

軌道の振動を考慮した車両運動に関する理論的研究

A THEORETICAL STUDY ON THE BEHAVIOR OF RAILWAY
VEHICLES CONSIDERING VIBRATION OF TRACKS.西 岡 隆*
By Takashi Nishioka

1. はじめに

近年工学の飛躍的な発展に伴い、より経済的に橋梁を架設する試みが行なわれ、比較的剛性の少ない、長大径間の橋梁を製作することが可能になった。その結果橋梁上を列車が通過する時、従来ほとんど問題にされなかったような動力学的問題が生じ、これら橋梁の動力学的特性が車両運動におよぼす影響を考慮することなしには橋梁上の安全な車両走行を確保することができなくなってきた。わが国において本州・四国間を連絡する架橋が計画され、鉄道・道路を併用する世界的な規模の吊橋が一案として考えられている。吊橋は他の橋梁形式と比較して剛性が低く、列車荷重のように比較的集中的に作用する活荷重が走行する際の動的変形が大きいばかりでなく、風荷重等による変形も無視することはできない。

本研究は橋梁上を走行する車両運動の動力学的特性を走行安定性の上から解析し、変位する軌道上を車両が走行する際に生じるさまざまな現象とその対策を理論的に追求したものである。

以上のような問題は本来橋梁と車両を含めた全体の系で解析し、それら相互の関係を明らかにすることがもっとも理想的であるが、このような手法ではいたずらに問題を複雑にし、多くの仮定を用いなければ解明できないばかりでなく概略的な結果を得るにとどまり、問題の本質を見失う恐れがある。本論文では主にローリングしたり横方向に振動する軌道上を車両が走行する際の二軸貨車の応答に重点をおき、予想される種々の問題を基礎的な立場から解明することにした。

静止軌道上を走行する車両運動については過去多くの研究が行なわれてきている。しかし軌道狂い等の微小な変位に基づく車両の動特性を除けば、軌道が変位する場合の車両運動についてはその問題の特殊性から今まで

のところほとんど明らかにされていない。

2. 車両運動におよぼす外力の特性

車両運動に影響をおよぼす強制外力は通常の静止軌道では軌道狂いのように比較的振幅の小さな、波長の短い変位や、曲線区間のように比較的大きな曲率をもつ変位などによる車両の慣性力である。車両が一定の走行速度で走行している場合は、これら変位のある軌道を通過することにより、車両に強制的な振動を与えることになる。軌道狂いのように波長の短い変位では車両の軸距に応じて各輪軸に作用する強制変位に時間差が生じ、すべての輪軸が同位相の変位を受けることはない。しかし曲線区間のように大きな曲率をもつ変位では各輪軸の変位にはほとんど時間差はないものと考えられるが、車両に作用する強制的な振動は比較的長周期のものとなる。このような強制変位の振動数は車両の走行速度と軌道狂いの波長によって定められるであろう。図-2.1は一定の狂い波長をもつ軌道上を一定の走行速度で車両が通過した際に輪軸に与えられる強制変位の振動数を理論的に計算したもので、軌道から輪軸につたえられる振動数と軌

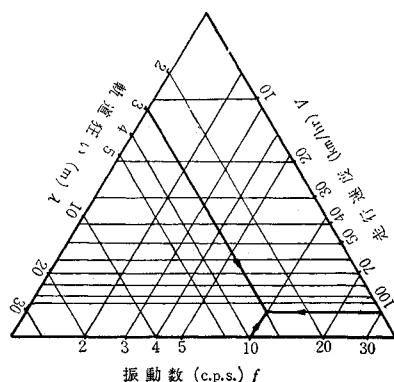


図-2.1 軌道狂い波長と走行速度、
振動数の関係

* 正会員 工博 都立大学講師 工学部土木工学科

道狂い、走行速度のおよその関係を見ることができる。

橋梁上を走行する場合の強制外力は軌道狂いのほかにも車両走行に伴う橋梁の振動、列車の通過に伴う動的たわみ、風による橋梁の応答などがあげられる。車両走行に伴う橋梁の振動には車輪の不均衡重錘や偏心などによる鎚打作用、あるいは軌道の継目のように衝撃的な振動と、車両運動の影響などによる比較的ゆるやかな振動があるが、いずれもこれらが重なりあった複雑な振動であると考えられている³⁾。列車の通過に伴う動的たわみは橋梁の固有振動数と一定の関係にあることが知られている³⁾。図-2.2, 2.3 は過去行なわれた数多くの橋梁振動試験、あるいは理論的に求められた種々の橋梁のスペンとたわみ振動数、横振動数の関係を示したものであり、すべて対称1次の固有振動数について整理した。それゆえ図に示された振動数以上の高次の振動数が存在するが、一般に次数が高くなるにつれて変位におよぼす影響は減少する。図-2.2 のたわみ振動数とスペンの関係によれば振動数はスペンのほぼ1乗に反比例している。

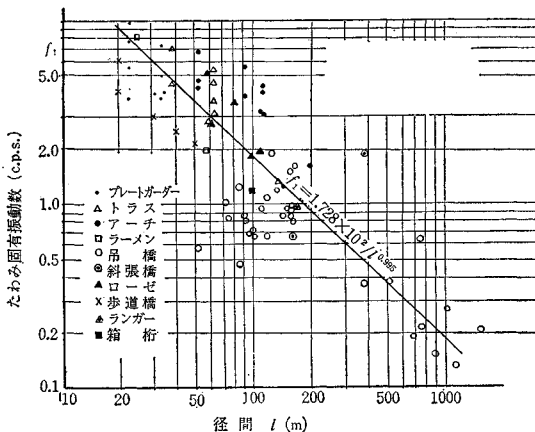


図-2.2 たわみ固有振動数 (対称1次)

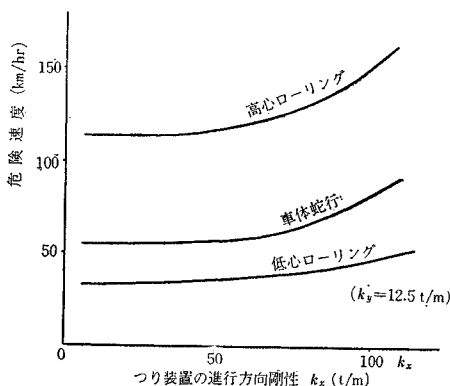


図-2.3 横固有振動数 (対称1次)

吊橋を対象として考えた場合対称1次の固有振動数は0.1~2.0 c.p.s.の範囲にあるものと考えられ、その他の形式についてはほぼ1.0~10.0 c.p.s.の範囲内にあるものと考えられる。これに対し横方向対称1次の固有振動数はたわみの固有振動数よりも一般に低く、スペンが300 mを越える吊橋を例にとれば、ほぼ0.03~0.2 c.p.s.の範囲内にある。よじれ振動の固有振動数については長大径間の吊橋を除いてほとんど測定例がなく、スペンと振動数の関係を明らかにすることはできないが、スペンがおよそ1000 m前後の長大径間吊橋では、対称1次の振動数でほぼ0.2~0.3 c.p.s.の範囲内にあるものと考えられる。

風荷重による橋梁の振動については一般の短径間の橋梁ではほとんど問題とされないが、比較的剛性の低い長大径間の吊橋等では無視することはできない。吊橋に対する風の影響については過去多くの測定が行なわれ、日本国有鉄道運転取り扱い上の風速30 m/sec程度の風でかなり大振幅の振動が発生することが報告されている⁴⁾。

3. 一輪軸の強制振動

振動する軌道上の車両運動を解析する上で重要な問題は、車輪の形状および輪軸とレールの相対変位であり、これらの関係が車両の運動に大きな影響を与えることは明らかである。鉄道車両に用いられている輪軸は静力学的に安全な走行が得られるように工夫がなされている。レールと接する車輪の踏面は円錐形状の集合体からなり、したがってレールと車輪の接触点が正規の位置から偏倚すれば、正常な状態にもどる方向に力が発生し、それに応じて車軸には横方向変位とともに鉛直軸回りの回転角が発生する。静止している軌道上で車両の走行速度が低い時には輪軸の運動はこれら車輪の幾何学的条件によって支配されるが、走行速度が高い場合や、軌道が振動する場合には輪軸の慣性力がこれに加わり、車輪とレールの接触面にはクリープが発生する。車輪とレールの接触位置が正規の位置から著しく偏倚する場合には車両のフランジによって横方向偏倚は拘束され、車輪には横方向力が発生する。しかしながら鉄道車両が安全に走行するためにはレールとフランジが接触することなく走行することが理想的であり、適当な踏面勾配を選択することによって動力学的にも安全な走行が得られるように車両を設計することが望ましい。

図-3.1 に示されているように上下、進行、横方向の三方向にばねおよび減衰器で支持された一輪軸が一定の走行速度で軌道上を走行している時に軌道に横方向変位が与えられた場合の運動は輪軸の自由振動と、軌道から伝えられる横方向変位による強制振動の和で表わすこと

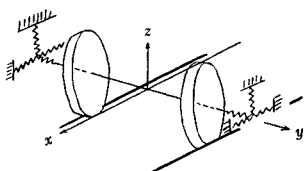


図-3.1 拘束された一輪軸のモデル

ができる。車輪の回転が一定であるとした場合ジャイロ効果も含めた運動方程式は Euler の運動方程式より、

$$\begin{cases} I_z \ddot{\theta}_z + (I_x - I_y) \frac{v}{r} \dot{\theta}_x \\ \quad + 2c_x b^2 \dot{\theta}_z + 2k_x b^2 \theta_z = M_z \\ m \ddot{y} + 2c_y \dot{y} + 2k_y y = F_y \end{cases} \quad (3.1)$$

車輪の路面勾配 n が一定であると仮定し、車輪フランジとレール側面の接触がないと仮定すれば、幾何学的条件から、

$$\theta_x = \frac{n}{a} (y - y_0) \quad (3.2)$$

が成り立つ。車軸中心で鉛直軸回りの外力のモーメント M_z 、および横方向外力 F_y はクリープの理論を用いて

$$M_z = -2f_x a \left\{ a \frac{\dot{\theta}_z}{v} + \frac{n(y - y_0)}{r_0} \right\} \quad (3.3)$$

$$F_y = -2f_y \left(\frac{\dot{y} - \dot{y}_0}{v} - \theta_z \right)$$

で表わされることはよく知られている⁵⁾。

ただし、

y_0 : 軌道の横方向変位

n : 車輪の路面勾配

$2a$: 軌間

$2b$: ばね間

I_z : z 軸回りの輪軸の回転慣性

I_y : y 軸回りの輪軸の回転慣性

I_x : x 軸回りの軸軸の回転慣性 $= I_z$

v : 輪軸の走行速度

r_0 : 正規の位置における車輪の半径

$c_x c_y$: x 軸 y 軸方向の減衰係数

$k_x k_y$: x 軸 y 軸方向のばね定数

$f_x f_y$: クリープ係数

式 (3.2)、(3.3) を用いて式 (3.1) を解けば、図-3.1 の系における一輪軸の運動を明らかにすることができる。これらの式からも明らかなように走行速度 v が低い時には車輪とレールに働く切線力はクリープに比して大きいので、減衰の程度は大きい。走行速度が増加すれば、速度に反比例して減衰項は減少する。それゆえ走行速度が増加すれば軌道の横方向変位が系の振動に与える影響は減少することが予想される。一方ジャイロの影響は走行速度の増加につれて大きくなり、減衰項を増加させる傾向にある。

これらの関係を明らかにするために現実に可能な車両

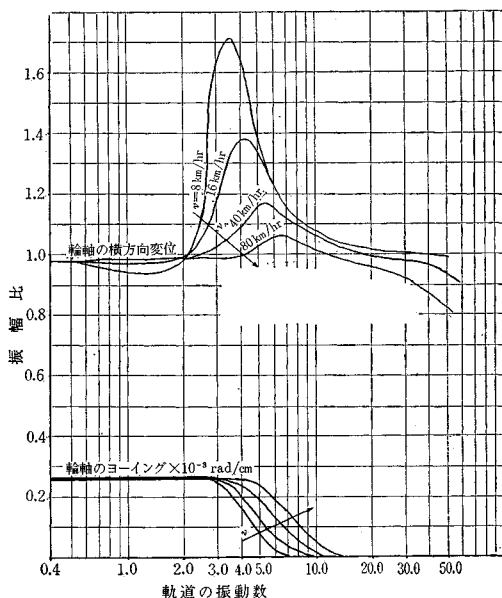


図-3.2 軌道の横方向変位に対する拘束された一輪軸の共振曲線

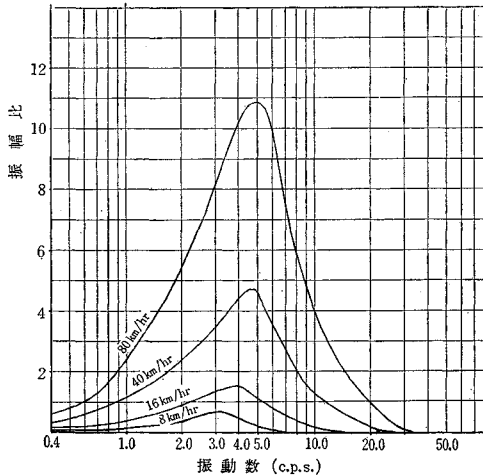
の諸数値をもちいて数値計算を行ない、軌道が横方向に振動している場合の応答を求め図-3.2 に示した。軌道の振動数が約 2 c.p.s. までは車軸はほぼ静力学的に運動し、軌道の振幅に近い振幅で振動するが、2 c.p.s. を越えると車軸の運動は動力学的なものになり、共振点がある。車軸横変位の共振点では走行速度が低い時には著しく振幅が増加している。車軸の横変位の最大振幅は速度によって異なり、走行速度が増加するにつれて減少する。このような速度効果は車輪とレールの接触面に働く横方向切線力とクリープの関係によるものであり、走行速度が増加するほどわずかな横方向切線力で大きなクリープが生じることを物語っている。ジャイロの影響についてはジャイロの項を無視して同様の解析を行なった結果、走行速度が常用の速度範囲ではほとんど無視できることが明らかになった。その原因は横方向偏倚によって生じる車軸の角変化がわずかなことに基づいているものと思われる。

横方向変位が与えられた場合とは異なり、走行する車軸に軌道からローリングが加えられた場合には、クリープ理論に基づく理論計算によれば、加えられた変位の方以外の方の振動が車軸に生じる。その原因は主に輪軸の回転に基づくジャイロ効果によるものである。

この場合軌道から伝えられるローリングの振幅を θ_x^0 とすれば幾何学的条件式は、

$$(\theta_x - \theta_x^0) = \frac{n}{a} y \quad (3.4)$$

で表わされ、式 (3.3) に相当する車軸中心鉛直軸回りの外力のモーメント M_z 、および横方向外力 F_y は、



図—3.3 軌道のローリングに対する拘束された一輪軸の共振曲線（輪軸のヨーイング）

$$\begin{cases} M_z = -2f_x a \left(a \frac{\dot{\theta}_z}{v} + \frac{n}{r} y \right) \\ F_y = -2f_y \left(\frac{\dot{y}}{v} - \theta_z \right) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

で表わされる。式 (3.4), (3.5) を用いて式 (3.1) を解けば、軌道がローリングしている状態の車軸の応答を明らかにすることができる。図—3.3 はこの結果を示したもので、軌道にローリングが加わった場合の車軸ヨーイングの共振曲線を示している。ローリングによる強制振動は式 (3.1) から明かなようにジャイロの効果によって支配され、ローリングおよび車軸の回転ベクトルに直角方向の振動、すなわち車軸のヨーイングが発生する。一般に走行速度、回転慣性の差が大きくなるほどこの影響は著しくなる。共振点は 3 c.p.s. 前後にあって走行速度が増加するにつれてやや共振振動数は高くなる。車軸にはヨーイングのほかにもクリープによって車軸の横変位が生じるが、その最大値はほとんど無視し得る値である。一般に軌道にローリングが与えられた場合の車軸ヨーイングの速度効果は走行速度の増加に伴って増大する傾向がある。

車軸の運動はこれら強制振動のほかに、車輪の形状に基づく自由振動が加わる。この運動については Carter がクリープ力の存在を認めて以来⁵⁾、過去多くの研究者がさまざまな角度から解析を行なってきた⁶⁾。

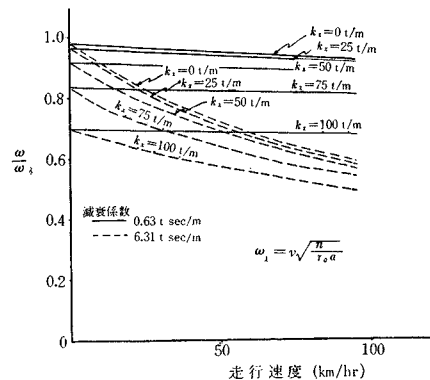
本論文の目的はこのような自由振動を解析することではなく、軌道に変位が与えられた場合の強制振動を取り扱うことであるから、問題をかぎられた範囲にとどめ、主に強制振動の共振と関係のある固有振動数について解析した。

自由振動の場合には車軸の傾斜によるジャイロ効果はほとんど無視できるから、式 (3.1) においてジャイロの項を無視し、式 (3.2), (3.3) において軌道の変位 y_0

を無視すれば自由振動を解析することができる。自由振動の解が複素表示を用いて $Y = Ae^{\lambda t}$ で与えられるとすれば自由振動の特性方程式は

$$\begin{bmatrix} I_z \lambda^2 + 2 \left(c_x b^2 + \frac{f_x a^2}{v} \right) \lambda + 2 k_x b^2 & \frac{2 f_x n a}{r_0} \\ -2 f_y & m \lambda^2 + 2 \left(c_y + \frac{f_y}{v} \right) \lambda + 2 k_y \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

で与えられる。式 (3.6) で示される 4 次方程式は通常比較的大きな負の二実根と一組の共軛な複素根をもつ。実根は横方向変位および回転の減衰を表わし、速度が増加するにつれて減衰の程度は減少するが、十分大きな値である。共軛な複素根の虚数部は蛇行の角振動数を表わし、速度が低く、ばね定数、減衰係数を無視した時には、幾何学的条件から求められる拘束のない一輪軸の角振動数 $\omega_1 = v \sqrt{\frac{n}{r_0 a}}$ に一致する。図—3.4 は常用の車軸に対する走行速度と固有振動数の関係を示したものである。一般に減衰係数やばね剛性が低い場合には ω_1 にほとんど一致しているが、減衰あるいは進行方向ばね剛



図—3.4 拘束された一輪軸の固有振動数 ($k_y = 12.5 \text{ t/m}$)

性が高くなるにつれて車輪とレールの接触面に働く切線力が増加し、走行速度の増加とともに車輪の幾何学的条件から定められる固有振動数 ω_1 との差は著しくなる。進行方向のばね剛性が変化した時の変化は直線的であるのに対し、減衰係数に対する変化は曲線的である。これに対し横方向のばね剛性は固有振動数の変化にはほとんど影響を与えない。

4. 軌道の変位を考慮した走行車両の運動方程式

直線静止軌道上を走行する車両運動に関する従来の理論的研究の多くは主に自由振動にかぎられてきたといっても過言ではない。これらの研究は主に車輪の形状と切線力の関係によって生ずる限界速度について取り扱ったものである。直線静止軌道上で車両の走行速度が増加す

るにつれて、車輪とレールの接触面に生じるクリープが増大する。走行速度がある一定の限界を越えると車両に生じる振動の減衰は負となっていわゆる自励振動が発生する。このような状態では一度振動が発生すれば振幅は次第に増大し車両に激しい動揺が生じる⁷⁾。

車両はその性質上車輪の形状、ばね、クリープ係数などの非線型成分を有するが、車両が安定に走行している場合にはほぼ線型の振動と考えられる。またいたずらに問題を複雑にすれば、解析が困難になるばかりでなく、問題の本質を見失う恐れがあり、これまで多くの研究者は実際の問題の本質を追求する際、現実の運動にかなう範囲で問題をできるだけ簡略化して解析してきた。

一般に車両の運動を微小振動の範囲で考えれば車両運動の方程式は n 次の規準座標系で表わされ、Lagrange の運動方程式を用いればおのおのの座標に対応する n 個の運動方程式が得られる。これらの運動方程式を行列をもちいて表わすと、

$$A\ddot{q}_i + B\dot{q}_i + Cq_i = Q_i(t) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4.1)$$

となり、 A, B, C はそれぞれ慣性項、減衰項、ばね項である。しかし車両が軌道上を走行するかぎり、車輪とレールの接触面に作用する拘束を考慮しなければならない。この場合、車軸に関する規準座標はクリープの法則にしたがって拘束され、一般化された外力 Q は $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$ に対して独立ではなく、式 (4.1) は

$$A\ddot{q}_i + B\dot{q}_i + Cq_i = Q(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) \quad (4.2)$$

の形で表わされる。軌道に変位が与えられる場合は、

$$A\ddot{q}_i + B\dot{q}_i + Cq_i = Q(q_i - q_i^0, \dot{q}_i - \dot{q}_i^0, \ddot{q}_i - \ddot{q}_i^0) \quad (4.3)$$

となる。ただし $q_i^0, \dot{q}_i^0, \ddot{q}_i^0$ はおのおのの輪軸の規準座標に対する軌道の規準座標を表わしている。線型理論によれば左辺の外力の項は一般に軌道の規準座標の列ベクトルと車体の座標の列ベクトルの和で表わされるから、

$$\bar{A}\ddot{q}_i + \bar{B}\dot{q}_i + \bar{C}q_i = \bar{Q}(q_i^0, \dot{q}_i^0, \ddot{q}_i^0) \quad (4.4)$$

の形におきかえることができる。

ここでは以上の考え方にしたがって二軸貨車の運動を解析する。二軸貨車は通常 1 つの車体と 2 つの輪軸からなる 3 組の剛体をおのおの 3 方向のばねおよび減衰器で支持したものである。1 つの剛体は 6 組の自由度を持つから、二軸貨車全体では 18 組の自由度を持っている。したがってこれらの座標を規準座標で表わした場合、18 組の運動方程式を決定すれば二軸貨車の運動をすべて表わすことができる。そこで図-4.1 に示すような規準座標をもちいて車体および前後輪軸の座標を以下のように定義する。

車体重心の座標 $(x_1, y_1, z_1, \theta_{1x}, \theta_{1y}, \theta_{1z})$

前軸重心の座標 $(x_2, y_2, z_2, \theta_{2x}, \theta_{2y}, \theta_{2z})$

後軸重心の座標 $(x_3, y_3, z_3, \theta_{3x}, \theta_{3y}, \theta_{3z})$

また軌道中央点の座標を $(x_0, y_0, z_0, \theta_{0x}, \theta_{0y}, \theta_{0z})$ とすれば、 $x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ はおのおの軌道方向、軌道直角方向、鉛直方向、軌道方向回りの回転角、軌道直角方向回りの回転角、鉛直方向回りの回転角を表わしている。また車両の諸元を図-4.1 に示されるように定義する。

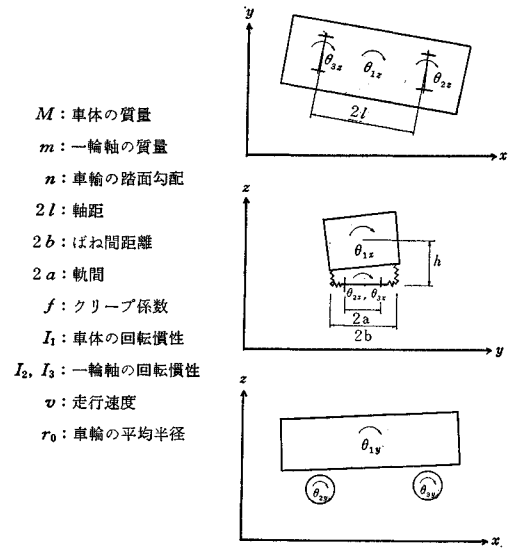


図-4.1 二軸貨車のモデル

以上の定義を用いて運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、散逸係数を求め Lagrange の運動方程式に代入すれば車両の一般運動方程式を求めることができる。ただし車輪の回転 θ_{2y}, θ_{3y} によるエネルギー、散逸係数は車両の運動には関係がないので省略した。

$$\begin{cases} M\ddot{x}_1 + 2c_x(2\dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \dot{x}_3) \\ \quad + 2k_x(2x_1 - x_2 - x_3) = 0 \\ m\ddot{x}_2 + 2c_x(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + 2k_x(x_2 - x_1) = X_2 \\ m\ddot{x}_3 + 2c_x(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) + 2k_x(x_3 - x_1) = X_3 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\begin{cases} M\ddot{z}_1 + 2c_z(2\dot{z}_1 - \dot{z}_2 - \dot{z}_3) \\ \quad + 2k_z(2z_1 - z_2 - z_3) = 0 \\ m\ddot{z}_2 + 2c_z(\dot{z}_2 - \dot{z}_1 + l\dot{\theta}_{1y}) \\ \quad + 2k_z(z_2 - z_1 + l\theta_{1y}) = z_2 \\ m\ddot{z}_3 + 2c_z(\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - l\dot{\theta}_{1y}) \\ \quad + 2k_z(z_3 - z_1 - l\theta_{1y}) = z_3 \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\begin{cases} M\ddot{y}_1 + 2c_y(2\dot{y}_1 - \dot{y}_2 - \dot{y}_3 - 2h\dot{\theta}_{1x}) \\ \quad + 2k_y(2y_1 - y_2 - y_3 - 2h\theta_{1x}) = 0 \\ m\ddot{y}_2 + 2c_y(\dot{y}_2 - \dot{y}_1 + l\dot{\theta}_{1x} + h\dot{\theta}_{1x}) \\ \quad + 2k_y(y_2 - y_1 + l\theta_{1x} + h\theta_{1x}) = Y_2 \\ m\ddot{y}_3 + 2c_y(\dot{y}_3 - \dot{y}_1 - l\dot{\theta}_{1x} + h\dot{\theta}_{1x}) \\ \quad + 2k_y(y_3 - y_1 - l\theta_{1x} + h\theta_{1x}) = Y_3 \end{cases} \quad (4.7)$$

$$I_{1y}\ddot{\theta}_{1y} + 2c_z l(2l\dot{\theta}_{1y} + \dot{z}_2 - \dot{z}_3) + 2k_z l(2l\dot{\theta}_{1y} + z_2 - z_3) = 0 \dots\dots\dots (4.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{1x}\ddot{\theta}_{1x} + 2c_y h(2h\dot{\theta}_{1x} + \dot{y}_2 + \dot{y}_3 - 2\dot{y}_1) \\ - 2c_y b^2(\dot{\theta}_{2x} + \dot{\theta}_{3x} - 2\dot{\theta}_{1x}) \\ + 2k_y h(2h\dot{\theta}_{1x} + y_2 + y_3 - 2y_1) \\ - 2k_y b^2(\theta_{2x} + \theta_{3x} - 2\theta_{1x}) = 0 \end{array} \right. \dots\dots\dots (4.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{2x}\ddot{\theta}_{2x} + 2c_x b^2(\dot{\theta}_{2x} - \dot{\theta}_{1x}) \\ + 2k_x b^2(\theta_{2x} - \theta_{1x}) = \Theta_{2x} \\ I_{3x}\ddot{\theta}_{3x} + 2c_x b^2(\dot{\theta}_{3x} - \dot{\theta}_{1x}) \\ + 2k_x b^2(\theta_{3x} - \theta_{1x}) = \Theta_{3x} \\ I_{1z}\ddot{\theta}_{1z} + 2c_x b^2(2\dot{\theta}_{1z} - \dot{\theta}_{2z} - \dot{\theta}_{3z}) \\ + 2c_y l(2l\dot{\theta}_{1z} + \dot{y}_2 - \dot{y}_3) \\ + 2k_x b^2(2\theta_{1z} - \theta_{2z} - \theta_{3z}) \\ + 2k_y l(2l\dot{\theta}_{1z} + y_2 - y_3) = 0 \end{array} \right. \dots\dots\dots (4.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{2z}\ddot{\theta}_{2z} + 2c_x b^2(\dot{\theta}_{2z} - \dot{\theta}_{1z}) \\ + 2k_x b^2(\theta_{2z} - \theta_{1z}) = \Theta_{2z} \\ I_{3z}\ddot{\theta}_{3z} + 2c_x b^2(\dot{\theta}_{3z} - \dot{\theta}_{1z}) \\ + 2k_x b^2(\theta_{3z} - \theta_{1z}) = \Theta_{3z} \end{array} \right.$$

車軸回転, θ_{2y} , θ_{3y} に関する運動方程式はここでは省略している。二軸貨車の運動方程式は以上 16 の方程式で表わされる。ここで X_2 , X_3 , Z_2 , Z_3 , Y_2 , Y_3 , Θ_{2x} , Θ_{3x} , Θ_{2z} , Θ_{3z} は一般化された外力で軌道と車輪の拘束条件から決定される。

式 (4.5) は輪軸および車体の前後動であり、通常の軌道ではこのような振動を励起させる外力 X_2 , X_3 は加速時、減速時を除けば考えられない。式 (4.6) は輪軸および車体の上下動を表わす方程式で、ピッチングの方程式 (4.8) と連成する。式 (4.7) は輪軸および車体の横方向変化で式 (4.9) のローリング、式 (4.10) のヨーイングと連成する。それゆえ、車両の運動は大別して 2 つの振動群に分類することができる。1 つは車両の上下動およびピッチングであり、他の 1 つは車両の横変位、ローリング、ヨーイングでこれら 2 組の振動群は互いに独立であると考えてよい。またここで軌道と車輪の接触を考慮すれば、通常の円錐車輪では車輪とレールが常に接触しているかぎり、式 (4.6) の第 2 式、第 3 式および式 (4.9) の第 2 式、第 3 式は無視することができ、軌道の変位と輪軸の変位が等しいものと考えて十分である。

5. 軌道に横変位が加えられた場合の車両運動

以上述べたように車両運動は規準座標を用いて各運動成分を仮定した場合、それらが互いに連成した複雑なモードをもつ 2 群の振動になる。したがって軌道に横変位が加わる場合の二軸貨車の運動は車体および 2 組の輪軸の横変位、車体のローリング、車体および 2 組の輪軸のヨーイングが連成した少なくとも 7 自由度系の振動になることが予想される。

車両が正常に走行している時、軌道に横変位が加えられるとレールと車輪の間に切線力が生じ、車輪に力が伝えられる。しかしレールと車輪の接触面にはクリープが生じるから、軌道の変位に応じた力がすべて車輪につえられるわけではない。一般に車両の走行速度が増加するにつれて、レールと車輪の接触面に生じるクリープが変化するため、走行速度によって車両の振動性状が異なってくるのが考えられる。外力 Y_2 , Y_3 , Θ_{2z} , Θ_{3z} はレールと車輪の接触面に働く切線力とモーメントで、軌道の横変位を考慮した時にはそれぞれ、

$$Y_2 = -f_y \left\{ \frac{\dot{y}_2 - \dot{y}_0}{v} - \theta_{2z} \right\}$$

$$Y_3 = -f_y \left\{ \frac{\dot{y}_3 - \dot{y}_0}{v} - \theta_{3z} \right\} \dots\dots\dots (4.11)$$

$$\Theta_{2z} = -f_x a \left\{ \frac{a\dot{\theta}_{2z}}{v} - \frac{n(y_2 - y_0)}{r_0} \right\}$$

$$\Theta_{3z} = -f_x a \left\{ \frac{a\dot{\theta}_{3z}}{v} - \frac{n(y_3 - y_0)}{r_0} \right\}$$

で与えられる。ここで y_0 は軌道の変位を表わしている。それゆえ式 (4.4) の \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} および \bar{F} は式 (4.7), (4.9), (4.10) よりそれぞれ、

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} M & & & & 0 \\ & m & & & \\ & & m & & \\ & & & I_{1x} & \\ & & & & I_{1z} \\ & & & & & I_{2z} \\ 0 & & & & & & I_{3z} \end{bmatrix}$$

表-5.1 数値計算に用いた二軸貨車の特性値

諸 元	記 号	数 値
ばね剛性		
鉛直方向	k_z	90.25 t/m
横方向	k_y	12.5 t/m
進行方向	k_x	25.0 t/m
減衰係数		
鉛直方向	c_z	0.212 t·sec/m
横方向	c_y	0.631 t·sec/m
進行方向	c_x	0.631 t·sec/m
車体台わく質量	M	2.306 t·sec ² /m
車軸質量	m	0.0918 t·sec ² /m
軸 距	$2l$	5750 mm
ばね間距離	$2b$	1930 mm
車体の回転慣性		
鉛直軸回り	I_z	81.2 t·m ²
横方向軸回り	I_y	91.06 t·m ²
進行方向軸回り	I_x	28.8 t·m ²
車軸の回転慣性		
鉛直進行方向軸回り	I_z, I_x	0.248 t·m ²
横方向軸回り	I_y	0.0372 t·m ²

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 4c_y & -2c_y & -2c_y & -4c_y h & 0 & 0 & 0 \\ -2c_y & 2c_y + 2\frac{f_y}{v} & 0 & 2c_y h & 2c_y l & 0 & 0 \\ -2c_y & 0 & 2c_y + 2\frac{f_y}{v} & 2c_y h & -2c_y l & 0 & 0 \\ -4c_y h & 2c_y h & 2c_y h & 4c_y h^2 + 4c_z b^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2c_y l & -2c_y l & 0 & 4c_y l^2 + 4c_x b^2 & -2c_x b^2 & -2c_x b^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2c_x b^2 & 2c_x b^2 + 2f_x \frac{a^2}{v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2c_x b^2 & 0 & 2c_x b^2 + 2f_x \frac{a^2}{v} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 4k_y & -2k_y & 2k_y & 4k_y h & 0 & 0 & 0 \\ -2k_y & 2k_y & 0 & 2k_y h & 2k_y l & -2f_y & 0 \\ -2k_y & 0 & 2k_y & 2k_y h & -2k_y l & 0 & -2f_y \\ -4kh & 2k_y h & 2k_y h & 4k_y h^2 + 4k_z b^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2k_y l & 2k_y l & 0 & 4k_y l^2 + 4k_x b^2 & -2k_x b^2 & -2k_x b^2 \\ 0 & 2f_x \frac{na}{v} & 0 & 0 & -2k_x b^2 & 2k_x b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2f_x \frac{na}{v} & 0 & -2k_x b^2 & 0 & 2k_x b^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\frac{f_y}{v} \dot{y}_0 \\ 2\frac{f_y}{v} \dot{y}_0 \\ 0 \\ 0 \\ 2f_x \frac{na}{v_0} y_0 \\ 2f_x \frac{na}{\alpha_0} y_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.12)$$

$$q_i = \text{Im} \{ [-\bar{A} \omega_0^2 + i\bar{B} \omega_0 + \bar{C}]^{-1} \bar{F} e^{i\omega_0 t} \} \dots\dots\dots (4.16)$$

が求められる。以上が軌道に横変位が加えられた場合の応答であるが一般には式(4.16)に自由振動の項を加えたものが実際に観測される応答である。

以上の理論解析を二軸貨車の諸数値をもちいて検討した。数値計算に用いた二軸貨車の数値は日本国有鉄道で使用されているチラー型の値を規準にとり、各種パラメ

を満足する。

以上が軌道に横方向変位が加わった場合の車両の運動方程式で、一般にその解は自由振動の項と強制振動の項の和で表わされる。しかし自由振動に関する理論的研究は過去多くの研究者によってさまざまな角度から取り扱われてきているのでここでは省略し、本論文の主目的である定常解について以下考察する。

軌道が一定の振動数 ω_0 、単位の振幅で横方向に振動している時、その運動を複素表示を用いて表わせば、

$$y_0 = e^{i\omega_0 t} \dots\dots\dots (4.13)$$

で与えられる。車両の応答を、

$$q_i = \text{Im} \{ z_i \cdot e^{i\omega_0 t} \} \dots\dots\dots (4.14)$$

とおけば z_i は一般に複素数の列ベクトルとなる。式(4.13)を式(4.12)に代入し、

$$\bar{g} = \bar{F} e^{i\omega_0 t} \dots\dots\dots (4.15)$$

において、式(4.14)、(4.15)を式(4.4)に代入すれば、軌道に単位の振幅をもつ一定周期 ω_0 の横変化が与えられた場合の応答、

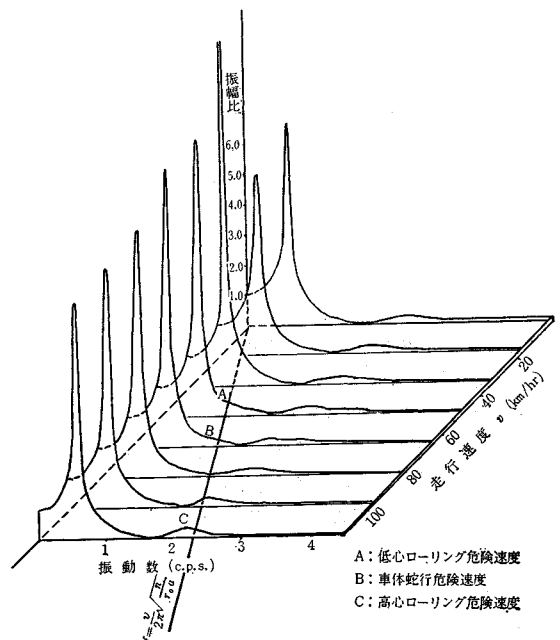
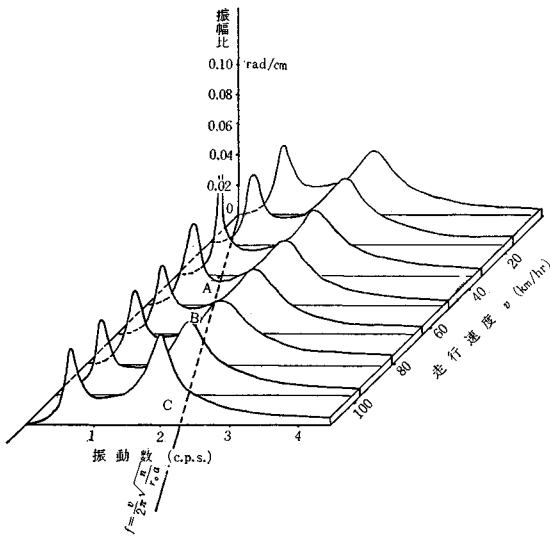
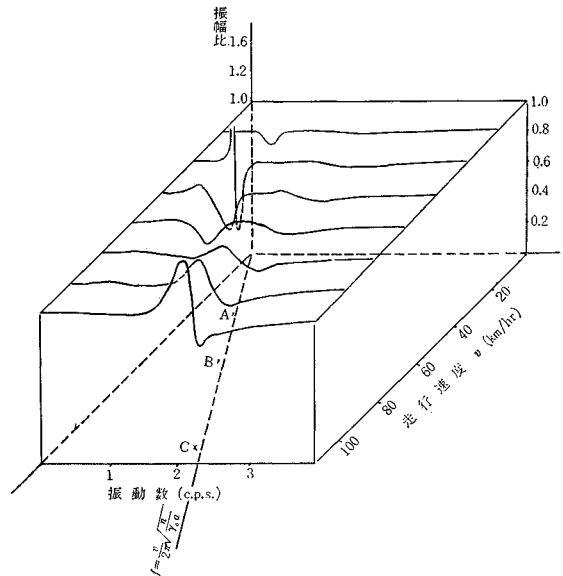


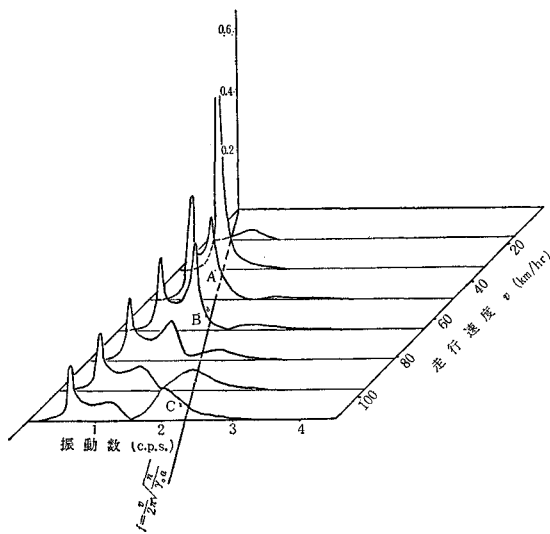
図-5.1 車体横変位共振曲線



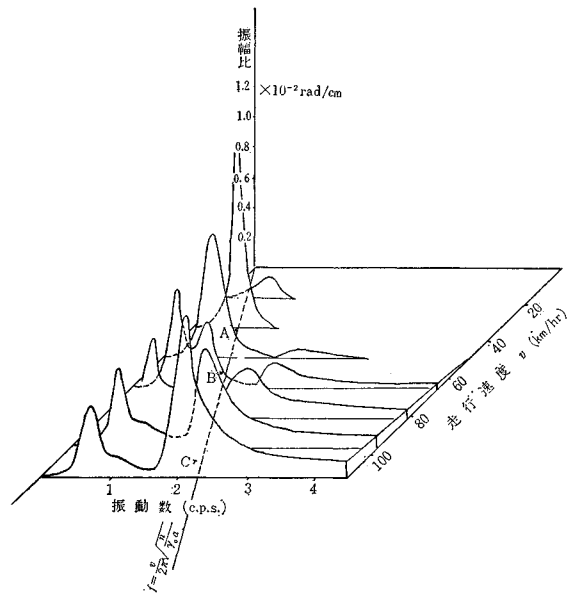
図—5.2 車体ローリング共振曲線



図—5.4 車軸横変位共振曲線



図—5.3 車体ヨーイング共振曲線



図—5.5 車軸ヨーイング共振曲線

ーターを変化させてその影響を検討した。車両の特性値を表—5.1 に示す。

計算に際しては進行方向減衰係数は横方向減衰に等しいと仮定し、クリープ係数は理論的に求められた値を採用した。図—5.1～5.5 は、おのおの車体横変位、車体ローリング、車体ヨーイング、車軸横変位、車軸ヨーイングの振幅比と軌道に与えられる振動数、走行速度の関係を示したもので、車両の応答が走行速度によって著しく変化する様子が明かである。

車両が停止している状態では車輪とレールの接触面にスリップが生じないかぎりクリープも生じないから、車軸はヨーイングや横変位することはない。それゆえ車体にはヨーイングは生じないので、軌道に横変位が加えら

れた場合車両に発生する振動は車体の横変位とローリングのみである。したがって2種類の車両振動モードが考えられる。1つは軌道の振動数が比較的低い時に生じる車体横変位を主とした振動であり、他の1つは軌道の振動数がこれよりも高い時に生じる車体 α 軸回りの回転を主とした振動である。いずれの振動とも車体横変位と車体ローリングの位相はほぼ等しいが、軌道に加えられる横変位の位相は車体横変位、車体ローリングの位相と比較して前者では等しく、後者ではほぼ 180° 近く進む。通常車両工学では車体ローリングの回転の中心位置から

前者を低心ローリング、後者を高心ローリングと名付けている。このような低心ローリングと高心ローリングの相違の1つは車輪に働く輪重と横圧の関係にある。車両が比較的振動数の低い低心ローリングのモードで振動している場合車輪に大きな輪重が作用する時には同時に横圧の値も大きく、輪重と横圧の比、すなわち脱線係数の変化はかえって著しくないことが予想される。これに対し高心ローリングでは車体の回転と車輪に働く力の位相が逆相に近いので、車輪に大きな輪重が作用する時には横圧の値は低く、輪重抜けが最大の時には横圧の値が大きい。それゆえ脱線係数の変動も大きく、前者に比較して不安定で脱線の危険度が大きいものと考えられる⁹⁾。

以上は車両が停止した状態の車両応答の性状であるが、車両が走行している時には応答は走行速度に応じて変化している。

一般に車両の走行速度が増加するにつれて車輪とレール接触面に作用する切線力によってクリープが生じるようになり、したがって車軸の変位も増大し、車輪の円錐形状によって軌道から加えられる変位に応じて蛇行する。車軸が横変位、あるいはヨーイングすれば、ばねおよび減衰器で支持された車体にも車軸の横変位、ヨーイングに応じた変位が発生する。それゆえ、車両の運動は走行速度の関数であるクリープの量に影響されるところが大きい。7自由度の振動系では固有振動数は7つ存在し、これらのうち、上記の二軸貨車のモデルではその主なものは以下の4組である。

表-5.2 主な振動モードとその固有振動数

振 動 モード	固有振動数 (c.p.s)
低 心 ロ ー リ ン グ	0.626
車 体 蛇 行	1.028
高 心 ロ ー リ ン グ	1.968
車 軸 蛇 行	4.382

図-5.6, 5.7 は軌道に横変位が加えられた場合のおの低心ローリング、高心ローリング共振点近くの最も危険な走行速度における車両の運動を理論解析の結果から図示したものである。この場合低心ローリング、高心ローリングはすべての座標に影響を与えている。

車体蛇行は主に車体のヨーイングが卓越した振動モードである。これに対し車軸蛇行では車軸のヨーイングが卓越し、車体のヨーイングは車軸のヨーイングに比較して低い。これらのモードのほかにも車軸のヨーイング、横変位を主とした振動モードが存在するが、これらは一般に振動数も高く、問題は少ないものと考えられる。

走行中の輪軸は車輪の踏面形状によって速度に比例した振動数で振動する傾向があり、これらの関係は 図-3.4 に示されている。走行速度が増加すれば車軸の慣性力が作用し、ばねや減衰器で支持された輪軸の固有振動

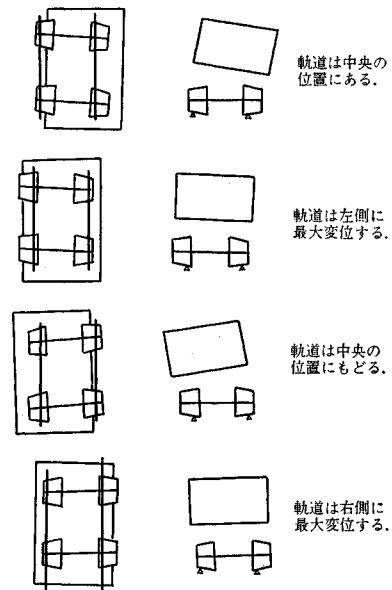


図-5.6 低心ローリング ($V=32$ km/hr, $f=0.58$ c.p.s.)

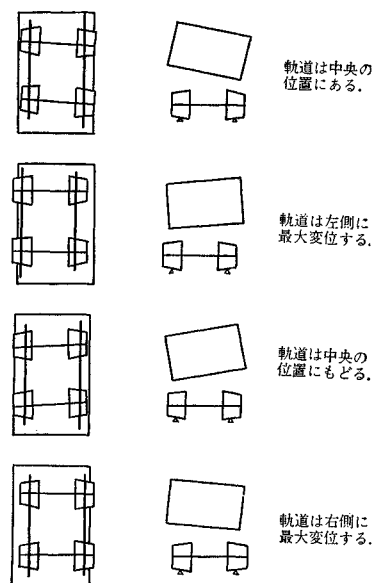


図-5.7 高心ローリング ($V=112$ km/hr, $f=2.01$ c.p.s.)

数は $\omega_2 = v \sqrt{\frac{n}{r_0 a}}$ で与えられる値よりも低くなる。静止した直線軌道上で車軸がこのような走行速度に比例した振動数で振動している場合、車軸にばねと減衰器で支持された車体の振動は、一輪軸の蛇行の振動数が車体の固有振動数と一致する時、系の減衰が負となって自励振動に変化し、車体には激しい動揺が生じることはよく知られている。同様に軌道に変位が与えられるような強制的な車両運動においても系の減衰が低くなる時には強制

された車両運動はかぎりなく振幅の大きなものになることが予想される。それゆえ、速度とともに増加する車軸の振動数が車体の固有振動数と一致し、かつ軌道変位の振動数がこれらの振動数と一致する時には、車両の共振時の振幅は無限に大きくなることが予想される。これらの関係は 図—5.1~5.5 にも示されていて、走行速度が 32 km/hr の時に低心ローリング共振点の各座標が無限に大きくなっている。このような点は 7 自由度系の振動では 7 点存在するが、常用の走行速度では低心ローリング、車体蛇行、高心ローリング、車軸蛇行の 4 点を考慮すれば十分である。これらの関係を 図—5.8 に示した。破線は拘束のない一輪軸の蛇行振動数と速度の関係であり、表—5.1 に与えられているばねおよび減衰器で支持された一輪軸の場合には実線のように振動数が低下する。原点を通るこの直線と車両の各固有振動数の交点では系の減衰が負となるため、軌道に与えられる変位の振動数が車両の固有振動数と一致する共振状態では、ある走行速度において車両振動が激しさを増し、危険な状態になる。これらの走行速度は数値計算に用いた二軸貨車ではそれぞれ低心ローリングでは 32 km/hr、車体蛇行 56 km/hr、高心ローリング 105 km/hr、車軸蛇行 282 km/hr である。したがって常用の走行速度で考えられる危険なモードは低心ローリング、車体蛇行、高心ローリングの 3 種で、車軸蛇行は通常は問題ないものと思われる。

一方、共振振動数については一般の橋梁の横振動あるいは軌道の横変位による振動数の範囲内にあり、実際に起こり得ることが予想される振動数である。とくに低心ローリング、車体蛇行、高心ローリングは吊橋の比較的振幅の大きな低次の固有振動数の範囲内にあるため考慮されなければならないものであろう。橋梁上の軌道も含めた変位のある軌道上でこのような危険な状態を避ける方法は、危険速度を下げて比較的低速度で危険な状態を起こさせるか、あるいは危険速度を高い領域に上げて常

用の走行速度の範囲外にする方法が考えられる。危険速度をいずれかの方向に変化させる方法は 図—5.8 から明らかなように 3 種の方法が考えられる。

(1) 路面勾配を少なくして、危険速度を高める。

(2) 車両つり装置の剛性と減衰係数を大きな値にとって一輪軸の蛇行振動数を変化させ危険速度を高める。

(3) 車両つり装置の 3 方向の剛性を適当な値にとって車体の固有振動数を変化させる。

これらの方法のうち、(1) の方法はあまりその効果を期待できない。一般に路面勾配を変化させても、輪軸の蛇行周期にあらわれる変化は少ない。(2) の方法によれば低心ローリング、車体蛇行等の低速時における危険速度の変化は少ないが、高心ローリング、車軸蛇行の危険速度を高くとることができる。しかし減衰が著しく大きい場合には共振状態において車体の振動が車軸につたえられる程度も著しく、車体の変位は少なくなるにもかかわらず、車軸の変位が大きくなり、車軸が危険な状態になる可能性も大きい。

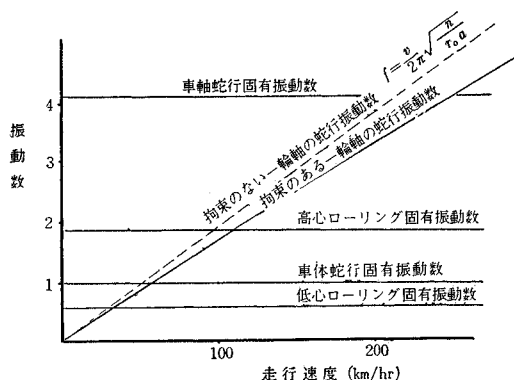
(3) の方法の特徴は各種振動モードの共振点を変化させ得ることである。一般には任意の振動モードの共振点を高くするようにつり装置の剛性を選択すれば、危険速度もまた高くすることが可能になる。しかし各モード間の相互の関係があり、あるモードに対して有効な方法が他のモードに対しても有効であるとはかぎらない。

6. 軌道にローリングが加えられた場合の車両運動

橋梁上を車両が通過する時、軌道からローリングが加えられる場合も考えられる。長大径間の吊橋のようにねじれ剛性の低い橋梁では、風や走行車両等の外力によって軌道にローリングが生じ、その結果、通過する車両の運動に影響をおよぼすことが十分考えられよう。

あるいは軌道の水準狂いのように静止軌道においてもローリングの発生源が存在する。しかし水準狂いでは前後軸が水準狂いの影響を同時に受けることはなく、軸距の間隔および走行速度に応じて一定の時間差が生じる。

すでに明らかにしたように、ローリングが加えられる軌道上を、ばねおよび減衰器で拘束された一輪軸が走行する場合、ジャイロ効果によって鉛直軸回りのモーメントが発生し、その結果車軸にはヨーイングが発生することが明らかにされている。それゆえ、車両がローリングする軌道上を走行する場合、このようなジャイロの影響を無視することはできない。ジャイロ効果を考慮した場合は、式 (4.10) で示される運動方程式のうち、前後車軸の運動方程式は以下のように表わされる。



図—5.8 軌道に変位が与えられる場合の危険速度

$$\begin{cases} I_{2z}'\ddot{\theta}_{2z} + 2c_x b^2(\dot{\theta}_{2z} - \dot{\theta}_{1z}) \\ \quad + 2k_x b^2(\theta_{2z} - \theta_{1z}) + (I_{2x}' - I_{2y}')\frac{v}{r_0}\dot{\theta}_{2z} = \Theta_{2z} \\ I_{3z}'\ddot{\theta}_{3z} + 2c_x b^2(\dot{\theta}_{3z} - \dot{\theta}_{1z}) \\ \quad + 2k_x b^2(\theta_{3z} - \theta_{1z}) + (I_{3x}' - I_{3y}')\frac{v}{r_0}\dot{\theta}_{3z} = \Theta_{3z} \end{cases} \dots\dots\dots(6.11)$$

幾何学的条件

$$\begin{cases} (\theta_{2x} - \theta_x^0) = \frac{n}{a} y_2 \\ (\theta_{3x} - \theta_x^0) = \frac{n}{a} y_3 \end{cases} \dots\dots\dots(6.12)$$

を上式に代入すれば、ジャイロ効果を考えた前後車軸の運動方程式を決定することができる。ただし θ_x^0 は軌道に生じるローリングを表わしている。一方、車体のローリング方程式 (4.9) の第1式は、

$$\begin{aligned} I_{1z}\ddot{\theta}_{1x} - 2c_y h(2h\dot{\theta}_{1x} + \dot{y}_2 + \dot{y}_3 - 2\dot{y}_1) \\ - 2c_z b^2(\dot{\theta}_{2x} + \dot{\theta}_{3x} - 2\dot{\theta}_{1x}) \\ - 2k_y h(2h\theta_{1x} + y_2 + y_3 - 2y_1) \\ - 2k_z b^2(\theta_{2x} + \theta_{3x} - 2\theta_{1x}) \\ = 4b^2(k_2\theta_x^0 + c_2\dot{\theta}_x^0) \dots\dots\dots(6.13) \end{aligned}$$

で表わされる。

以上の式および表-5.1に与えられた二軸貨車の特性値を用いて軌道にローリングが与えられた場合の車両の応答を計算し、結果の一例を図-6.1, 6.2に示した。一般的な傾向は軌道に横変位が与えられた場合の応答と一致し、各振動モードや、それらの危険速度には著しい変化は見られない。しかし軌道に横変位が与えられた場合とローリングが与えられた場合との相違点は車体蛇行、

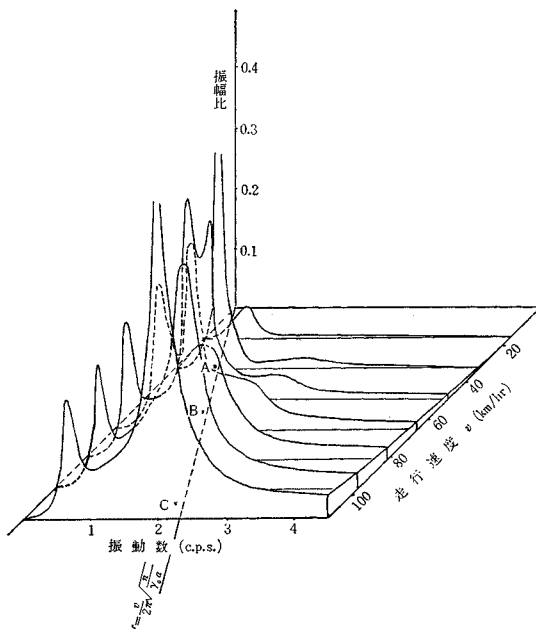


図-6.1 車軸ヨーイング共振曲線

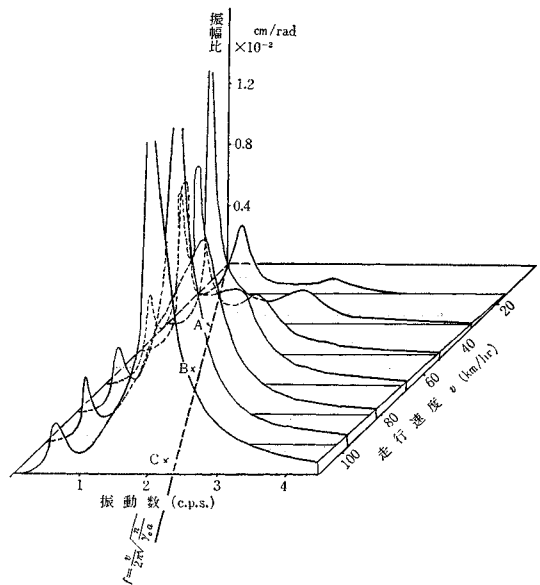


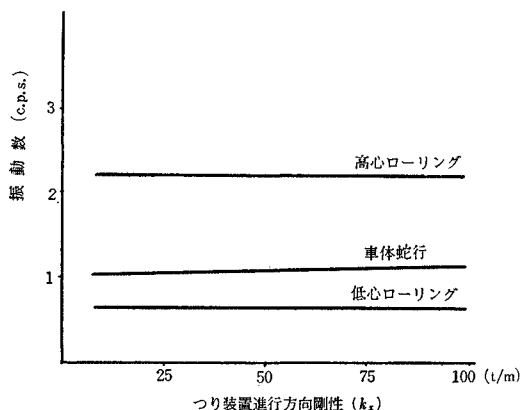
図-6.2 車軸横変位共振曲線

車軸蛇行のモードが卓越する速度領域の幅が後者では広がっている。その原因はジャイロ効果の性質から明らかであり、一般に車軸の回転速度、すなわち走行速度が増加すればローリングに対して発生する車軸鉛直軸回りの回転モーメントは増加する。

7. 車両運動におよぼす車両特性値の影響

以上軌道が横変位、ローリングする場合の強制された車両運動について考察した。軌道に横変位やローリングが与えられた場合に発生する低心ローリング、車体蛇行、高心ローリング、車軸蛇行は車体のローリング、横変位、あるいはヨーイングが複雑にからみ合っているため、車両走行上の不安定と大いに関係することが予想される。これら各振動モードの発現は走行速度によって左右され、振幅が無限に大きくなる速度、すなわち危険速度が存在する。各モードの共振振動数はその車両固有の剛性、質量、回転慣性、あるいは減衰係数等によって左右され、車両の走行速度には左右されないが、共振点における各モードの振幅比は走行速度の関数であり、それら共振点付近の振幅比はある特定の走行速度で増大し、車両走行上不安定な現象を示す。このような危険速度は車両の各固有振動数と、ばねおよび減衰器で拘束された一輪軸の蛇行固有振動数が一致する時の速度である。したがって車両の安定性を改良するためには車両の固有振動数を適当なものにすると同時に、走行速度と一輪軸の蛇行振動数の関係を最適なものにすればよい。

一般につり装置の剛性を変化させれば、車体の固有振動数も変化するばかりでなく、ばねおよび減衰器で拘束



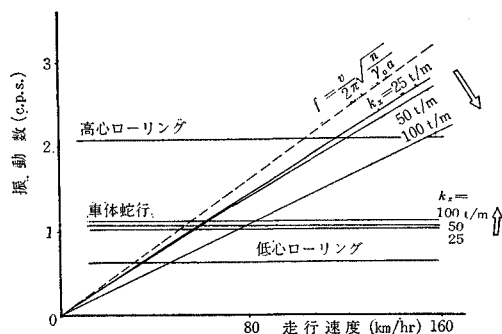
図—7.1 つり装置進行方向剛性と固有振動数の関係

された一輪軸の蛇行振動数と走行速度の関係も変化することが予想される。図—7.1 はつり装置進行方向の剛性を変化させた場合低心ローリング、車体蛇行、高心ローリングの各モードの固有振動数の変化を示したものである。つり装置進行方向の剛性が増加すれば、車体蛇行の固有振動数はゆるやかに増加するが、低心ローリング、高心ローリングの固有振動数にはほとんど変化は見られない。これはつり装置の構造からも容易に推測できることであり、低心ローリング、高心ローリングはつり装置鉛直方向、横方向の剛性に左右されるのに対し、進行方向の剛性にはほとんど影響されないことによるものであろう。

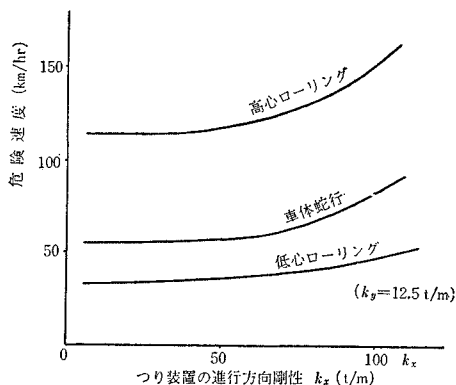
一方、つり装置進行方向の剛性を変化させた時の一輪軸の蛇行振動数は 図—3.4 に明らかにされているように、進行方向つり装置の影響を受けやすい。

以上の関係を振動数と走行速度の関係で示したものが 図—7.2 である。一輪軸の蛇行振動数と走行速度の比はつり装置進行方向の剛性が増すほど矢印の方向に減少し、車体蛇行の振動数は増加する。危険速度はこれら曲線の交点の走行速度であるから、一般につり装置進行方向の剛性が増加すれば危険速度も高くなるであろう。

このような危険速度の変化は車体の固有振動数が高い



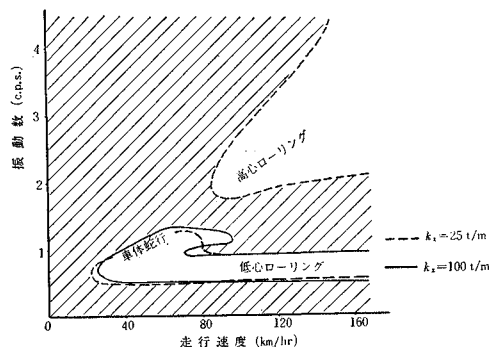
図—7.2 走行速度と振動数の関係



図—7.3 危険速度とつり装置の進行方向剛性

モードで著しい。すなわちつり装置進行方向の剛性を一定量変化させた場合、低心ローリングの危険速度の変化はわずかであるが、高心ローリングの危険速度は大幅に変化する。このようにして求めた危険速度とつり装置進行方向の剛性関係を 図—7.3 に示した。これによれば進行方向の剛性がほぼ 50 t/m までは危険速度はほぼ一定であるが、さらに剛性を高めると危険速度も増加している。危険速度が増加することは高速時に危険になることであり車両走行上望ましくない。しかし運動取り扱いの上から走行速度の上限が定められている場合には危険速度を車両運行速度以上にあげることによってこのような不安定を取り除くことができよう。つり装置の剛性を適当に選択することによって危険速度を適当な値にする方法は一見効果的であるが、つり装置の剛性を変えれば振動モードの特定の座標の振幅比が増加することも考えておかなければならない。つり装置進行方向の剛性を変化させた場合には車体横変位、車体ローリング、車軸横変位の振幅比はほとんど変わらないが、車体ヨーイング、車軸ヨーイングの振幅比が変化する。この変化の程度は各振動モードで異なっている。

図—7.4, 7.5 は軌道に横変位が与えられた場合、車軸ヨーイング、車体ヨーイングの振幅比が一定の水準を越える時の振動数と走行速度の関係を示している。点線は



図—7.4 車軸のヨーイング

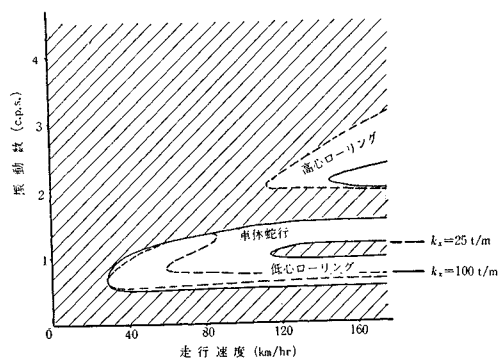


図-7.5 車体のヨーイング

進行方向剛性が低い時、実線は進行方向剛性が高い時である。車軸ヨーイングについては剛性が変化しても低心ローリング、車体蛇行のモードはほとんど変化しないが、高心ローリングのモードでは剛性の高い方が振幅比は低い。これに対し図-7.5に示された車体ヨーイングの座標については剛性の高い場合には低心ローリング、車体蛇行の振幅比が増加している。とくに車体蛇行のモードは剛性の低い場合には高速時にほとんど消滅するのに対し、剛性の高い場合には高速時にもあらわれる。高心ローリングについては剛性の高い方が有効で振幅比は低い。このような傾向は軌道にローリングが与えられた場合についてもほとんど変化はない。したがって軌道に発生する振動数が高い場合にはつり装置進行方向の剛性を高めることが有効であるが、軌道の振動数が低い場合にはかえって剛性を低くすることが有効である。

つり装置進行方向の剛性とは異なり、横方向剛性を变化させた時の車体振動にあらわれる特徴は車体各モードの固有振動数が変化することである。これらの関係は図-7.6に示されている。横方向剛性を増加させても低心ローリングの固有振動数の変化は他と比較して著しくなく、車体蛇行、高心ローリングの固有振動数は著しく増大している。これに対し一輪軸の蛇行振動数はつり装置の横方向剛性が変化してもほとんど変化しない。したがって、この場合の危険速度の変化は主に車体の固有振動数の変化によることが予想される。つり装置進行方

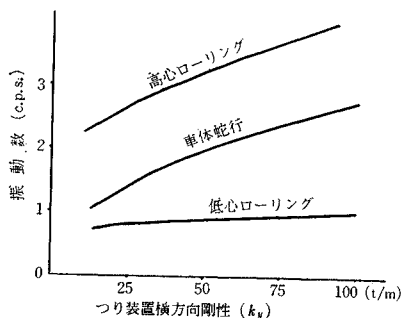


図-7.6 つり装置横方向の剛性と固有振動数の関係

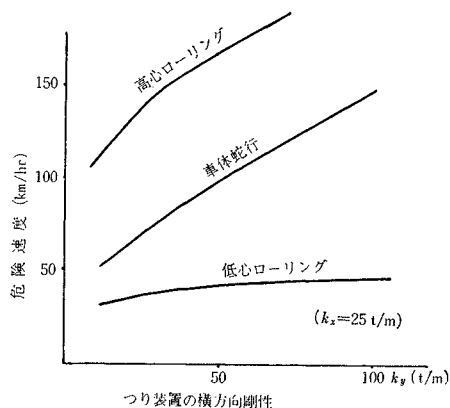


図-7.7 危険速度とつり装置の横方向剛性

向剛性の場合と同じ手法を用いて、つり装置横方向剛性の変化と危険速度の関係を求め図-7.7に示した。図-7.3と比較して明らかなように、つり装置横方向剛性を变化させた場合のほうが危険速度の増加率が大きいばかりでなく、剛性の低い所で増加率の変化も著しいのが特徴である。したがって危険速度を变化させるためには、つり装置進行方向の剛性を变化させることよりも横方向剛性を变化させる方がより効果的である。しかしながら、低心ローリングの危険速度の増加率はいずれの場合についても低く、常用の走行速度の範囲内にあるものと考えられ、危険速度における低心ローリングの不安定な振動はさけられない。

つり装置進行方向の剛性を变化させた場合と同じように、横方向の剛性を高めることによって危険速度付近を除く他の領域での振幅比が増大することが予想される。一般につり装置の剛性を高めた場合、車軸の振動が車体の振動に拘束される傾向があり、とくにこのような傾向はつり装置の横方向剛性を高めた場合に著しい。一例として軌道に横変位が与えられた場合の車軸横変位および車軸のヨーイングの振幅比と振動数、速度の関係を図-7.8, 7.9に示した。図-5.4, 5.5と比較すれば明らかなように各モードの共振点における振幅比が増大している。したがってレールと車輪の間の相対変位も大きく、車体の変位も増大し車両走行上望ましくない。

すでに述べているように危険速度を变化させる第3の方法はつり装置横方向、進行方向の減衰を变化させることである。減衰係数が車体の固有振動数におよぼす変化はわずかであるが、一輪軸の蛇行振動数と走行速度の比が減少し、とくに走行速度の高い領域でこの傾向は著しい。その結果つり装置の剛性を大きくした場合と同様に横方向、進行方向の減衰を増せば各モードの危険速度を高くすることができる。減衰係数を变化させた場合の特徴は固有振動数が低い振動モードでは危険速度の変化は少ないが、高心ローリングのように他と比較して固有振

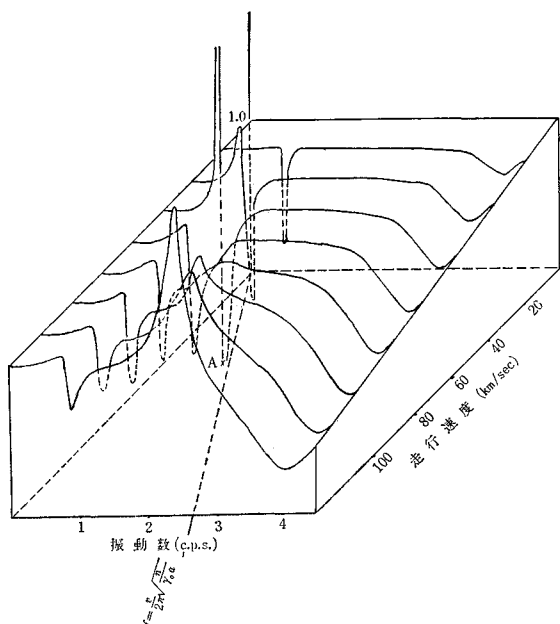


図-7.8 車軸横変位共振曲線 ($k_y=100$ t/m)

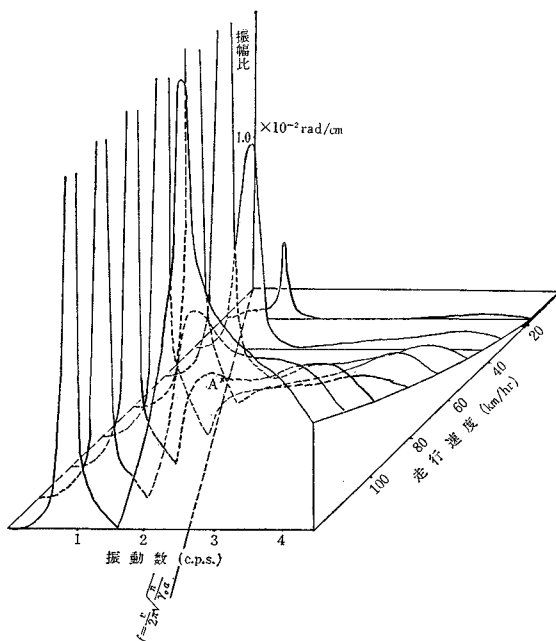


図-7.9 車軸ヨーイング共振曲線 ($k_y=100$ t/m)

動数が高いモードでは危険速度の変化が大きくなることである。この模様を 図-7.10 に示した。低心ローリングは比較的固有振動数が低いため危険速度の変化はほとんど見られないが、高心ローリングでは減衰係数が増加するにつれて危険速度も高くなっている。

減衰係数が車両運動に与える影響は振動数が高くなるにつれて、また走行速度が増加するにつれて車軸の横変位、ヨーイングの振幅が増加することである。それゆえ

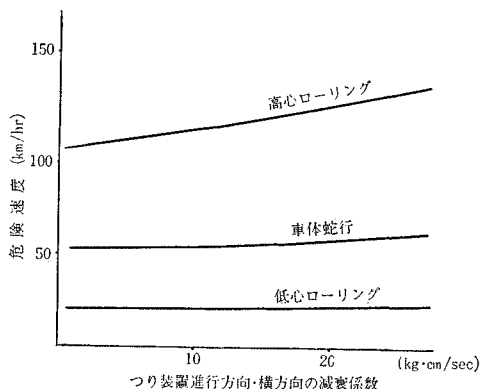


図-7.10 危険速度とつり装置進行方向、横方向減衰の関係 ($c_x=c_y$)
($k_x=25$ t/m, $k_y=12.5$ t/m)

比較的振動数が高い高心ローリングのモードは高速時に車軸の運動が不安定になる傾向がある。

8. 結 論

橋梁上に敷設された軌道上を走行する車両運動は、従来の静止軌道上の車両運動とは異なり、軌道変位の影響を無視することはできない。このような強制変位による車両運動は従来理論的に解析が行なわれてきた自由振動とは性質を異にし、複雑な問題を含んでいる。たとえば静止軌道上では従来あまり問題にされなかった車両のローリング動は振動する軌道上では無視することができない重要な問題である。

静止軌道上の車両運動における限界速度に対応して振動する軌道上の車両運動には危険速度が存在する。この危険速度は車両の特性値によって左右され、適当なつり装置を製作することによって強制変位に対し最も安定な走行をはかることができよう。

9. あとがき

この論文は筆者が東京大学に提出した学位論文の一部をまとめたものである。

最後に、研究にあたって終始ご指導を賜った東京大学 八十島義之助 教授、松本嘉司助教授、伊藤 学助教授に深く謝意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) 日本鉄道施設協会：軌道狂いに関する研究報告書，昭和43年
- 2) 平井 敦・伊藤 学・長径間鉄道吊橋の活荷重による変形と衝撃，昭和41年
- 3) 八十島義之助：吊橋軌道とその車両走行安定性に関する研究，第2中間報告，昭和39年8月
- 4) 平井 敦：鋼橋Ⅲ，技報堂

- 5) Carter, F.W.: "On the stability of running of locomotives", Proc. Roy. Soc., Series A, 1928, 121, 585
 - 6) Wickens, A.H.: "The dynamic of railway vehicles on straight track; Fundamental considerations of lateral stability", The Joint Convention on Interaction between Vehicle and Track. 1965, 9-11, the Nov. (Instn. Mech. Engrs. London).
 - 7) 松平 精: 二軸鉄道車両のた行動とその防止法, 機械学会論文集, 19 卷 87 号, 昭和 28 年
 - 8) 八十島義之助・松本嘉司・西岡 隆: 振動する軌道上の脱線に関する実験的研究 (英文), 土木学会論文報告集, 第 164 号, 昭和 44 年 6 月
 - 9) Müller, C.T.: "Wo stehen wir in der Gleislauftechnik; Das Schlingerproblem", Glaser Annln Gewerbe Baus. 1958, 82, 31.
 - 10) 松井信夫: ボギー車の強制上下振動の理論的研究, 鉄道技術研究報告, 285, 昭和 37 年 4 月
 - 11) 佐藤吉彦: 乗り心地の立場から見た軌道高低狂いの整備限度, 鉄道技術研究報告 549
 - 12) 伊藤 学: 走行荷重に対する吊橋の動的応答と衝撃, 土木学会論文集, 149 号, 昭和 43 年 1 月
 - 13) 八十島義之助: 吊橋軌道とその車両走行安定性に関する研究, 第 4 中間報告, 昭和 40 年 8 月
(1969. 5. 31・受付)
 - 14) 八十島義之助・伊藤 学・西岡 隆: 鉄道車両の走行におけるつり橋の諸問題 (英文), 土木学会論文報告集, 第 167 号, 昭和 44 年 7 月
-