi_0 K_{10} \\ &= -\frac{1}{\xi_0 K_{10}} \left[D_n \frac{\xi_0^5}{6} (I_{10} K_{20}^2 - I_{10} K_{10}^2) \right. \\ &+ \frac{B_n}{6n\pi} \left\{ \frac{\xi_0^8}{12} (I_{10} K_{30} K_{40} - I_{10} K_{20} K_{30}) \right. \\ &\left. + \frac{2\xi_0^7}{5n\pi} (I_{10} K_{20}^2 - I_{10} K_{30}^2) \right\} \\ &= \frac{B_n \xi_0^6}{6n\pi K_{10}} \left[\left\{ \frac{2 \cdot K_{20}}{K_{10}} (K_{20}^2 - K_{10}^2) + (K_{20} K_{30} \right. \right. \\ &\left. \left. - K_{30} K_{40}) \right\} \frac{I_{10} \xi_0}{12} + \frac{2 I_{10}}{5n\pi} (K_{30}^2 - K_{20}^2) \right] \dots(32) \end{aligned}$$

したがって、 $\Psi_2(\xi)$ は

$$\begin{aligned} \Psi_2(\xi) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{B_n}{2 \times 6 \times 6n\pi} \{-I_1 K_2 K_3 + I_1 K_3 K_4\} \right. \\ &+ I_3 K_1 K_2 + I_4 K_1 K_3 \} \xi^8 \\ &\times \frac{B_n}{5 \times 6(n\pi)^2} \{I_1 K_2^2 - I_1 K_3^2 + I_2 K_1 K_2 \\ &+ I_3 K_1 K_3\} \xi^7 - \frac{B_n \xi_0^3 K_{20}}{(6n\pi)^2 K_{10}} K_2 \cdot \xi^4 + C_{22} K_1 \cdot \xi \\ &\left. \sin n\pi\eta \dots \dots \dots (33) \right] \end{aligned}$$

ここに、 C_{22} はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} C_{22} &= \frac{B_n \xi_0^5}{6n\pi K_1(n\pi\xi_0)} \left[\frac{\xi_0^2}{12} \{I_{10} K_{20} K_{30} - I_{10} K_{30} K_{40} \right. \\ &\left. - I_{30} K_{10} K_{20} - I_{40} K_{10} K_{30}\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{5n\pi} \left\{ \frac{K_{20}}{n\pi} + (I_{30} K_{10} K_{30} - I_{10} K_{30}^2) \xi_0 \right. \\ & \left. + \frac{K_{20}^2 \xi_0}{6n\pi K_{10}} \right\} \dots \dots \dots (34) \end{aligned}$$

B_n について：

解析解の中に現われる定数 B_n のあらわな形は、取水口スリットでの流れ関数 $\Psi(\xi_0, \eta) = f(\eta)$ の形を与えるとき、式 (16) より定まる。 $\Psi(\xi_0, a) = 0$, $\Psi(\xi_0, b) = -1$ であることから、 $f(\eta)$ をつぎのようにとる。

$$\left. \begin{aligned} f(\eta) &= f_1(\eta) + p_2 f_2(\eta) + p_3 f_3(\eta) \dots \dots \dots (35) \\ f_1(\eta) &= -(\eta - a) / (b - a) \\ f_2(\eta) &= (\eta - a)(\eta - b) = \eta^2 - (a + b)\eta + ab \\ f_3(\eta) &= (\eta - a)(\eta - b)(\eta - c) \\ &= \eta^3 - (a + b + c)\eta^2 + (ab + bc + ca)\eta - abc \\ c &= (b - a) / 2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (36)$$

すなわち、 $f(a) = 0$ と $f(b) = -1$ を結ぶ直線とこれに放物線、三次曲線を重ね合わせた形とし、係数 p_2 , p_3 を適当に選んで、 $f(\eta)$ を与えよう。このとき、式 (16) の積分を行なえば、 B_n はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{2}{\xi_0 K_1(n\pi\xi_0)} \left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi b \right. \\ &+ \frac{1}{b-a} p_3 I_3 + \{p_2 - p_3(a+b+c)\} I_2 \\ &+ \{(ab+bc+ca)p_3 - (a+b)p_2 - 1\} I_1 \\ &\left. + \{a + p_2 ab - p_3 abc\} I_0 \right] \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} I_3 &= (n\pi)^{-4} [(n\pi b)^2 (3 \sin n\pi b - n\pi b \cos n\pi b) \\ &- (n\pi a)^2 (3 \sin n\pi a - n\pi a \cos n\pi a) \\ &- 6(\sin n\pi b - (n\pi b) \cos n\pi b) \\ &+ 6(\sin n\pi a - (n\pi a) \cos n\pi a)] \\ I_2 &= (n\pi)^{-3} [n\pi b (2 \sin n\pi b - (n\pi b) \cos n\pi b) \\ &- n\pi a (2 \sin n\pi a - n\pi a \cos n\pi a) \\ &+ 2(\cos n\pi b - \cos n\pi a)] \\ I_1 &= (n\pi)^{-2} [\sin n\pi b - \sin n\pi a - (n\pi b) \cos n\pi b \\ &+ (n\pi a) \cos n\pi a] \\ I_0 &= (n\pi)^{-1} [\cos n\pi a - \cos n\pi b] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (38)$$

(3) 理論解 (b) ($0 < G < 1$ の場合)

成層取水パラメーターが $0 < G < 1$ の範囲にある場合には、まず

$$\varepsilon = G^2 \ll 1 \dots \dots \dots (39)$$

と置き、一度座標変換

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sqrt{\varepsilon} x \\ \eta &= \sqrt{\varepsilon} y \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

を行って基礎方程式をつぎのように書き替える。

$$\Psi_{xx} + \Psi_{yy} - x^{-1}\Psi_x + \varepsilon x^2 \Psi = -\varepsilon \sqrt{\varepsilon} x^2 y \dots (41)$$

その後 ε を摂動パラメーターとして Ψ の摂動解を求め
る。変数を再び (x, y) より (ξ, η) にもどせば、

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{0\xi\xi} + \Psi_{0\eta\eta} - \xi^{-1}\Psi_{0\xi} &= 0 \\ \Psi_{m\xi\xi} + \Psi_{m\eta\eta} - \xi^{-1}\Psi_{m\xi} &= -\frac{1}{\varepsilon^2} \xi^2 \Psi_{m-1} \end{aligned} \right\} \dots (42)$$

$(m=1, 2, 3, \dots)$

となる。それゆえ、 $G > 1$ の場合とは上式の右辺に ε^{-2} が掛かっているのみで全く同じである。したがって、 $G > 1$ の場合の各次摂動解に ε^{-2} を掛けたものがそのまま、 $G < 1$ の場合の解となる。

(4) 理論解のまとめ

以上の式の展開の結果を、まとめて表わすとつぎのようになる。

$$\Psi(\xi, \eta) = -\eta + \Psi_0(\xi, \eta) + \mu_1 \Psi_1(\xi, \eta) + \mu_2 \Psi_2(\xi, \eta) + O(\mu_3) \dots (43)$$

ここに、

$$\mu_1 = \begin{cases} G^{-2} & (G > 1) \\ G^{-2} & (G < 1) \end{cases} \dots (44 a)$$

$$\mu_2 = \begin{cases} G^{-4} & (G > 1) \\ 1 & (G < 1) \end{cases} \dots (44 b)$$

$$\mu_3 = \begin{cases} G^{-6} & (G > 1) \\ G^2 & (G < 1) \end{cases} \dots (44 c)$$

また、 Ψ_0, Ψ_1, Ψ_2 はすでに求めたように式 (15), (22), (33) で与えられる。

式 (43) によれば、解析解は第2次摂動解まで、すなわち、

$$\Psi(\xi, \eta) \cong -\eta + \Psi_0(\xi, \eta) + G^{-2}\Psi_1(\xi, \eta) \dots (45)$$

は、摂動パラメーター G^{-2} が1より大きいか小さいかに無関係な形となる。すでに前報において述べたように、摂動解の近似度はきわめて高く、第3次摂動解の値は電子計算機の計算誤差以下である。したがって、式 (45) はすべての範囲の G^{-2} について高い精度の解を与えるといえる。

(5) 層分離現象

point sink の場合と同様に、式(43)による解 $\Psi(\xi, \eta)$ が -1.00 より小さくなる限界の G の値では、この解は直接的には成立しなくなり、ここで層分離がまじる。この分離流線は Kao の virtual source 法で決定しうる。 G_{cr} はスリットの位置により変わる。これについてはすでに文献 2) で論じた。

3. 計算結果

上記の理論の結果を具体的に示すために、成層取水パラメーター G の値を一定として、スリット幅 (a, b)

表-1 (a) 底面に取水口がある場合

($\xi_0=0.5$)

ケース	p_2	p_3	a	b	G
i)	-5	0	0	0.10	0.09
ii)	0	0			
iii)	5	0			

表-1 (b) 底面に取水口があり、吸込み口での流速分布の勾配が大きい場合

($\xi_0=0.5$)

ケース	p_2	p_3	a	b	G
iv)	-12.5	0	0	0.025	0.09
v)	0	0			
vi)	12.5	0			

表-1 (c) 水域の中間に吸込みスリットのある場合

($\xi_0=0.5$)

ケース	p_2	p_3	a	b	G
vii)	-5	0	0.475	0.525	0.07
viii)	0				
ix)	5				
x)	-5	0	0.450	0.550	
xi)	0				
xii)	-10				

表-2 (a)

ケース (i) : $a=0, b=0.1, p_2=5, p_3=0, G=0.09$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.3827	-1.4214	-1.1007	-0.93287	-0.90374
0.800	-1.7368	-1.8027	-1.1821	-0.86252	-0.80712
0.700	-2.0327	-2.1045	-1.2263	-0.78606	-0.70980
0.600	-2.2399	-2.2901	-1.2194	-0.70117	-0.61151
0.500	-2.3275	-2.3269	-1.1521	-0.60639	-0.51211
0.400	-2.2625	-2.1903	-1.0210	-0.50118	-0.41151
0.300	-2.0098	-1.8682	-0.82886	-0.38608	-0.30980
0.200	-1.5382	-1.3682	-0.58459	-0.26254	-0.20712
0.100	-0.84485	-0.72474	-0.30231	-0.13288	-0.10374
0.075	-0.64294	-0.54820	-0.22785	-0.099840	-0.077826
0.050	-0.43318	-0.36770	-0.15243	-0.066645	-0.051894
0.025	-0.21798	-0.18452	-0.076376	-0.033348	-0.025950

表 2 (b)

ケース (ii) : $a=0, b=0.1, p_2=p_3=0, G=0.090$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.3839	-1.4231	-1.1016	-0.93301	-0.90376
0.800	-1.7393	-1.8060	-1.1836	-0.86278	-0.80715
0.700	-2.0364	-2.1094	-1.2285	-0.78642	-0.70984
0.600	-2.2449	-2.2963	-1.2220	-0.70159	-0.61156
0.500	-2.3339	-2.3342	-1.1549	-0.60683	-0.51216
0.400	-2.2703	-2.1982	-1.0236	-0.50161	-0.41156
0.300	-2.0190	-1.8758	-0.83108	-0.38644	-0.30984
0.200	-1.5482	-1.3745	-0.58621	-0.26280	-0.20715
0.100	-0.85233	-0.72833	-0.30316	-0.13302	-0.10376
0.075	-0.64898	-0.55095	-0.22846	-0.099943	-0.077838
0.050	-0.43743	-0.36956	-0.15286	-0.066715	-0.051902
0.025	-0.22018	-0.18546	-0.076593	-0.033383	-0.025954

表-2 (c)

ケース (iii) : $a=0, b=0.1, p_2=5, p_3=0, G=0.09$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.3851	-1.4248	-1.1024	-0.93314	-0.90377
0.800	-1.7417	-1.8093	-1.1852	-0.86304	-0.80718
0.700	-2.0401	-2.1143	-1.2307	-0.78678	-0.70988
0.600	-2.2499	-2.3026	-1.2246	-0.70202	-0.61161
0.500	-2.3402	-2.3416	-1.1576	-0.60727	-0.51221
0.400	-2.2782	-2.2061	-1.0262	-0.50203	-0.41161
0.300	-2.0283	-1.8835	-0.83330	-0.38680	-0.30988
0.200	-1.5581	-1.3808	-0.58783	-0.26306	-0.20718
0.100	-0.85982	-0.73192	-0.30402	-0.13316	-0.10377
0.075	-0.65502	-0.55370	-0.22914	-0.10005	-0.07785
0.050	-0.44168	-0.37142	-0.15330	-0.066784	-0.051910
0.025	-0.22238	-0.18640	-0.076810	-0.033418	-0.025958

表-2 (d)

ケース (iv) : $a=0, b=0.025, p_2=12.5, p_3=0, G=0.09$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.3884	-1.4295	-1.1047	-0.93353	-0.90382
0.800	-1.7484	-1.8186	-1.1896	-0.86377	-0.80726
0.700	-2.0504	-2.1279	-1.2368	-0.78778	-0.70999
0.600	-2.2637	-2.3201	-1.2318	-0.70320	-0.61175
0.500	-2.3578	-2.3621	-1.1652	-0.60851	-0.51235
0.400	-2.3000	-2.2282	-1.0335	-0.50321	-0.41175
0.300	-2.0543	-1.9049	-0.83951	-0.38780	-0.30999
0.200	-1.5860	-1.3984	-0.59236	-0.26379	-0.20726
0.100	-0.88102	-0.74199	-0.30640	-0.13354	-0.10382
0.050	-0.45379	-0.37664	-0.15451	-0.066978	-0.051932
0.025	-0.22865	-0.18904	-0.077416	-0.033515	-0.025969
0.020	-0.18309	-0.15130	-0.061949	-0.026815	-0.020775
0.015	-0.13742	-0.11351	-0.046471	-0.020113	-0.015582
0.010	-0.091661	-0.075695	-0.030985	-0.013409	-0.010388
0.005	-0.045845	-0.037853	-0.015494	-0.007048	-0.0051940

表-2 (e)

ケース (v) : $a=0, b=0.025, p_2=p_3=0, G=0.09$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.3883	-1.4294	-1.1047	-0.93352	-0.90382
0.800	-1.7483	-1.8185	-1.1896	-0.86376	-0.80726
0.700	-2.0502	-2.1277	-1.2367	-0.78776	-0.70999
0.600	-2.2635	-2.3198	-1.2317	-0.70318	-0.61174
0.500	-2.3576	-2.3618	-1.1651	-0.60859	-0.51235
0.400	-2.2997	-2.2279	-1.0334	-0.50319	-0.41174
0.300	-2.0539	-1.9046	-0.83943	-0.38778	-0.30999
0.200	-1.5856	-1.3981	-0.59230	-0.26378	-0.20726
0.100	-0.88072	-0.74185	-0.30637	-0.13353	-0.10382
0.050	-0.45362	-0.37657	-0.15449	-0.066976	-0.051932
0.025	-0.22856	-0.18900	-0.077408	-0.033514	-0.025969
0.020	-0.18302	-0.15127	-0.061942	-0.026814	-0.020775
0.015	-0.13736	-0.11349	-0.046466	-0.020114	-0.015582
0.010	-0.091623	-0.07568	-0.030981	-0.013409	-0.010388
0.001	-0.045826	-0.037846	-0.015492	-0.007045	-0.0051939

表-2 (f)

ケース (vi) : $a=0, b=0.025, p_1=12.5, p_2=0, G=0.09$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.3883	-1.4294	-1.1046	-0.93352	-0.90381
0.800	-1.7483	-1.8184	-1.1895	-0.86375	-0.80726
0.700	-2.0501	-2.1275	-1.2366	-0.78775	-0.70999
0.600	-2.2633	-2.3196	-1.2316	-0.70315	-0.61174
0.500	-2.3573	-2.3615	-1.1650	-0.60848	-0.51235
0.400	-2.2994	-2.2276	-1.0333	-0.50317	-0.41174
0.300	-2.0536	-1.9043	-0.83934	-0.38777	-0.30999
0.200	-1.5852	-1.3979	-0.59223	-0.26377	-0.20726
0.100	-0.88041	-0.74171	-0.30634	-0.13353	-0.10382
0.050	-0.45344	-0.37649	-0.15447	-0.066973	-0.051931
0.025	-0.22847	-0.18896	-0.077399	-0.033513	-0.025969
0.020	-0.18294	-0.15124	-0.061935	-0.026813	-0.020775
0.015	-0.13731	-0.11347	-0.046461	-0.020111	-0.015582
0.010	-0.091586	-0.075665	-0.030978	-0.013408	-0.010388
0.005	-0.045807	-0.037838	-0.015490	-0.007042	-0.005139

表-2 (g)

ケース (vii) : $a=0.475, b=0.525, p_2=5, p_3=0, G=0.07$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.0646	-0.97664	-0.89917	-0.89965	-0.89996
0.800	-1.0785	-0.92368	-0.79804	-0.79933	-0.79992
0.700	-0.99535	-0.82110	-0.69646	-0.69907	-0.69989
0.600	-0.78687	-0.66683	-0.59459	-0.59890	-0.59987
0.525	-0.56079	-0.52815	-0.51824	-0.52384	-0.52487
0.520	-0.54456	-0.51858	-0.51316	-0.51884	-0.51987
0.510	-0.51196	-0.49941	-0.50300	-0.50883	-0.50987
0.500	-0.47926	-0.48022	-0.49285	-0.49883	-0.49987
0.490	-0.44660	-0.46105	-0.48271	-0.48883	-0.48987
0.480	-0.41411	-0.44194	-0.47257	-0.47883	-0.47987
0.470	-0.39797	-0.43242	-0.46751	-0.47383	-0.47487
0.400	-0.17515	-0.29575	-0.39182	-0.39883	-0.39987
0.300	0.025159	-0.14751	-0.29198	-0.29904	-0.29989
0.200	0.098566	-0.053893	-0.19356	-0.19930	-0.19992
0.100	0.74599	-0.011720	-0.096408	-0.099629	-0.099959

表-2 (h)

ケース (viii) : $a=0.475, b=0.525, p_2=5, p_3=0, G=0.07$

$\eta \backslash \xi$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.0696	-0.98246	-0.90138	-0.90001	-0.90000
0.800	-1.0885	-0.93486	-0.80224	-0.80002	-0.80000
0.700	-1.0103	-0.83679	-0.70224	-0.70002	-0.70000
0.600	-0.80586	-0.68554	-0.60138	-0.60001	-0.60000
0.525	-0.58141	-0.54786	-0.52537	-0.52500	-0.52500
0.520	-0.56523	-0.53832	-0.52029	-0.52000	-0.52000
0.510	-0.53268	-0.51918	-0.51015	-0.51000	-0.51000
0.500	-0.50000	-0.50000	-0.50000	-0.50000	-0.50000
0.490	-0.46732	-0.48082	-0.48985	-0.49000	-0.49000
0.480	-0.43477	-0.46168	-0.479700	-0.48000	-0.48000
0.475	-0.41859	-0.45214	-0.47463	-0.47500	-0.47500
0.400	-0.19414	-0.31446	-0.39862	-0.39999	-0.40000
0.300	+0.010255	-0.16321	-0.29776	-0.29998	-0.30000
0.200	+0.088545	-0.065109	-0.19776	-0.19998	-0.20000
0.100	+0.069600	-0.017541	-0.098617	-0.09999	-0.10000

表-2 (i)

ケース (ix) : $a=0.475, b=0.525, p_2=5, p_3=0, G=0.070$

$\xi \backslash \eta$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.0746	-0.98828	-0.90359	-0.90037	-0.90004
0.800	-1.0986	-0.94611	-0.80644	-0.80070	-0.80008
0.700	-0.0252	-0.85249	-0.70802	-0.70036	-0.70011
0.600	-0.82485	-0.70425	-0.60818	-0.60112	-0.60013
0.525	-0.60203	-0.56758	-0.53249	-0.52617	-0.52513
0.520	-0.58589	-0.55806	-0.52743	-0.52117	-0.52013
0.510	-0.55340	-0.53895	-0.51729	-0.51117	-0.51013
0.500	-0.52074	-0.51978	-0.50715	-0.50117	-0.50013
0.490	-0.48804	-0.50059	-0.49700	-0.49117	-0.49013
0.480	-0.45544	-0.48142	-0.48684	-0.48116	-0.48013
0.475	-0.43921	-0.47185	-0.48176	-0.47616	-0.47513
0.400	-0.21313	-0.33317	-0.40541	-0.40110	-0.40013
0.300	-0.004649	-0.17890	-0.30354	-0.30093	-0.30011
0.200	0.078525	-0.076324	-0.20196	-0.20067	-0.20008
0.100	0.064601	-0.023363	-0.10083	-0.10083	-0.10004

表-2 (j)

ケース (x) : $a=0.45, b=0.55, p_2=5, p_3=0, G=0.07$

$\xi \backslash \eta$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.0480	-0.95824	-0.89255	-0.89857	-0.89984
0.800	-1.0454	-0.88847	-0.78544	-0.79727	-0.79969
0.600	-0.72666	-0.60974	-0.57423	-0.59557	-0.59950
0.550	-0.57789	-0.51666	-0.52253	-0.54540	-0.54948
0.540	-0.54626	-0.49759	-0.51227	-0.53538	-0.53947
0.530	-0.51426	-0.47846	-0.50203	-0.52536	-0.52947
0.520	-0.48201	-0.45930	-0.49181	-0.51535	-0.51947
0.510	-0.44966	-0.44014	-0.48162	-0.50534	-0.50947
0.500	-0.41732	-0.42104	-0.47146	-0.49534	-0.49947
0.490	-0.38514	-0.40203	-0.46133	-0.48534	-0.48947
0.480	-0.35323	-0.38314	-0.45123	-0.47534	-0.47947
0.470	-0.32172	-0.36441	-0.44115	-0.46535	-0.46947
0.460	-0.29073	-0.34588	-0.43111	-0.45537	-0.45947
0.450	-0.26039	-0.32759	-0.42110	-0.44539	-0.44948
0.400	-0.12175	-0.24088	-0.37149	-0.39555	-0.39950
0.300	0.065751	-0.10226	-0.27470	-0.29621	-0.29957
0.200	0.12555	-0.021938	-0.181020	-0.19724	-0.19969
0.100	0.088008	0.004751	-0.08982	-0.098549	-0.099839

表-2 (k)

ケース (xi) : $a=0.45, b=0.55, p_2=p_3=0, G=0.07$

$\xi \backslash \eta$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-1.0683	-0.98229	-0.90137	-0.90001	-0.90000
0.800	-1.0857	-0.93453	-0.80221	-0.80002	-0.80000
0.600	-0.80232	-0.68519	-0.60137	-0.60001	-0.60000
0.550	-0.65866	-0.59493	-0.55072	-0.55001	-0.55000
0.540	-0.62769	-0.57617	-0.54058	-0.54000	-0.54000
0.530	-0.59621	-0.55726	-0.53044	-0.53000	-0.53000
0.520	-0.56436	-0.53824	-0.52029	-0.52000	-0.52000
0.510	-0.53224	-0.51914	-0.51015	-0.51000	-0.51000
0.500	-0.50000	-0.50000	-0.50000	-0.50000	-0.50000
0.490	-0.46776	-0.48086	-0.48985	-0.49000	-0.49000
0.480	-0.43564	-0.46176	-0.47971	-0.48000	-0.48000
0.470	-0.40379	-0.44274	-0.46956	-0.47000	-0.47000
0.460	-0.37231	-0.42384	-0.45942	-0.46000	-0.46000
0.450	-0.34134	-0.40507	-0.44928	-0.44999	-0.45000
0.400	-0.19769	-0.31481	-0.39863	-0.39999	-0.40000
0.300	+0.006167	-0.16368	-0.29779	-0.29999	-0.30000
0.200	0.085697	-0.065469	-0.19779	-0.19998	-0.20000
0.100	0.068272	-0.017711	-0.09863	-0.09990	-0.10000

表-2 (l)

ケース (xii) : $a=0.45, b=0.05, p_2=10, p_3=0, G=0.07$

$\xi \backslash \eta$	0.75	1.00	2.00	3.00	4.00
0.900	-0.0280	-0.93499	-0.88373	-0.89713	-0.89967
0.800	-0.0053	-0.84368	-0.76867	-0.79453	-0.79938
0.600	-0.65086	-0.53505	-0.54709	-0.59114	-0.59899
0.550	-0.49704	-0.43878	-0.49435	-0.54079	-0.54895
0.540	-0.46475	-0.41932	-0.48395	-0.53075	-0.53895
0.530	-0.43224	-0.39989	-0.47362	-0.52072	-0.52895
0.520	-0.39963	-0.38051	-0.46333	-0.51069	-0.51894
0.510	-0.36706	-0.36123	-0.45310	-0.50068	-0.50894
0.500	-0.33465	-0.34209	-0.44293	-0.49067	-0.49894
0.490	-0.30254	-0.32311	-0.43281	-0.48067	-0.48894
0.480	-0.27085	-0.30435	-0.42275	-0.47069	-0.47894
0.470	-0.23971	-0.28584	-0.41274	-0.46071	-0.46895
0.460	-0.20923	-0.26762	-0.40280	-0.45074	-0.45895
0.450	-0.17953	-0.24972	-0.39291	-0.44078	-0.44895
0.400	-0.045958	-0.16620	-0.34435	-0.39112	-0.39899
0.300	0.12531	-0.039591	-0.25162	-0.29244	-0.29914
0.200	0.16562	-0.022856	-0.16424	-0.19450	-0.19938
0.100	0.10801	-0.028005	-0.080999	-0.097107	-0.099673

とスリットでの吸込み流速分布 (p_2, p_3) を変えて、流関数 Ψ がどのように変化するかを検討した。これらのパラメーター $G, (a, b), p_2, p_3$ の組み合わせは、表-1 のようであり、流関数 $\Psi(\xi, \eta)$ についての計算結果は表-2 のようである。

表-1 (a) のケース i)~iii) は取水口が底面にある場合である。取水開口部流速分布は、前報告 (末尾参考文献 3)) でも述べたように、ケース i) では開口部上端に最大流速があって下方に向かって流速は減少し、ケース ii) では一様な流速分布、ケース iii) は i) と逆の流速分布をなしている。いま、表-2 (a), (b), (c) に示す $\Psi(\xi, \eta)$ の分布から、($\xi=0.75, \eta=0.100$) について、ケース i) に対するケース ii), iii) における Ψ の値

の変動を調べると、それぞれ 0.89%, 1.75% となる。また、($\xi=2.00, \eta=0.10$) の位置では、ケース ii) およびケース iii) のケース i) に対する Ψ 値の変動は、それぞれ 0.28%, 0.57% となる。すなわち、取水口が底面にある場合、開口部流速分布が上流部の流れにおよぼす影響は、ごくわずかであるといえる。

つぎに、表-1 (b) のケース iv)~vi) は、底面に取水口があるが、取水開口部の鉛直方向幅をケース i)~iii) よりせばめ、 G の値を変えないで、したがって、変化の大きい流速分布を与えて、取水した場合である。表-2

の結果から、($\xi=0.75, \eta=0.100$) の位置での、ケース i) に対するケース iv)~vi) における Ψ 値の変動を求めると、それぞれ 4.29%, 4.25%, 4.22% となる。同様に、($\xi=2.00, \eta=0.10$) においては、それぞれ 1.35%, 1.34%, 1.33% となる。これらの計算結果からケース i)~iii) と同じく、開口部流速分布の影響は、ほとんどないことがわかる。また、ケース iv)~vi) のおのおの、ケース ii) および iii) について得られたケース i) に対する上記の変動値を比較すると、スリット幅をせばめて開口部における平均流速を大きくした効果は、流速分布形状の影響より大きいことを知るができるが、実際的な意味では、問題となる程度の差ではないといえよう。

表-1 (c) のケース vii)~xii) は取水口が水域の中間にある場合である。表-2 (g)~(l) にみられるように、開口部が水底より上方にあると、渦領域は取水口の上部および下部の両水域に発生している。 G がある限界値より小さくなると、さきの報告で述べた point sink の

場合と同様に、中間層取水が可能な状態となることが予測される。この予測が正しいことは、あとで述べる実験によっても明らかである。ケース vii) とケース x) の開口部流速分布は、開口部上端に最大流速があり下方に向かって流速は減少する形状のものであり、ケース ix) と xii) はその反対の傾向を有するものである(末尾参考文献 3) 参照)。また、ケース viii) と xi) では流速分布は一様となっている。

表-2 の Ψ の分布を検討すると、 $a=0.475, b=0.525$ の場合には、取水開口部の上部水域内の渦の強さは ix), viii), vii) の順に強くなり、また、開口部の下部水域内ではその順序は逆になっていることがわかる。つぎに開口部高さ ($b-a$) が増加すると、開口部流速分布の影響が大きくなる傾向がある。すなわち、($b-a$)=0.05 の場合、($\xi=1.00, \eta=0.800$) の位置で、ケース vii) を基準として、ケース viii) とケース ix) の ψ 値の変動をもとめると、それぞれ 1.8%, 3.8% である。また、($\xi=2.00, \eta=0.400$) では、それぞれ、1.74%, 3.46% と

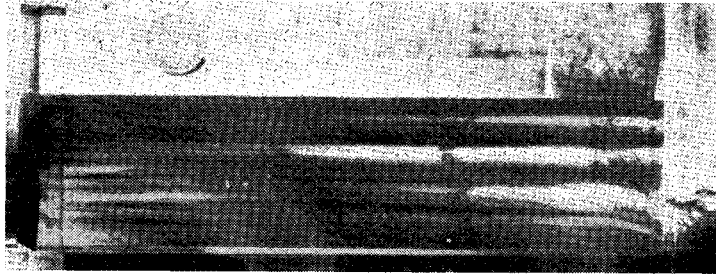


図-4 (a) 深層取水の状態 (Run A)

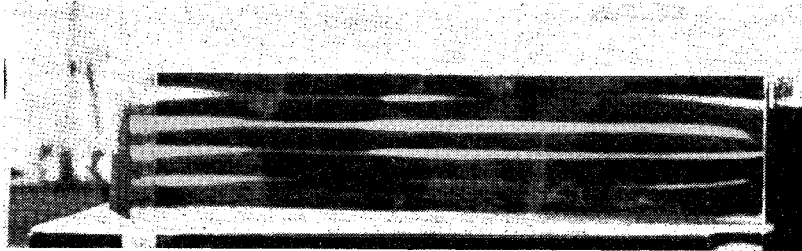


図-4 (b) 中間取水のはじまる限界状態 (Run E)

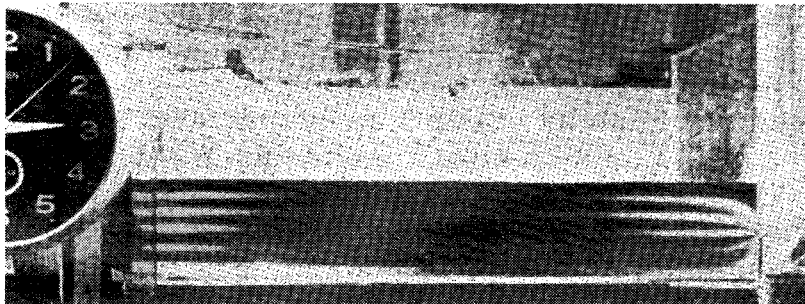


図-4 (c) 中間取水の状態 (Run D)

なる。これに対して、 $(b-a)=0.10$ の場合は、 $(\xi=1.00, \eta=0.800)$ の位置で、ケース x) を基準としたケース xi), xii) の Ψ 値の変動は、ともに約 5.1% である。また、 $(\xi=2.00, \eta=0.400)$ では、ともに 7.3% となっている。

以上の検討結果、開口部流速分布形状の影響は、開口部幅が大きいほど、開口部位置が水域中点付近にあるほど、大きくなる傾向がある。これらのスリット幅や吸込み流速分布の影響は数値的にはわずかなものであり、取水口周辺の付近にあらわれると結論される。

4. 実験結果

前報および本報で述べた理論的結論、すなわち

- i) 成層流体からの取水に際しての層分離現象とその限界成層取水パラメーターの値
- ii) 中間層からの選択取水の可能性とその限界成層取水パラメーターの値

を確かめるために、室内実験を行なった。この詳細については、すでに他に発表したもので⁹⁾、本論文に必要な範囲で簡単に説明する。

実験装置は半径 60 cm、深さ 25 cm のプラスチック製の四分の一円の水槽で、この要の部分に円筒取水部を取り付けてある。取水塔は差込み式で、この部分を入れて替えて取水口の幅、高さを変えられる。水槽内には、密度の異なる塩水によって 10 層から成る密度成層状態を作る。塩水層は一つおきに過マンガン酸カリで赤く着色してある。水槽の背面から照明し、取水開始後の層状態や流れを水槽の一面よりカメラで数秒ごとに記録した。

その結果、予想どおり層分離現象が認められ、下層（もしくは上層）のみからの取水や中層取水が可能であることが認められた。写真（図-4）は上から順に下層取水、中層取水が始まる限界状態中層取水の状態を示している。

実験結果の一欄表を表-3に示す。このうち下層取水のデータが2つあるが、この状態を底面を鏡面としてミラー・イメージを考えれば、分離層厚・取水量を2倍とした中層取水の場合に帰着する。それゆえ、すべてのデータを中層取水に対するものとして整理し、図示したのが図-5である。この実験では取水スリット幅は 5 mm で取水水深 10~20 cm にくらべて十分小さく、その影響は無視しうる。一方、取水円筒の半径と取水水深との比 $\xi_0 (=r_0/d)$ は、ほぼ 0.2~0.35 の間にまとまっており、直接的な影響はない。

図-5 は、取水層厚 d_s と取水パラメーター $G = \frac{Q}{2\pi\sqrt{g\beta}}$ との間に

$$d_s^3 \propto Q/\sqrt{g\beta} \dots\dots\dots(46)$$

または、

$$\frac{Q}{2\pi\sqrt{g\beta}d_s^3} = G_{cr}^{(2)} = 0.04 \dots\dots\dots(47)$$

の関係が成り立つことを示している。式 (46), (47) の

表-3 実験結果の一欄表

実験番号	分離層厚 d_s (cm)	取水流量 Q (cm ³ /sec)	全水深 d (cm)	密度差 $\Delta\rho$ (gr/cm ³)	密度勾配 β	$Q/\sqrt{g\beta}$	取水塔半径/水深 r_0/d
A*	5.8	9.30×10^2	13.2	0.03	2.27×10^{-3}	312.8*	0.229
C	4.9	0.437	12.0	0.04	3.33	24.2	0.250
D	6.6	2.472	8.5	0.03	3.53	93.8	0.354
E	10.0	2.107	13.2	0.03	2.27	141.3	0.229
F	4.1	0.515	12.8	0.05	3.91	26.3	0.234
G	7.7	1.938	13.0	0.03	2.31	128.8	0.230
H*	5.0	2.153	12.5	0.03	2.40	283.5*	0.240

* A, H のみ下層取水, 他は中層取水

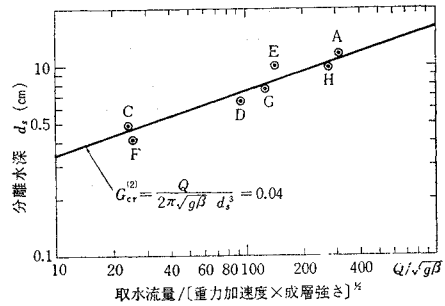


図-5 d_s と $Q/\sqrt{g\beta}$ との関係

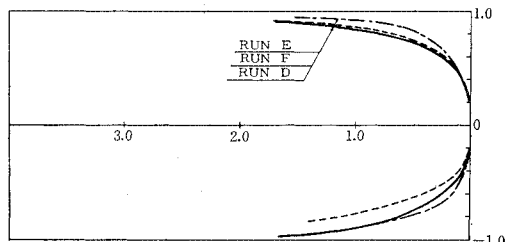


図-6 (a)

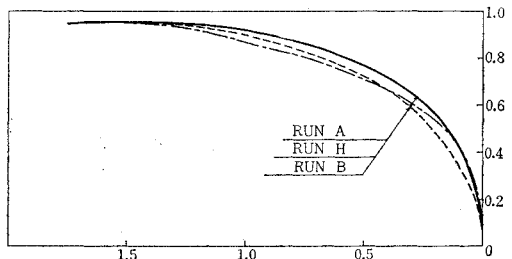


図-6 (b)

関係はすでに理論的に求められた関係にほかならない。すなわち、理論と実験とは中層取水 ($a/d=1/2$ の場合) については、関数型はもちろん定数 (限界取水定数) についても完全に一致した。

図-6 は、実験的に求められた分離流線である。(a)

は下層取水，(b) は中層取水の場合であり，(a) の曲線は (b) の上半分の曲線と一致し，(b) の曲線の上下対称である。おのおののランの分離曲線は，ほぼ1本の曲線にまとまる。

5. 結 論

一様密度成層状態にある流体中の取水問題の理論と実験を行ない，つぎの結果を得た。

(1) 円筒型取水塔のスリットへの軸対称成層流れを，摂動法により解析し，第3次摂動解までを求めた。

(2) 上の理論式より，円筒型取水塔の大きさ，スリットへの吸込み流速分布の影響を明らかにした。すなわち，スリットの吸込み流速分布の影響は，吸込み口付近の局所的なものとしてあらわれる。

(3) 理論的に予測された層分離現象と下層あるいは上層取水および中層取水が実際に可能であることが，実験的に確かめられ，かつ，その限界条件の理論も実験と一致する。

(4) これらの理論と実験の結果は，冷却水あるいは逆に温水の選択取水構造物の合理的な設計に利用し得る。

謝 辞：本研究を完成するにあたって，多くの有益

な討論と教示を与えられ，また実験に協力された東京工業大学土木工学科水工学研究室の方々，とくに吉川教授・椎貝助教授・古沢技術員・学生の水村和正君に感謝したい。また，研究上の便宜をはかって下さった八幡製鉄(株) 新形新一郎氏，東京久栄(株) 堀順三氏にも謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 日野幹雄・大西外明：Point sink への密度成層流の解析，東京工業大学土木工学科 研究報告，No. 5, 1-18 (1968)。
- 2) 日野幹雄・大西外明：密度成層流におよぼす point sink の高さの効果，土木学会論文報告集，No. 163, 39-48 (1969)。
- 3) 大西外明・日野幹雄：深層取水の流れへの考察(2)，第15回海岸工学講演会講演集(1968)。
- 4) Yih, C.S.: Dynamics of Non-Homogeneous Fluid, MacMillan Comp. (1965)。
- 5) Kao, T.W.: A free-stream line solution for stratified flow into a line sink, J. Fluid Mech., Vol. 21, part 3, (1965)。
- 6) Koh, R.C.: Viscous stratified flow towards a sink, J. Fluid Mech, Vol. 24, part 3 (1966)。
- 7) Watson, G.N.: A Treatise on the Theory of Bessel Functions, Cambridge Univ. Press (1922)。
- 8) Debler, W.R.: Stratified flow into a line sink, Proc. ASCE, Jul. (1959)。
- 9) 日野幹雄・古沢恵：成層密度流に関する実験，第16回海岸工学講演会講演集，Dec. (1969)。

(1969.12.3・受付)