

長方形剛基礎底面の接触圧分布*

CONTACT PRESSURE DISTRIBUTION UNDER
RECTANGULAR RIGID FOUNDATION

桜井 春輔**・北村 泰寿***

By Shunsuke Sakurai and Yasutoshi Kitamura

1. 緒 言

従来の基礎構造物の設計においては、基礎底面の接触圧分布を適当に仮定するのが普通であり、その場合の基盤内部の応力分布および変位についてはすでに多くの研究が発表されている。Love¹⁾ および Deresiewicz²⁾ は長方形、円形およびだ円形底面に分布荷重が作用する場合の基盤内部の応力分布を求め、Newmark³⁾ は任意形状の底面を有する場合について影響円による方法を発表した。また最近においては、Kerisel⁴⁾ が等分布および放物線型の接触圧に対する基盤内応力を求め、Giroud⁵⁾ が種々の線型接触圧の作用する長方形底面の変位を求める図表を発表している。しかしこれらの研究はすべて構造物底面の接触圧分布を仮定しているが、接触圧分布は構造物と基盤の相互の剛性によって定まるものであり、その仮定は一般に困難である。基盤に比較して構造物の剛性が小さい場合は、たわみ性基礎として知られるようにその接触圧は線型に近くなると考えられるが、ダムや長大橋梁の基礎などのコンクリート構造物においては、基盤の変形係数は構造物のそれと比較してかなり小さい値であり、したがって基盤を弾性体と仮定する場合には、このような構造物は剛体に近いものと考えられよう。

最近のように構造物が大型化し、従来あまりかえり見られなかった基礎岩盤の安定性が重要な問題となってくるにつれて、構造物と岩盤との接触圧分布を正確に知ることが要求される。このためには構造物と岩盤相互の影響を考慮した接触問題を解かなければならないが、この数学的解析は容易ではない。またその解の大半は半無限弾性体と剛体との接触問題に対するものであり、弾性体

と弾性体の接触問題は二次元に対する解が得られているにすぎない⁶⁾。

半無限弾性体と剛体との二次元接触問題については古くから数多く研究が行なわれてきている。Sadowsky⁷⁾、Muskhelishvili⁸⁾、Galin⁹⁾ は種々の変形状態についての接触圧を求めており、また長谷川¹⁰⁾ は剛体構造物の基盤内部の応力を注目して解を得ている。一方、三次元については円形またはだ円形物体の接触問題^{11), 12), 13), 14)} が解かれているにすぎず、任意形状の三次元弾性体の接触問題を解析的に解くことはほとんど不可能と思われる。したがって複雑な接触圧問題の解を得るには数値計算による場合がしばしばある。

木村¹⁵⁾ は二次元平面ひずみ状態のもとで有限深さの弾性体表面の接触圧分布および内部の応力を、またBarden¹⁶⁾ は構造物を細長い帯状と仮定し、はりの理論を用いて接触圧分布を数値計算により求めている。これらは構造物を有限個の要素に分割し、その要素内で接触圧を一定とし影響係数の概念により変位を重ね合せ、接触面における適合条件から、結局、多元連立一次方程式を解くことに帰着している。この考え方を発展させれば任意形状の構造物の接触圧の問題を解くことが可能である。

本研究においてはこれと同様の考え方によって長方形底面を持つ剛体基礎底面の接触圧分布を、その接触面において摩擦が存在しない場合と、完全にすべりが拘束されている場合のそれぞれについて数値計算によって近似解を求め、従来設計において仮定されている接触圧分布の検討を行なう。この場合、当然分割する要素の数を多くすればそれだけ厳密解に近づくわけであるが、ここでは使用する電子計算機の記憶容量の関係からかなり粗な分割になっている。しかし、この種の計算結果がまだ発表されていない現在では、この程度の分割数による近似解も十分に価値があるであろう。

* 第22、23回土木学会年次学術講演会にて一部発表。

** 正会員 Ph.D. 神戸大学助教授 工学部土木工学教室

*** 正会員 工修 神戸大学助手 工学部土木工学教室

2. 基礎方程式

半無限弾性体の表面に原点を置き、図-1に示すように z 軸が弾性体の表面に垂直で、かつその内部に向うような直交デカルト座標系を考える時、原点において z 軸の正方向に作用する集中荷重 P によって弾性体の表面の任意の点 $(x, y, 0)$ の x, y, z 方向の変位は Boussinesq によって、それぞれつぎのように求められている¹⁷⁾。

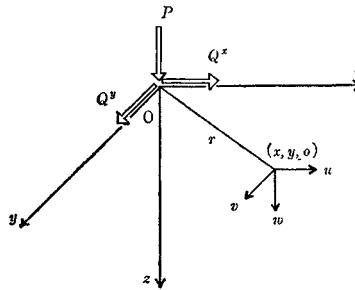


図-1 座標系

$$u = -\frac{P(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \cdot \frac{x}{r^2} \quad \dots\dots\dots(1-a)$$

$$v = -\frac{P(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \cdot \frac{y}{r^2} \quad \dots\dots\dots(1-b)$$

$$w = \frac{P(1-\nu^2)}{\pi E} \cdot \frac{1}{r} \quad \dots\dots\dots(1-c)$$

ここで、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 、 E はヤング係数、 ν はポアソン比を表わす。

つぎに、原点において x 軸の正方向に水平集中荷重 Q^x が作用する場合*の点 $(x, y, 0)$ における x, y, z 方向の変位は、Cerruti によってそれぞれつぎのように求められている¹⁸⁾。

$$u = \frac{Q^x(1+\nu)}{\pi E} \left\{ (1-\nu) \frac{1}{r} + \nu \frac{x^2}{r^3} \right\} \quad \dots\dots\dots(2-a)$$

$$v = \frac{Q^x(1+\nu)\nu}{\pi E} \cdot \frac{xy}{r^3} \quad \dots\dots\dots(2-b)$$

$$w = \frac{Q^x(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \cdot \frac{x}{r^2} \quad \dots\dots\dots(2-c)$$

また原点において y 方向に水平集中荷重 Q^y が作用する場合*の点 $(x, y, 0)$ における変位は、式(2)において x と y 、および u と v を入れ換えてつぎのように表わされる。

$$u = \frac{Q^y(1+\nu)\nu}{\pi E} \cdot \frac{xy}{r^3} \quad \dots\dots\dots(3-a)$$

$$v = \frac{Q^y(1+\nu)}{\pi E} \left\{ (1-\nu) \frac{1}{r} + \nu \frac{y^2}{r^3} \right\} \quad \dots\dots\dots(3-b)$$

* ここで Q^x および Q^y は、 x または y 乗を意味するものではなく、 x および y 方向を示す記号である。

$$w = \frac{Q^y(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \cdot \frac{y}{r^2} \quad \dots\dots\dots(3-c)$$

つぎに、半無限弾

性体の表面に図-2に示すような長方形 $(B \times L)$ の構造物底面を考え、図示するような直交デカルト座標系を用いることにする。いまこの構造物底面を x, y 軸方向にそれぞれ m, n 等分すれば一つの長方形要素の各辺は $a=B/m, b=L/n$ となる。これらの要素の位置はその中心の座標(要素の各辺の長さを基準にして無次元化する)によって表わすものとし、各要素内での接触圧は等分布であると仮定する。

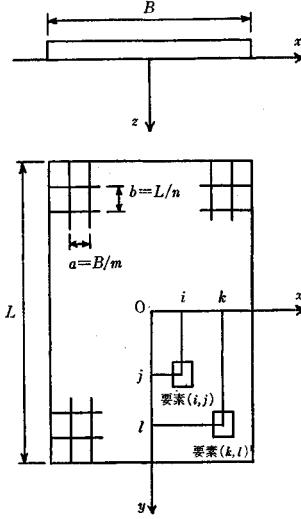


図-2 構造物底面の分割要素

構造物底面と接觸している地盤に作用する荷重は、構造物底面に作用する接觸圧と大きさが等しく方向が反対な力である。したがって構造物が地盤から浮き上ることがないといすれば、各要素の変位はこの荷重による地盤の変位として Boussinesq および Cerruti の解を用いて求めることができる。なお各要素の変位は、その中心点の値によって表わすこととする。

いま、要素 (i, j) の鉛直方向の等分布荷重を p_{ij} 、 x および y 方向の等分布荷重をそれぞれ q_{ij}^x, q_{ij}^y とすれば**、要素 (k, l) の x, y, z 方向の変位 $u_{kl,ij}, v_{kl,ij}, w_{kl,ij}$ は式(1), (2), (3)を重ね合わせ、さらに無次元化表示によってつぎのようになる。

$$\begin{aligned} U_{kl,ij} &= -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi} \cdot \frac{X_{ki}}{R^2} P_{ij} \\ &\quad + \frac{1+\nu}{\pi} \left\{ (1-\nu) \frac{1}{R} + \nu \frac{X_{ki}^2}{R^3} \right\} Q_{ij}^x \\ &\quad + \frac{(1+\nu)\nu}{\pi} \cdot \frac{X_{ki} Y_{lj}}{R^3} Q_{ij}^y \quad (kl \neq ij) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4-a)$$

$$\begin{aligned} V_{kl,ij} &= -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi} \cdot \frac{Y_{lj}}{R^2} P_{ij} \\ &\quad + \frac{(1+\nu)\nu}{\pi} \cdot \frac{X_{ki} Y_{lj}}{R^3} Q_{ij}^x \\ &\quad + \frac{1+\nu}{\pi} \left\{ (1-\nu) \frac{1}{R} + \nu \frac{Y_{lj}^2}{R^3} \right\} Q_{ij}^y \quad (kl \neq ij) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4-b)$$

** ここで q^x および q^y の x, y は先と同様单なる記号である。

$$W_{kl,ij} = \frac{1-\nu^2}{\pi} \cdot \frac{P_{ij}}{R} + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi} \cdot \frac{X_{ki}}{R^2} Q_{ij}^x + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi} \cdot \frac{Y_{lj}}{R^2} Q_{ij}^y \quad (kl \neq ij) \quad \dots\dots\dots(4-c)$$

ここで、

$$\begin{aligned} U_{kl,ij} &= u_{kl,ij}/a, \quad V_{kl,ij} = v_{kl,ij}/a \\ W_{kl,ij} &= w_{kl,ij}/a, \quad P_{ij} = p_{ij}\lambda/E, \quad Q_{ij}^x = q_{ij}^x\lambda/E, \\ Q_{ij}^y &= q_{ij}^y\lambda/E, \quad R = \sqrt{X_{ki}^2 + Y_{lj}^2}, \quad \lambda = b/a \\ X_{ki} &= k-i, \quad Y_{lj} = l(j-i). \end{aligned}$$

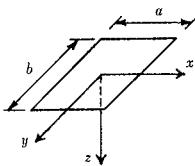


図-3 単要素に対する座標系

要素が正方形の場合には上式において $\lambda=1$ とすればよい。
なお、ここで各変位の計算においては、等分布荷重を Saint-Venant の定理を考慮して要素の中心に作用する集中荷重として取扱っている。

ただし $k=i$ かつ $l=j$ の場合、式(4)に示す変位は無限大となるため、つぎのように分布荷重として変位を求める。

半無限弾性体の表面に、図-3 に示すような長方形($a \times b$)を考える。いま、その内部に鉛直等分布荷重 p が作用するものとすれば、その中央点においては鉛直方向の変位のみが存在し、その値は式(1-c)を考慮してつぎのように求められる。

$$w = \frac{2(1-\nu^2)p}{\pi E} \left\{ b \ln \left| \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1} + \frac{a}{b} \right| - a \ln \left| \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1} - \frac{b}{a} \right| \right\} \dots\dots\dots(5)$$

つぎに、この長方形の x 方向に水平等分布荷重 q^x が作用する場合を考える。この場合、中央点においては x 方向の水平変位のみが存在し、その値は式(2-a)を考慮してつぎのように求まる。

$$u = \frac{2(1+\nu)q^x}{\pi E} \left\{ b \ln \left| \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1} + \frac{a}{b} \right| + (1-\nu)a \ln \left| \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1} + \frac{b}{a} \right| \right\} \dots\dots\dots(6)$$

なお、 y 方向に水平等分布荷重 q^y が作用する場合も、 y 方向の水平変位のみが存在し、その値は式(6)において a と b を入れ換える。

したがって、式(5),(6)を考慮すれば、図-2 に示すような要素 (k, l) に鉛直等分布荷重 p_{kl} 、そして x, y 方向にそれぞれ q_{kl}^x および q_{kl}^y の水平等分布荷重が作用する場合の、同じ要素 (k, l) の中央点の x, y, z 方向の変位は無次元化表示によってそれぞれつぎのように表わされる。

$$U_{kl,kl} = \frac{2(1+\nu)}{\pi} \left\{ \ln \left| \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\lambda} \right| + (1-\nu) \frac{1}{\lambda} \ln \left| \sqrt{\lambda^2 + 1} + \lambda \right| \right\} Q_{kl}^x$$

$$+ (1-\nu) \frac{1}{\lambda} \ln \left| \sqrt{\lambda^2 + 1} + \lambda \right| \right\} Q_{kl}^x \dots\dots\dots(7-a)$$

$$V_{kl,kl} = \frac{2(1+\nu)}{\pi} \left\{ \frac{1}{\lambda} \ln \left| \sqrt{\lambda^2 + 1} + \lambda \right| + (1-\nu) \ln \left| \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\lambda} \right| \right\} Q_{kl}^y \dots\dots\dots(7-b)$$

$$W_{kl,kl} = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi} \left\{ \ln \left| \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\lambda} \right| - \frac{1}{\lambda} \ln \left| \sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda \right| \right\} P_{kl} \dots\dots\dots(7-c)$$

なお、要素が正方形の場合には式(7)に $\lambda=1$ を代入してつぎのように簡単に表わされる。

$$U_{kl,kl} = \frac{2(1+\nu)(2-\nu)}{\pi} \ln(\sqrt{2}+1) \cdot Q_{kl}^x \dots\dots\dots(8-a)$$

$$V_{kl,kl} = \frac{2(1+\nu)(2-\nu)}{\pi} \ln(\sqrt{2}+1) \cdot Q_{kl}^y \dots\dots\dots(8-b)$$

$$W_{kl,kl} = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi} \ln(\sqrt{2}+1) \cdot P_{kl} \dots\dots\dots(8-c)$$

以上において、要素 (i, j) の x, y, z 方向に等分布荷重が作用する場合の、要素 (k, l) の変位を求めた。これらの結果を重ね合わせることによって要素 (k, l) の全変位 $u_{kl}', v_{kl}', w_{kl}'$ を求めることができる。すなわち、

$$U_{kl}' = \sum_i \sum_j U_{kl,ij} \dots\dots\dots(9-a)$$

$$V_{kl}' = \sum_i \sum_j V_{kl,ij} \dots\dots\dots(9-b)$$

$$W_{kl}' = \sum_i \sum_j W_{kl,ij} \dots\dots\dots(9-c)$$

ここで、

$$U_{kl}' = u_{kl}'/a, \quad V_{kl}' = v_{kl}'/a, \quad W_{kl}' = w_{kl}'/a$$

つぎに構造物が z 軸の正の方向に単位沈下^{*}する場合を Case A、構造物が y 軸のまわりに回転して $x=B/2$ の点で z 軸の正の方向に単位沈下^{*}が生ずる場合を Case B、また x 軸の正の方向に単位変位^{*}を生ずる場合を Case C と名づけ、さらにそれぞれの Case を構造物底面と基盤との間に摩擦がない場合(N)と、摩擦が大で構造物と基盤が完全に一体となっている場合(F)とに分類する。ただし Case C で摩擦がない場合は実在しないので、ここでは考慮しない。

いま、微少変形を考慮すれば、これらの種々の Case は式(9)を用いてつぎのように表わされる。

(1) Case A-N

$$W_{kl}' = 1, \quad Q_{kl}^x = Q_{kl}^y = 0 \dots\dots\dots(10-a)$$

(2) Case A-F

$$W_{kl}' = 1, \quad U_{kl}' = V_{kl}' = 0 \dots\dots\dots(10-b)$$

* 単位沈下および単位変位とは分割した要素の x 軸方向の一辺の長さ a を単位とした値である。

(3) Case B-N

$$\left. \begin{array}{l} W_{kl'} = 2 k/m \\ Q_{kl'}^x = Q_{kl'}^y = 0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (10-c)$$

(4) Case B-F

$$\left. \begin{array}{l} W_{kl'} = 2 k/m \\ U_{kl'} = V_{kl'} = 0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (10-d)$$

(5) Case C-F

$$U_{kl'} = 1, V_{kl'} = W_{kl'} = 0 \dots \dots \dots \dots \dots \quad (10-e)$$

式(10)はいずれの場合も P_{ij} , Q_{ij}^x , Q_{ij}^y に関する多元連立一次方程式となり、これを解くことによって基礎構造物底面の接触圧分布を求めることができる。

3. 数値計算結果とその考察

数値計算を行なう構造物の形状およびその構造物と基盤の性質は表-1に示すとおりである。なお分割数については、その数を増せば厳密解に近づくわけであるが、ここでは $m=10$ として正方形要素を用いるものとする。したがって n の値は $L/B=1$ および 2 に対してそれぞれ 10 および 20 となる。ここで多元連立一次方程式の数値計算には修正 Gauss-Seidel 法を用い、その収束の誤差は 0.1% すなわち有効数字 3 けたである。

まず $L/B=1$ に対する Case A-N および Case B-N の計算結果を表-2, 3 に、また Case A-F, Case B-F および Case C-F の結果をそれぞれ表-4~6 に示す。つぎにそれぞれの Case について $L/B=2$ に対する計算結果を表-7~11 に示す。ただしこれらの表には構造物底面の 1/4, すなわち x, y 座標における第一象限の値のみを示してあるが、Case A は x および y 軸に関して対称であり、Case B および Case C については x 軸に関して対称で、かつ y 軸に関して逆対称の値となることに注意

表-1 構造物の形状および基盤の性質

Case	構造物底面の摩擦	構造物の形状 L/B	基盤のボアソン比
A	なし (N)	{ 1 2 }	—
	あり (F)	1	{ 0.1 0.3 }
		2	{ 0.1 0.3 }
B	なし (N)	{ 1 2 }	—
	あり (F)	1	{ 0.1 0.3 }
		2	{ 0.1 0.3 }
C	あり (F)	1	{ 0.1 0.3 }
		2	{ 0.1 0.3 }

表-2 Case A-N の接触圧 ($L/B=1$)単位: $10^{-1}\pi E/(1-\nu^2)$

$Y \setminus X$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
0.5	0.185	0.192	0.209	0.246	0.511
1.5	0.192	0.198	0.215	0.252	0.522
2.5	0.209	0.215	0.233	0.270	0.547
3.5	0.246	0.252	0.269	0.306	0.598
4.5	0.512	0.522	0.547	0.598	0.905

表-3 Case B-N の接触圧 ($L/B=1$)単位: $10^{-1}\pi E/(1-\nu^2)$

$Y \setminus X$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
0.5	0.037	0.116	0.214	0.353	1.000
1.5	0.038	0.119	0.217	0.359	1.009
2.5	0.040	0.125	0.228	0.373	1.035
3.5	0.045	0.141	0.253	0.405	1.090
4.5	0.089	0.273	0.479	0.737	1.511

を要する。なおこれらの表に示す接触圧は構造物が単位変位を生ずる場合に、構造物から基盤に作用する応力で

表-4 Case A-F の接触圧 ($L/B=1$)単位: $10^{-1}\pi E$

$X \setminus Y$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5		
0.5	0.226 0.003 0.003	0.219 0.002 0.002	0.234 0.010 0.003	0.227 0.006 0.002	0.255 0.019 0.003	0.246 0.012 0.002	P Q_x Q_y
	0.003	0.002	0.010	0.006	0.018	0.012	P Q_x
	0.003	0.002	0.010	0.006	0.010	0.006	Q_y
1.5	0.234 0.003 0.010	0.227 0.002 0.006	0.242 0.010 0.010	0.234 0.006 0.006	0.263 0.018 0.010	0.254 0.012 0.006	P Q_x Q_y
	0.003	0.002	0.010	0.006	0.018	0.012	P Q_x
	0.010	0.006	0.010	0.006	0.010	0.006	Q_y
2.5	0.255 0.003 0.019	0.246 0.002 0.012	0.263 0.010 0.011	0.254 0.006 0.011	0.320 0.039 0.003	0.301 0.015 0.002	P Q_x Q_y
	0.003	0.002	0.010	0.006	0.018	0.012	P Q_x
	0.019	0.012	0.018	0.012	0.018	0.011	Q_y
3.5	0.320 0.003 0.039	0.301 0.002 0.015	0.329 0.010 0.038	0.309 0.006 0.010	0.418 0.036 0.036	0.384 0.012 0.011	P Q_x Q_y
	0.003	0.002	0.010	0.006	0.018	0.011	P Q_x
	0.039	0.015	0.038	0.014	0.037	0.013	Q_y
4.5	0.483 0.007 0.297	0.548 0.004 0.202	0.495 0.022 0.222	0.560 0.012 0.022	0.520 0.007 0.022	0.548 0.004 0.012	P Q_x Q_y
	0.007	0.004	0.022	0.012	0.041	0.023	P Q_x
	0.297	0.202	0.299	0.203	0.314	0.214	Q_y
$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	$\nu=0.1$	接觸圧 ボアソン比

表-5 Case B-F の接触圧 ($L/B=1$)単位: $10^{-1}\pi E$

$X \backslash Y$	0.5		1.5		2.5		3.5		4.5		
0.5	0.047	0.045	0.147	0.139	0.271	0.255	0.496	0.445	1.067	1.121	P
	-0.160	-0.097	-0.157	-0.095	-0.153	-0.091	-0.145	-0.102	0.330	0.222	Q x
	0.000	0.000	0.001	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.005	0.003	Q y
1.5	0.048	0.046	0.150	0.142	0.276	0.259	0.503	0.451	1.079	1.133	P
	-0.160	-0.097	-0.158	-0.096	-0.154	-0.091	-0.146	-0.102	0.332	0.223	Q x
	0.001	0.000	0.002	0.001	0.003	0.002	0.005	0.003	0.017	0.009	Q y
2.5	0.051	0.048	0.159	0.150	0.289	0.272	0.522	0.468	1.109	1.162	P
	-0.162	-0.098	-0.159	-0.096	-0.156	-0.092	-0.149	-0.104	0.335	0.225	Q x
	0.001	0.001	0.004	0.003	0.006	0.005	0.008	0.006	0.031	0.018	Q y
3.5	0.061	0.056	0.190	0.174	0.341	0.312	0.593	0.521	1.203	1.239	P
	-0.165	-0.100	-0.162	-0.099	-0.159	-0.096	-0.155	-0.109	0.341	0.231	Q x
	0.003	0.001	0.009	0.002	0.014	0.002	0.016	0.001	0.048	0.018	Q y
4.5	0.093	0.099	0.286	0.303	0.505	0.533	0.827	0.843	1.538	1.665	P
	-0.183	-0.106	-0.176	-0.102	-0.160	-0.092	-0.140	-0.095	0.328	0.208	Q x
	0.044	0.029	0.132	0.088	0.225	0.150	0.327	0.221	0.412	0.261	Q y
	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	接觸圧 ボアソン比								

表-6 Case C-F の接觸圧 ($L/B=1$)単位: $10^{-1}\pi E$

$X \backslash Y$	0.5		1.5		2.5		3.5		4.5		
0.5	-0.003	-0.001	-0.009	-0.005	-0.017	-0.009	-0.034	-0.012	-0.269	-0.161	P
	0.194	0.173	0.202	0.180	0.223	0.199	0.285	0.245	0.446	0.471	Q x
	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	Q y
1.5	-0.003	-0.001	-0.009	-0.005	-0.017	-0.009	-0.034	-0.012	-0.271	-0.163	P
	0.200	0.178	0.208	0.186	0.229	0.204	0.292	0.250	0.457	0.481	Q x
	0.000	-0.001	-0.001	-0.002	0.002	-0.003	-0.003	-0.005	-0.007	-0.010	Q y
2.5	-0.003	-0.002	-0.009	-0.005	-0.017	-0.010	-0.034	-0.011	-0.277	-0.166	P
	0.216	0.192	0.224	0.199	0.245	0.217	0.309	0.265	0.482	0.505	Q x
	-0.001	-0.001	-0.003	-0.003	-0.005	-0.006	-0.007	-0.010	-0.013	-0.019	Q y
3.5	-0.004	-0.002	-0.012	-0.006	-0.021	-0.011	-0.039	-0.013	-0.296	-0.176	P
	0.250	0.223	0.258	0.230	0.278	0.248	0.344	0.296	0.533	0.556	Q x
	-0.001	-0.002	-0.004	-0.005	-0.008	-0.010	-0.012	-0.016	-0.025	-0.032	Q y
4.5	-0.006	-0.003	-0.018	-0.009	-0.033	-0.018	-0.055	-0.023	-0.314	-0.183	P
	0.499	0.442	0.510	0.452	0.535	0.474	0.604	0.525	0.822	0.811	Q x
	-0.005	-0.005	-0.017	-0.014	-0.031	-0.027	-0.056	-0.050	-0.112	-0.131	Q y
	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	接觸圧 ボアソン比								

表-7 Case A-N の接觸圧 ($L/B=2$)単位: $10^{-1}\pi E/(1-\nu^2)$

$X \backslash Y$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
0.5	0.135	0.141	0.156	0.187	0.399
1.5	0.136	0.142	0.157	0.188	0.400
2.5	0.138	0.144	0.159	0.190	0.404
3.5	0.141	0.147	0.162	0.193	0.410
4.5	0.145	0.151	0.166	0.198	0.418
5.5	0.152	0.158	0.173	0.205	0.431
6.5	0.163	0.169	0.184	0.216	0.450
7.5	0.182	0.188	0.203	0.236	0.480
8.5	0.218	0.225	0.240	0.272	0.533
9.5	0.464	0.473	0.496	0.542	0.818

表-8 Case B-N の接觸圧 ($L/B=2$)単位: $10^{-1}\pi E/(1-\nu^2)$

$X \backslash Y$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
0.5	0.034	0.107	0.199	0.331	0.946
1.5	0.034	0.108	0.199	0.332	0.947
2.5	0.034	0.108	0.200	0.333	0.949
3.5	0.035	0.109	0.201	0.334	0.954
4.5	0.035	0.110	0.203	0.337	0.960
5.5	0.036	0.112	0.206	0.342	0.970
6.5	0.037	0.115	0.212	0.350	0.987
7.5	0.039	0.123	0.224	0.366	1.017
8.5	0.045	0.139	0.249	0.399	1.075
9.5	0.088	0.270	0.474	0.729	1.495

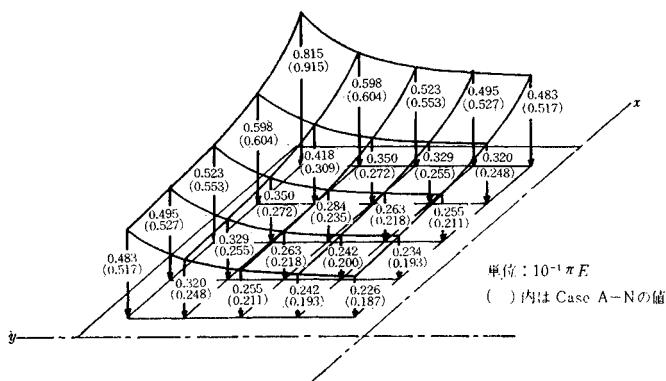
あり、その符号は座標軸の正方向に向かう応力を正とする。したがって負の鉛直圧は構造物が浮き上ることを意味しているが、実際の構造物ではこれら種々の Case が重

ね合わされた状態にあるので、たとえ一つの Case で鉛直圧が負になっても構造物が浮き上るとはかぎらない。

さらにこれらの表で注意しなければならないことは、

表-9 Case A-F の接触圧 ($L/B=2$)単位: $10^{-1}\pi E$

$X \backslash Y$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5						
0.5	0.165 0.003 0.001	0.160 0.002 0.000	0.172 0.010 0.001	0.167 0.006 0.000	0.189 0.020 0.001	0.183 0.013 0.000	0.242 0.040 0.001	0.228 0.017 0.001	0.362 0.253 0.001	0.421 0.173 0.001	P Q ^x Q ^y
	0.166 0.003 0.002	0.161 0.002 0.001	0.173 0.010 0.002	0.168 0.006 0.001	0.190 0.020 0.002	0.184 0.013 0.001	0.243 0.040 0.003	0.229 0.017 0.002	0.364 0.254 0.008	0.423 0.173 0.004	P Q ^x Q ^y
	0.168 0.003 0.004	0.163 0.002 0.002	0.175 0.010 0.004	0.170 0.006 0.002	0.192 0.020 0.004	0.187 0.012 0.002	0.246 0.040 0.005	0.232 0.017 0.003	0.367 0.255 0.013	0.427 0.174 0.007	P Q ^x Q ^y
2.5	0.171 0.003 0.006	0.166 0.002 0.003	0.178 0.010 0.006	0.173 0.006 0.003	0.196 0.019 0.006	0.190 0.012 0.004	0.250 0.040 0.008	0.236 0.017 0.004	0.374 0.257 0.019	0.434 0.175 0.011	P Q ^x Q ^y
	0.176 0.003 0.008	0.171 0.002 0.005	0.183 0.010 0.008	0.178 0.006 0.005	0.201 0.019 0.009	0.195 0.012 0.005	0.256 0.039 0.011	0.241 0.017 0.006	0.383 0.259 0.026	0.443 0.177 0.014	P Q ^x Q ^y
	0.185 0.003 0.011	0.179 0.002 0.007	0.192 0.010 0.012	0.186 0.006 0.007	0.210 0.019 0.012	0.203 0.012 0.007	0.265 0.039 0.014	0.250 0.016 0.008	0.397 0.262 0.035	0.458 0.179 0.019	P Q ^x Q ^y
6.5	0.197 0.003 0.017	0.192 0.002 0.010	0.204 0.006 0.017	0.199 0.006 0.010	0.223 0.018 0.017	0.216 0.012 0.010	0.279 0.038 0.020	0.264 0.015 0.011	0.417 0.267 0.046	0.479 0.182 0.025	P Q ^x Q ^y
	0.220 0.003 0.025	0.214 0.002 0.015	0.227 0.009 0.025	0.221 0.006 0.015	0.246 0.018 0.025	0.238 0.011 0.015	0.304 0.037 0.027	0.287 0.014 0.016	0.450 0.274 0.061	0.513 0.186 0.034	P Q ^x Q ^y
	0.283 0.003 0.044	0.267 0.002 0.019	0.290 0.010 0.044	0.274 0.005 0.018	0.309 0.018 0.044	0.292 0.011 0.018	0.369 0.035 0.044	0.341 0.012 0.017	0.524 0.284 0.085	0.582 0.195 0.040	P Q ^x Q ^y
9.5	0.426 0.007 0.283	0.492 0.004 0.193	0.436 0.022 0.286	0.503 0.012 0.195	0.460 0.039 0.292	0.528 0.022 0.198	0.527 0.064 0.303	0.589 0.028 0.207	0.717 0.304 0.333	0.857 0.194 0.212	P Q ^x Q ^y
	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	接触圧 ボアソン比								

図-4 Case A-F の鉛直圧分布 ($L/B=1, \nu=0.1$)

ヤング係数によって接触圧分布が変化するように見えるが、これは構造物に一定の変位量を与えた場合の接触圧を示したためであり、いま一定の外力が構造物に作用したとすれば、接触圧分布は基盤のヤング係数とは無関係に一意的に定まることになる。また基盤のボアソン比についても構造物底面に摩擦が存在しない場合には、それ

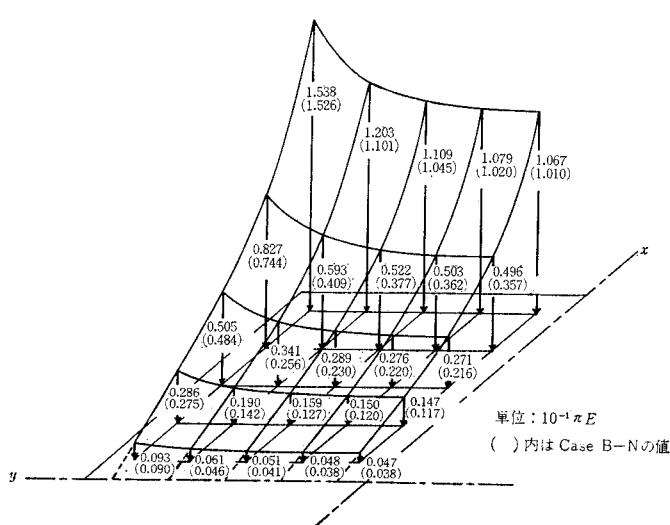
は接触圧分布に影響を与えない。したがって、接触圧分布に対する基盤の性質の影響に関しては、底面に摩擦のある場合のボアソン比についてのみ考察を行なえば十分である。

Case A-F および Case B-F における鉛直圧分布を $\nu=0.1$ の場合について図示すれば 図-4~7 のようになる。またこれらの図には比較のために構造物底面に摩擦のない場合、すなわち Case A-N および Case B-N の値を () 内に記してある。これらの図から明らかのように Case A の鉛直圧分布については、摩擦の存在する場合

合、無視した場合に比較してその値は構造物内部で大きく、端部では小さくなる。すなわち摩擦の存在する場合は端部の応力集中度が減少することがわかる。また Case B の鉛直圧分布は摩擦の存在する場合には一様に大きくなる。これは底面に摩擦が存在すれば構造物に同じ回転を与えるためにも外力として大きなモーメントが必要

表-10 Case B-F の接触圧 ($L/B=2$)単位: $10^{-4}\pi E$

$X \backslash Y$	0.5		1.5		2.5		3.5		4.5		
0.5	0.043	0.041	0.136	0.129	0.252	0.237	0.466	0.417	1.004	1.059	P
	-0.153	-0.093	-0.150	-0.091	-0.145	-0.086	-0.134	-0.095	0.328	0.218	Q^x
	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	Q^y
1.5	0.044	0.041	0.137	0.129	0.252	0.237	0.466	0.418	1.005	1.060	P
	-0.153	-0.093	-0.150	-0.091	-0.145	-0.087	-0.134	-0.095	0.328	0.218	Q^x
	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	0.001	0.001	0.004	0.002	Q^y
2.5	0.044	0.041	0.137	0.130	0.253	0.238	0.468	0.419	1.008	1.063	P
	-0.153	-0.093	-0.150	-0.091	-0.145	-0.087	-0.134	-0.095	0.329	0.219	Q^x
	0.000	0.000	0.001	0.000	0.001	0.000	0.002	0.001	0.007	0.004	Q^y
3.5	0.044	0.042	0.138	0.130	0.255	0.240	0.470	0.421	1.013	1.067	P
	-0.154	-0.093	-0.151	-0.092	-0.145	-0.087	-0.135	-0.096	0.329	0.219	Q^x
	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.001	0.003	0.002	0.011	0.006	Q^y
4.5	0.044	0.042	0.139	0.132	0.257	0.242	0.474	0.425	1.020	1.075	P
	-0.154	-0.094	-0.151	-0.092	-0.146	-0.087	-0.135	-0.096	0.330	0.220	Q^x
	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.002	0.004	0.002	0.015	0.009	Q^y
5.5	0.045	0.043	0.142	0.134	0.261	0.246	0.480	0.430	1.032	1.087	P
	-0.154	-0.094	-0.152	-0.092	-0.147	-0.088	-0.137	-0.097	0.332	0.221	Q^x
	0.000	0.000	0.002	0.001	0.004	0.002	0.006	0.003	0.021	0.012	Q^y
6.5	0.047	0.044	0.146	0.138	0.269	0.253	0.491	0.440	1.051	1.106	P
	-0.155	-0.094	-0.153	-0.093	-0.148	-0.088	-0.139	-0.098	0.334	0.223	Q^x
	0.001	0.001	0.003	0.002	0.005	0.003	0.008	0.005	0.029	0.017	Q^y
7.5	0.050	0.047	0.156	0.147	0.284	0.266	0.512	0.459	1.086	1.140	P
	-0.157	-0.095	-0.154	-0.093	-0.150	-0.089	-0.142	-0.101	0.339	0.226	Q^x
	0.002	0.001	0.005	0.003	0.008	0.006	0.011	0.008	0.041	0.025	Q^y
8.5	0.061	0.055	0.187	0.172	0.336	0.307	0.584	0.514	1.182	1.221	P
	-0.160	-0.097	-0.157	-0.096	-0.154	-0.093	-0.148	-0.106	0.346	0.232	Q^x
	0.003	0.001	0.010	0.002	0.015	0.003	0.019	0.002	0.057	0.023	Q^y
9.5	0.092	0.098	0.282	0.300	0.499	0.527	0.816	0.833	1.516	1.646	P
	-0.175	-0.102	-0.167	-0.098	-0.152	-0.088	-0.130	-0.090	0.337	0.212	Q^x
	0.044	0.029	0.132	0.089	0.226	0.151	0.328	0.222	0.418	0.265	Q^y
	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	接触圧 ボアソン比								

図-5 Case B-F の鉛直圧分布 ($L/B=1$, $\nu=0.1$)

であることを意味している。

つぎに底面に摩擦の存在する場合の鉛直圧分布に対す

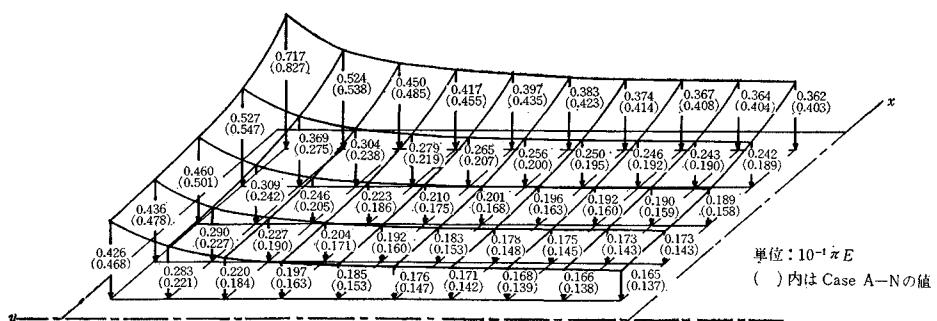
るボアソン比の影響については、表-4, 5 および表-9, 10 から明らかなように Case A および Case B とともに $\nu=0.1$ の場合が $\nu=0.3$ に比較して内部で大きく端部で小さい。すなわちボアソン比が小さくなれば端部の応力集中はさらに減少する。

図-8, 9 に Case C-F の鉛直圧分布を $\nu=0.1$ の場合について図示する。この圧力分布は Case B と類似している。これは、底面の鉛直方向変位を拘束して構造物を x 軸の正方向に水平変位させるためには、水平力のほかに y 軸のまわりに外力としてモーメントを作用させなければならないことを示している。このモーメントは水平変位 a に対して $L/B=1$ の場合 $-2.986 \cdot \pi Ea^3$ ($\nu=0.1$), $-1.704 \pi Ea^3$ ($\nu=0.3$), $L/B=2$ の場合は $-6.941 \pi Ea^3$ ($\nu=0.1$),

$-3.042 \pi Ea^3$ ($\nu=0.3$) となる。また表-6 および表-11 から明らかのように、この場合の鉛直圧はボアソン

表-11 Case C-F の接触圧 ($L/B=2$)単位: $10^{-1}\pi E$

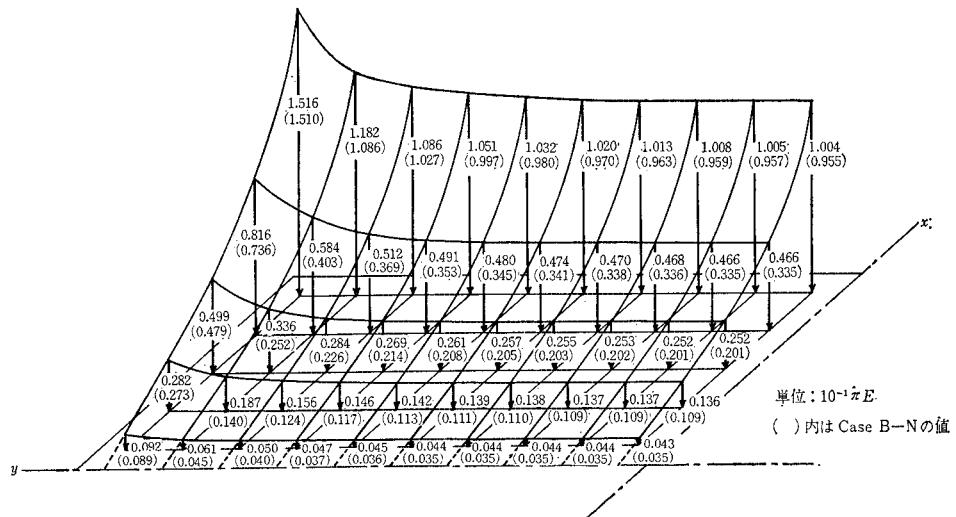
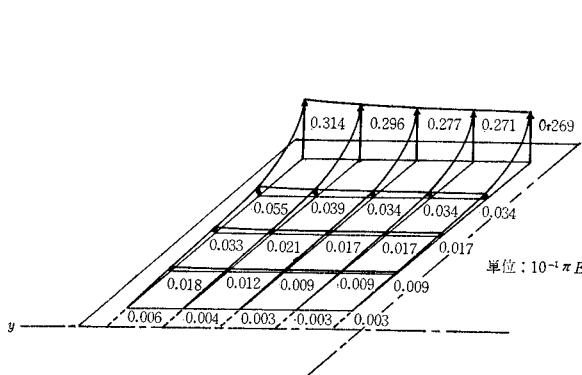
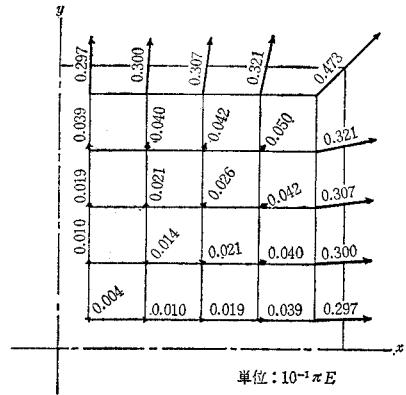
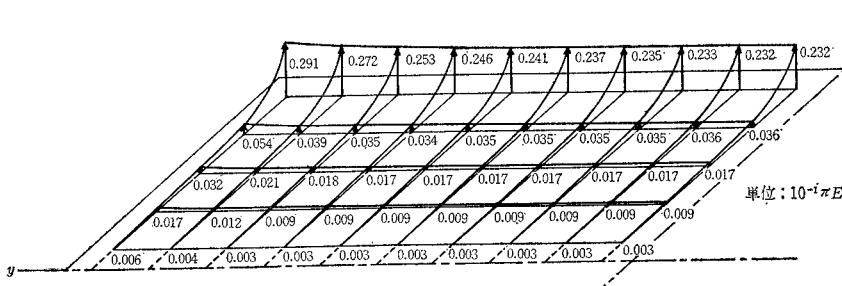
$X \backslash Y$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5		
0.5	-0.003 -0.002	-0.009 -0.005	-0.017 -0.010	-0.036 -0.014	-0.232 -0.142	P	
	0.149 0.134	0.155 0.140	0.172 0.155	0.222 0.192	0.339 0.369	Q^x	
	0.000 0.000	0.000 0.000	0.000 0.000	0.000 0.000	0.000 -0.001	Q^y	
1.5	-0.003 -0.002	-0.009 -0.005	-0.017 -0.010	-0.036 -0.014	-0.232 -0.142	P	
	0.150 0.135	0.156 0.141	0.173 0.156	0.223 0.193	0.341 0.370	Q^x	
	0.000 0.000	0.000 0.000	0.000 -0.001	-0.001 -0.001	-0.001 -0.003	Q^y	
2.5	-0.003 -0.002	-0.009 -0.005	-0.017 -0.010	-0.035 -0.014	-0.233 -0.142	P	
	0.150 0.135	0.158 0.142	0.175 0.157	0.225 0.195	0.344 0.374	Q^x	
	0.000 0.000	0.000 -0.001	-0.001 -0.001	-0.001 -0.002	-0.003 -0.004	Q^y	
3.5	-0.003 -0.001	-0.009 -0.005	-0.017 -0.010	-0.035 -0.014	-0.235 -0.143	P	
	0.154 0.138	0.160 0.144	0.177 0.159	0.228 0.198	0.350 0.379	Q^x	
	0.000 0.000	-0.001 -0.001	-0.001 -0.002	-0.002 -0.003	-0.004 -0.007	Q^y	
4.5	-0.003 -0.001	-0.009 -0.005	-0.017 -0.010	-0.035 -0.014	-0.237 -0.145	P	
	0.157 0.141	0.164 0.148	0.182 0.163	0.233 0.202	0.358 0.387	Q^x	
	0.000 -0.001	-0.001 -0.002	-0.002 -0.003	-0.002 -0.004	-0.005 -0.009	Q^y	
5.5	-0.003 -0.001	-0.009 -0.005	-0.017 -0.010	-0.035 -0.013	-0.241 -0.146	P	
	0.163 0.147	0.170 0.153	0.188 0.169	0.241 0.208	0.371 0.399	Q^x	
	-0.001 -0.001	-0.002 -0.002	-0.003 -0.004	-0.004 -0.006	-0.008 -0.013	Q^y	
6.5	-0.003 -0.002	-0.009 -0.005	-0.017 -0.010	-0.034 -0.013	-0.246 -0.149	P	
	0.173 0.155	0.180 0.161	0.198 0.177	0.252 0.218	0.389 0.417	Q^x	
	-0.001 -0.001	-0.002 -0.003	-0.004 -0.005	-0.005 -0.008	-0.011 -0.017	Q^y	
7.5	-0.003 -0.002	-0.009 -0.005	-0.018 -0.010	-0.035 -0.012	-0.253 -0.153	P	
	0.190 0.170	0.197 0.177	0.215 0.193	0.272 0.235	0.419 0.446	Q^x	
	-0.001 -0.001	-0.003 -0.004	-0.005 -0.008	-0.008 -0.012	-0.015 -0.025	Q^y	
8.5	-0.004 -0.002	-0.012 -0.006	-0.021 -0.011	-0.039 -0.014	-0.272 -0.164	P	
	0.224 0.201	0.231 0.207	0.249 0.223	0.307 0.266	0.472 0.498	Q^x	
	-0.001 -0.002	-0.005 -0.006	-0.008 -0.011	-0.013 -0.018	-0.026 -0.036	Q^y	
9.5	-0.006 -0.003	-0.017 -0.009	-0.032 -0.017	-0.054 -0.023	-0.291 -0.171	P	
	0.454 0.404	0.463 0.412	0.485 0.432	0.548 0.478	0.740 0.737	Q^x	
	-0.005 -0.005	-0.017 -0.015	-0.031 -0.029	-0.055 -0.051	-0.108 -0.129	Q^y	
	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	$\nu=0.1$	$\nu=0.3$	接觸圧 ボアソン比

図-6 Case A-F の鉛直圧分布 ($L/B=2$, $\nu=0.1$)

比が大きくなれば減少する傾向にある。

つぎに、Case A-F および Case B-F における $\nu=0.1$ の場合の水平方向せん断力分布を図-10~13 に示す。これは構造物底面と基盤が完全に一体である場合に生ずるせん断力であり、図から明らかなように Case A については端部で大きな値を示し、内部では端部と比較

して無視できる程度に小さくなる。また一方 Case B については内部と端部 ($x=\pm B/2$) とのせん断力の作用方向は逆になり、そのオーダーはほぼ同じである。さらにその分布は内部において近似的に一様と考えられる。またこの場合 x 方向のせん断力の合力は $L/B=1$ に対し $-0.597 \pi E a^2 (\nu=0.1)$, $-0.340 \pi E a^2 (\nu=0.3)$, $L/B=2$

図-7 Case B-F の鉛直圧分布 ($L/B=2, \nu=0.1$)図-8 Case C-F の鉛直圧分布 ($L/B=1, \nu=0.1$)図-10 Case A-F のせん断力分布 ($L/B=1, \nu=0.1$)図-9 Case C-F の鉛直圧分布 ($L/B=2, \nu=0.1$)

に対して $-1.047 \pi E a^2 (\nu=0.1)$, $-0.607 \pi E a^2 (\nu=0.3)$ となる。これは構造物が y 軸のまわりに回転する場合には外力としてモーメントのほかに水平力が必要であることを示している。また Case A および Case B におけるせん断力は表-4, 5 および表-9, 10 から明らかのように、ポアソン比が大きくなれば一様に減少する。

つぎに Case C-F に対する $\nu=0.1$ の場合のせん断力分布を図-14, 15 に示す。この場合も構造物端部で大きな値を示すが、その方向は y 軸方向の端部を除けばほぼ一様に x 軸の正方向に向かう。またポアソン比が $\nu=0.3$ の場合は、 $\nu=0.1$ と比較してその分布は内部で小さく x 軸方向の端部で大きくなることが表-6 および表-11

から理解できる。

つぎに L/B の接触圧に対する影響について考察を行なう。

鉛直圧分布については、図-4 と図-6 および図-5 と図-7との比較から Case A, Case B ともに摩擦の有無に関係なく $L/B=1$ の場合は $L/B=2$ にくらべて全体に大きな値を示している。これは同じ変位を与えるためには前者は後者に比較して単位面積当たり大きな力の必要なことを示すものである。

Case A-F のせん断力については $L/B=1$ の場合は $L/B=2$ に比較して端部でわずかに大きな値となっているが、内部ではあまり変化しない。また Case B-F については図-11 と図-13 との比較から L/B の値はほとん

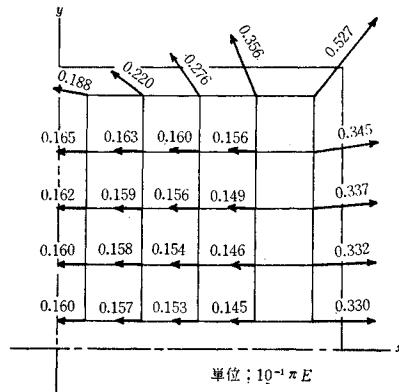


図-11 Case B-F のせん断力分布 ($L/B=1, \nu=0.1$)

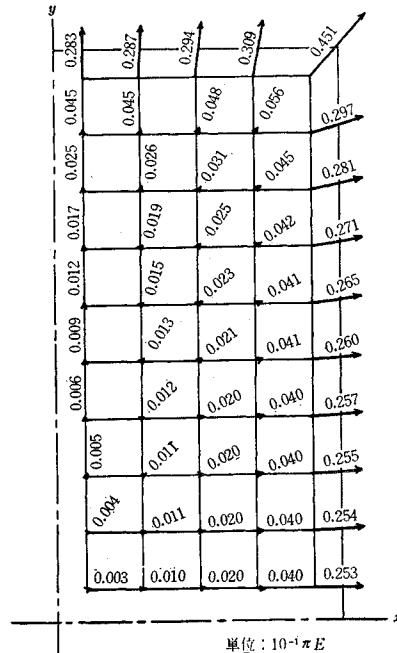


図-12 Case A-F のせん断力分布 ($L/B=2, \nu=0.1$)

どせん断力に影響を与えないことがわかる。

一方 Case C-F のせん断力は図-14 と図-15との比較から $L/B=1$ の場合に一様に大きな値を示している。したがってこの場合も x 方向に同じ変位を与えるためには $L/B=1$ の方が $L/B=2$ に比較して単位面積当たり大きな力が必要である。

以上のことから L/B の影響は Case A および Case B の鉛直圧分布、さらに Case C のせん断力分布に大きく現われ、その他の圧力分布に対してはほとんど無視できるであろう。

しかしここで行なった数値計算においては $L/B=2$ の場合の面積は $L/B=1$ の 2 倍となっていることに注意し

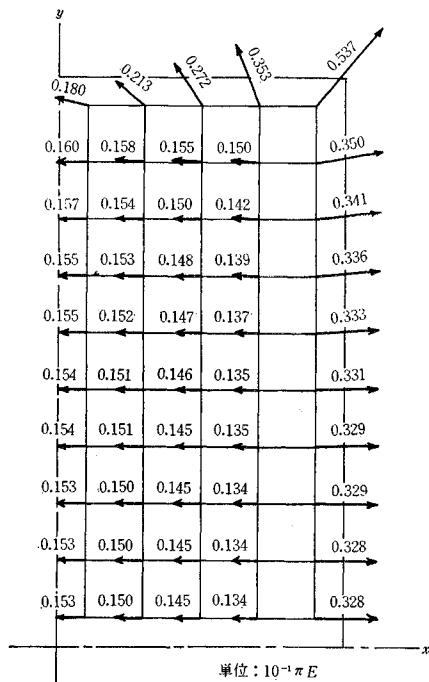


図-13 Case B-F のせん断力分布 ($L/B=2, \nu=0.1$)

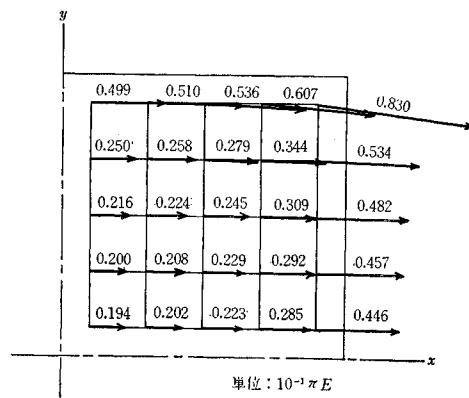
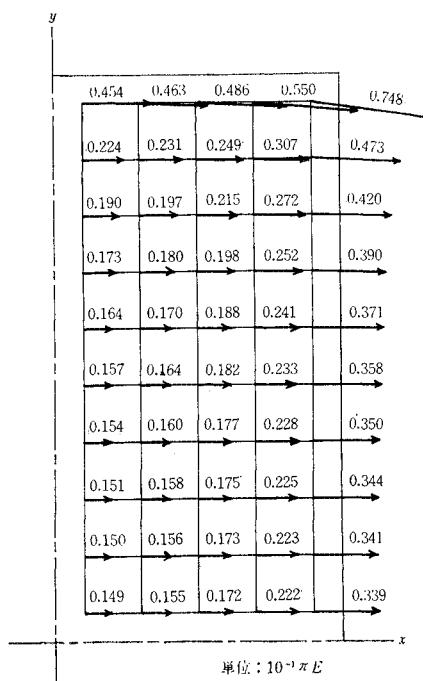


図-14 Case C-F のせん断力分布 ($L/B=1, \nu=0.1$)

図-15 Case C-F のせん断力分布 ($L/B=2, \nu=0.1$)

なければならない。したがってここでは L/B の影響のみならず底面の面積の影響も加算されていると考えるべきであるが、このことについては 5. でさらに考察を加える。

以上において Case A, Case B および Case C に対して個々に考察を加えたが、すでに述べたように実際の構造物はこれら種々の Case が重ね合わされた状態で挙動すると考えられる。その場合の接触圧分布はそれぞれを加え合わせることによって求めることができる。たとえば構造物が水平力を受ける場合には、その挙動は一般に水平移動と回転とに分解することができる。いま、構造物端部で単位の沈下が生ずるような回転と単位の水平変位との重ね合わせと考え得る場合には、Case B-F と Case C-F の計算結果から明らかのように、その内部のせん断力は非常に減少するが、端部では水平変位のみを受ける場合の 2 倍近くに増大する。この場合さらに自重などにより沈下を生ずるとすれば端部のせん断力はさらに大きくなることがわかる。

したがって地震力などの水平力を受ける構造物の設計においては、構造物端部のせん断力にとくに注意しなければならない。一方この場合の鉛直圧については、底面の摩擦の影響を考慮すればその値は減少する。

4. 二次元問題との比較および分割数の検討

構造物底面の長さと幅の比 L/B が非常に大きくなれ

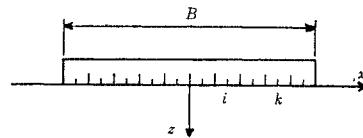


図-16 二次元構造物の分割要素と座標系

ば底面中央部の接触圧分布は二次元平面ひずみ状態としての解と一致してくるはずである。したがってここでは L/B がどの程度になれば二次元と考え得るかを検討するため構造物底面に摩擦のない場合について L/B 値を種々変化させて得た数値解と二次元平面ひずみ状態の解との比較を行なう。また数値計算結果に対する分割数の影響をも調べる。

二次元問題に対する解はすでに解析的に求められているが、ここでは 2. で述べたとまったく同じ考え方により数値計算によって求める。すなわち x 軸方向に構造物を m 等分し、 y 軸方向には構造物が無限に拡がっているとして要素の分割幅 $a=B/m$ のみを考慮する。

いま 図-16 のような座標系を考えれば、要素 i に p_i なる等分布鉛直荷重が z 軸の正方向に作用するとき要素 k における鉛直変位 w_{ki} は二次元平面ひずみ状態に対して無次元化表示によって式(11)のように表わされる¹⁹⁾。ただしここでは載荷点から $x=\pm x_0$ の位置で表面の鉛直変位を $w=0$ と仮定している。

$$W_{ki}=2P_i \ln\left(\frac{X_0}{X_{ki}}\right) \quad (k \neq i) \quad (11)$$

ここで、 $W_{ki}=w_{ki}/a$, $P_i=\frac{1-\nu^2}{\pi E}p_i$, $X_0=|x_0|/a$

$$X_{ki}=|k-i|$$

また載荷点の変位、すなわち要素 k に p_k なる等分布鉛直荷重が作用する場合の要素 k の鉛直変位 w_{kk} は無次元化表示によってつぎのように表わされる。

$$W_{kk}=2P_k(\ln 2 X_0 + 1) \quad (12)$$

ここで厳密には $X_0=\infty$ でなければならないが、式(11)および式(12)において $X_0=\infty$ とすれば鉛直変位は $W=\infty$ となり無意味である。したがってここでは X_0 を有限値とする。いま、 x_0 として構造物全幅の M 倍をとれば、

$$X_0=BM/a=mM \quad (13)$$

となる。

以上の結果を用いて要素 k の全鉛直変位 $w_{k'}$ を求めることができる。すなわち、

$$W_{k'}=\sum_i W_{ki} \quad (14)$$

ここで、

$$W_{k'}=w_{k'}/a$$

構造物が z 軸の正の方向に単位沈下（分割幅 a を単位とする）する場合（Case A）は

$$W_{k'}=1 \quad (15)$$

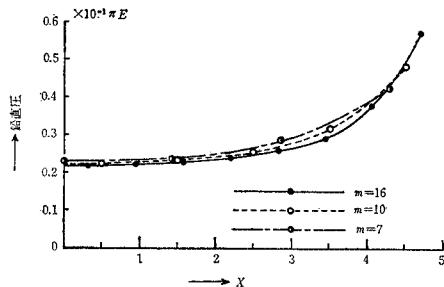


図-21 Case A-F の鉛直圧分布に対する分割数の影響 ($L/B=1, \nu=0.1$)

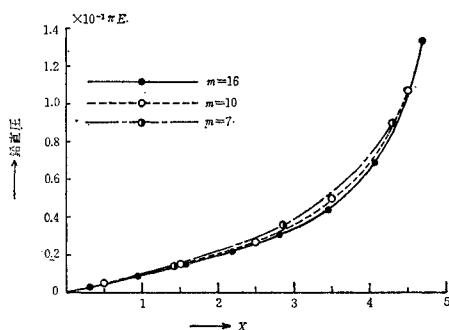


図-22 Case B-F の鉛直圧分布に対する分割数の影響 ($L/B=1, \nu=0.1$)

らの図から明らかなように $m=7, 10, 16$ の間にほとんど差はなく、したがって $m=10$ として十分の精度が得られると考えられる。

5. 地盤反力係数に関する考察

種々の変形状態に対する地盤反力係数についてはすでに 1930 年代に U.S. Bureau of Reclamation²¹⁾ (以下 USBR と略す) から計算図表が発表されている。これは構造物底面に一様分布の接触圧を仮定し Boussinesq および Cerruti の解を用いて求めたものであり、したがってたわみ性基礎に対するものと考えられる。

ここではこの USBR の図表から得られる地盤反力係数と前節までに述べた剛基礎底面の接触圧分布を用いて求められる地盤反力係数との比較を行なう。これら両者について Case A, Case B および Case C に対する計算結果を表-12, 13 に示す。ここで剛基礎の場合、Case A に対する地盤反力係数とは構造物に単位沈下を起こさせるに必要な単位面積当たりの平均鉛直圧であり、Case B に対するそれは構造物が単位回転角を生ずる場合に外力としてのモーメントをそれに等しい三角形分布の鉛直圧に換算して求めたものである。また Case C に対する地盤反力係数は構造物に単位の水平変位を起こさせるに必要な単位面積当たりの変位方向の平均せん断力である。一方 USBR の場合は、一様分布の接触圧に対して底面

表-12 たわみ性基礎と剛基礎の地盤反力係数の比較 ($L/B=1$)

単位: $10^{-2} E/\alpha$

Case	基盤の ボアソ ン比 (ν)	たわみ 性基礎 USBR (1)	剛 基 础		(2)-(1) (1) (%)	(3)-(1) (1) (%)	(3)-(2) (2) (%)
			摩擦なし (2)	摩擦あり (3)			
A	0.1	10.70	11.36	12.16	6.2	13.6	7.0
	0.3	11.65	12.35	12.69	7.1	10.1	2.8
B	0.1	26.98	28.90	32.42	7.1	20.2	12.2
	0.3	29.30	31.43	32.84	7.3	12.1	4.5
C	0.1	10.10	—	11.11	—	10.0	—
	0.3	9.57	—	10.30	—	7.6	—

表-13 たわみ性基礎と剛基礎の地盤反力係数の比較 ($L/B=2$)

単位: $10^{-2} E/\alpha$

Case	基盤の ボアソ ン比 (ν)	たわみ 性基礎 USBR (1)	剛 基 础		(2)-(1) (1) (%)	(3)-(1) (1) (%)	(3)-(2) (2) (%)
			摩擦なし (2)	摩擦あり (3)			
A	0.1	7.69	8.30	8.88	7.9	15.5	7.0
	0.3	8.47	9.03	9.27	6.5	9.3	2.7
B	0.1	24.00	25.85	29.15	7.7	21.5	12.8
	0.3	26.09	28.12	29.43	7.8	12.8	4.7
C	0.1	7.41	—	8.22	—	10.9	—
	0.3	7.15	—	7.75	—	8.4	—

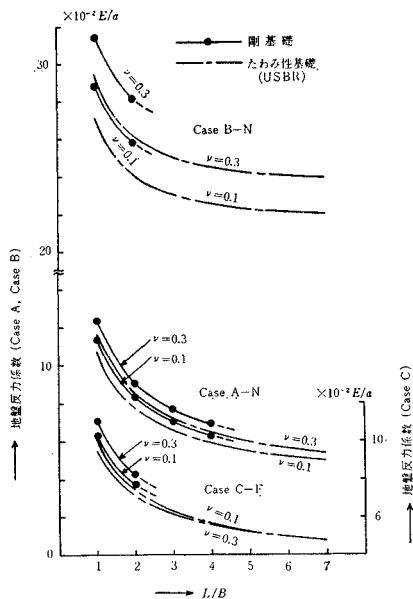
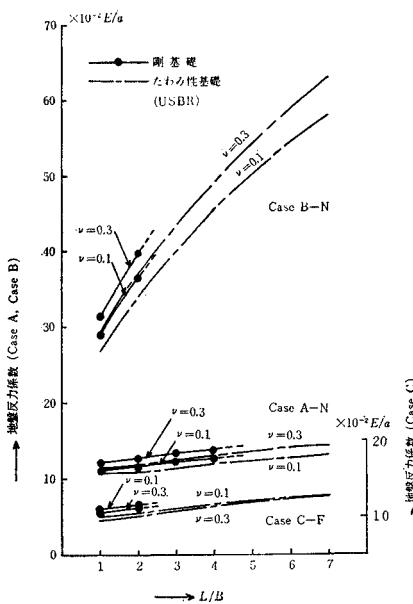
の平均変位を用いて求めたものである。

これらの表から明らかのように剛基礎において底面の摩擦を無視した結果は USBR の解と比較してかなり近い値を示し、その差は 7~8% にすぎない。一方剛基礎底面に摩擦が存在する場合、その差は大きくなり 10~20% 程度になる。これは USBR の値には摩擦の影響が含まれていないためであり当然予想されることである。しかしいずれも USBR の値が小さく、したがってたわみ性基礎とした場合の地盤反力係数は剛基礎のそれより小さいといえる。

Case A および Case B に対してボアソン比が大きくなれば地盤反力係数は増大するが Case C においてはその逆の傾向がある。またボアソン比の増加とともに地盤反力係数に対する底面の摩擦の影響は小さくなる。

さらにこれらの表から明らかなことは Case A および Case C から得られる地盤反力係数は互にかなり近い値を示しているが Case B の場合はそれらの約 3 倍の値となる。これは Case A から得られた地盤反力係数はそのまま Case B の解析に用いてはならないことを示すものである。

つぎに地盤反力係数と L/B の関係を Case A-N, Case B-N および Case C-F について図示すれば図-23 のようになる。ただしこの場合、構造物の幅 B は一定と仮定しているので L/B の変化はそのまま底面の面積の変化を意味している。したがって L/B のみの影響を調べるために面積を一定に保たなければならない。図-24 に面積を一定に換算した場合の地盤反力係数と L/B の関係を示す。この図から明らかなように Case A および Case C に対しては地盤反力係数は L/B にほぼ無

図-23 地盤反力係数と L/B との関係（面積：一定）図-24 地盤反力係数と L/B との関係（面積：一定）

関係であるが、Case B の場合は L/B の増加とともに非常に増大することがわかる。

図-23 と図-24 を比較することによりつぎのように結論することができる。すなわち、Case A および Case C において地盤反力係数は L/B にあまり影響を受けず、おもに面積によって変化し、面積が増加すればその値は減少する。一方 Case B では面積による影響より L/B の影響が大であり、 L/B の増加とともにその値は非常に増大する。

6. 結 言

本研究で得た結果を要約すればつぎのとおりである。

(1) 構造物が一定の外力を受ける場合の接触圧分布は基盤のヤング係数に無関係に定まり、さらに底面の摩擦を無視すれば、その分布はポアソン比の影響も受けない。

(2) 構造物底面に摩擦を考慮すれば、それを無視した場合と比較して、Case A については構造物端部における鉛直圧の集中度が減少し、Case B については鉛直圧が一様に増大する。

(3) 構造物底面に摩擦の存在する場合、ポアソン比が減少すれば Case A, B ともに端部の鉛直圧の集中度は減少する。

(4) 構造物底面の鉛直方向変位を拘束して水平変位を与えるには水平力のほかに外力としてモーメントが必要である。そしてこの場合ポアソン比が増加すればこのモーメントは減少する。

(5) 底面の水平変位を拘束して構造物を回転させる時、モーメントのほかに水平力が必要であり、ポアソン比が増加すればこの水平力は減少する。

(6) 構造物底面に作用するせん断力は Case A については端部で大きく内部ではほとんど無視できる程度である。Case B については構造物内部と端部とではその作用方向が逆になる。また Case C については底面にはほぼ一様に分布する。

(7) Case A および Case B におけるせん断力はポアソン比の減少とともに一様に増加する。一方 Case C においてはポアソン比の減少とともに端部におけるその集中度は減少する。

(8) 構造物の長さと幅の比 L/B (B : 一定) の影響は Case A および Case B の鉛直圧分布、さらに Case C のせん断力分布に大きく現われ、その他の圧力分布に対しては無視できる。

(9) 底面に摩擦の存在する構造物が地震力のような水平力を受ける場合には、底面端部に非常に大きなせん断力が作用する。

(10) Case A の場合、 $L/B=5$ 以上になれば中央部付近は近似的に二次元平面ひずみ状態と考えられるが、Case B の場合は $L/B=1$ 程度でも二次元状態とみなせる。

(11) 二次元平面ひずみ状態に対する理論解に含まれる M の値は、ここで計算した範囲内では $M=5$ が適当である。

(12) 数値計算における要素の分割数は $m=10$ として十分な精度を得ることができる。

(13) たわみ性基礎に対する地盤反力係数は剛基礎のそれより小さい。

(14) 底面の摩擦を考慮すれば地盤反力係数は増加する。また Case A および Case B に対してはポアソン比の増加とともに地盤反力係数は増大するが Case C に対してはその逆の傾向にある。

(15) Case A の状態において得られた地盤反力係数はそのまま Case B の解析に用いてはならない。

(16) Case A および Case C において地盤反力係数は L/B にあまり影響を受けず、おもに面積によって左右される。一方 Case B においては面積よりも L/B に大きく影響される。

なお本研究においては構造物は地表面上にあると仮定しているが、一般にそれは図-25 のように軟弱地盤下の岩盤上に築造されるのが普通である。このような場合の接触圧の三次元的解析は非常に困難であるが、もし上層と岩盤との境界における摩擦が無視できる場合（上層が非常に軟弱な場合はこの仮定が成立するであろう）には上層部を岩盤に対する上載荷重と考えることによって問題を非常に簡単にすることができます。すなわち岩盤の挙動は構造物を通して作用する外力と、この上載荷重と

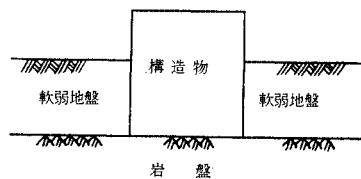


図-25 軟弱地盤のある場合

の和によって定まり、半無限弾性体に対する解が適用できる。

岩盤上に構造物を築造する時には上載荷重としての軟弱地盤によって岩盤はすでに変形した状態にある。いまこの状態において剛基礎構造物を築造するとすれば、接触圧は構造物のみによって決定され、上載荷重とは無関係となる。したがってこのような場合にも本研究で得た解がそのまま適用可能となる。

最後にこの研究を行なうにあたり、日頃ご支援を賜わっている名古屋大学 成岡昌夫教授、神戸大学 畑中元弘教授、さらに直接ご指導をいたいでいる名古屋大学 川本桃万助教授に深く感謝します。なお本研究の数値計算には東京大学大型計算機センターの HITAC 5020 E を利用したことと付記し関係各位に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Love, A.E.H. : "The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary", Phil. Trans. Roy. Soc., London (A), Vol. 228, 1929, pp. 377-420.
- 2) Deresiewicz, H. : "The Half-Space under Pressure Distributed over an Elliptical Portion of its Plane Boundary", ASME, Appl. Mech. Div., Paper No. 59-A-17, 1959.
- 3) Newmark, N.M. : "Influence Charts for the Computation of Stresses in Elastic Foundations", Univ. of Illinois Eng. Exp. St., Bulletin Series 338, 1942.
- 4) Kersel, J. and Quatre, M. : "Tassements sous les Foundations", Annales des Ponts et Chaussées, 136^e Année, 1966, pp. 143-164.
- 5) Giroud, J. : "Settlement of a Linearly Loaded Rectangular Area", Proc. ASCE, Vol. 94, SM 4, 1968, pp. 813-831.
- 6) 大久保肇: "弾性平面にて圧縮された半無限体の二次元問題について", 日本機械学会論文集, Vol. 18, No. 65, 1952, pp. 58-62.
- 7) Sadowsky, M. : "Zweidimensionale Probleme der Elastizitätstheorie", ZAMM, Band 8, Heft 2, 1928, S 107-121.
- 8) Muskhlishvili, N.I. : "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity", P. Noordhoff, Groningen—The Netherlands, 1963.
- 9) Galin, L.A., 佐藤常三訳: "弾性接触論", 日刊工業新聞社, 1958.
- 10) 長谷川高士: "接触圧による地盤内弾性応力", 土木学会論文集, No. 140, 1967, pp. 1-12.
- 11) 前述, 文献 9)
- 12) Sneddon, I.N. : "Fourier Transforms", McGraw-Hill, 1951, pp. 458-468.
- 13) Schiffman, R.L. and Aggarwala, B.D. : "Stresses and Displacements Produced in a Semi-Infinite Elastic Solid by a Rigid Elliptical Footing", Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 1, Paris, 1961, pp. 795-801.
- 14) 山口柏樹・木村 孟・寺師昌明: "円形基礎の支持力の精密解", 東京工業大学土木工学科研究報告 No. 6, pp. 1-11.
- 15) 木村 孟: "二層地盤の力学性状に関する解析的研究", 東京工業大学土木工学科研究報告 No. 6, 1968, pp. 41-83.
- 16) Barden, L. : "Distribution of Contact Pressure under Foundations", Géotechnique, Vol. 12, No. 3, 1962, pp. 181-198.
- 17) たとえば, Love, A.E.H. : "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", 4th ed., Cambridge at the University Press, 1934, pp. 183-192.
- 18) 前述, 文献 17), pp. 229-243.
- 19) 川本桃万: "基礎岩盤の変位状態におよぼす地山の異方性の影響について", 土木学会論文集, No. 126, 1966, pp. 16-26.
- 20) 前述, 文献 7)
- 21) United States Dept. of the Interior Bureau of Reclamation Manual : "Treatise on Dams", chap. 10, Arch Dams, pp. 58-76.

(1969.4.1・受付)