

## 粒状土地盤の局部沈下現象について\*

ON THE SETTLEMENT OF GRANULAR MEDIA  
CAUSED BY THE LOCAL YIELDING IN THE MEDIA

村山 朔郎\*\*・松岡 元\*\*\*

By Sakuro Murayama and Hajime Matsuoka

## 1. 緒 言

地盤中の一部が何かの原因で局部的に沈下した場合、その沈下がどのように地盤中に伝達され地盤のどの範囲がどれだけ沈下するかという問題について考察した。地下鉄や山岳トンネルの建設が盛んな昨今、これは地下掘削が地表面の沈下におよぼす影響とも関連して重要な問題である。粒状土地盤に対するこのような沈下現象の解明には、乾燥砂を箱につめて底板の一部を降下させる実験が行なわれることが多い。このような実験を降下床(lowering panel) 模型実験と名づける。しかし砂を用いる実験では前面をガラス板にして微細な現象の観察が困難であるし、また砂と容器壁面との間の摩擦が誤差として入り実験の精度を低下させる恐れもある。そこで本論文では、粒状土の2次元モデルとして各種直径のアルミ棒を混合し横に積み上げた積層体を用いて、降下床の降下による積層体中の棒の移動状況、積層体の間げきの局所的变化とその上方への伝搬状況および降下床の降下量と積層体の沈下量の関係等について詳細に調べ、粒状土地盤の局部沈下機構を明らかにするとともに地盤の沈下量算定式を誘導した。また地盤材料が砂の場合についても同様の実験を行ない、アルミ棒積層体について展開した理論が砂についても適用可能なことを検証した。

砂のような粒状土層が局部的に沈下を許された場合にどのような運動をするかという問題は、PolandのJ. Litwiniyszyn<sup>1)</sup>が取り扱っている。これらの研究は確率過程の概念を導入したものとして高く評価されるべきであるが、沈下現象の力学的表現は重力の方向である鉛直下

向きに近い方向に粒子が移動するというだけであった、現実の複雑な現象を説明するには不十分であるように思われる。たとえばこれらの理論ではアーチ現象などは考慮されていないが、本論文では降下床の降下に追従してアーチ形状の領域が降下床と同一の沈下をすることの力学的意味を明らかにし、それを基礎にして沈下伝達の様相を解析した。

## 2. 実験の概要

## (1) 実験に用いた地盤材料

従来は砂のような粘着力のない粒状体中の局部沈下部にかかる土圧や局部沈下の影響を調べるためには、前述のように乾燥砂を容器の中に詰めその底板の一部にある幅の降下床を設け、これを徐々に降下させて降下床に作用する圧力を測り、また砂の移動を容器の前面のガラス板を通して観察していた。しかしこのような容器を用いた場合は、降下床の降下につれて砂が下方に移動するとき容器壁面との摩擦力のため、砂の移動が真の2次元状態と異なることや降下床にかかる砂の圧力が真の値より小さくなること、あるいは砂層中に標点を入れにくいいため砂層の変形状態の観察が困難であることなどの欠点があった。

これらの欠点を除くためさきに行なった実験<sup>2)</sup>と同様、まず砂の代わりに長さが50mmで種々の直径をもつアルミ棒を適当な混合比でまぜ、それを柱面を平行にしてわくの中に水平に積み上げた積層体を地盤材料として実験を行なった。アルミ棒の積層体は、(イ) 径1.6, 3mmを混合したもの、(ロ) 径3, 5, 9mmを混合したものの2種類を主に使用した。(イ)の混合重量比(3:2)および(ロ)の混合重量比(8:7:5)はいずれも標準砂の粒径加積曲線に平行になるよう割合で決定したものである。これらの棒の積層体を用いる利点は、① 棒の積

\* 昭和43年度土木学会関西支部年次学術講演会および第23回土木学会年次学術講演会にて一部発表、昭和44年度土木学会関西支部年次学術講演会にて概要発表

\*\* 正会員 工博 京都大学教授 京都大学防災研究所

\*\*\* 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科 土木工学専攻 博士課程

層体は自立するから前後面を壁体で支える必要がなく、したがって試料と壁面間の摩擦の影響が皆無である。②棒の変位は、粒状体の2次元的な応力-ひずみ関係をシミュレートしている。③積み上げられた棒の端面にじかに標点や標線を描くことにより、地盤の変形状態を明確に観察することができる。④棒の移動状況は容易に写真撮影できる。⑤径の異なった棒の混合比をかえることにより種々の粒度組成の粒状体に類似させられる。⑥アルミ棒を用いる場合には、その比重(2.69)が砂礫などの比重に類似している。⑦アルミ棒の積層体のせん断試験の結果、その内部摩擦角がほぼ $30^\circ$ になり、一般の砂の内部摩擦角に近い、などがあげられよう。

ついでアルミ棒積層体について組み立てた理論が砂についても適用可能かどうかを検討するため、粗砂(粒径 $5.0\sim 0.3\text{ mm}$ )と細砂(粒径 $1.0\sim 0.1\text{ mm}$ )の2種類の乾燥砂を、密詰めとゆる詰めの状態で地盤材料とし、同様の降下床模型実験を行なった。

## (2) 実験装置および実験方法

棒の積層体を用いた降下床の実験装置の模様を写真-1に示す。下の降下床降下用のハンドルをチェーンを介してモーターによって1回転すると降下床は $0.5\text{ mm}$ 降下する。通常の実験では約 $1.0\text{ mm/min}$ の速さで降下させた。なお本論文では土圧については取り扱っていないが、降下床を支持しているシャフトはロードセルに接しており降下床にかかる荷重を測定することができるようになっている。降下床の幅 $B$ はいろいろに変えることが可能で、本実験

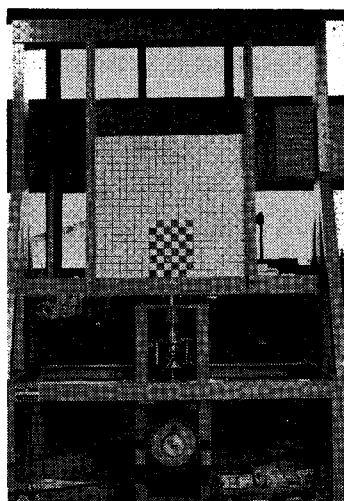


写真-1 降下床模型実験装置  
(アルミ棒積層体用)

では $B=3, 6, 9, 12, 15\text{ cm}$ の5種類について行なった。土かぶり(地盤材料の高さ) $D$ は、普通 $30\text{ cm}$ と $60\text{ cm}$ 前後の2種類を採用した。左右の仕切り壁間の距離は約 $60\text{ cm}$ としたが、降下床幅、土かぶりに対して十分に広く、地盤材料の動きに対して影響をおよぼさないように考慮した。

砂についての降下床模型実験装置は内面がメッキされた内容積 $60\text{ cm}\times 60\text{ cm}\times 14\text{ cm}$ の鉄製の箱で、前面に

は硬質ガラス板がはめこまれ底板の中央部に幅 $B=10\text{ cm}$ の降下床が備えつけられている。

アルミ棒積層体の場合の実験方法は、所定の混合比に混合されたアルミ棒を左右の仕切り壁間に積み上げ、必要に応じて積層体の端面にインクで標線(マス目状)を描いた。砂の場合、密詰めとは層にわけて各層ごとに突き棒で突き固めたものをいう。また標線として着色砂を砂層間に水平に入れた場合もある。降下床の降下につれて地盤材料が移動する状況を見るために、必要に応じつぎの3方式の写真撮影を行なった。

[a]-方式：カメラを地上の定位置に固定し、各 $\delta$ ( $\delta$ :降下床の降下量)ごとに地盤の正面を撮る。標線が描かれている場合は、地盤中の各点の沈下量および地盤の変形状態を知ることができる。

[b]-方式：上と同様カメラを地上に固定し、降下床がある距離降下する間を同じフィルムに重ねて写す。この重ね撮り方式によれば、地盤材料の移動流線が得られ地盤の移動状況を知ることができる。

[c]-方式：カメラを降下床に直結した台にすえ降下床と同じだけ同時に降下するようにして、ある降下距離の間、重ね撮りする。したがって、この方式では降下床と同じ降下をする地盤の範囲が静止像として鮮明に写ることになる。

また地盤表面や地盤中の沈下量を精度よく測定する場合には、ダイヤルゲージや読み取り望遠鏡を用いた。

なお地盤材料(アルミ棒積層体および砂)の内部摩擦角 $\phi$ 、せん断による最大の間げき率の増分 $\Delta n_{\max}$ およびすべり領域の幅 $s$ を求めるためにせん断試験を行なった。アルミ棒積層体の場合には試料の幅 $6\text{ cm}$ 、高さ $5\text{ cm}$ とし棒の前後面は無拘束で棒の移動が直接観察できる特別の一面せん断試験機を試作してこれを用い、砂の場合は通常の一面せん断試験機を用いた。

## 3. 地盤材料の流動状況

### (1) 流動領域の幅 $b$

アルミ棒の積層地盤および砂層の流動状況を把握するため、地上に固定したカメラによって降下床がある距離降下する間を同じフィルムに重ね撮りした([b]-方式)。この写真をアルミ棒積層体と砂の場合について実験条件にしたがって写真-2~写真-4に示す。これらの写真を観察して特徴的なことは、流動領域の幅は降下幅 $B$ より広がり、降下床の降下量 $\delta$ がある値以上になるとある高さである幅に拡幅した定常的な移動流線を形成することである。この流動領域の範囲を決定することは、降下床の降下の影響範囲を決定するという意味からも、こ

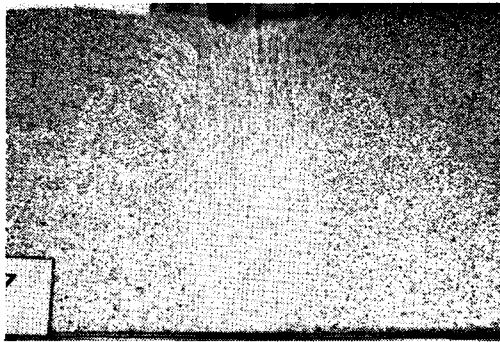


写真-2 アルミ棒混合積層体 ( $\phi 1.6 \text{ mm}$ ,  $\phi 3 \text{ mm}$ ) の流動,  $B=9 \text{ cm}$ ,  $D=30.7 \text{ cm}$ ,  $\delta=46\sim 70 \text{ mm}$

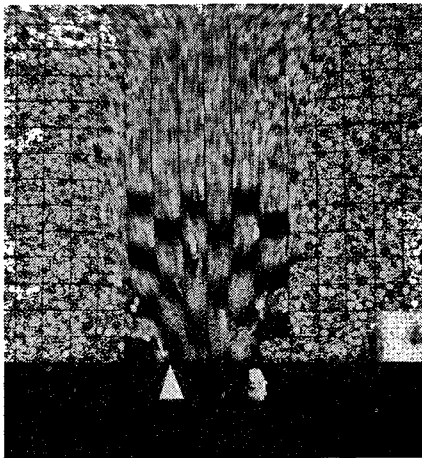


写真-3 アルミ棒混合積層体 ( $\phi 3 \text{ mm}$ ,  $\phi 5 \text{ mm}$ ,  $\phi 9 \text{ mm}$ ) の流動,  $B=10 \text{ cm}$ ,  $D=41.6 \text{ cm}$ ,  $\delta=30\sim 70 \text{ mm}$

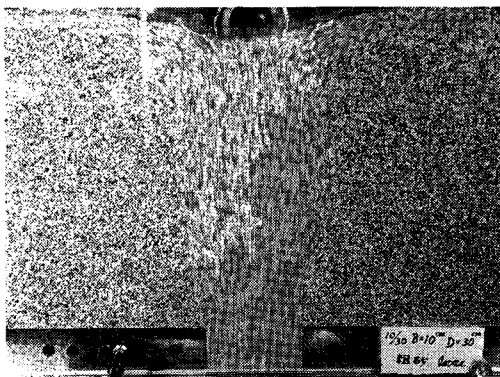


写真-4 砂地盤(粗砂; ゆる詰め)の流動  $B=10 \text{ cm}$ ,  $D=30 \text{ cm}$ ,  $\delta=52\sim 64 \text{ mm}$

の種の問題を考察する際非常に重要である。

流動領域の幅  $b$  は移動流線が平行となった点での幅と定義するが(図-3 参照), これは土かぶり高さ  $D$  や降下床幅  $B$  によって, また地盤材料(アルミ棒積層体, 粗砂, 細砂)とその状態(密詰め, ゆる詰め)によって変化する。そこで流動領域の幅  $b$  と土かぶり高さ  $D$  を降下床幅  $B$  によって無次元化した ( $b/B \sim D/B$ ) の関係で

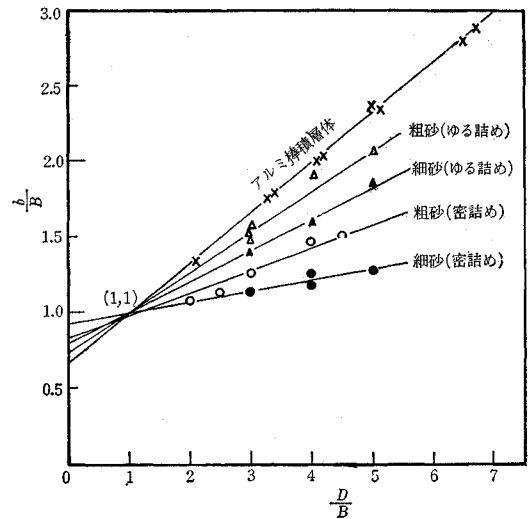


図-1  $b/B \sim D/B$  関係

ロットすると, 図-1 に示すように地盤材料とその状態によって決まる直線関係になる。この関係を式に表わすと,

$$\frac{b}{B} = C_1 \cdot \frac{D}{B} + C_2 \dots \dots \dots (1)$$

となる。ここに  $C_1$ ,  $C_2$  は地盤材料とその締め固め状態によって決まる定数である。式(1)は実験式であるがかなり広範囲の実験条件に対して成立するので, つぎにその物理的な意味について考察する。

(2) 1次領域と沈下伝達パターン

写真-5~写真-7 はアルミ棒積層体および砂の降下床模型実験において降下床と同じ降下をするカメラで撮影したものであり([c]-方式), 静止して鮮明に写っている部分が降下床と同じ降下をする地盤の領域である。この領域を1次領域と名づける。ここでこの1次領域の形成される物理的な意味について考察する。

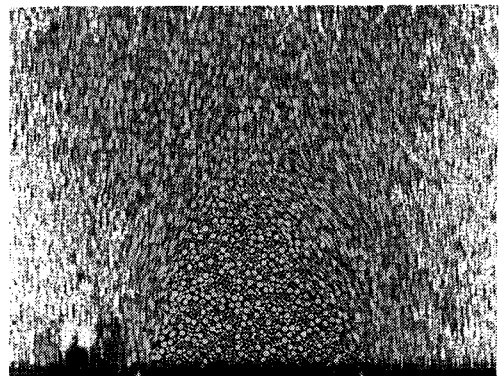
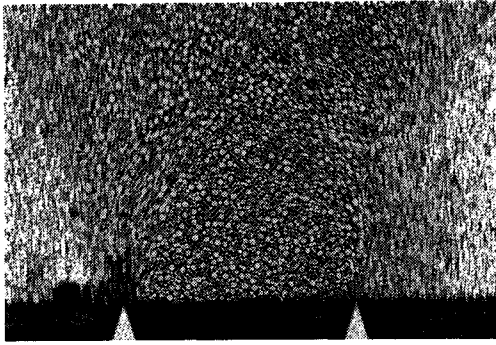
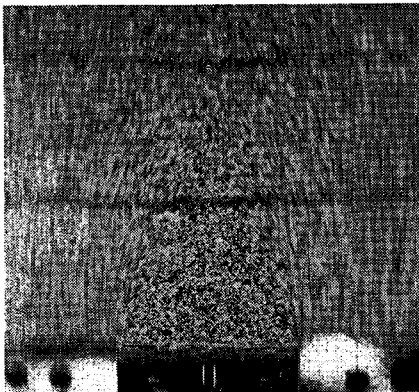


写真-5 降下床に直結されたカメラで撮影したアルミ棒混合積層体 ( $\phi 1.6 \text{ mm}$ ,  $\phi 3 \text{ mm}$ ) の流動中の写真,  $B=9 \text{ cm}$ ,  $D=30 \text{ cm}$ ,  $\delta=4\sim 7 \text{ mm}$



写真一六 降下床に直結されたカメラで撮影したアルミ棒混合積層体 ( $\phi 1.6 \text{ mm}$ ,  $\phi 3 \text{ mm}$ ) の流動中の写真,  $B=9 \text{ cm}$ ,  $D=30 \text{ cm}$ ,  $\delta=28\sim 31 \text{ mm}$



写真一七 降下床に直結されたカメラで撮影した砂地盤 (粗砂; ゆる詰め) の流動中の写真  $B=10 \text{ cm}$ ,  $D=49 \text{ cm}$ ,  $\delta=0\sim 10 \text{ mm}$

1次領域の形状は粒径と粒子配置に関係すると考えられるので、実験に最も多く用いた2種の径 ( $\phi 1.6 \text{ mm}$ ,  $\phi 3 \text{ mm}$ ) のアルミ棒混合積層体の粒子配置をシミュレートすることを試みた。このときその粒子抽出法としてモンテカルロ法を採用した。すなわち、2種の径の混合重量比 (60 : 40) を粒子数比 (本数比) (84 : 16) に換算し、一様乱数表をひいて、たとえば01~84の数字が出たときは  $\phi 1.6 \text{ mm}$  の粒子を、85~00 (00は100とみなす)の数字が出たときは  $\phi 3 \text{ mm}$  の粒子を抽出し、この操作を繰り返して順次粒子を抽出するのである。なお、このモンテカルロ法を利用した粒子抽出法は、種々の粒度分布をもった砂礫の場合にも松尾<sup>3)</sup>らが述べているように同様に適用可能である。つぎにその粒子配置は最下段では左から右に横につめて並べるものとし、その上では左から右へ粒子が安定 (self-support) する位置に順次積み上げるものとした (「左から右へ」というのは粒子の配置順序を決めるための一つの規則であるから、これを「右から左へ」としてもよい)。このような方法で最下段列の上に粒子を順次積み上げた一例を図-2に示す (図中の連続番号は並べた順序を示す)。この図の間げき比

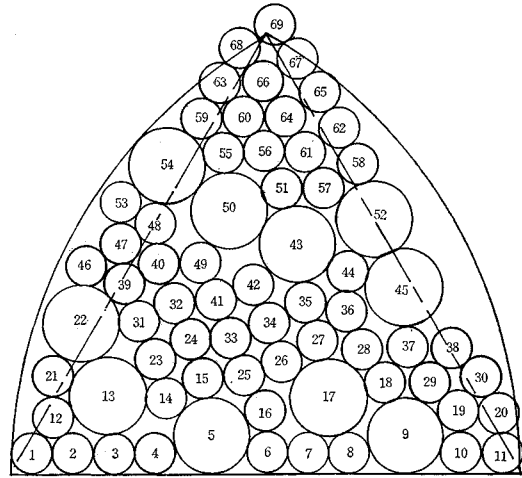
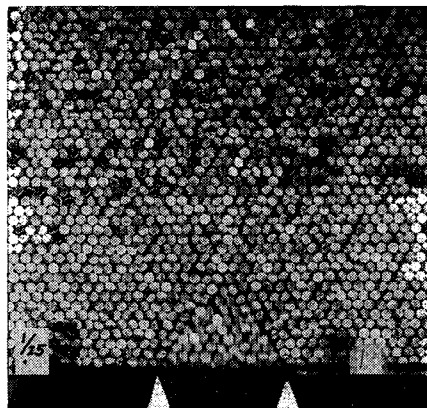


図-2 モンテカルロ法による粒径と粒子配置の決定と1次領域

を計算すると約0.24となり、実際の実験での間げき比とよく一致した。この図で最下段列の幅を降下床幅とすれば、図のアーチ形状の領域は降下床の降下につれて鉛直降下の可能な部分であり、これを1次領域の物理的な意味と考える。事実、図-2の形状は写真一五、六に示された1次領域の形状と類似している。

また特別な場合として、等大径 ( $\phi 9 \text{ mm}$ ) のアルミ棒の最密 (六角配置) 構造および最疎 (正方配置) 構造の場合を写真一八および写真一九に示す。このように1次領域は必ずしも固定されたものではなく粒径とその粒子配置によって変化するものであるが、写真一九の最疎 (正方配置) 構造は不安定な粒子配置であり、実際の地盤ではあまり存在しない構造と考えられる。以上のことを総合して、1次領域の物理的意味はその地盤の粒径および粒子配置のもとで降下床の降下につれて降下床と一体となって鉛直降下することの可能な領域という意味であり、その形状は粒径および粒子配置によって多少流動



写真一八 最密 (六角配置) 構造の等大径アルミ棒積層体 ( $\phi 9 \text{ mm}$ ) の流動,  $\delta=2\sim 5 \text{ mm}$

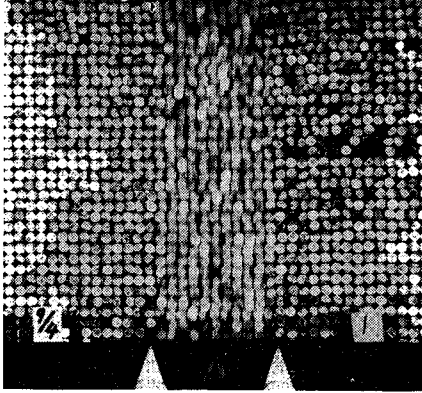


写真-9 最疎（正方配置）構造の等大径アルミ棒積層体（φ 9 mm）の流動， $\delta=0\sim 5$  mm

するものであるが、ほぼ正三角形に外接するようなアーチ形状であると考えられる。

降下床を降下させると、写真-10～写真-13 に示すようにこの1次領域の形状をもとにして地盤内にゆるみが伝達され、やがては地表面に達するのが観察されるので、図-3 に示すような沈下伝達パターンを考えた。これは1次領域のアーチ形状と相似のアーチ形状が広がりつつ上方へ伝達され、アーチ形状の先端が地表面に達すると流動領域の幅はそれ以上広がらないと考えるものである。1次領域の形を近似的に正三角形に外接するアーチ形状と仮定すると、この沈下伝達パターンより流動領域の幅  $b$  は幾何学的関係からつぎのように計算される。

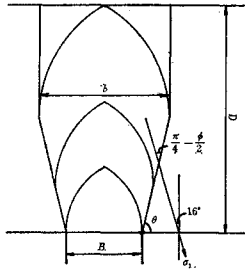


図-3 沈下伝達パターンと主応力方向の回転

$$b = B + 2 \left( D - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot b \right) \cot \theta$$

$$\therefore \frac{b}{B} = \frac{2}{\tan \theta + \sqrt{3}} \cdot \frac{D}{B} + \frac{\tan \theta}{\tan \theta + \sqrt{3}} \dots (2)$$

ここに、 $\theta$  は図に示すような流動領域の拡幅角である。

式(2)は式(1)と同じ形をしており、また  $D/B=1$  のとき  $b/B=1$  となり 図-1 に示すようにすべての直

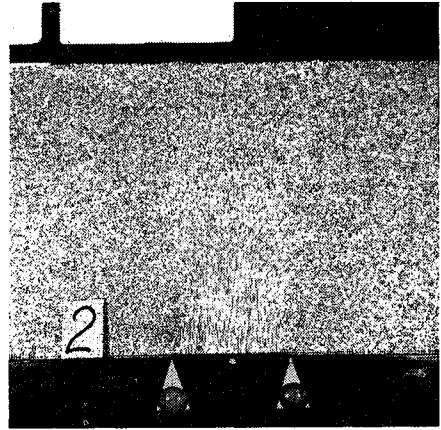


写真-11 流動領域の伝達状況(2)， $\delta=5\sim 10$  mm

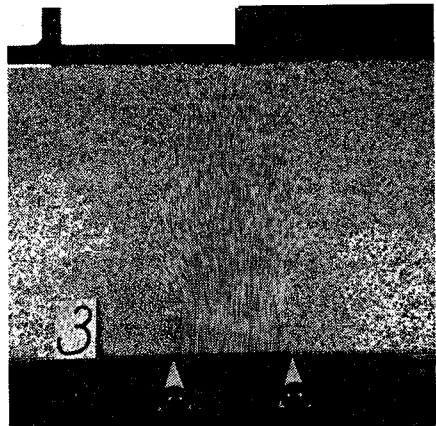


写真-12 流動領域の伝達状況(3)， $\delta=10\sim 20$  mm

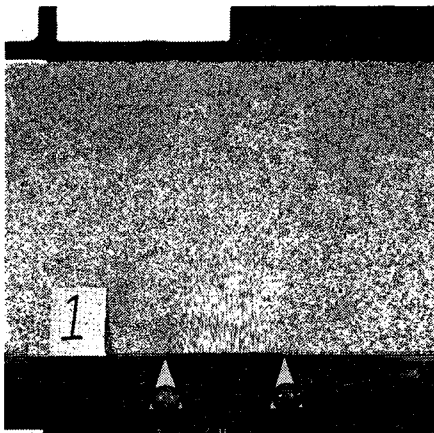


写真-10 流動領域の伝達状況(1)  $\delta=0\sim 5$  mm  
アルミ棒混合積層体（φ 1.6 mm, φ 3 mm）， $B=12$  cm,  $D=31.1$  cm

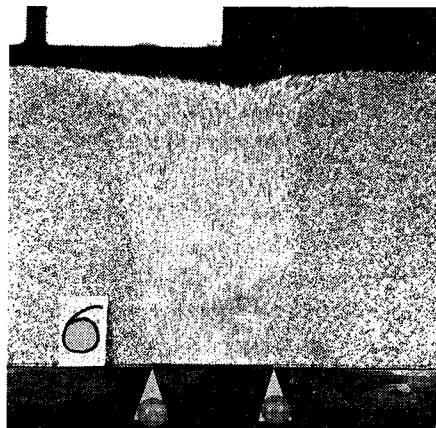


写真-13 流動領域の伝達状況(4)， $\delta=40\sim 50$  mm

線がほぼ (1, 1) の点を通ることとも矛盾しない。そこで実験式である式 (1) の意味を式 (2) に求めて

$$C_1 = \frac{2}{\tan \theta + \sqrt{3}}, C_2 = \frac{\tan \theta}{\tan \theta + \sqrt{3}} \dots \dots (3)$$

と考える。ここに流動領域の拡幅角  $\theta$  は、降下床模型実験より地盤材料とその締め固め状態が決まればほぼ一定の値となるのが認められたが、それを表-1 の第3欄に記入した。これらの  $\theta$  の値から式 (3) によって計算した  $C_1, C_2$  の値と、図-1 の対応する各直線の勾配と縦軸切片から求めた  $C_1, C_2$  の値とがほぼ一致することが確かめられたので、実験式 (1) は式 (2) で示される物理的意味を持つと考えても差しつかえはないであろう。

表-1 地盤材料とその流動領域の拡幅角  $\theta$ 、内部摩擦角  $\phi$  および最大主応力方向の関係

地盤材料	粒径 (mm)	間げき比 $e$	$\theta$	内部摩擦角 $\phi$	$\theta - \frac{\phi}{2} - 45^\circ$	
アルミ棒積層体	$\phi 1.6, \phi 3.0$	0.23~0.27	76°	30°	16°	
粗砂	ゆる詰め	5.0~0.3	0.74~0.81	80°	37°	16°
		密詰め	0.65~0.69	85°	48°	16°
細砂	ゆる詰め	1.0~0.1	0.88~0.94	83°	43°	16°
			密詰め	0.72~0.76	88°	54°

つぎに  $\theta$  の値が予測できれば式 (2) より流動領域の拡幅幅  $b$  が決定できるので、 $\theta$  の意味について考える。流動領域とその周囲の静止領域との境界は明らかに一つのすべり面であり、すべり面はモール・クーロンの破壊仮説より最大主応力方向と  $(\pi/4 - \phi/2)$  ( $\phi$ : 内部摩擦角) の角度で交わる。降下床の近傍においては、降下床の降下に基づくアーチ作用によりアーチ状の最大主応力線の形成が考えられるので、降下床の両端から立ち上がるすべり面は厳密には直線ではなく、写真-2, 3 などに見られるように曲線状をなしている。図-3 ではこの曲線部分を平均して角度  $\theta$  をなす直線で近似しているのである。したがって、この  $\theta$  の値から上述の角度の関係より降下床両端付近での平均的な最大主応力の方向を計算することができる。この計算結果を表-1 の第5欄に示すが、すべて鉛直方向より外側へ 16° 傾むいた方向となっている。なお、この計算に用いた  $\phi$  の値 (表-1, 第4欄) は、試料および応力の状態をそのときの降下床模型実験の状態にあわせて行なった一面せん断試験から決定したものである。いい換えると、降下床を降下させる以前にはほぼ鉛直方向であった最大主応力方向が、降下床の降下によりその方向を外側へ 16° 回転したと考えられる。このような降下床の実験では最大主応力方向はすべての場合について鉛直方向より 16° 外側の方向であったわけであるが、他の状況のもとでも地盤材料沈下時の主応力の方向を推定できれば、地盤材料のせん断試

験から  $\phi$  の値を求めることによって  $\theta$  の値を決定することが可能であり式 (2) の係数を決めることができる。

#### 4. 地表面沈下 $\rho_s$ の解析

前節において流動領域の範囲とその物理的意味が明らかにされたので、それを基礎にして粒状土地盤の沈下機構を解析し、まず降下床中心線上の地表面沈下量  $\rho_s$  の計算式の誘導を試みた。

降下床が  $d\delta$  だけ降下すると単位奥行き当り  $B \cdot d\delta$  の空げきが生じるが、この空げきはすぐ上の地盤材料がただちに占め間げきを地盤中に伝搬する。水のような材料の場合は、この間げき (あわ) はすべて表面まで達して水面を低下させるが、このような粒状材料では、地表面が沈下する場合でもすべての間げきが地表面まで達するわけではなく、一部は地盤内の間げき率の増加という形で存在すると考えられる。そこでつぎの2つの実験事実に基づいて解析を進めた。

(1) その間げき率の増加には限度がある。すなわち、その応力状態のもとで維持しうる限界の間げき率が存在する。

(2) 間げきは地盤内に等しくばらまかれるのではなく、間げき率の増加はある領域にかたよって顕著にみられる。

図-4 は降下床の降下前 ( $\delta=0$  cm) にアルミ棒積層体の端面に描いた水平および鉛直の標線が、降下床の降下 ( $\delta=7$  cm) によってどのように変化するかを示して

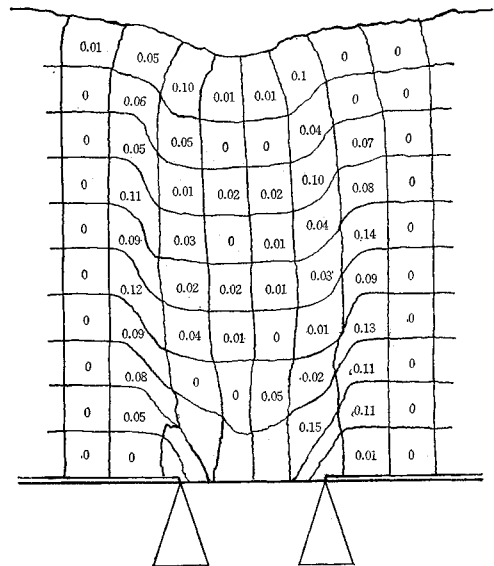


図-4 降下床の降下による標線の変化と地盤の間げき率の増加量、アルミ棒混合積層体 ( $\phi 1.6$  mm,  $\phi 3$  mm)  $B=9$  cm,  $D=30.7$  cm,  $\delta=7$  cm

おり、各マス目状の標線内の面積の変化をプランメータで読み取ることによって降下床の降下 ( $\delta=0$  cm から  $\delta=7$  cm まで) による間げき率の増加量を計算し、各マス目内に記入したものである。まず(2)に関して述べると、この図より明らかなように流動領域とその周囲の静止領域との境界面である左右のすべり面(外側境界面と呼ぶ)に沿ってきわめて顕著な間げきの増加がみられる。これは粒子相互の相対的な変位にもなう体積増加、すなわちダイレタンスーが大きく寄与しているためと考えられる。その他に1次領域と2次領域(1次領域の上方にあって1次領域に追従して流動する領域)との境界面(内側境界面と呼ぶ)付近にも若干の間げき増加がみられるが、考察の便宜上外側境界面に沿った間げきの増加だけを考慮することにする。なお、このことは沈下量の算定にあたっては沈下量を過大に見積る可能性のある安全側の仮定となっている。つぎに(1)に関しては、図-4より間げきの増加の著しい上述の外側境界面に沿った領域でも間げきは無制限に増加するものではなく、ほぼ一定の間げき率の増分の限界値  $\Delta n_{max}$  の存在が推察される。そしてこの限界値はそれ以上降下床を降下させてもあまり変化しないことが確かめられた。したがって、このとき地盤のその部分はその応力状態のもとで限界間げき比(C.V.R.)の状態にあると考えられる。

以上の2つの実験事実をもとにして図-5に示すように現象を単純化し、沈下現象の解析を行なった。いま、降下床を  $\delta$  降下させたことによって左右の外側境界面に沿って長さ  $l$  の部分に明確なすべり面があらわれて、そこでは最大の間げき率の増加  $\Delta n_{max}$  がおこり、地表面は降下床中心線上において  $\rho_s$  だけ沈下しているものとする。実際には外側境界面に沿って長さ  $l$  のところま

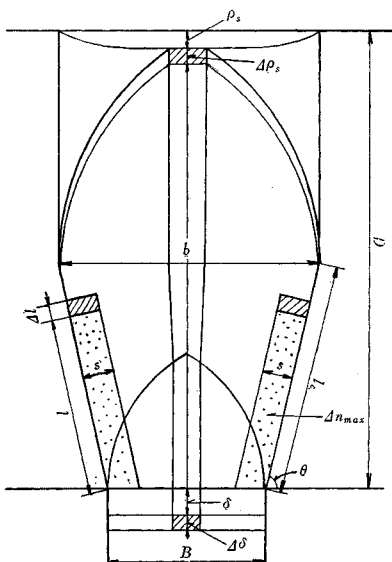


図-5 地表面沈下と地盤内の間げきの増加

では  $\Delta n_{max}$  なる間げき率の増加を示し、そのさきは全然増加を示さないということはないが、計算の便宜上このように考えた。この状態で降下床をさらに  $\Delta\delta$  だけ降下させたことによって、すべり面が  $\Delta l$  だけ上昇し地表面は降下床中心線上において  $\Delta\rho_s$  だけ沈下したとすると、一般に、

$$B \cdot \Delta\delta = b \cdot \Delta\rho_s + 2(\Delta l \cdot s \cdot \Delta n_{max}) \dots \dots \dots (4)$$

なる関係式が成立する。ここに  $s$  はすべり領域の幅である。式(4)より、

$$\Delta\rho_s = \alpha \cdot \Delta\delta - \beta \cdot \Delta l \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $\alpha = B/b$ ,  $\beta = (2 \cdot s \cdot \Delta n_{max})/b$

この一般式(5)の両辺を  $\Delta\delta$  でわると次式を得る。

$$\frac{\Delta\rho_s}{\Delta\delta} = \alpha - \beta \cdot \frac{\Delta l}{\Delta\delta} \dots \dots \dots (6)$$

そこでアルミ棒積層体地盤および砂地盤の地表面にダイヤルゲージを設置して降下床中心線上の地表面沈下量  $\rho_s$  を測定し、その結果を  $\Delta\rho_s/\Delta\delta$  と  $\delta$  の関係でプロットした。この関係図を図-6、図-7、図-8に示す。図-6はアルミ棒積層体の場合であり、図-7は粗砂を密詰めした場合、図-8は細砂をゆる詰めした場合のものである。

図-8に示すようにゆる詰めの場合には、 $\Delta\rho_s/\Delta\delta$  ははじめから大きな値を示し、かつほぼ一定値である。しかもこの一定値は  $\alpha \equiv B/b$  の値とほぼ等しい。これは、その砂層の状態がせん断現象が起こっても間げきの増加が起こらない間げき比、すなわち限界間げき比(C.V.R.)の状態にあると考えれば説明できる。 $\Delta n_{max}=0$  を式(6)に代入すれば右辺第2項が消えて  $\Delta\rho_s/\Delta\delta = \alpha$  となるからである。事実、すべり面である外側境界面に対して Terzaghi の理論<sup>9)</sup>を適用して算出した外側境界面上の推定垂直応力のもとでこの砂の一面せん断試験を行なったところ、そのときの砂層の間げき比はほぼ限界間げき比に等しいことがわかった。

つぎにアルミ棒積層体の場合や密詰めの場合に

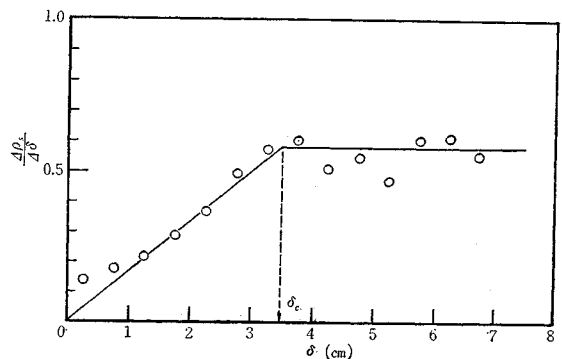


図-6 アルミ棒混合積層体 ( $\phi 1.6$  mm,  $\phi 3$  mm) の  $\Delta\rho_s/\Delta\delta \sim \delta$  関係,  $B=9$  cm,  $D=30.1$  cm

は、図-6、図-7 に示すように  $\Delta\rho_s/\Delta\delta$  は  $\delta$  の増加とともにほぼ直線的に増加し、ある  $\delta$  の値 ( $\delta=\delta_c$  とする) のときある一定値に達してその後はおよそ一定を保つことがわかる。しかもこの  $\Delta\rho_s/\Delta\delta$  の一定値は、以前と同様種々の実験条件のもとでそれぞれの場合の  $\alpha$  の値とほぼ等しくなることがわかった。これはつぎのように考えれば理解される。図-5 に示されているように左右の外側境界面に沿って  $\Delta n_{max}$  なる最大の間げきの増加をした部分の長さ  $l$  が、 $\delta$  の増大とともに長くなり  $l=l_c$  となったときはその上に立つ沈下伝達パターンのアーチ形の先端が地表面に達する。このとき、外側境界面に沿う長さ  $l_c$  の一対のすべり面とその上に立つ沈下伝達パターンのアーチ形に囲まれた系を考えると、前述の仮定よりその系内ではそれ以上間げきの増加がおこらない。すなわち、このとき式 (6) より  $\Delta\rho_s/\Delta\delta=\alpha$  となる。事実、実験写真より  $\delta=\delta_c$  のときに  $l=l_c$  あたりまで明確なすべり面が伸びているのが観察される。

通常の詰め方では ( $\Delta\rho_s/\Delta\delta\sim\delta$ ) 関係は密詰めの特性を示すので、自然地盤でも密詰めの特性を示す場合が多いと考えられる。また 図-8 は  $\delta_c=0$  の場合と考えられるので、より一般的な 図-6、図-7 のような特性を示す場合について考察する。この2つの図より  $\Delta\rho_s/\Delta\delta$  が  $\delta=\delta_c$  までは  $\delta$  に関して直線的に増加し  $\delta=\delta_c$  で  $\alpha$  になると仮定すれば、

$$0 \leq \delta \leq \delta_c; \frac{d\rho_s}{d\delta} = \frac{\alpha}{\delta_c} \cdot \delta \dots\dots\dots (7)$$

$$\delta \geq \delta_c; \frac{d\rho_s}{d\delta} = \alpha \dots\dots\dots (8)$$

式 (7) を積分し、 $\delta=0$  のとき  $\rho_s=0$  なる条件を入れると

$$\rho_s = \frac{\alpha}{\delta_c} \cdot \frac{\delta^2}{2}, \quad (0 \leq \delta \leq \delta_c) \dots\dots\dots (9)$$

式 (8) を積分し、 $\delta=\delta_c$  のとき式 (9) と連続する条件を入れると、

$$\rho_s = \alpha \cdot \left( \delta - \frac{\delta_c}{2} \right) \quad (\delta \geq \delta_c) \dots\dots\dots (10)$$

したがって、 $\delta_c$  が求まれば地表面沈下量  $\rho_s$  は降下床の降下量  $\delta$  の関数として計算できる。

一方、 $\delta \geq \delta_c$  においては前述の系内のすべり面の長さ  $l$  は  $l_c$  に達しているから、式 (5) を積分し  $l=l_c$  を代入すると、

$$\rho_s = \alpha \cdot \delta - \beta \cdot l_c \quad (\delta \geq \delta_c) \dots\dots\dots (11)$$

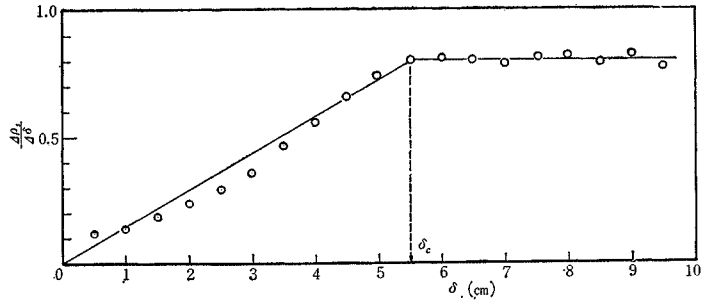


図-7 密詰めした粗砂 ( $e=0.66$ ) の  $\Delta\rho_s/\Delta\delta\sim\delta$  関係  
 $B=10$  cm,  $D=30$  cm

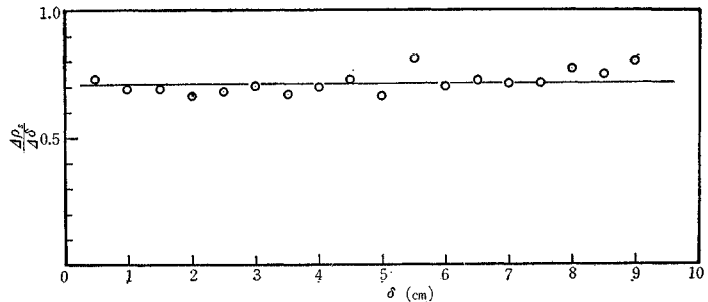


図-8 ゆる詰めした細砂 ( $e=0.91$ ) の  $\Delta\rho_s/\Delta\delta\sim\delta$  関係  
 $B=10$  cm,  $D=30$  cm

となる。式 (10) と式 (11) は等しくなければならないから次式を得る。

$$\delta_c = \frac{2\beta}{\alpha} \cdot l_c \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) に

$$\alpha = B/b, \quad \beta = (2 \cdot s \cdot \Delta n_{max})/b, \quad l_c = \left( D - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot b \right) \cdot \text{cosec } \theta$$

を代入すると、

$$\delta_c = (4 \cdot s \cdot \Delta n_{max}) \cdot \text{cosec } \theta \cdot \left( \frac{D}{B} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{b}{B} \right) \dots\dots\dots (13)$$

ここで式 (13) に式 (2) を代入して整理すると  $\delta_c$  の式として次式を得る。

$$\delta_c = \frac{4 \cdot s \cdot \Delta n_{max}}{\sin \theta + \sqrt{3} \cdot \cos \theta} \cdot \left( \frac{D}{B} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \dots\dots\dots (14)$$

図-9 はアルミ棒積層体および密詰めの粗砂、細砂について、 $\delta_c$  と  $D/B$  の関係をプロットしたものである。この図から  $\delta_c$  は  $D/B$  に対してほぼ直線的に増加し、しかもすべての直線が横軸をおよそ  $0.87 \approx \sqrt{3}/2$  の点で切るとみてよいようであり、式 (14) と矛盾しない。また 図-9 の各直線勾配から式 (14) に表-1 の  $\theta$  の値を用いて ( $4 \cdot s \cdot \Delta n_{max}$ ) を求めた。一方、実験地盤の横標線の変形から読み取った  $s$  の実測値と、応力状態および初期間げき比を実験地盤にあわせて実施した一面せん断試験結果より得た  $\Delta n_{max}$  の値とから ( $4 \cdot s \cdot \Delta n_{max}$ ) を計算した。この両者の比較を表-2 に示す。なお、通



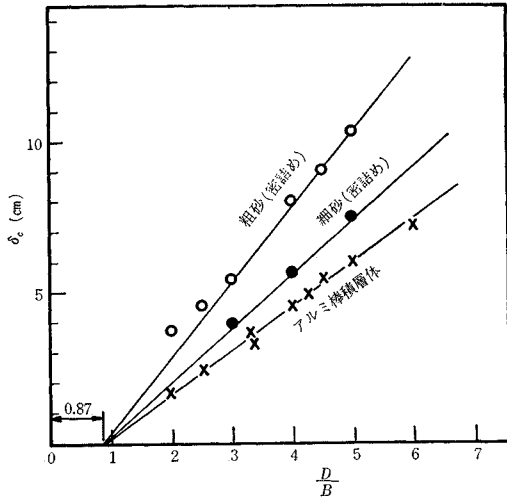


図-9  $\delta_c \sim D/B$  関係

表-2 係数  $(4 \cdot s \cdot \Delta n_{max})$  の比較

(訂正後)

地盤材料	図-9の勾配より求めた $(4 \cdot s \cdot \Delta n_{max})$	①		②より計算した $(4 \cdot s \cdot \Delta n_{max})$
		s (cm)	$\Delta n_{max}$	
アルミ棒積層体	2.02	3~4	0.10~0.15	1.20~2.40 (平均: 1.80)
粗砂 (密詰め)	2.83	4~4.5	0.13~0.18	2.08~3.24 (平均: 2.66)
細砂 (密詰め)	1.88	2~3	0.13~0.19	1.04~2.28 (平均: 1.66)

常の試料厚さの一面せん断試験ではすべり領域の幅が試料の全厚にわたらない可能性があるため、 $\Delta n_{max}$  の値を求めるせん断試験では砂の場合は試料の厚さを薄くし、アルミ棒積層体の場合はすべり領域の幅をアルミ棒の端面に描いた標線の変形から読み取り（この場合も実験地盤と同様 3~4 cm となる）、そのすべり領域の幅に対する体積増加量として  $\Delta n_{max}$  を算定した。表-2より、第4欄の計算した  $(4 \cdot s \cdot \Delta n_{max})$  の平均値は図-9の勾配より求めた  $(4 \cdot s \cdot \Delta n_{max})$  とほぼよい対応を示しており、これより  $\delta_c$  が式(14)で示される物理的意味をもつと考えてもよさそうである。

なお第4欄の  $(4 \cdot s \cdot \Delta n_{max})$  の平均値の方が少々小さい値となるのは、間げきの増加が外側境界面に沿ってのみ起こるとか、ある  $\delta$  のとき左右の外側境界面に沿って長さ  $l$  まで  $\Delta n_{max}$  なる間げき増加をおこし、そのさきは全然増加していないという解析上の仮定(図-5参照)の影響によるものと考えられる。また、このような場合の地盤中のせん断現象は重力に基づく粒子の移動によるものであるから、降下床の降下に伴い降下床に近い部分から外側境界面に沿って徐々に広がる進行性破壊的な現象であるのに対し、一面せん断試験機の中ではせん断面上の粒子がほぼ同時に同じせん断変位を与えられる

という差異がある。しかしながら、上で述べたようにアルミ棒積層体の場合には一面せん断試験によっても模型実験の地盤中と同じすべり領域の幅  $s=3\sim 4$  cm が観察され、また図-4の図中に示す間げき率の増加量は一面せん断試験機で求めた  $\Delta n_{max}=0.10\sim 0.15$  (表-2, 第3欄) がほぼ妥当な値であることを示している。したがって実際の地盤内でのせん断現象もせん断試験機中のせん断現象と完全に同じ現象ではないにしても原則的には対応するものであり、応力状態や試料の状態をあわせることにより大体のすべり領域の幅  $s$  や最大の間げき率の増分  $\Delta n_{max}$  を類推しようと思われる。さて、 $s$  や  $\Delta n_{max}$  が推定できれば、実験条件が与えられると式(14)によって  $\delta_c$  が計算でき、この  $\delta_c$  を式(9)、式(10)に代入することにより降下床中心線上の地表面沈下量  $\rho_s$  は降下床の降下量  $\delta$  の関数として計算できる。

〔実例1〕 地盤材料がアルミ棒混合積層体 ( $\phi 1.6$  mm,  $\phi 3$  mm) で、降下床幅  $B=9$  cm, 土かぶり  $D=30$  cm の場合には、図-1あるいは式(2)に  $\theta=76^\circ$  を代入することより、

$$\frac{b}{B} = 0.34 \times \frac{30}{9} + 0.70 = 1.83 \quad \therefore b = 16.5(\text{cm})$$

したがって、 $\alpha = B/b = 9/16.5 = 0.55$

また図-9より、あるいは式(14)に  $s=4$  cm,  $\Delta n_{max} = 0.13$ ,  $\theta=76^\circ$  を代入することより、

$$\delta_c = 1.5 \times \left( \frac{30}{9} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3.7(\text{cm})$$

ゆえに地表面沈下量  $\rho_s$  は、この  $\alpha$  および  $\delta_c$  の値を式(9)、式(10)に入れることにより降下床の降下量  $\delta$  の関数として計算できる。たとえば  $\delta=7.0$  cm のときの  $\rho_s$  は式(10)より、

$$\rho_s = 0.55 \times \left( 7.0 - \frac{3.7}{2} \right) = 2.8(\text{cm})$$

これに対して地表面に設置したダイヤルゲージによる実測値は 2.83 cm であった。

### 5. 地盤中の沈下 $\rho$ の解析

読み取り望遠鏡によって降下床中心線上の地盤中の1点の沈下量  $\rho$  を測定し、 $\Delta \rho / \Delta \delta$  と  $\delta$  の関係でプロットしたものを図-10に示す。この図は図-6、図-7と全く同じ傾向を示しているため、4. で述べた地表面沈下に関する考え方を地盤中の任意の深さの点の沈下にも拡張できる。すなわち、図-11に示すように地盤中の1点であっても左右のすべり面が上昇しその上に立つ沈下伝達パターンのアーチ形がその点まで到達すれば、その系内では間げきの変化が起こらず連続の式を満足するように粒子は移動すると考えるのである。

地盤中の沈下を考える場合には、4. では定数であっ

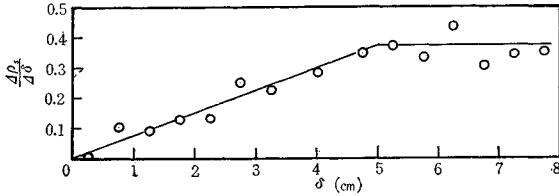


図-10 アルミ棒混合積層体 (φ1.6 mm, φ3 mm) の  $\Delta\rho/\Delta\delta \sim \delta$  関係  
 $B=6\text{ cm}, D=36\text{ cm}, z=25.5\text{ cm}$

た  $\alpha$  や  $\delta_c$  が地盤中の位置  $z$  (降下前の降下床の位置を原点として上向きに  $z$  をとる) の関数となるので、地盤中の沈下量  $\rho$  は  $\delta$  の関数のみならず  $z$  の関数にもなる。そこでまず  $\alpha(z)$  について考える。いま 図-11 に示した降下床中心線を含む幅  $\bar{B}$  から幅  $\bar{b}$  に拡幅した流管に着目する。ここに  $\bar{B}=B/n, \bar{b}=b/n$  であって、 $n$  は適当な除数である。1次領域内では、降下床に乗ったような形で降下床の降下と同じ降下をするので、流管の幅  $\bar{B}$  は変化せず  $\alpha$  はその定義式から 1 となる。 $z \geq z_b$  では幅  $b$  に拡幅した平行流線をなすのがみられるので、連続の式より  $\alpha = \Delta\rho/\Delta\delta = B/b$  となる。つぎに  $z_a \leq z \leq z_b$  では、 $z = z_a$  における流管の幅  $\bar{B}$  から  $z = z_b$  における幅  $\bar{b}$  にまで直線的に拡幅しているものと仮定する。このとき  $z_a \leq z \leq z_b$  における流管の幅  $\bar{b}(z)$  は、

$$\bar{b}(z) = \frac{\bar{b} - \bar{B}}{z_b - z_a} \cdot (z - z_a) + \bar{B} \dots\dots\dots (15)$$

と表わせる。ここに 3. で述べたように  $z_a = (\sqrt{3}/2) \cdot B, z_b = \{D - (\sqrt{3}/2) \cdot b\}$  とする。ゆえにこの間の  $\alpha = \bar{B}/\bar{b}(z)$  となる。以上まとめて、

$$\alpha(z) = \begin{cases} 1 & (0 \leq z \leq z_a) \\ \bar{B}/\bar{b}(z) & (z_a \leq z \leq z_b) \dots\dots\dots (16) \\ \bar{B}/\bar{b} = B/b & (z \geq z_b) \end{cases}$$

つぎに  $\delta_c(z)$  は式 (14) と全く同じ形であらわされ、式 (14) 中の土かぶり  $D$  を  $z$  で置き換えればよい。すなわち、

$$\delta_c(z) = \frac{4 \cdot s \cdot \Delta n_{max}}{\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta} \cdot \left( \frac{z}{B} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \dots\dots (17)$$

さて、地盤中の沈下量  $\rho$  も式 (9)、式 (10) と同一の形になるので、 $z$  と  $\delta$  の関数としてあらわすと、

$$\rho(z, \delta) = \begin{cases} \frac{\alpha(z)}{\delta_c(z)} \cdot \frac{\delta^2}{2} & (0 \leq \delta \leq \delta_c(z)) \\ \alpha(z) \cdot \left( \delta - \frac{\delta_c(z)}{2} \right) & (\delta \geq \delta_c(z)) \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

となる。以上の式 (15)、(16)、(17)、(18) より降下床中心線上の地盤中の沈下量  $\rho$  も、実験条件が与えられれば着目している位置  $z$  において降下床の降下量  $\delta$  に対して計算することができる。

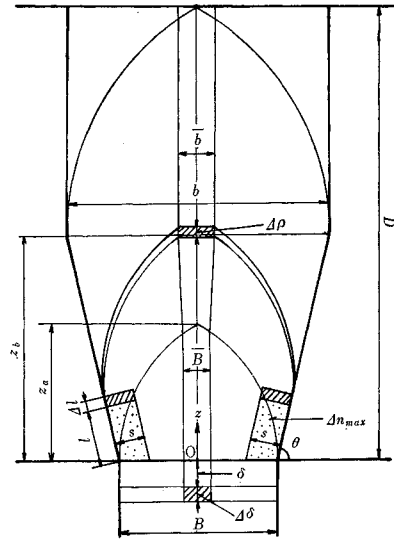


図-11 地盤中の沈下と地盤内の間げきの増加

〔実例 2〕 地盤材料がアルミ棒混合積層体 (φ1.6 mm, φ3 mm) で、降下床幅  $B=6\text{ cm}$ 、土かぶり  $D=30\text{ cm}$  の場合について計算例を示す。実例 1 と同様式 (2) より、

$$\frac{b}{B} = 0.34 \times \frac{30}{6} + 0.70 = 2.40 \quad \therefore b = 14.4(\text{cm})$$

$z_a = (\sqrt{3}/2) \cdot B = 5.2\text{ cm}, z_b = \{D - (\sqrt{3}/2) \cdot b\} = 17.5\text{ cm}$  を式 (15) に代入して、

$$\begin{aligned} \bar{b}(z) &= \frac{1}{n} \left\{ \frac{14.4 - 6}{17.5 - 5.2} \times (z - 5.2) + 6 \right\} \\ &= \frac{1}{n} \{0.68z - 2.45\} \end{aligned}$$

したがって式 (16) より  $\alpha(z)$  はつぎのようになる。

$$\alpha(z) = \begin{cases} 1 & (0 \leq z \leq 5.2\text{ cm}) \\ \frac{6}{0.68z - 2.45} = \frac{1}{0.11z + 0.41} & (5.2\text{ cm} \leq z \leq 17.5\text{ cm}) \\ 0.42 & (z \geq 17.5\text{ cm}) \end{cases}$$

また  $\delta_c(z)$  は式 (17) より実例 1 と同様にして次式となる。

$$\delta_c(z) = \begin{cases} 1.5 \times \left( \frac{z}{6} - 0.87 \right) = 0.25z - 1.30 & (z \geq 5.2\text{ cm}) \\ 0 & (0 \leq z \leq 5.2\text{ cm}) \end{cases}$$

さて  $\alpha(z), \delta_c(z)$  の関数形が決まったから式 (18) より  $\rho(z, \delta)$  が計算できる。ここでは  $\delta = 7\text{ cm}$  および  $\delta = 3\text{ cm}$  の場合の地盤中の沈下量  $\rho$  を  $z$  の関数として計算する。

(i)  $\delta = 7\text{ cm}$  の場合： $\delta_c(z) = 7\text{ cm}$  を満足する  $z$  は  $z = 33.2\text{ cm}$  で、土かぶり  $D = 30\text{ cm}$  より大きいので、 $\delta = 7\text{ cm}$  のとき  $0 \leq z \leq 30\text{ cm}$  において  $\delta \geq \delta_c(z)$  である。したがって式 (18) の第 2 式より、

$$\rho(z, \delta=7 \text{ cm}) = \begin{cases} 7 & (0 \leq z \leq 5.2 \text{ cm}) \\ \frac{7.65 - 0.13z}{0.11z + 0.41} & (5.2 \text{ cm} \leq z \leq 17.5 \text{ cm}) \\ 3.21 - 0.05z & (z \geq 17.5 \text{ cm}) \end{cases}$$

なお上式の単位はすべて cm である。

(ii)  $\delta=3 \text{ cm}$  の場合： $\delta_c(z)=3 \text{ cm}$  を満足する  $z$  は  $z=17.2 \text{ cm}$  であるから、 $\delta=3 \text{ cm}$  のときは  $0 \leq z \leq 17.2 \text{ cm}$  において  $\delta \geq \delta_c(z)$ 、 $z \geq 17.2 \text{ cm}$  において  $\delta \leq \delta_c(z)$  である。したがって式 (18) より  $\rho(z, \delta=3 \text{ cm})$  を cm 単位で計算するとつぎのようになる。

$$\rho(z, \delta=3 \text{ cm}) = \begin{cases} 3 & (0 \leq z \leq 5.2 \text{ cm}) \\ \frac{3.65 - 0.13z}{0.11z + 0.41} & (5.2 \text{ cm} \leq z \leq 17.2 \text{ cm}) \\ \frac{4.5}{(0.11z + 0.41) \cdot (0.25z - 1.30)} & (17.2 \text{ cm} \leq z \leq 17.5 \text{ cm}) \\ \frac{1.89}{0.25z - 1.30} & (z \geq 17.5 \text{ cm}) \end{cases}$$

以上の沈下量の計算曲線  $\rho(z, \delta=7 \text{ cm})$  および  $\rho(z, \delta=3 \text{ cm})$  と地盤中の標線から読み取ったそのときの実測値との比較を 図-12 に示す。この図より計算曲線（実線）と実測値（○印）は良好な対応を示すのがみられる。また伊藤<sup>3)</sup> が砂に対して同様の地盤中沈下量の測定を行ない 図-12 と同じ整理をしているが、その実測値の傾向はここで述べた計算曲線の傾向とよく合致する。

## 6. 結 言

本論文は、粒状土に対する降下床 (lowering panel) の模型実験を行ない、粒状土盤の局部沈下現象を実験的、理論的に解析したものである。降下床の実験では、乾燥砂だけでなく種々の径のアルミ棒を平行に積んだ2次元的な積層体を地盤材料として採用した。アルミ棒の積層体は現象観察が容易であるから、降下床の降下による積層体中の棒の移動状況、積層体の間げきの局所的変化とその上方への伝搬状況および降下床の降下量と積層体の沈下量の関係等について精測し、沈下現象の諸特性を明らかにした。これらの特性をもとにして地盤構成粒子の移動を流動とみて現象論的な考察を行ない、地表面および地盤中の沈下量算定式を誘導した。この算定式中の係数は地盤材料の簡単なせん断試験によって推定可能

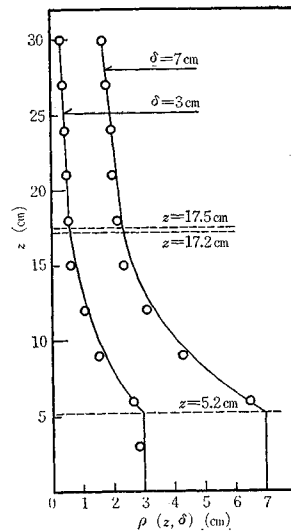


図-12 地盤中の沈下量の計算曲線と実測値の比較

である。またアルミ棒積層体について展開した理論が砂についても適用可能なことを検証した。この理論から求めた沈下量の計算値は実例からもわかるように実測値と良好な対応を示した。

ここでは降下床中心線上の沈下量についてのみ考察し、水平方向の沈下量の変化についてはふれなかった。アーチ形の沈下伝達パターン (図-3 参照) を考慮すれば水平標線の沈下曲線も理論的に算出できるが、すべり領域における粒子の移動量が不明確なため今回はみあわせた。せん断時の粒子の移動機構については現在考察中であり、今後の課題としたい。

終りにあたり、卒業研究の一部として実験に協力していただいた本学大学院修士課程学生小川雅裕、当時本学学生富永克巳 (現KK熊谷組勤務) 両氏に深く謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) Litwinişzyn, J. : An Application of the Random Walk Argument to the Mechanics of Granular Media, Rheology and Soil Mechanics, IUTAM SYMPOSIUM GRENOBLE, 1964, pp. 82~89.
- 2) 村山朔郎：砂層内局部沈下部にかかる垂直土圧，京都大学防災研究所年報第11号 B, 1968, pp. 549~565.
- 3) 松尾 稔・駒田智久・高橋通夫：砂層の変形に関するモンテカルロ法的研究，土木学会第21回年次学術講演会講演概要第III部，1966, pp. 52-1~52-4.
- 4) Terzaghi, K. : Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, New York, 1943, pp. 66~76.
- 5) 伊藤富雄：トンネルの構造設計に関する力学的研究 (博士論文)，1958.

(1969. 5. 16・受付)