

砂の動態時強度について*

SHEAR STRENGTH OF SAND UNDER VIBRATING LOAD

柴田 徹**・行友 浩***

By Toru Shibata and Hiroshi Yukitomo

1. ま え が き

土の力学的性質は、力を静的に加えた場合と動的に加えた場合とは一般に異なる。急速な荷重を加えたときは、緩速な荷重にくらべて材料の弾性係数は増し、破壊強度も増大することが多い。また、振動数の大きい振動応力を加えた場合にも、小さい振動数の場合にくらべて弾性係数は大きくなることが多い。

このような動的荷重を受ける二、三の例をあげると、80 km/hr の速度で走っている自動車により、路床、路盤の土は約 0.01 sec の時間内で荷重を受けることが判明している。また周期 0.1~1 sec の地震力が加わってきたとすると、荷重が 0 から最大になるまでの時間は 0.025~0.25 sec くらいであるから、この程度の急速荷重を受けたときの材料の性質を用いて、耐震設計を行なうのが合理的であるといわれている¹⁾。

ところで土の動的性質を調べるためには、応力やひずみをきわめて急速に与えるか、または振動的に与える試験法がとられ、これを動的試験 (Dynamic test) という。この動的試験はさらに急速試験 (Transient test) と振動試験 (Vibratory test) に大別される²⁾。振動試験は土に対する振動の効果を試験するもので、これには供試体は静止していて、応力を振動的に加える試験 (Vibratory loading test) と、供試体そのものに振動を与えて、これに単調なひずみを与える試験 (Loading test during vibration) とがある。そして対象とする動的問題の種類に応じて試験法も選択されるが、たとえば地震時における挙動を問題にするときには、振動中の材料に振動的な力を加えねばならないので、これら両試験を適

当に組み合わせたものを採用する必要があるといわれている。

この報文では、飽和砂と乾燥砂に対して両試験を組み合わせた試験による結果を述べているが、このように複雑な試験法を採用したゆえには、動態時の砂の強度が静態時の値に比較して低下するというほとんど定説化した現象に対して、見掛けの強度は減少しても真の強度は不変であるという主張もなされているので³⁾、まずそれらを確認すると同時に、動的強度に与える各種因子の影響を明らかにしようとするのである。

2. 実験方法

(1) 振動三軸試験の応力状態

従来、多くの振動三軸試験^{4)~6)}は供試体に対して軸方向応力のみ、あるいは側圧のみを振動的に加えながらせん断するので、供試体中の潜在すべり面に作用する合成振動応力の方向はそのすべり面と一致せず、動的強度の決定が非常にあいまいとなる欠点をまぬがれなかった。すなわち、図-1 はそのような試験で得られる応力-ひずみ関係を模式的に描いたものであって、静的試験の応力-ひずみ関係は 1 本の曲線で示されるのに対して、動的試験の結果は図のように帯状となり、動的強度はある幅をもった値で示さざるをえない。

図-2 は各種の三軸試験を行なった場合の砂地盤中の微小要素に作用する応力状態を示

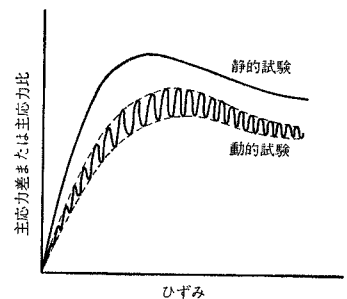


図-1 静的・動的試験による
応力-ひずみ関係

* 第10回地震工学研究発表会(昭.44.7)、第24回土木学会
学術講演会(昭.44.9)に概要を発表した。

** 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

*** 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

している。図-2 (I) は応力状態を主応力 σ_1, σ_3 および振動応力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_d, \sigma_{3d}$ によって表わしたもので、振動応力の与え方によって、(A) $(\sigma_1 - \sigma_3)_d = 0, \sigma_{3d} = 0$, (B) $(\sigma_1 - \sigma_3)_d = 0, \sigma_{3d} \neq 0$, (C) $(\sigma_1 - \sigma_3)_d \neq 0, \sigma_{3d} = 0$, (D) $(\sigma_1 - \sigma_3)_d \neq 0, \sigma_{3d} \neq 0$ の4つのタイプが考えられる。ただし、 $(\sigma_1 - \sigma_3)_d, \sigma_{3d}$ はそれぞれ軸方向圧力あるいは主応力差振幅および側圧振幅である。(A) は静的な三軸圧縮試験、(B) および (C) は従来の振動三軸試験、(D) は本文で用いられる振動三軸試験の応力状態である。また図-2 (II) はそれぞれの場合に対応するせん断面上の力のベクトル表示であって、破線の矢印は一定の主応力 σ_1, σ_3 によって生じるせん断面上の垂直応力 σ_N 、せん断応力 τ およびその合成応力 R_s の方向と大きさを示す。さらに太い実線の矢印は振動圧力振幅 $(\sigma_1 - \sigma_3)_d, \sigma_{3d}$ によってせん断面上に作用する振動垂直応力 σ_{Nd} 、振動せん断応力 τ_d およびその合成振動応力 R_d の方向と大きさを示している。また θ は合成応力の垂直応力となす傾きである。図-2 (B), (C) においては R_d の作用方向が R_s の方向と一致していないが、今回採用した図-2 (D) ではこれらが一致していることが特徴である。

さらにモール応力円によって以上の4つのタイプの応力状態を示せば、図-2 (III) となる。太い実線の矢印は合成振動応力の方向と大きさを示し、 θ なる角度は土のモビライズされた内部摩擦角 φ_{mo}' と $\tan \theta = \sin \varphi_{mo}'$ によって関係づけられる値である。前述したように

(B) は側圧のみを振動させながら軸方向圧力を静的に増加して破壊に至らしめる場合で、合成振動応力の方向は $\sigma_{N'}$ 軸に常に平行である。(C) は一定の静的な側圧のもとで軸方向圧力を振動させながら破壊に至らしめる場合で、合成振動応力の方向は $\sigma_{N'}$ 軸に対して常に 45° の傾きをなしている。(B), (C) いずれの場合もせん断中の合成振動応力の方向はモビライズされる内部摩擦角 φ_{mo}' と一致しないために、破壊包絡線を一義的に定めることが困難である。(D) は軸方向圧力と側圧を同時に周期的に変化させながら三軸試験を行なうもので、両方の振動圧力を制御することによって振動中の合成振動応力の傾きをモビライズされる内部摩擦角 φ_{mo}' に一致せしめ、したがって単一の破壊包絡線を容易に見出すことができるのである。

(2) 加圧の操作法

本研究では図-2 (D) の応力状態における砂の振動実験を行なったが、そのためにはせん断中の主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ と側圧 σ_3 および主応力差振幅 $(\sigma_1 - \sigma_3)_d$ と側圧振幅 σ_{3d} の間につきのような関係を満足すればよい¹⁰⁾。

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{\sigma_3} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_d}{\sigma_{3d}}$$

また実験操作を簡単にするために一定の側圧 ($\sigma_3 = \text{const.}$) および一定の側圧振幅 ($\sigma_{3d} = \text{const.}$) のもとで、定変位式によって軸方向圧力を増加し、同時に上式の関

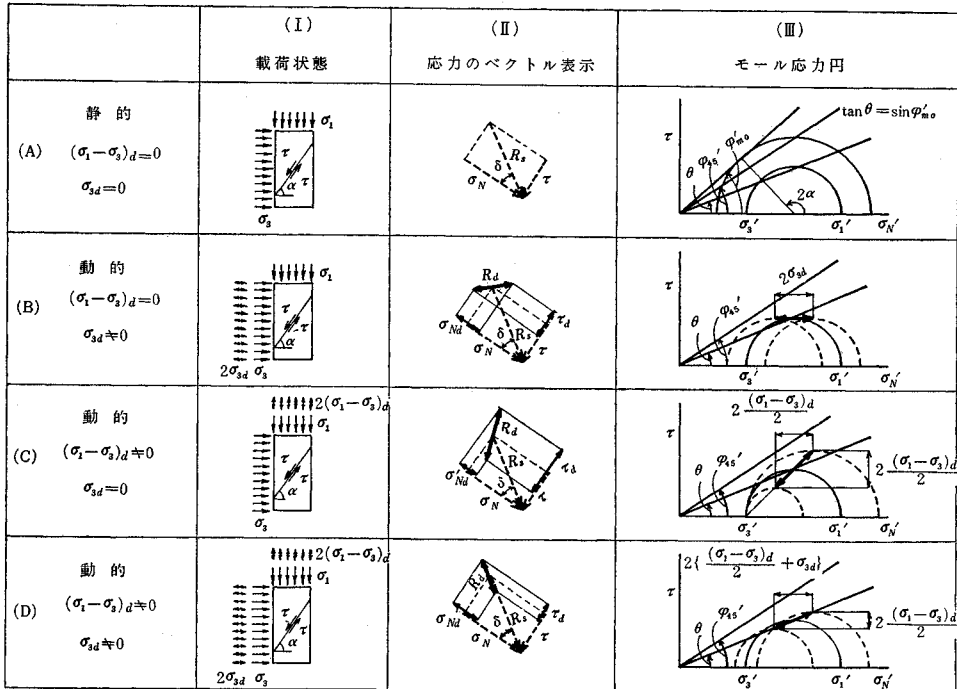


図-2 三軸試験における各種の応力状態

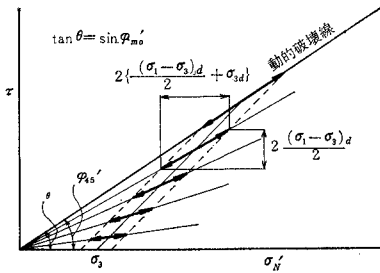


図-3 合成振動応力の推移

係を保つように $(\sigma_1 - \sigma_3)d$ を制御する。

図-3 は本実験におけるせん断過程中の合成振動応力の状態を 45° 面上で示したものである。図中、太い実線の矢印が刻々と変わる合成振動応力の方向と大きさを示しており、その方向は、せん断過程を通じて常に原点を通りながら、徐々に破壊線に接近する。その結果、応力-ひずみ曲線を主応力比 (σ'_1/σ'_3) で整理すれば、振動時といえども単一の曲線が描かれる。また排水状態でのせん断試験を行なっているので $(\sigma'_1/\sigma'_3)_{\max}$ と $(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{\max}$ による破壊規準は一致し、動的強度を調べるうえでは好都合となる。

3. 実験装置と試料

(1) 実験装置

新しく試作した振動三軸試験機は、広く用いられている静的な三軸圧縮試験機の機構を一部改良し、それに振動圧力発生装置を取り付けたものである。

装置の概略を図-4 に示す。すなわち普通の静的な三軸圧縮試験機のプルーピングリングの位置にロードセルとベローズを挿入し、ベローズ内の静的な圧力とセル内圧力とに振動圧力発生装置からの振動水圧を加える。振動圧力発生装置はカム円柱とベローズからなり、カムの機械的な上下運動をそれに接するベローズを介して水圧に変換し、静的な軸方向圧力と側圧に対してそれぞれ独立な振動圧力を同時に加えることができる。また、円

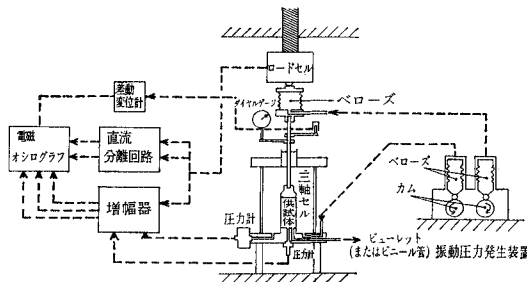


図-4 振動三軸試験機の概略

柱軸に対して傾斜した偏心軸をもつカム円柱を用いているので、振動圧力振幅の連続的な増減が可能で、振動数も無段変速機を用いてかなりの範囲にわたって連続的に増減できる。振動圧力波形は正弦波に近いトロコイド波で、両振動圧力の位相差はカム軸に固定された歯車のかみ合せによって変えることができる。

試験はロードセル部分を降下することによる定変位式の振動三軸試験で、軸方向圧力および軸方向圧力振幅はロードセル、動ひずみ計を介して電磁オシログラフに記録する。また、直流分離回路を用いて振動圧力振幅と平均の軸方向圧力とを分離したものを電磁オシログラフに記録し、その記録を見ながら $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)d/\sigma_3 d$ なる関係を保つように軸方向圧力振幅を制御する。側圧および側圧振幅は圧力計、動ひずみ計を介して電磁オシログラフに記録する。供試体軸方向変位量の平均値はダイヤルゲージにより読みとるが、供試体上端の軸方向変位振幅は差動変位計を介して電磁オシログラフに記録する。また、刻々に進行する供試体の体積変化量の平均値は飽和砂の場合、ビューレット内の水量変化の目盛を読みとるが、乾燥砂の場合は、排水孔に接続した細い硬質透明ビニール管内の標滴着色水の移動量を読みとることによってその量を測定した。飽和砂および乾燥砂の間げき水圧振幅および間げき空気圧振幅はそれぞれ間げき水圧計および高感度圧力計を介し、電磁オシログラフに記録した。これは振動中に残留している間げき水圧および間げき空気圧の影響を確かめるためのものである。

(2) 試料

試料は飽和川砂、乾燥川砂および豊浦の乾燥標準砂を用い、これを突き固めて直径 35 mm、高さ 80 mm の円柱形三軸供試体とした。川砂と標準砂の比重はそれぞれ 2.66 および 2.64、最小間げき比と最大間げき比はそれぞれの砂に対して $e_{\min} = 0.51$, $e_{\max} = 0.80$ および $e_{\min} = 0.640$, $e_{\max} = 0.95$ である。試料の粒径加積曲線を図-5 に示す。

4. 実験結果と考察

動態時の砂の強度に影響する因子は数多くあるが、こ

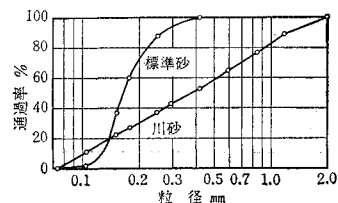


図-5 試料の粒径加積曲線

ここでは三軸試験の側圧振幅, 初期間げき比, 振動数, 振動加速度をとりあげることとする。

(1) 側圧振幅の影響

三軸側圧 $\sigma_3=1.0, 1.5, 2.0 \text{ kg/cm}^2$ と側圧振幅 $\sigma_{3d}=0, 0.1, 0.2, 0.3 \text{ kg/cm}^2$ のおのおのの組み合わせによる排水せん断試験を行なった。主として飽和した川砂を用い, 試験中の振動数は 5.0 cps とした。これらの試験より得られた応力-ひずみ, 体積変化-ひずみ曲線の例 ($\sigma_3=2.0 \text{ kg/cm}^2$) を 図-6 に示す。この場合, 応力軸には有効主応力比 (σ_1'/σ_3') をとっているのので, 前述したように, 振動時といえども滑らかな応力-ひずみ曲線が描かれ, 図中矢印で示したように最大主応力比 (σ_1'/σ_3')_{max} を求めることができる。そして側圧 σ_3 が同じものについてみると, 側圧振幅 σ_{3d} が大きくなるにしたがって (σ_1'/σ_3')_{max} 値は低下することがわかる。

このように各側圧に対して得られた応力-ひずみ曲線群から (σ_1'/σ_3')_{max} に対する主応力差を求め, 破壊時の ($\sigma_1'+\sigma_3'$)/2 に対してプロットすると 図-7 となる。この図より, 側圧振幅 σ_{3d} をパラメーターにとれば原点を通る直線群が得られること, および内部摩擦角 ϕ' に対

応するそれら直線の傾斜角は σ_{3d} の増加とともに減少することが明らかである。

以上のように側圧 σ_3 の大きさをそれぞれ 3 種類に変化せしめても, σ_{3d} をパラメーターにとれば内部摩擦角の値には顕著な影響を与えないことが認められたので, 乾燥川砂と標準砂については $\sigma_3=1.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合のみについて実験した。図-8 に, 比較的密に詰めた乾燥標準砂の試験結果を例示する。この図によれば $\sigma_{3d}=0, 0.3 \text{ kg/cm}^2$ では体積ひずみ $\Delta V/V$ はせん断初期のひずみ ϵ_1 が小さい部分でわずかに収縮 (マイナス符号) するが, それ以後は膨張 (プラス符号) に転じているので, 従来しばしば慣用されてきた見方によれば, 限界間げき比以下の密な状態でせん断したことになる。一方, $\sigma_{3d}=1.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合には (σ_1'/σ_3')_{max} と $\Delta V/V=0$ のひずみがほぼ一致しており, 0.7 程度が限界間げき比ということになる。しかし側圧一定の三軸排水せん断試験では, 平均有効主応力 σ_m' がせん断の進行とともに増加するので, 限界間げき比を議論する場合には, ダイレイタンスー効果を区別して解析する必要があり, この点に関しては別の機会に報告したい。

図-9 は ϕ' を σ_{3d} に対してプロットしたもので, いずれの砂も, またエネルギー補正の有無にかかわらず ϕ' は σ_{3d} とともに減少している。ただし表面エネルギー補正の方法は適用の簡単な Bishop 法を用いている。図-9 によれば振動時の内部摩擦角は, $\sigma_{3d}=1.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合では, 静態時の値よりも $6\sim 8$ 度の減少をみている。

この報文では, 動態時の強度低下を三軸側圧の振幅 σ_{3d} に対して整理しているが, 図-3 でも説明したように, 合成した振動応力の大きさはせん断の進行とともに増加している。したがって σ_{3d} は便宜上のパラメーターであることを断っておかねばならない。

(2) 間げき比の影響

砂の内部摩擦角がその間げき比の大小によって顕著な影響を受けることは多くの研究によって明らかになっている^{11)~13)}。また Liquefaction 等の砂の動的性質についてもそれらが密度によって支配されることが実証されている。ここでは乾燥標準砂について, 供試体の密度変化による動態時の強度推移を調べる。そのために振動三軸試験における初期間げき比を $0.64\sim 0.86$ の範囲で幾種類も選び, $\sigma_3=1.0 \text{ kg/cm}^2$ のもとで側圧振幅を $\sigma_{3d}=0, 0.3, 1.0$

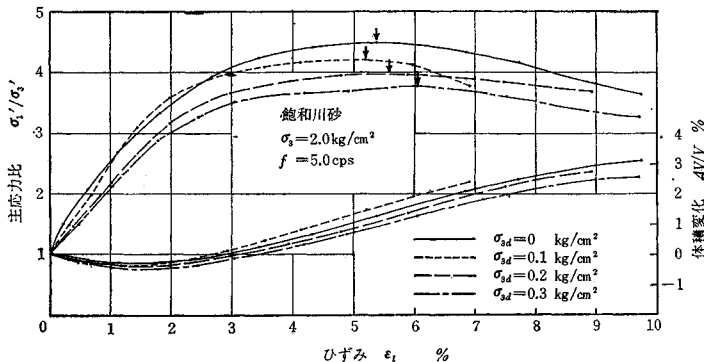


図-6 応力-ひずみ, 体積変化-ひずみ曲線の例

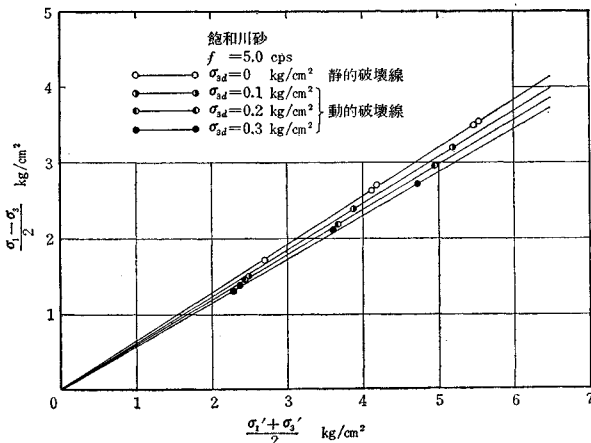


図-7 静的ならびに動的破壊線

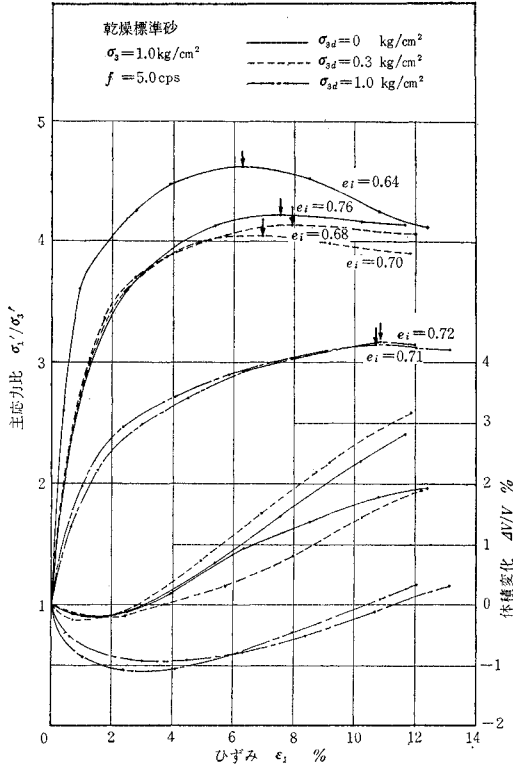


図-8 応力-ひずみ曲線の例

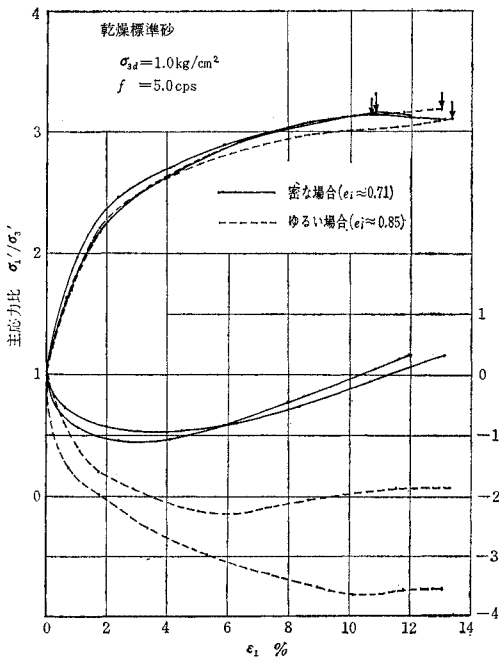


図-11 応力-ひずみ、体積変化-ひずみ曲線の例

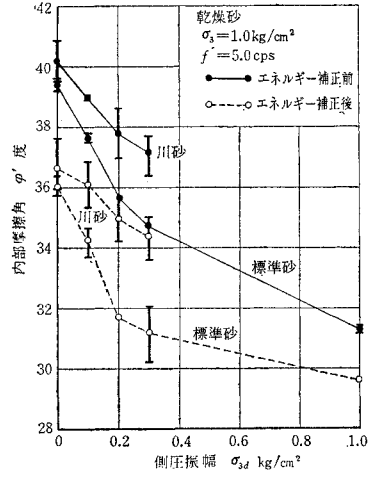


図-9 側圧振幅による内部摩擦角の変化

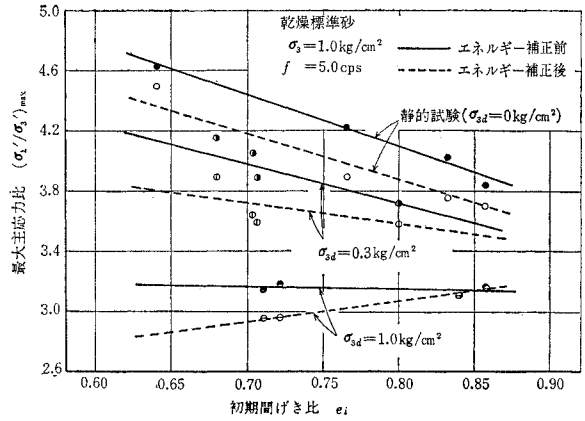


図-10 最大主応力比の初期間げき比による推移 (側圧振幅パラメーター)

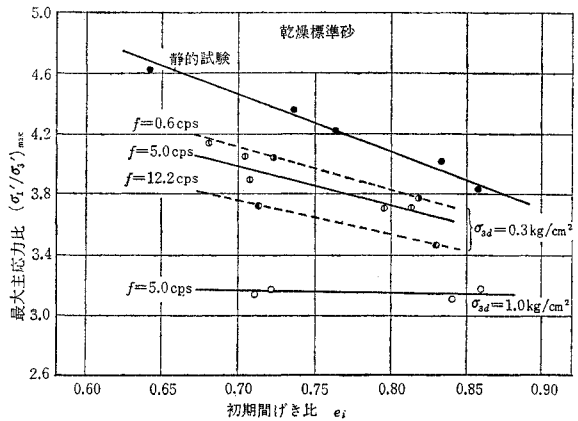


図-12 最大主応力比の初期間げき比による推移 (振動数パラメーター)

kg/cm² に変化せしめた。

図-10 はそれらの結果を $(\sigma_1'/\sigma_3')_{\max}$ と初期間げき比の関係にまとめたもので、やはり σ_{sd} をパラメータにとっている。また $(\sigma_1'/\sigma_3')_{\max}$ 値はエネルギー補正したものも併記してある。これによれば砂の締め程度が密になることによる強度の増加割合(直線の傾斜)は静態時ほど大きく、側圧振幅が大きくなると、初期間げき比による強度の相違はほとんど認められなくなる。その原因についてはいろいろ考えられるであろうが、初期間げき比によってせん断中の体積変化量が異なる現象が無視できないと思われる。すなわち 図-11 は初期間げき比 e_i がほぼ 0.71 と 0.85 の 2 種類について $\Delta V/V$ の推移を比較したものであって、 $e_i \approx 0.71$ の場合はひずみ ϵ_1 が 3% 付近から体積膨張を生じ、 $(\sigma_1'/\sigma_3')_{\max}$ 点で $\Delta V/V=0$ となっているのに対し、 $e_i \approx 0.85$ のゆるい場合は破壊点でもなお収縮を続けている。これはせん断初期に間げき比のひらきがあっても、破壊時にはその差が縮まっていく現象であり、他の振動諸元が同じであればせん断強度は非常に近い値を示すものと推察される。

以上は排水せん断に対するものであるが、仮りに載荷が急速なため間げき水の脱水が許されないならば $e_i \approx 0.8$ のようにゆるく、しかも振動外力が大きい場合には、せん断の進行とともに液状化を生じて、強度はさらに低下するものと想像される。

(3) 振動数、振動加速度の影響

砂の動態時強度を調べる場合に、振動数や振動加速度による影響を検討することも必要と思われる。ここでは乾燥標準砂を用いて振動数 $f=0.6, 5.0, 12.2$ cps の 3 種類、側圧振幅 $\sigma_{sd}=0.3, 1.0$ kg/cm² の 2 種類とし、初期間げき比を種々に変えた試験を行なった。

図-12 は 図-10 と同様に最大主応力比 $(\sigma_1'/\sigma_3')_{\max}$ を初期間げき比に対してプロットしたものであり、振動数をパラメータにとって示している。これによると同一の $\sigma_{sd}=0.3$ kg/cm² に注目した場合、強度におよぼす振動数の影響は無視できず、 f が大となるほど共振振動数以下の領域でも強度低下量は大きくなるのがわかる。さて Seed ら¹¹⁾によれば透水係数が大きい砂を排水しうる状態にしておいても、急速に載荷が行なわれると完全な排水状態とはならず、過剰間げき水圧が残留する可能性があることが指摘されている。今回の試験でも f が大きい場合に残留間げき水圧が存在するならば強度低下の原因となりうるので別途に残留間げき水圧の有無を調べてみたが、間げき水圧計の指示はほとんど 0 であった。

図-13 は振動せん断中に三軸供試体の上端における変位振幅を測定し、計算より求めた振動加速度 a をひずみ

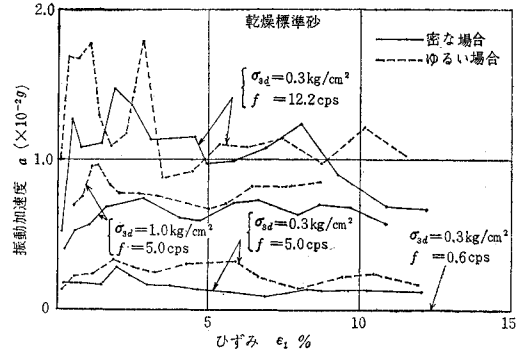


図-13 振動加速度のひずみによる推移

み ϵ_1 に対してプロットしたものである。供試体上端であるから加速度の最大値であるにもかかわらずオーダーとしては $10^{-2}g$ であり、あまり大きいとはいえない。そして σ_{sd}, f が同一の場合を注目すると、砂の締め具合による a の差も、またせん断の進行による差も顕著には認められないことがわかる。ただし、 $\sigma_{sd}=0.3$ kg/cm² の場合をみると加速度 a の値は振動数 f が増加するほど大となっており、図-12 でみた強度低下の傾向とは矛盾しないと考えられる。

5. む す び

新しいタイプの振動三軸圧縮試験機を用いて飽和砂、乾燥砂の排水(気)試験を行ない、振動時の砂の強度低下に関する実験結果を報告するとともに、若干の考察を加えた。

従来行なわれていたように、三軸試験の軸圧と側圧をそれぞれ単独に周期的に変化させる方法では、すべり面に作用する振動応力を考えたとき、 τ_d/σ_{Nd}' (ただし τ_d : すべり面上の動的せん断応力、 σ_{Nd}' : 動的垂直応力)の値がそのときの内部摩擦角 $\tan \phi'$ に等しくはならなかった。すなわち死荷重と活荷重の例で説明すると、せん断面に作用する死荷重による合力の方向と、活荷重による合力の方向とが異なっていたことになる。このような場合には、破壊点の決定がかなりあいまいにならざるをえない。この研究では、せん断中に側圧の振幅 σ_{sd} は一定に保ち、軸圧の振幅 $(\sigma_1 - \sigma_3)_d$ を調節することによって $\tau_d/\sigma_{Nd}' = \tan \phi'$ の条件を常に満足せしめた。ゆえに破壊を生じていないせん断過程では ϕ_{mo}' をモビライズされた内部摩擦角とすれば $\tau_d/\sigma_{Nd}' = \tan \phi_{mo}'$ が成立していることになる。試験結果の解析法としては、有効主応力比 (σ_1'/σ_3') とひずみの関係を調べ、 $(\sigma_1'/\sigma_3')_{\max}$ 値を動的強度とすればよい。またこの試験は排水(気)せん断試験であるから、 $(\sigma_1'/\sigma_3')_{\max}$ は主応力差の最大値の点に一致する。

動的強度に影響を与える因子は多く考えられるが、ここでは主として側圧振幅 σ_{3d} に注目してみた。その結果、つぎの結論が得られた。

(1) 砂の有効内部摩擦角 ϕ' は σ_{3d} の増加とともに減少し、この傾向は表面エネルギー補正をした値についても不変である。振動せん断中に測定した供試体上端での振動加速度は $10^{-2}g$ 程度で大きいとは思われないが、たとえば $\sigma_{3d}=1.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合には静態時の ϕ' 値よりも $6\sim 8$ 度の減少をみている。また振動数が ϕ' に与える影響も無視できないようである。

(2) 砂を密に締め固めることによる強度の増加効果は、振動外力が大となると静態時ほどには期待できなくなる。たとえば $\sigma_{3d}=1.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合には初期間げき比による強度の差はほとんど認められず、その主原因の一つとしては振動せん断中の体積変化量の相違が考えられた。

謝 辞 今回の実験に使用した振動三軸試験機は、昭和 36 年頃より京都大学・村山朔郎教授のグループによって改良が重ねられてきたものである。付記して筆者ら以外のグループ・メンバーに謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 土質工学会編：“土質工学ハンドブック”，技報堂，(1965)，p. 289.
- 2) 大崎順彦：“土の動的性質とその応用”，土質工学会，(1965)，p. 29.
- 3) 竹下周成・二馬健次郎：“振動時の乾燥砂の強さについて”，日本地震工学シンポジウム講演集，(1966)，p. 67.
- 4) Murayama, S., and T. Shibata: “On the Dynamic Properties of Clay”, Proc. 2nd World Conf. on Earthquake Eng., (1960), p. 297.
- 5) Folque, J.: “Dynamic Triaxial Tests of Compacted Unsaturated Soils”, Proc. 6th Int. Conf. S.M.F.E., (1965), p. 217.
- 6) Olson, R.E., and H. Kane: “Dynamic Shearing Properties of Compacted Clay at High Pressure”, Proc. 6th Int. Conf. S.M.F.E., (1965), p. 328.
- 7) Timmerman, D.H., and T.H. Wu: “Behavior of Dry Sands under Cyclic Loading”, Proc. A.S.C.E., July, SM 4, (1969), p. 1097.
- 8) 村山朔郎・八木則男・小沢良夫・石崎肇士：“土の振動三軸試験”，土質工学会第 10 回シンポジウム講演集，(1964)，p. 131.
- 9) 畑野 正・渡辺啓行：“粘土，砂，碎石の動的・静的粘弾性定数”，土木学会論文報告集，第 164 号，(1969)，p. 33.
- 10) 柴田 徹・行友 浩：“振動時における飽和砂の強度特性”，京都大学防災研究所年報，第 12 号 B，(1969)，p. 89.
- 11) Bjerrum, L., S. Kringstad, and O. Kummeneje: “The Shear Strength of a fine Sand”, Proc. 5th Int. Conf. S.M.F.E., 1, (1961), p. 29.
- 12) Bishop, A.W., and A.K.G. Eldin: “The Effect of Stress History on the Relation between ϕ and Porosity in Sand”, Proc. 3rd Int. Conf. S.M.F.E., 1, (1958), p. 1.
- 13) Cornforth, D.H.: “Some Experiments on the Influence of Strain Conditions on the Strength of Sand”, Géotechnique, Vol. 14, (1964), p. 143.
- 14) Seed, H.B., and R. Lundgren: “Investigation of the Effect of Transient Loading on the Strength and Deformation Characteristics of Saturated Sand”, Proc. A.S.T.M., 54, (1954), p. 1288.

(1969.10.7・受付)