

# 継手の剛性と組み方を考慮した シールドセグメントの解析

## ANALYSIS OF SHIELD SEGMENT CONSIDERING JOINT RIGIDITY AND ARRANGEMENT

結 城 皓 暁\*  
By Teruhiro Yuki

### 1. 緒 言

シールドトンネルを構成するセグメントリングはいくつかのセグメントで組み立てられるが、セグメントどうしの継手の剛性は一般にセグメント本体部に比べて小さい。このためセグメントリングの力学的挙動は継手のない剛性一様なリングのそれとかなり異なると考えられる。著者らは先に、この問題に関して、セグメントリングに作用する外力はセグメント自身の剛性や周囲の地山の性質には無関係に与えられるものと仮定し、解析を行なった<sup>1)</sup>。

さて、地中に構築されたセグメントリングは、周囲の地山とリングとの間の空げきが十分に「裏込め」されている場合、周囲の地山から主働土圧や水圧などの作用を受けるだけでなくリングの変形が拘束されると考えられる。ここでは、このような周囲の地山とリングの力学的相互作用を考慮し、セグメントの組み方および継手剛性の変化によって、リングの挙動がどのようになるかを数種のタイプのリングについて解析する。

リングと周囲の地山との相互作用を考慮して地中のリングの挙動を解析する場合、つぎの二つの方法がある。一つは、地山のリングに対する作用をリングの変形には無関係な主働土圧的な土圧およびリングの変形を拘束する拘束力すなわち地盤反力の二つに分け、これらによって代表させるものである。他の一つは、地山を粘・弾・塑性体とし、リングと地山を全体として二次元有限要素法によって解析する方法<sup>2)</sup>である。このうち後者では、地山のリングに対する作用についてくわしく調べることができるが、解析の基礎となる地山のミクロな物性を明らかにする必要があり、また複雑な構造を解析することが困難である。一方前者では、土圧、地盤反力をどのようにとるかという点で土質工学的な問題があるが、地山

の作用をマクロに扱うため千鳥組されたセグメントリングのような複雑な構造の挙動を解析するのに適している。

ここでは前者の方法によって解析することとし、主働土圧的な土圧は Terzaghi の方法、その他によって与えられるものとし、地盤反力はリングの変位量に比例するいわゆる Winkler 地盤を仮定する。従来、地山との相互作用を考慮してセグメントを設計する場合、基本的にはこの考え方に基づいた簡易計算が行なわれてきた。すなわち、地盤反力の分布はある形状に仮定し、その大きさをリング上のある特定な点における変位量に比例させて決定している。しかしここではセグメントリングをいわゆる弾性床上のリングとして取り扱うことにする。

弾性床上の円弧アーチの理論はすでに Hetenyi<sup>3)</sup> が示しているように微分方程式の一般解が与えられており、これによってリングを解析することができる。しかし実際には分布荷重は不連続であり、またセグメントどうしの継手剛性や隣接リングどうしの作用を考慮する場合には微分方程式の境界問題として扱うよりも、むしろ通常の骨組構造の電子計算機による解析法としてよく知られた変形法によればプログラミングが容易で、複雑な構造でも簡単なインプットで解析できるという利点がある。

本文では、まず弾性床上のリングの変形法による解法を導き、継手のない剛性一様なリングの挙動、継手の剛性を考慮した千鳥組リングの挙動および多径ジリングの挙動について電子計算機を用いて解析する。そして実験によって理論の妥当性を検証する。

### 2. 変形法による弾性床上的リングの解法

#### (1) 微分方程式と解

弾性床として Winkler 地盤を仮定し、地盤反力は

\* 正会員 石川島播磨重工(株)技術研究所

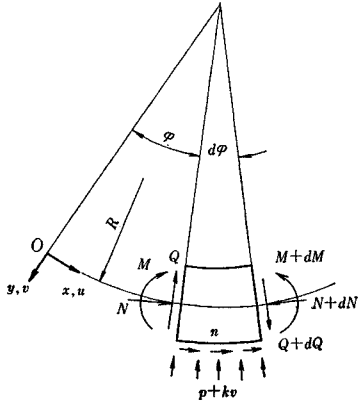


図-1

アーチの法線方向にのみ作用するものとする。弾性床上の円弧アーチが外力の作用によって変形したとき、図-1に示す微小部分のつりあいから次式が得られる。

$$p+kv - \frac{N}{R} = \frac{dQ}{dx} \quad \dots\dots\dots(1. a)$$

$$\frac{Q}{R} + n = \frac{dN}{dx} \quad \dots\dots\dots(1. b)$$

$$Q = \frac{dM}{dx} \quad \dots\dots\dots(1. c)$$

ここに、

- $k$  : 地盤反力係数
- $p$  : 法線方向外力
- $n$  : 接線方向外力
- $R$  : 曲率半径

である。つぎに、円弧アーチの力と変位の関係式より

$$M = -EI \left( \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{1}{R} \frac{du}{dx} \right) \quad \dots\dots\dots(2. a)$$

また、軸力による接線方向のひずみを無視し 0 とおく\*と

$$\epsilon_x = \frac{v}{R} + \frac{du}{dx} = 0 \quad \dots\dots\dots(2. b)$$

となる。ここで  $EI$  は曲げ剛性を表わしている。

式 (1) と (2) から弾性床上のアーチの基礎微分方程式が次式のように求められる。

$$u^{(6)} + 2u^{(4)} + \eta^2 u^{(2)} = \frac{R^4}{EI} (p^{(1)} - n) \quad \dots\dots\dots(3)**$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} u^{(i)} &= \frac{d^i u}{d\varphi^i} = R^i \frac{d^i v}{dx^i} \\ \eta &= \sqrt{\mu + 1} \\ \mu &= \frac{R^4 k}{EI} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

である。

\* 文献 3) では  $\epsilon_x$  を考慮している。

\*\* 通常、アーチの基礎式は  $v$  に関する 5 階の微分方程式を用いるが、ここでは式 (3) を用いる。

式 (3) の解は容易に求めることができ、特解を  $Rf$  として行列で表示すると

$$u = RFC + Rf \quad \dots\dots\dots(5. a)$$

となる。ここで

$$F^T = \begin{Bmatrix} 1 \\ \varphi \\ \cosh \alpha \varphi \cos \beta \varphi \\ \sinh \alpha \varphi \cos \beta \varphi \\ \cosh \alpha \varphi \sin \beta \varphi \\ \sinh \alpha \varphi \sin \beta \varphi \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\eta-1}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\eta+1}{2}} \quad \dots\dots\dots(7)$$

また、 $C$  は積分定数で

$$C^T = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ C_6] \quad \dots\dots\dots(8)$$

である。なお、添字  $T$  は転置行列を示している。

つぎに、式 (9) に示す行列を定義する。

$$A = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(9)$$

行列  $A$  を用いれば、たとえば、 $u^{(i)} = RFA^i C$  のように微分演算を行列の積で表わすことができる。

式 (5.a) を式 (1), (2) に代入すると、変位  $v, \theta$  および  $M, Q, N$  も積分定数  $C$  で表わすことができる。

式 (5.a) と式 (2.b) から

$$v = -u^{(1)} = -RFA^1 C - Rf^{(1)} \quad \dots\dots\dots(5. b)$$

それゆえ

$$\theta = \frac{1}{R} v^{(1)} = -FA^2 C - f^{(2)} \quad \dots\dots\dots(5. c)$$

式 (5.a) と式 (2) より

$$\begin{aligned} M &= \frac{EI}{R} (u^{(1)} - v^{(2)}) \\ &= \frac{EI}{R} F(A + A^3)C + \frac{EI}{R} (f^{(1)} + f^{(3)}) \dots(5. d) \end{aligned}$$

式 (5.d) と式 (1.c) より

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{R} \frac{dM}{d\varphi} \\ &= \frac{EI}{R^2} F(A^2 + A^4)C + \frac{EI}{R^2} (f^{(2)} + f^{(4)}) \dots(5. e) \end{aligned}$$

式 (5.e) を式 (1.c) に代入して

$$\begin{aligned} N &= -\frac{dQ}{d\varphi} + Rkv + Rp \\ &= -\frac{EI}{R^2} F(A^3 + A^5 + \mu A)C \\ &\quad - \frac{EI}{R^2} (f^{(3)} + f^{(5)} + \mu f^{(1)} - \frac{R^3 p}{EI}) \dots(5. f) \end{aligned}$$

となる。

弾性床のない普通の円弧アーチでは、 $k=0$ 、したがっ

て基礎微分方程式 (3) において  $\eta=1$  となる。この場合、式 (6) と式 (9) はそれぞれ

$$F^T = \begin{Bmatrix} 1 \\ \varphi \\ \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ \varphi \cos \varphi \\ \varphi \sin \varphi \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (6)'$$

$$A = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (9)'$$

となり、他の式は弾性床の場合と全く同様に扱うことができる。

一般に、シールド トンネルに作用する外力としては 図-2 に示すような形状が考えられるが、このときの特解を求める。

法線方向の外力  $p$  および接線方向の外力  $n$  は

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{q_0} &= \frac{1+\nu_1}{2} + \frac{1-\nu_1}{2} \cos 2(\varphi_0 + \varphi) \\ &\quad + \frac{\nu_2}{4} \{ \cos 3(\varphi_0 + \varphi) - \cos(\varphi_0 + \varphi) \} \\ &\quad (0^\circ \leq \varphi_0 + \varphi \leq 90^\circ) \\ &= \frac{\nu_1}{2} - \frac{\nu_1}{2} \cos 2(\varphi_0 + \varphi) \\ &\quad + \frac{\nu_2}{4} \{ \cos 3(\varphi_0 + \varphi) - \cos(\varphi_0 + \varphi) \} \\ &\quad (90^\circ \leq \theta + \varphi \leq 180^\circ) \\ \frac{n}{q_0} &= \frac{1-\nu_1}{2} \sin 2(\varphi_0 + \varphi) \\ &\quad + \frac{\nu_2}{4} \{ \sin 3(\varphi_0 + \varphi) + \sin(\varphi_0 + \varphi) \} \\ &\quad (0^\circ \leq \varphi_0 + \varphi \leq 90^\circ) \\ &= -\frac{\nu_1}{2} \sin 2(\varphi_0 + \varphi) \\ &\quad + \frac{\nu_2}{4} \{ \sin 3(\varphi_0 + \varphi) + \sin(\varphi_0 + \varphi) \} \\ &\quad (90^\circ \leq \varphi_0 + \varphi \leq 180^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

で表わされる。ここで

$$\nu_1 = \frac{q_u + q_l}{2 q_0}, \quad \nu_2 = \frac{q_l - q_u}{2 q_0}$$

である。したがって式 (3) の右辺は

$$\left. \begin{aligned} \frac{p^{(1)} - n}{q_0} &= -\frac{3}{2} (1-\nu_1) \sin 2(\varphi_0 + \varphi) \\ &\quad - \nu_2 \sin 3(\varphi_0 + \varphi) \quad (0^\circ \leq \varphi_0 + \varphi \leq 90^\circ) \\ &= \frac{3}{2} \nu_1 \sin 2(\varphi_0 + \varphi) - \nu_2 \sin 3(\varphi_0 + \varphi) \\ &\quad (90^\circ \leq \varphi_0 + \varphi \leq 180^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

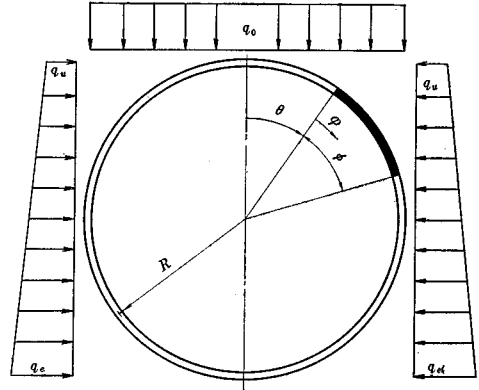


図-2

となる。そこで式 (3) の特解  $Rf$  を

$$f = a \sin 2(\varphi_0 + \varphi) + b \sin 3(\varphi_0 + \varphi) \dots\dots\dots (12)$$

とおき、式 (3) に代入して  $a, b$  を求めると

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{3(1-\nu_1)}{8(9+\mu)} \frac{R^3 q_0}{EI} \quad (0^\circ \leq \varphi_0 + \varphi \leq 90^\circ) \\ &= \frac{-3\nu_1}{8(9+\mu)} \frac{R^3 q_0}{EI} \quad (90^\circ \leq \varphi_0 + \varphi \leq 180^\circ) \\ b &= \frac{\nu_2}{9(64+\mu)} \frac{R^3 q_0}{EI} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となる。

(2) 剛性マトリックス

中心角  $\phi$ 、半径  $R$  の円弧アーチ部材を考え、部材端の変位と力の方向を 図-3 のように定義する。すなわち

$$\begin{aligned} u_1 &= u(0), & u_2 &= u(\phi) \\ v_1 &= -v(0), & v_2 &= -v(\phi) \\ \theta_1 &= -\theta(0), & \theta_2 &= -\theta(\phi) \\ N_1 &= N(0), & N_2 &= -N(\phi) \\ Q_1 &= Q(0), & Q_2 &= -Q(\phi) \\ M_1 &= M(0), & M_2 &= M(\phi) \end{aligned}$$

とすると、式 (5) を用いることによって部材端の変位と力はそれぞれ式 (14), (15) のようにまとめることがで

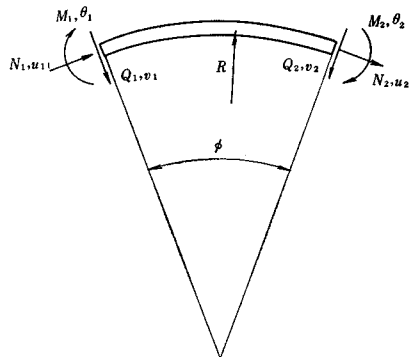


図-3

きる。

$$\begin{Bmatrix} u_1/R \\ v_1/R \\ \theta_1 \\ u_2/R \\ v_2/R \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}(0) \\ \mathbf{F}(0)A \\ \mathbf{F}(0)A^2 \\ \mathbf{F}(\phi) \\ \mathbf{F}(\phi)A \\ \mathbf{F}(\phi)A^2 \end{Bmatrix} \mathbf{C} + \begin{Bmatrix} f(0) \\ f^{(1)}(0) \\ f^{(2)}(0) \\ f(\phi) \\ f^{(1)}(\phi) \\ f^{(2)}(\phi) \end{Bmatrix} \dots\dots(14)$$

$$\begin{Bmatrix} N_1R^2/EI \\ Q_1R^2/EI \\ M_1R/EI \\ N_2R^2/EI \\ Q_2R^2/EI \\ M_2R/EI \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{F}(0)(A^2 + A^2 + \mu A) \\ \mathbf{F}(0)(A^2 + A^4) \\ -\mathbf{F}(0)(A + A^3) \\ \mathbf{F}(\phi)(A^2 + A^2 + \mu A) \\ -\mathbf{F}(\phi)(A^2 + A^4) \\ \mathbf{F}(\phi)(A + A^3) \end{Bmatrix} \mathbf{C} + \begin{Bmatrix} -f^{(3)}(0) - f^{(5)}(0) - \mu f^{(1)}(0) + p(0)R^3/EI \\ f^{(2)}(0) + f^{(4)}(0) \\ -f^{(1)}(0) - f^{(3)}(0) \\ f^{(3)}(\phi) + f^{(5)}(\phi) + \mu f^{(1)}(\phi) - p(\phi)R^3/EI \\ -f^{(2)}(\phi) - f^{(4)}(\phi) \\ f^{(1)}(\phi) + f^{(3)}(\phi) \end{Bmatrix} \dots\dots(15)$$

式 (14), (15) をそれぞれ

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}_P \mathbf{C} + \mathbf{S}_P$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{K}_U \mathbf{C} + \mathbf{S}_U$$

と表わし、これから  $\mathbf{C}$  を消去すると

$$\mathbf{P} - \mathbf{S}_P + \mathbf{K}\mathbf{S}_U = \mathbf{K}\mathbf{U} \dots\dots(16)$$

となる。ここで

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_P \mathbf{K}_U^{-1} \dots\dots(17)$$

である。式 (17) が剛性マトリックスで、式 (16) は部材端の力と変位の関係を示しており、これが変形法解析の基本式である。式 (16) の左辺第 2, 3 項は分布外力による等価節点力と考えることができる。

つぎに、図-4 に示すように、部材端に回転ばねがある場合の剛性マトリックスを求める。

$k_1, k_2$  : 部材端の回転ばねのばね定数

$\bar{\lambda}_{1(2)} = k_{1(2)}R/EI$  (継手剛比)

とし、回転ばねがある場合の部材端の回転角を  $\bar{\theta}_{1(2)}$  とすると、

$$\bar{\theta}_{1(2)} = \theta_{1(2)} + M_{1(2)}/k_{1(2)}$$

であるから、式 (14), (15) より

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta}_1 &= \mathbf{F}(0) \left\{ A^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}} (A + A^3) \right\} \mathbf{C} \\ &\quad + f^{(2)}(0) - \frac{1}{\bar{\lambda}} \{ f^{(1)}(0) + f^{(3)}(0) \} \\ \bar{\theta}_2 &= \mathbf{F}(\phi) \left\{ A^2 + \frac{1}{\bar{\lambda}} (A + A^3) \right\} \mathbf{C} \\ &\quad + f^{(2)}(\phi) + \frac{1}{\bar{\lambda}} \{ f^{(1)}(\phi) + f^{(3)}(\phi) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots(18)$$

となる。この式 (18) を式 (14) の  $\theta$  の代りに用いることによって式 (16), 式 (17) の関係から基本式および剛性マトリックスが導かれる。

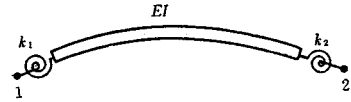


図-4

いくつかの円弧部材からなる弾性床の上のリングを解析するには、式 (16) で示される部材端の変位と力の関係を用いて、節点における力のつりあいと変位の連続の条件から全節点に関する外力と変位の関係式として連立一次方程式を導く。そして境界条件を考慮して解き節点の変位を求め、これを基本式 (16) に代入すると部材端の応力を求めることができる。このような変形法の詳細については文献 4) などに述べられているのでここでは省略する。

### 3. 弾性床の上のセグメント リング

#### (1) 一様リング

トンネルを構成するリングは数個のセグメントから組み立てられているが、ここではセグメントどうしの継手の剛性は考慮しないで継手のない剛性一様なリングとし周囲の地山からの地盤反力の影響について解析する。

リングに作用する主動土圧的な分布荷重は、上載荷重だけでなく側方からも作用し、またリングの自重も考慮する必要があるが、地盤反力の影響を一般的に調べるために、簡単のため図-5 に示すように長方形分布の上載荷重のみ考慮する。そして地盤反力はリングの法線方向の変位に比例してリング中心方向に作用し上載荷重とつりあうものとする。ただし地盤反力  $kv$  は  $v < 0$  (外側に変位) のところで作用し、 $v > 0$  (外側に変位) の領域では地盤反力はないものとする。

弾性床と非弾性床領域の境界すなわち  $v=0$  の点を自動的に求めるようにプログラムしてリングの曲げモーメ

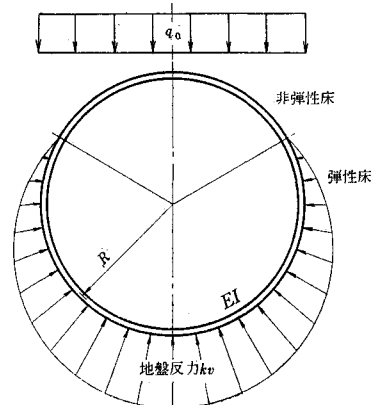


図-5 一様リング

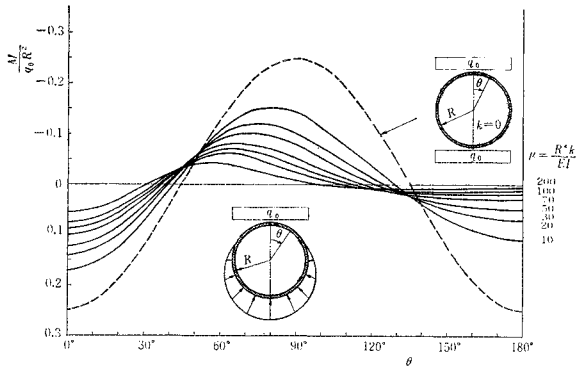


図-6 一様リングの曲げモーメント分布

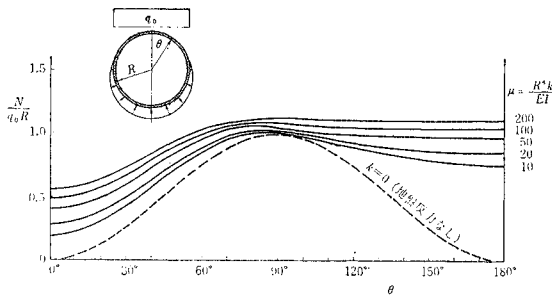


図-7 一様リングの軸力

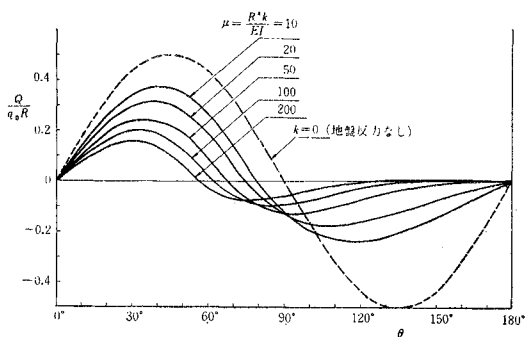


図-8 一様リングのせん断力

ント、軸力およびせん断力を計算した結果、それぞれ 図-6、図-7、図-8 に示す分布形状が得られた。なお、ここで、地盤反力が作用しないで下方から上載荷重に等しい荷重が作用してつりあっていると考えた場合の計算値を同時に示している。

地盤反力係数  $k$  とリングの曲げ剛性  $EI$  およびリングの半径  $R$  の無次元パラメーター  $\mu = kR^2/EI$  が減少するにつれて曲げモーメント、せん断力ともに増加するが地盤反力のない場合よりは小さい。また軸力は逆の傾向である。

弾性床領域の境界  $\theta_0$  と正、負の最大曲げモーメントおよびリングの変形（垂直方向の直径の減少） $\delta_V$  とパラメーター  $\mu$  との関係は図-9 のようになり、 $\mu$  の対数をとると  $\mu$  が 10

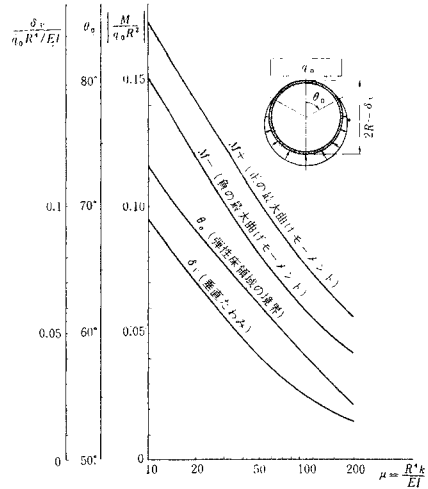


図-9 一様リングの  $M_{\max}$ ,  $\theta_0$ ,  $\delta_V$  と  $\mu$  の関係

~200 ではほぼ直線的に変化している。なお、現在用いられているセグメントの寸法では、 $\mu$  の値は、ほぼこの範囲にある。

## (2) 千鳥組みリング

リングを構成するセグメントの継手部分の剛性は本体にくらべて小さく、強度も劣っている場合が多い。このため継手部の弱点をカバーし、リングの変形を少なくするためにセグメントどうしの継手（セグメント継手）の目地がトンネル軸方向にとおらないよう千鳥組みされる。すなわちトンネルを構成する各リングは外力に対して単独に抵抗させるのではなく、隣接リングとリングどうしの継手の軸方向ボルトを介して協働することを期待している。この千鳥組みの影響について文献 5) では地盤反力のない場合について解析しているが、ここでは、地盤反力を考慮し、 $\mu = R^2 k / EI = 100$  の場合について解析を行なう。

中心角  $60^\circ$  のセグメント 6 個で構成されるリングを考え 図-10 に示す 3 つのタイプの千鳥組みリングを取り扱う。図-10 では隣接リングを同心円で示し、リングどうしを結ぶ放射状の直線が軸方向のボルトを意味している。またリングの頂部に継手を持つリングを B-リング

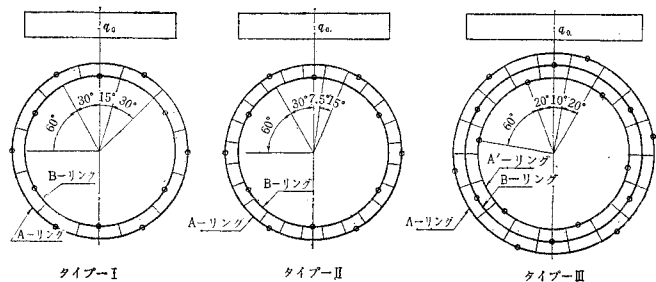


図-10 解析に用いた千鳥組みのモデル

グと呼び、他を A-リングと呼ぶことにする。セグメントどうしの継手を回転ばねと考え継手の剛性をばね定数  $k_f$  で表わす。また、隣接リングどうしは軸方向ボルトによって互に変形を拘束し合うが、接線方向の相対変位は法線方向に比して小さいと考えられるから、軸方向ボルトの位置で法線方向の変位のみ等しいとおき、接線方向の変位は互いに自由であると仮定する（この仮定は後述の千鳥組みリングの実験で検討する）。

継手の剛性を表わすパラメーターとして

$$\bar{\lambda} = k_f R / EI \quad (\text{継手剛比})$$

とおくと、千鳥組みリングの挙動は  $\bar{\lambda}$  が減少すると一様リング ( $\bar{\lambda} = \infty$ ) と異なり、 $\bar{\lambda} = 0.005$  では各タイプの千鳥組みリングの曲げモーメントとせん断力は 図-11 ~ 図-14 のようになり、かなり異なった分布形状を示しているが、軸力 (図-15) は一様リングとの差は小さい。

ここで三つのタイプともに  $\theta = 0^\circ, 60^\circ$  に継手のある B-リングの曲げモーメントが小さいのは、図-6 で一様リングの曲げモーメントが  $\theta = 0^\circ, 60^\circ$  で最大になっていることに関連がある。このことは後で述べる多ピンジリングの場合にも同じことがいえる。せん断力は軸方向ボルトの位置で急変しているが、その点における二つの値（その点につながる両側の部材のせん断力）の差が隣りのリングと連結している軸方向ボルトから入

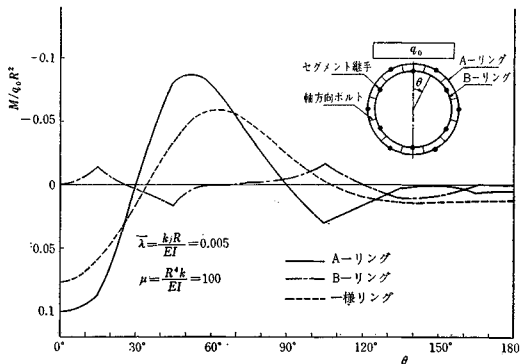


図-11 曲げモーメント (千鳥組みタイプ I)

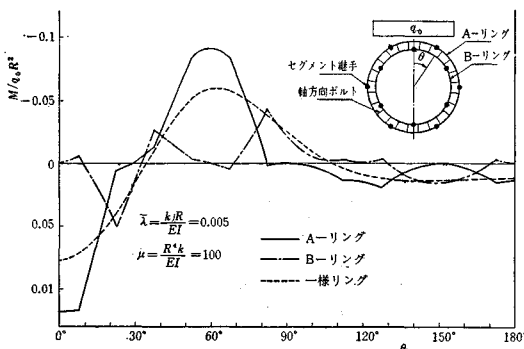


図-12 曲げモーメント (千鳥組みタイプ II)

てくる力であり、したがって 2本の軸方向ボルトに働くせん断力の和である。

継手剛比  $\bar{\lambda}$  の 0.005 ~  $\infty$  に対して、正、負の最大曲げモーメントおよびリングの変形（垂直方向の直径の減少）を三つのタイプの千鳥組みリングについてまとめると 図-16 ~ 18 のようになる。この図から  $\bar{\lambda} = 0.005$  では、セグメントの継手はほとんどピン継手と考えることができる。また、 $\bar{\lambda} > 10$  および  $\bar{\lambda} < 0.1$  では最大曲げモーメント、変形ともにほとんど変化なく一定と考えられ、 $0.1 \leq \bar{\lambda} \leq 10$  では、 $\bar{\lambda}$  を対数で表示するとほぼ直線変化すると考えることができる。したがって、近似的には、一様リング ( $\bar{\lambda} = \infty$ ) とピン継手のリング ( $\bar{\lambda} \leq 0.005$ ) について計算すれば、3本の直線で継手剛性の影響を表わすことができる。

セグメントどうしの継手がピンに近づく ( $\bar{\lambda} = 0.005$ ) と正、負の最大曲げモーメントおよびリングの変形は、千鳥組みのタイプによって異なるが、一様リングにくらべてそれぞれ 30 ~ 53%, 30 ~ 51%, 26 ~ 51% 増加して

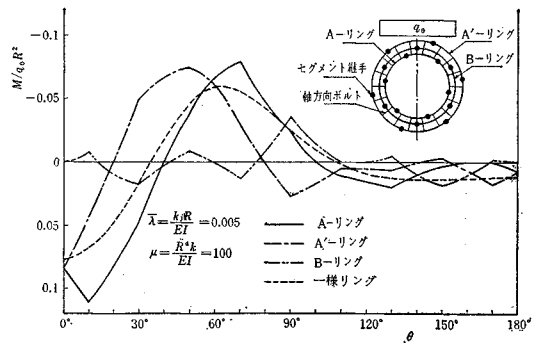


図-13 曲げモーメント (千鳥組みのタイプ III)

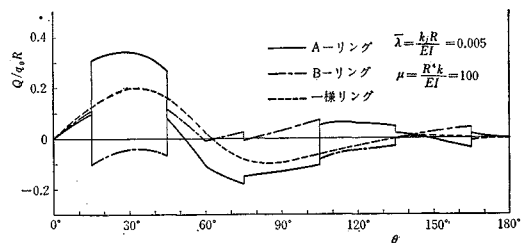


図-14 せん断力 (千鳥組みタイプ I)

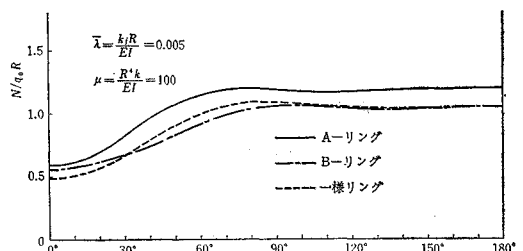


図-15 軸力 (千鳥組みタイプ I)

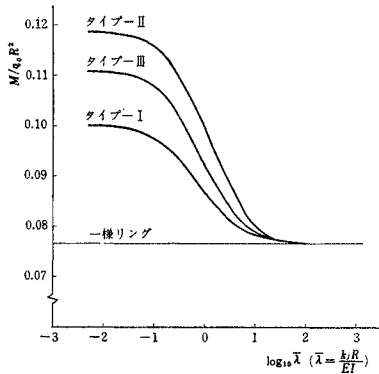


図-16 千鳥組みリングの正の最大曲げモーメント

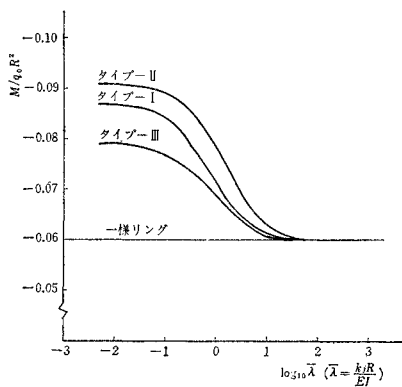


図-17 千鳥組みリングの負の最大曲げモーメント

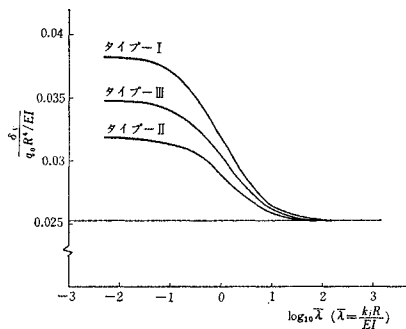


図-18 千鳥組みリングのたわみ

いる。

文献 5) では千鳥組みリングの曲げモーメントの増加は約 100%, つまり一様リングの約 2 倍になっているが, 継手剛性の低下によってリングの変形が増大すると, 地盤反力も増加し, これが拘束力となるので地盤反力のない場合ほどには増加しない。

(3) 独立多ヒンジリング

セグメントどうしの継手がピンとき, 継手の数が 4 つ以上あるとこのリングは通常不安定構造である。しかし, 周囲の地山によって拘束された場合, つまり弾性床

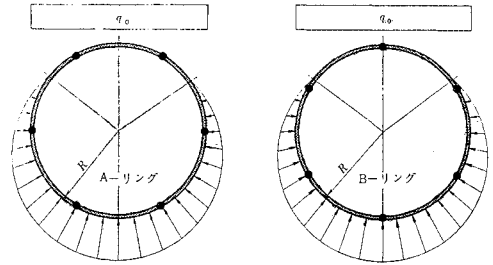


図-19 解析に用いた独立多ヒンジリングのモデル

上の多ヒンジリングは安定である。

一般に, シールドトンネルではセグメントを千鳥組みし, リングどうしは軸方向ボルトによって結合されているが, 何らかの異常荷重の作用でこのボルトが切断した場合にはリング間の相互作用はなくなり, 独立な多ヒンジリングとしての挙動を示すと考えられる。

ここでは, 図-19 に示す 2 種類の多ヒンジリングについて解析する。

セグメントの剛性, 地盤反力は  $\mu=100$  の場合を考えセグメントどうしの継手剛性は 0 とする代わりに, 千鳥組みリングの計算法を用いて  $\lambda\text{-bar}=0.005$  として計算する。

曲げモーメントと軸力を 図-20, 図-21 に示している。ここで, A-リングは一様リングとあまり差はないが B-リングは非常に異なっており, 曲げモーメントは小さく, 軸力は大きくなっている。これは, 図-6 の一様リングの曲げモーメント分布では  $\theta$  が  $0^\circ, 60^\circ$  付近で最大となり,  $30^\circ$  付近で 0 となっており, 一方, A-リングは  $\theta=30^\circ$ , B-リングは  $\theta=0^\circ, 60^\circ$  に継手があるためである。

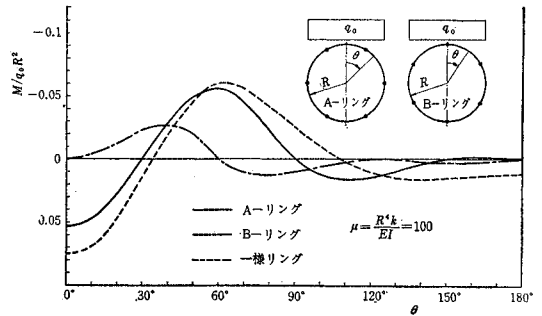


図-20 独立多ヒンジリングの曲げモーメント

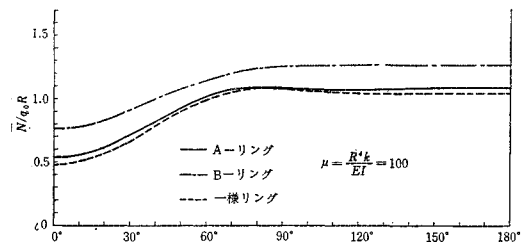


図-21 独立多ヒンジリングの軸力

この問題に関しては文献 6) に他の方法による結果が示されているが、これと比較すると曲げモーメント、軸力ともかなりの差がある。とくに B-リングでは曲げモーメントの符号が異なり、軸力は 図-21 の値よりかなり大きい。これは文献 6) の計算法では地盤反力の形状を仮定しているために  $\theta$  が  $0^\circ \sim 60^\circ$  の範囲ではリングは内側に変位しているにもかかわらず地盤反力が作用する結果となり、変形と地盤反力の関係を満足していないためと思われる。

リングの変形(垂直方向の直径の減少)は

$$\text{A-リング} : 0.0241 q_0 R^4 / EI$$

$$\text{B-リング} : 0.0515 q_0 R^4 / EI$$

で、B-リングは一様リング ( $0.0252 q_0 R^4 / EI$ ) の約 2 倍となる。しかし A-リングではわずかに小さくなっている。このように多ヒンジリングの挙動は継手の配置によってかなりの差異がある。

## 4. リングの実験

### (1) 弾性床上のリングの実験

弾性床上の一様リングと多ヒンジリングについて集中荷重による実験を行ない、また実験と同じ荷重条件で計算を行ない、実験値と計算値を比較することによってここで用いた理論の妥当性を検討する。

リングのまわりの弾性床としてゴム板のリングを採用し、図-22 の実験装置を用いる。この場合荷重はリング中心に向かう 2 点集中荷重となり、その間隔は  $20^\circ$  となっている。試験体リングは鋼板 (SS) から切り出して機械加工を施したもので、その寸法は

内径 : 480 mm

外径 : 520 mm

厚さ : 15 mm

である。なお、多ヒンジリングは後述の千鳥組みリン

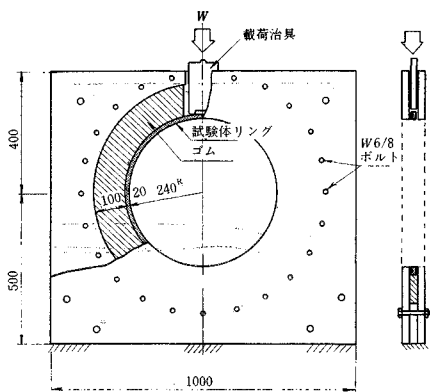


図-22 弾性床上のリング実験装置

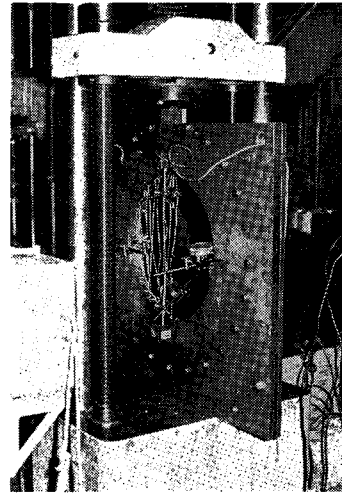


写真-1 弾性床上のリングの実験

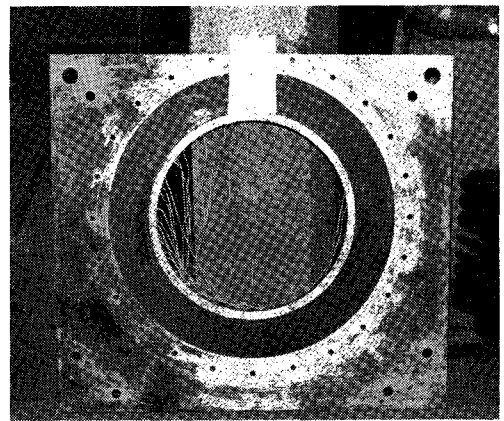


写真-2 弾性床上のリング実験装置の内部

グ試験体(図-26)のうち1リングを用いている。ゴム板リングの寸法は

内径 : 520 mm

外径 : 720 mm

厚さ : 15 mm

で頂部の載荷治具を挿入する部分を切り欠いている。

ゴム板リングの地盤反力係数は図-23のように試験装置の一部に載荷し、荷重とたわみの関係から実験的に求めた。荷重  $W$  は 60 kg まで載荷したが、よい直線性を示し、その結果  $k = 733 \text{ kg/cm}^2$ 、したがって  $\mu = R^4 k / EI = 24.5$  が得られた。

測定はリングの内側のひずみを抵抗線ひずみ計(ゲージ長 3 mm)で、またリングの変形をダイヤルゲージで

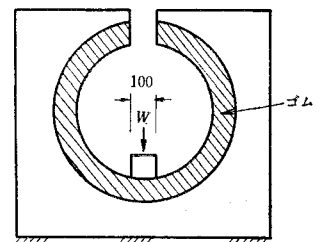


図-23 地盤反力係数の測定



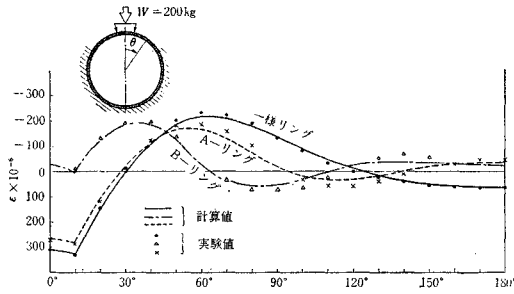


図-24 リング内側のひずみ

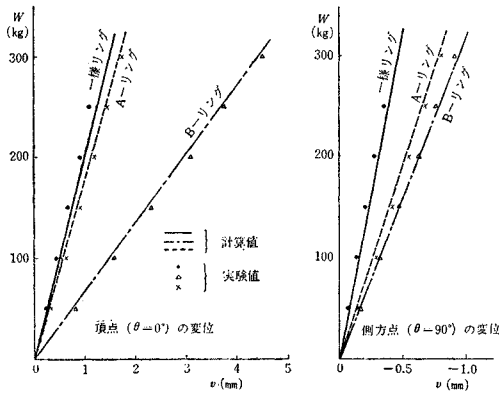


図-25 リングの変形量

行なった。

ひずみ、変形の実験値と計算値を比較すると図-24、図-25 に示すように非常によく一致しており、これで弾性床上のリングの理論の妥当性が証明された。

(2) 千鳥組みリングの実験

弾性床上のリングの理論については、前節の独立な多ヒンジリングの実験でその妥当性が証明されたので、ここでは、千鳥組みリングを解析する場合のリングどうしの結合に関する仮定について実験によって検討する。

図-26 に示すような継手剛性が 0 の 2 種類の千鳥組みリングの模型を用い、簡単のため弾性床のない場合について集中荷重載荷による実験を行ない、これと同じ条件の計算値と比較する。試験体寸法は

- リング内径：480 mm
- 外径：520 mm
- 厚さ：15 mm, 7.5 mm

で各セグメントは中心角 60° である。千鳥組みされたリングが載荷時にねじれないように B-リングは厚さを 7.5 mm とし A-リングの両側からはさむように配置している。セグメントどうしはピン結合し、リングどうしはリーマ ボルトで連結されている。

荷重は 2 点集中荷重で頂部の 2 本のリーマ ボルト位置にリング中心方向に載荷される。

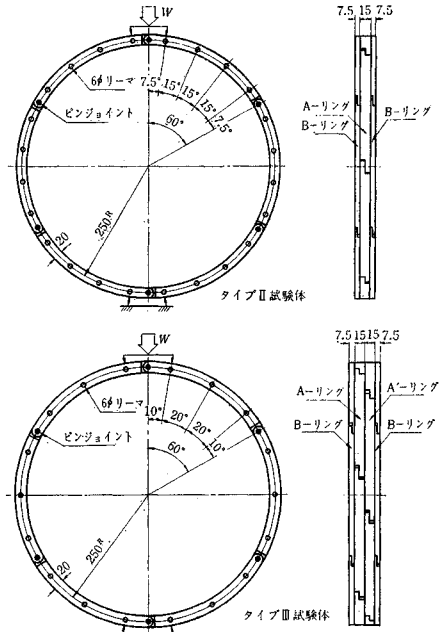


図-26 千鳥組みリングの実験

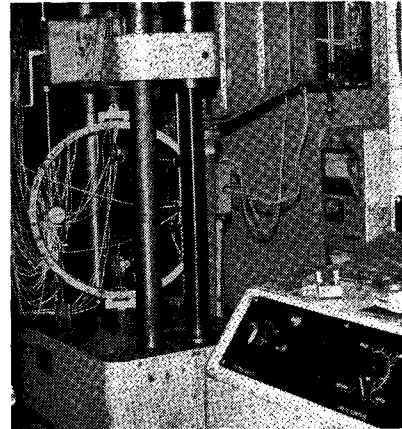


写真-3 千鳥組みリングの実験

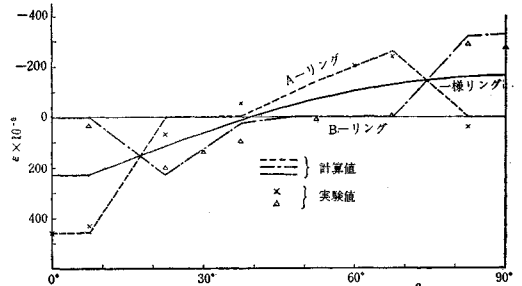


図-27 リング内側のひずみ (タイプ II, 試験体)

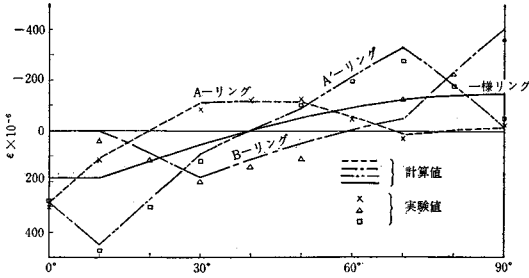


図-28 リング内側のひずみ (タイプ III, 試験体)

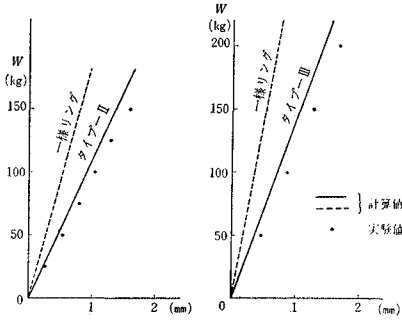


図-29 リングの変形 (垂直方向直径の減少)

リングのひずみ, たわみをそれぞれ抵抗線ひずみ計 (ゲージ長 3 mm) およびダイヤルゲージで計測し, 実験と同じ集中荷重の計算値と比較すると図-27~図-29 のようになる。

たわみの実験値が計算値よりも大きくなっているのはセグメントどうしのピン継手にガタがあったためと思われるが, 全体として実験値と計算値はよく一致しており, したがって千鳥組みリングを計算する際の仮定は正しいことが証明された。また千鳥組みリングの挙動が継手のない一様リングのそれと非常に異なることが実験的に確かめられた。

#### 4. 結 論

セグメントリングと周囲の地山との力学的相互作用をリングの変形に比例した地盤反力として扱い, セグメントリングを弾性床上のリングとして解析を行なった。

まず, 弾性床上的のリングの変形法による解法を導き, これによって電子計算機を用いて, 継手のない一様リング, 千鳥組みリングおよび独立な多ヒンジリングの挙動を解析し, その特性を明らかにした。また, 集中荷重載荷の模型実験と計算を行なったが両者はよく一致し, ここで用いた理論の妥当性を証明するとともに実験的にもリングの特性が明らかになった。

おわりに, 本研究を進めるにあたりご指導いただいた東京大学生産技術研究所 久保慶三郎教授ならびに石川島播磨重工技術研究所 秋田好雄副所長に感謝の意を表するとともに実験を手伝っていただいた安藤紘三君にお礼申し上げる次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) Hetenyi, M.: "Beams on Elastic Foundation"
- 2) 倉西正嗣: 応用弾性学, 共立出版, 昭和 36 年
- 3) 結城皓暁: 弾性床上的のリングの計算, 日本鋼構造協会マトリックス構造解析講演論文集, 昭和 44 年 5 月
- 4) H.C. マーチン: マトリックス法による構造力学の解法, 吉識雅夫監訳, 培風館, 昭和 42 年
- 5) 久保慶三郎・結城皓暁: シールドセグメントの応力に対する継手剛性の影響, 土木学会論文集, 第 150 号, 昭和 43 年
- 6) 山本 稔・遠藤浩三・福井正憲: 多ヒンジ系セグメントリングの設計計算法, 土木学会論文集, 第 150 号, 昭和 43 年
- 7) 林 正夫・北原義浩・日比野敏: 粘弾性地山内でのトンネル覆工への経時的応力の解析法, 第 5 回岩盤力学に関するシンポジウム講演概要, 1969 年

(1969. 8. 15・受付)