

【討 議】

梶 田 建 夫
秋 本 昌 胤
川 本 眺 万 共著

“円柱状ぜい性材料供試体の一軸圧縮試験における加圧面拘束
が変形状態および圧縮強度におよぼす影響について”への討議

(土木学会論文報告集第 166 号, 1969 年 6 月所載)

討議者: 小林 昭一 (京都大学工学部)

中川 浩二 (京都大学大学院)

本論文では, 有限要素法を用いて一軸圧縮荷重を受ける円柱供試体の線型および非線型解析を行ない, モルタルの一軸圧縮試験結果と対比しておられますが, 筆者ら材料の破壊に関心を持つ者にとって, この種の研究は非常に興味あるところです。

さて, 本論文の計算に用いられた仮定および計算結果にいくつかの疑問点があると考えますのでご回答をお願いいたします。

(1) 半径方向節点力と軸方向節点力との比が一定値(摩擦係数に相当する) f 以上である節点については, この節点の半径方向変位を自由とし, 摩擦による抵抗力を節点に作用させ, この摩擦抵抗力 F_f を

$$F_{f,i} = A_i \cdot k \cdot u_{r,i}$$

で与えておられます。この仮定は, 各節点と圧盤との間にせん断のみ抵抗する線型ばねを導入したものと考えられますが, 実際の境界条件とは少なくともつぎの諸点で異なっていると考えられます。

(a) 摩擦抵抗力が変位に比例するということは, 静摩擦に関する一般的な考え方に反します。たとえば, 完全固定の場合, $u_{r,i} = 0$ であるためつねに $F_{f,i} = 0$ となってしまいます。

(b) 摩擦抵抗力が圧縮直応力に無関係になります。

(c) 摩擦抵抗係数は摩擦係数となんらかの関連をもつ係数であると思いますが, 物理的意味が明らかではありません。

たとえば 図-5 の結果で全面固定に対する σ_z, τ_{rz} の曲線と 図-3 の境界条件 (1) に対する曲線とは一致すべきであると思いますが, それぞれの曲線形にかなり差があります。これは仮定のとり方に問題があるのではないのでしょうか。また, 図-5 において τ_{rz} は $r=0$ で 0 とはなっておりませんが, 誤差と考えてよいのでしょうか (図-2), 3, 4, 5 にはポアソン比の表示がありませんので

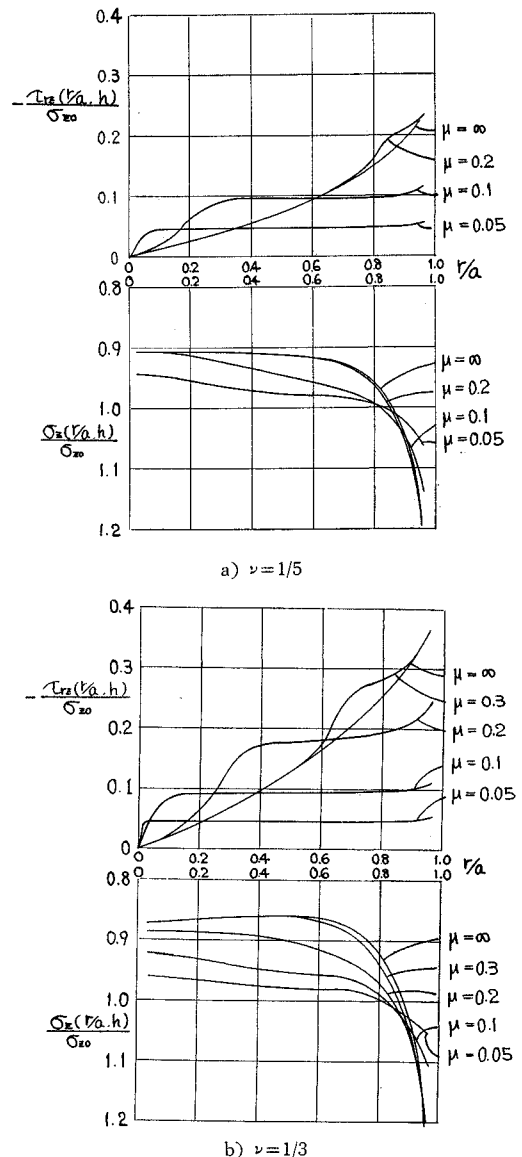


図-A 加圧面 ($z=h$) における直応力 $\sigma_z(r/a, h)$, せん断力 $\tau_{rz}(r/a, h)$ の平均直応力 σ_{zo} に対する比

他と同じく $\nu=0.2$ と解釈しました。応力分布, 変形はポアソン比の影響を大きく受けます¹⁾ので, もし $\nu=0.2$ でない場合はご指摘願います。

モルタルと鋼の間の摩擦係数は直応力がモルタルの破壊応力近くになるまでほとんど変わらない²⁾ので, 摩擦係数を直応力に無関係に一定値 μ とすることができま。ある境界面での摩擦抵抗力を f , せん断力を τ , 圧縮直応力を p とすると

$$|f| = \mu \cdot |p| \quad \text{for } |\tau| \geq \mu \cdot |p|$$

$$|f| = |\tau| \quad \text{for } |\tau| < \mu \cdot |p|$$

であり, 半径方向節点力 Q と軸方向節点力 P で表わすと滑動部では

$$|Q| = \mu \cdot |P|$$

となります。

この関係を用いて有限要素法により計算した結果の一例を図-A に示します。図-5 と比較していただければ幸いです。

(2) 図-3 の境界条件 (3) に対する加圧面での σ_z の分布は境界条件 $\sigma_z = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ と一致しません。また, τ_{rz} は $r=0$ で $\tau_{rz}=0$ とはなりません, これらは誤差あるいは図の誤りででしょうか。

(3) ここで問題にされていますような進行性破壊現象の解析には, 本文中に強調しておられますように降伏条件の仮定はいうまでもなく重要であります。しかし, それと同時に, 降伏に至った要素が降伏後どのような応力-ひずみ関係を持つか, に関する仮定もまた重要であると考えます。

すなわち, モルタルといういわゆる脆性材料の降伏(破壊)後の応力-ひずみ関係としては, 要素を完全塑性体, あるいはそれに近いとしたむしろ延性材料に適した仮定³⁾ではなく, Griffith 理論に関連させて降伏(破壊)後の要素は内部にクラックが入ったため異方性化したとする仮定⁴⁾や, あるいは拘束圧の小さい範囲でコンクリート, 岩石などの破壊後の荷重-変形曲線^{5), 6)}をもとにした応力-ひずみ関係から仮定を与えた方が, モルタル供試体の実験との比較には妥当ではないでしょうか。

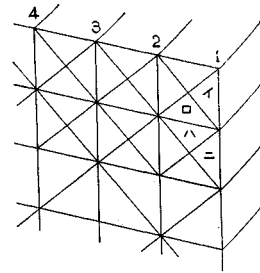


図-B 本文中 図-1 の一部

(4) 筆者らの計算例⁷⁾によると, 加圧面の半径方向変位を拘束して一軸圧縮すると常に加圧面上最外部の節点の直下の要素(要素分割が同一ではありませんが, 本文中の 図-1 の一部を描くと要素イに対応する)が最も危険となります。それゆえ漸増法で計算すると要素の降伏(破壊)はイ, ロあるいはイ, ニと伝播することが予想されます。この部分にクラックが発達することは実験的にもある程度認められており⁸⁾, このクラックが円柱供試体の破壊に何らかの影響を持つと考えます。有限要素法による解析では, 要素の分割方法および降伏条件を適用する場合の要素のまとめ方が結果に大きな影響を持ちますが, その点に関する検討はいかがでしょうか。

参 献 文 献

- 1) 丹羽義次・小林昭一・中川浩二: 圧縮供試体内の応力分布に与える摩擦係数およびポアソン比の影響, 昭和44年土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集, 昭和44年5月, 材料, 投稿中
- 2) 丹羽義次・小林昭一・平島健一: 三軸圧縮応力状態におけるモルタルの破壊条件, 材料16巻, 161号, 昭和42年2月, pp. 108~114.
- 3) 山田嘉昭: 弾塑性問題とマトリックス法, 東大生産研究, 20巻, 5号, 昭和43年5月, pp. 199~205.
- 4) Y.R. Rashid: Ultimate Strength Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels, Nuckar Eng. and Design, Vol. 7 (1968), pp. 334~344.
- 5) P.R. Barnard: Reserches into the complete stress-strain curve for concrete, Mag. of Concrete Reserch, Vol. 16, No. 49, Dec. 1964, pp. 203~210.
- 6) W.R. Wawersik: Detailed Analysis of Rock Failure in Laboratory Compression Tests, Ph. D. Thesis, Univ. of Minnesota, July, 1968.
- 7) Y. Niwa, S. Kobayashi, K. Nakagawa: The Influence of End Frictions on Stresses in Comperssed Specimens, Memo. Fac. of Eng. Kyoto Univ., Vol. XXXI, Part 1, Jan. 1969, pp. 1~11, および 1)

【回 答】

回答者：梶 田 建 夫（名古屋大学工学部）

秋 本 昌 胤（名古屋大学工学部）

川 本 眺 万（名古屋大学工学部）

著者らの論文について、小林・中川両氏がこれまでの研究の立場から検討されましたことにお礼申し上げます。さて、ご質問の項目にしたがってお答えします。

(1) 二つの物体の接触部の挙動を有限要素解析法に導入するために、種々のモデル化が考えられ、条件に適合するように繰り返し計算が行なわれていることは、すでにごぞんじのとおりであります。本文で示した摩擦抵抗

$$F_f = A_i k u_{r_i}$$

の仮定は、合成桁の鋼桁とコンクリート スラブとの結合や鉄筋コンクリートのボンドなどの表現に用いられている考えを、一軸圧縮荷重を受ける円柱供試体の加圧面の拘束に対して用いるために行なわれたものであります。したがって、ご指摘のように、いわゆる静摩擦に関する一般的な考え方で摩擦抵抗ではなく、加圧板と供試体表面とが弾性的な（合成桁のジベルのような）結合による拘束を与えるような結果になっています。この点に関しましては、討議文中で説明されているような条件のもとでの繰り返し計算の方が実際的であると思えます。

つぎに、完全固定の場合、 $u_{r_i} = 0$ であるために、つねに $F_{r_i} = 0$ となるとのご指摘ですが、本文中にも述べていますように、その場合には $k = \infty$ となり、また、計算上、半径方向変位を自由にして F_{r_i} を作用させるということの意味がなくなりますから、ご指摘のように考えられないと思います。また、摩擦抵抗が圧縮直応力に無関係になるとのご意見ですが、もし著者らの考えでおります拘束の状態を認めるとしますと、 u_{r_i} の大きさ自身、圧縮直応力によって変化しますから、無関係になり得ません。討議者の用いられた解析法によれば、加圧面の滑動部では $\tau_{rz} = \mu \sigma_z$ であり、しかも加圧面の圧縮直応力はほぼ一様になりますから、滑動部での τ_{rz} の分布はほぼ一様になりますが、著者らの結果では u_r に比例する拘束力を与えていますから、 τ_{rz} は三角形に近い分布をするようになっています。

図-5 における全面固定に対する σ_z , τ_{rz} の曲線と、図-3 の境界条件 (1) に対する曲線とは、供試体の大きさおよび荷重強度が異なりますので、当然、一致しません。前者 (図-5) は $10 \text{ cm}\phi \times 20 \text{ cm}$ の供試体で、加圧面の軸方向変位 $u_z^N = 0.02 \text{ cm}$ を与えた場合のもので、後者 (図-3) は $15 \text{ cm}\phi \times 30 \text{ cm}$ の供試体に、加圧

面の平均圧縮荷重強度が $p = 1 \text{ kg/cm}^2$ になるように軸方向変位を与えた場合のもので、そして、これらの値はいずれも加圧面の水平方向変位を固定した場合のもので、摩擦抵抗力の仮定のとり方とは関係ありません。また、図-5 の τ_{rz} の値が $r = 0$ で 0 になっておりませんが、この τ_{rz} の分布は加圧面に接する各要素の値をプロットしておりますので、完全には 0 になりません。すなわち、計算誤差と考えていただいても結構です。

なお、図-2~4 の結果は、いづれも $\nu = 0.2$ の場合であります。

(2) 図-5 に対してさきに述べましたように、図-3 においても、要素の応力値をプロットしておりますので、 $r = 0$ で τ_{rz} が完全には 0 にならず、また、 σ_z も完全に 1 kg/cm^2 にはなっていません。加圧面に接した各節点において、それ集まる各要素の応力値の平均をとるとか、LST 要素を用いることなどを考えれば、さらに 1 kg/cm^2 に近い値になると思います。荷重点近傍では要素分割や分布荷重の節点力の置換が結果に影響してくることは当然で、とくに、周縁の節点では、中間節点の荷重より受けもたせる荷重が小さいので、その影響は大きいのではないかと思います。

(3) 進行性破壊現象の解析については、本文に示されているものよりもさらに詳細な解析結果を、研究ノートとして投稿中の“円柱ぜい性材料供試体の一軸圧縮強度に対する有限要素解析について”と題する論文（注：土木学会論文報告集第 177 号、1970 年 5 月掲載）に示しております。そこでは、モルタルの三軸圧縮試験によって求められた破壊包絡線を用い、応力-ひずみ関係として、やはり三軸試験時の関係曲線を近似するような、本文中の図-8 および図-11 の関係を用いて、荷重漸増法と反復法による結果を比較しています。その結果、同じ降伏（破壊）条件を用いると、漸増法でも、反復法でもほとんど同じ破壊過程および一軸圧縮強度を与え、強度は本文中で示した実験値とほぼ一致します。しかし、全体破壊（降伏した要素が断面を横断したとき）の軸方向変形量は、実験で求められた値とかなり異なります。これは、ご指摘のように、仮定した応力-ひずみ関係、とくに降伏後の応力-ひずみ関係に大きく依存しているように思います。

図-8 および図-11 の降伏後の応力-ひずみ関係がかなり延性的に表現されていますが、研究ノートに示していますように、拘束圧の小さい範囲では、ある程度のひずみ量で破壊してしまいます。降伏した要素は実際にはクラックの入った不連続性のもと考えられ、これらの要素のその後の変形挙動を表現するのに、異方性体と仮

定しての解析が考えられますが、著者らは、むしろ、不連続性をよりよく表現できるものとして、no-tension法の適用を考えております。討議者が述べられている P. R. Barhard の応力-ひずみ関係は、円柱供試体のある範囲のゲージレングス間の平均的な変形量と荷重との関係から求められたものであり、したがって、モルタルの破壊後の変形挙動を正しく表現しているとは思われませんので、その関係をそのまま、解析に用いることには疑問を感じます。

(4) さきに述べた研究ノートに降伏域の伝播状態が示されていますが、ご指摘のように、加圧面上最外部の節点の直下の要素から降伏(破壊)をおこしますが、この解析が連続体の解析である以上、実験で見られるよう

なこの部分からのクラックの発達は、当然、解析からは求められません。しかし、求められている破壊過程および要素のひずみ量から、この部分のクラックの発達は予想されますが、クラックの発生ならびに伝播などを求めるためには、今後、不連続性の発生を合理的に表現するモデルを考えた解析を進めなければならないと思います。

CST (constant strain triangular) 要素を用いた解析では、要素の分割方法や降伏条件を適用するときの要素応力のまとめ方などが結果に影響をおよぼすことは、いままでたびたび経験してきております。それで、現在、LST (linear strain triangular) 要素を用いて弾塑性解析を進めています。それらの結果が出てきましたら、またご討議いただければ幸いです。