

## 河川の平均流速公式と河床面形態との関係について

ON THE RELATIONS BETWEEN MEAN VELOCITY FORMULAS  
AND BEDFORMS OF RIVERS

杉 尾 捨 三 郎\*

By Sutesaburo Sujio

## 1. 平均流速公式に関する概説

河川の平均流速公式の研究の歴史はきわめて古く、Chézy, Kutter, Manning, Bazin らの諸式は 80~100 年来親しまれている。ことに Manning 式は全世界で広く愛用され、固定床水路に対してはきわめて高く評価されているが、沖積河川などの移動床上の流れに対してはまだ不明確な点が多く残されている。一方、洪水伝播理論、感潮河川論、不等速流の背水計算、平衡河床理論など、流れの理論的取り扱い法は進歩したが、それらの理論においてはほとんど Manning の粗度係数  $n$  は一定として与えられたものとされており、 $n$  の値そのもの研究がかなり遅れていることは残念である。

戦後  $n$  のもつ流体力学的意義の解明が強調され、河床付近に発生する乱流境界層の粗さと河床不陸の規模とを関連させようとする理論的研究が大いに発展した。これらを仮に理論的方法とよぶことにする。このほか、Manning 式のように、経験的に得られた指数形公式を仮に経験的方法とよぶことにし、従来の諸研究の概略を述べてみよう。

## (1) 理論的方法

粗面乱流に対する流速の対数分布法則が移動床水路に対しても成立すると考えると、移動床表面の不陸と流速分布式における粗度との関連を調べることによって、平均流速公式を理論的に導くことができる。Nikuradse は、水路底面の粗さ  $k$  と流れの摩擦抵抗係数  $f$  との関係を調べて重要な法則を発見した。さらに Johnson, Powell, Albertson ら<sup>1)</sup> によって棧粗度の研究が進められ、わが国でも細井, 足立, 山岡らによって種々な形をもつ人工粗度の研究が行なわれた。Dune そのもの水理学的研究が、椿, Laursen, 松梨, Vanoni・Brooks, 芦

田・田中, 土屋・石崎らによって実施され、椿, Yalin, 松梨は dune の波長や波高を、他の水理量と砂特性とから組みたられた無次元量を用いて表現しようと試みた。一方、現実の河川に発生する dune の規模の観測については、Boyer の立体写真による測定、Rio Grande 河で行なわれた Nordin の研究、利根川で音響測深器を用いて行なった建設省の研究などがある。

椿・古屋<sup>2)</sup>は、流れの平均流速公式を次式、

$$\varphi = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s} \dots \dots \dots (1)$$

で表わしたときの相当粗度  $k_s$  を用い、多数の自然河川の資料から  $k_s/d$  を掃流関数  $\psi$  で表わす一経験式を発表した。ここに、 $\varphi = V_m/v_*$ ,  $V_m$  は平均流速,  $v_*$  は摩擦速度,  $d$  は砂の粒径である。山口・松田ら<sup>3)</sup>の検討によると、椿の方法による描点はかなり散在するが、dune を生じている緩勾配の河川に対して合理的であることがわかった。岩垣は平滑砂床の急勾配の実験水路の資料から、やはり  $k_s/d$  を  $\psi$  で表現する経験式を得た。久宝は、玉石床上の流れについて  $k_s/d$  の大きさを検討している。また椿・篠原らは  $\varphi$  と  $\psi \times \varphi / (6.0 + 5.75 \log_{10} R/d_m)$  との関係を、多くの九州河川について調べて図を発表した。松梨や木下は、実験室内で得られた資料を用いて  $\varphi$  と  $\psi$  との関係を検討し、芦田<sup>4)</sup>は  $k_s/d$  が  $\psi$  のみならずフルード数の関数であると述べ、細井<sup>5)</sup>は同様の観点に立って、わが国の諸河川の  $k_s/d$  を  $\psi$  とフルード数とで表わそうと試みた。

他方、Manning 式の粗度係数  $n$  を、水理量または砂特性から直接簡単に定めようとする試みは、古くは Strickler の公式 (11) に始まり、Chang もこれと類似の式を発表している。Boyer は若干の河川を対象とし、 $n/R^{1/6}$  を  $R/d$  と  $B/R$  との関数とする図を発表した。ここに、 $R$  は流れの径深,  $B$  は水路幅である。杉尾は  $ng^{1/2}/d^{1/6}$  と  $\psi$  との関係を検討し、平滑実験床についての一実験式を得た。

\* 正会員 工博 徳島大学教授 工学部土木教室

つぎに特殊な考え方であるが, Einstein ら<sup>6)</sup>によって代表される方法について述べよう。彼は径深  $R$  を 2 分し, 砂粒摩擦による径深  $R'$  と, 形状抵抗にもとづく径深  $R''$  にわけ,  $R'$  の部分のみが流速の対数分布法則から定まる砂粒摩擦をうけ,  $R''$  をふくむ無次元量  $V_m/(gR''S)^{1/2}$  と  $R'$  をふくむ掃流に関する関数  $1/\psi'$  との関係を示す曲線を提案した。この有効摩擦速度を用いる考え方は Colby & Hembree, Laursen, Simons, 山岡, Yalin らに受けつがれ, 抵抗法則のみならず流砂量の研究にまで発展した。たとえば Simons<sup>7)</sup> は  $R''$  に相当する水深  $D''$  を, 勾配  $S$ , 水深  $D$ , および粒径  $d$  を用いて決定しようとし, 山岡<sup>8)</sup> は  $R$  を 2 分する代りに摩擦抵抗係数  $f$  を 2 分する方法を提案し, Yalin は損失水頭を 2 分することにした。これらの諸方法のうち Simons のものは, かんがい水路の設計を対象とし, Einstein と山岡の研究は自然河川を取り扱っている。Einstein の方法はアメリカではいまお信頼度が高いことが Vanoni らによって述べられているが, 篠原・薄<sup>9)</sup> が白川で実施した研究によると, 彼の方法はあまりよく適合しなかったと報告されている。この理由の一つは, アメリカ河川の河床材料の粒度は小さくて, ほぼ一様な場合が多いと予想されるので, 実験室内において実際河川の河床形態を再現しやすいが, わが国の河川では一般に河床材料が粗大で, かつ細粗の混合範囲が大きいためであろうと思われる。

(2) 経験的方法

一方, 流体力学的検討に重点をおくことを止め, もっぱら実用本位の平均流速公式を求めようとする努力が, 約 80 年前から河川技術者らによって長年続けられてきた。インド地方の運河の研究から始められた, いわゆる Regime Theory は, 流砂を伴う河川が長年月にわたって洗掘も堆積も起こさぬ, いわゆる stable な状態に達したとき, 流量, 河幅, 水深, 勾配, 河床材料特性, 浮遊砂量などの諸量間に存在する法則を, 実際河川の多くの測定資料から推定しようとするもので, Kennedy, Linsley, Lacey, Lane, Blench らが代表的な研究者である。いま径深を  $R$ , エネルギー勾配を  $S$  とするとき, 流れの平均流速  $V_m$  を

$$V_m = KR^a S^b \dots\dots\dots (2)$$

で示すことにすれば, Manning 式では  $K=1/n$ ,  $a=2/3$ ,  $b=1/2$  である。  $V_m$ ,  $R$ ,  $S$  などの多数の実測値を利用し, 定数  $K$ ,  $a$  および  $b$  を最小自乗法で求める方法が多く行なわれてきたが, ここで注目したいことは,  $S$  の指数  $b$  として 0.5 よりかなり小さい値が多く発表されていることである。

まず Humphreys と Abbot (1861) は Mississippi

河に対し,  $K=5\sim 5.7$ ,  $a=0.5$ ,  $b=0.20$  を与えており, Hagen (1876) は  $K=3.34$ ,  $a=0.5$ ,  $b=0.20$  と更正した。Lacey (1934) はさらに次式を提案した<sup>10)</sup>。

$$V_m = 16.0 R^{2/3} S^{1/3} \dots\dots\dots (3)$$

(ft-sec 単位)

その後, 彼は (1946)  $a=0.5(1+n')$ ,  $b=n'$  を提案し, さらに最近  $a=5/8$ ,  $b=1/4$  を発表し, 砂床に対しては  $K=9.5$ , 石れき床に対しては  $K=14.22$  を与えている<sup>11)</sup>。また Malhotra (1939) は  $K=18.18$ ,  $a=0.63$ ,  $b=0.34$  を与え, Inglis (1941) は  $K=12.0$ ,  $a=4/7$ ,  $b=2/7$  を提案した<sup>12)</sup>。永井 (1941) は遼河などの満州河川を対象として次式を発表した<sup>13)</sup>。

$$V_m = \frac{1}{n_k} R^{0.55} S^{0.20} \dots\dots\dots (4)$$

(m-sec 単位)

ここに,  $n_k$  は砂れき係数とよばれ, 河床砂れきの粒度から推定せねばならない。のちに椿 (1951) は永井公式を相当粗度の観点から説明し, 自然河川では  $a=0.55$ ,  $b=0.30$  程度となるのであろうと述べた。久室 (1955) は Lane や Strickler が砂利河川に対して与えた  $\phi$  の値を検討し, 玉石上の流れに対して  $a=0.50$ ,  $b=0.323$  を提案した<sup>14)</sup>。Liu と Hwang<sup>15)</sup> は室内実験資料を整理することにより,  $K$ ,  $a$ ,  $b$  などの定数が砂粒径  $d$  や流砂面形態により変化することを確かめ, 一連の図を発表しているが, 自然河川の資料を含んでいない点が惜まれる。Simons (1960) は Lacey の式 (3) にならって,  $V_m$  と  $R^2 S$  との関係を 4 種の canal について検討した結果, 河床と河岸の土砂特性により, つぎに示す 3 種の経験式を発表した<sup>16)</sup>。

coarse non-cohesive :

$$V_m = 17.9 (R^2 S)^{0.286} \dots\dots\dots (5)$$

sand beds and cohesive banks :

$$V_m = 16.0 (R^2 S)^{1/3} \dots\dots\dots (6)$$

sand beds and banks :

$$V_m = 13.86 (R^2 S)^{1/3} \dots\dots\dots (7)$$

(ft-sec 単位)

このうち式 (6) は Lacey の式 (3) と同一である。Garde<sup>17)</sup> らは次元解析の結果から Manning の式と同形の式を導き, ただ粗度係数  $n$  を  $n=K'd^{1/6}$  とおき, Ripple と Dune に対しては  $K'=1/3.2$ , Transition に対しては  $K'=1/6.0$  を得ている。また  $V_m/\{(d r_s/\rho_f) R\}^{1/2}$  と  $(R/d)^{1/3} \cdot \{S/(d r_s/\tau_f)\}$  との関係を示す図を利用することを提案しているが, 根本的には Manning 式を変形したに過ぎないので, その信頼性はあまり期待できない。

以上を要約すると, まず (1) の理論的方法の前半に述べた諸研究は, いまだ実験室内の研究の段階であって, 固

定床とみなされる状態以外では現実の河川に適用するまでに至っていないようである。(1)の後半に述べられたものの多くは、実際の河川を対象としているものが多いが、そのうち棒式(1)はかなり実用的であると信じられている。Einsteinの方法はアメリカでは高く評価されているようであるが、河床材料が細粗、いりまじっているのが国河川に対しては適用しにくい欠点がある。(2)で述べた経験式は、元来個々の河川に忠実に適応するように定数を定められたものであるから、普遍性に乏しい欠点がある。

さて河川の平均流速は、単に  $R$  と  $S$  のみの関数ではなく、それ以外に多くの複雑な要素の支配をうけるものと思われる。また、エネルギー勾配の代りに水面勾配を使わざるを得なかったり、また流速測定そのものの精度も一様ではない。このように観測資料にも誤差が加わるから、個々の河川の観測資料に忠実であればあるほど、無数の経験式が発表されることになる。

そこで本研究では、むしろ巨視的に平均流速公式を眺めることにより、なるべく多数の河川に普遍的な傾向を把握することに重点をおいて解析を進めた結果、3種の典型的な群が存在することが明らかになった。さらに著者が別に提案した流砂面形態の区分図を利用することにより、それぞれの群の河床形態をおよそ推定することが可能となった。

2. 新平均流速公式の提案

従来用いられてきた Manning 式が、自然河川に対しどの程度に適合するかを検討するため、両対数紙の両軸上に  $V_m$  と  $R^{4/3}S$  をとり、日本、満州、インドなどの諸河川の資料を点描したのが 図-1 である。ここに  $S$  はエネルギー勾配であるが、資料が十分得られないので単に水面勾配を用いた。また径深  $R$  は流積  $A$  を水面

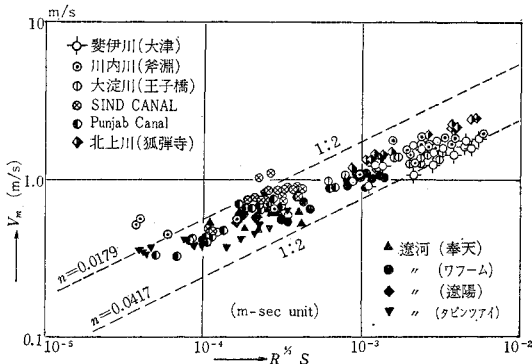


図-1  $V_m$  と  $R^{4/3}S$  との関係 (第①群河川)

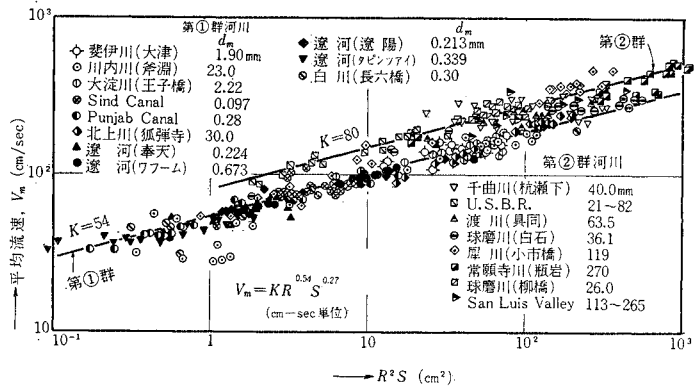


図-2  $V_m$  と  $R^2S$  との関係 (第①群と第②群河川)

幅で割って求めたものである。さて 図-1 において、水平軸と1/2の勾配をもつ直線が Manning 式を示すことになるから、図上の2直線には含まれた帯状部の幅が  $1/n$  の変動範囲を示している。すなわちこの資料では、 $n$  の変動範囲は  $0.0179 \sim 0.0417$  であった。

元来、河川の平均流速は主として径深  $R$  と勾配を最も重要な変数としているが、その他河床砂れきの大きさ、砂れきの大小粒の混合状態、断面内の配列、水路の断面形状、護岸や植生の有無、浮遊土砂の影響など、多くの要素に支配されるはずである。したがって、描点の散開が相当大きいことも当然であるが、しかし描点の散開ができるだけ小さくなるように  $R$  と  $S$  との指数を選ぶことが望ましい。

そこでいま Lacey や Simons<sup>18)</sup> が試みたように、 $V_m$  と  $R^2S$  とを両対数紙の両軸にとり、できるだけ多くの河川の観測資料を点描したのが 図-2 である。描点はかなり散開してはいるが、巨視的にみると2種の群に分類されるように思われる。①群とかかれた直線の周囲に集まる描点は、さきの 図-1 に示された諸河川の資料からそのまま点描したもので、 $V_m$  の変動幅は Manning 式を用いたときの半分以下となり、集中度はかなり改善される。描点を代表する直線を肉眼で適当に描くと次式が得られる。

(1) 第①群河川

$$\text{第①群: } V_m = 54 R^{0.54} S^{0.27} \dots\dots\dots (8)$$

(cm-sec 単位)

この群に属する河川の勾配は、大体  $1/1000$  以下程度の緩やかな流れで、河床砂の平均粒径は  $2\text{ mm}$  以下のものが多かった。図-3 は、永井が調査した満州の4河川<sup>19)</sup>について、式(8)の係数  $K$  と Manning の粗度係数  $n$  の値とを、単位幅あたりの流量  $q$  を横軸として点描したものである。図より明らかなように、 $K$  の変動幅は  $n$  のそれに比してかなり小さく、 $K=54$  のまわりに描点が

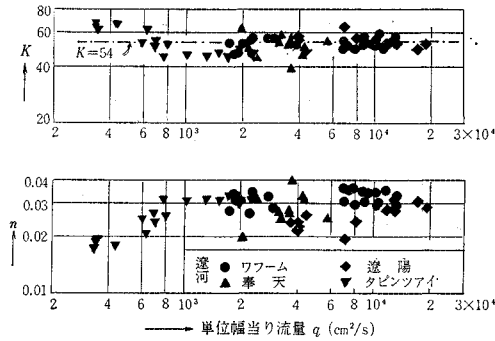


図-3 K および n の流量に対する比較 (遼河)

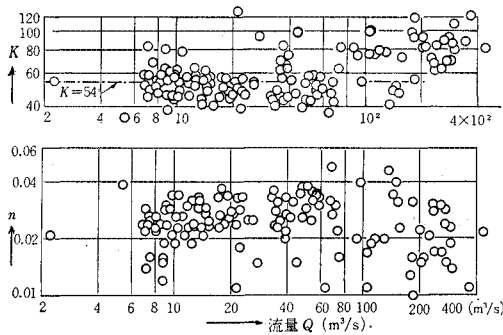


図-4 K および n の変動 (白川長六橋)

集中している。インドの2河川の資料<sup>20)</sup>は同一の測水地点で得られたものではなく、したがって断面形も砂の粒径もそれぞれ異なるが、大体式(8)のまわりに描点が集まる。白川長六橋付近の粗度係数<sup>21)</sup>に関してはさきに篠原・薄が詳細な研究を発表し<sup>22)</sup>, Einsteinらの方法はかなり誤差が大きいこと、また樁の方法を用いて  $k_s/d_{50}$  の値を検討した結果、流量が  $100 \text{ m}^3/\text{sec}$  以下のときは樁式がほぼ成立すると述べた。図-4は、式(8)の  $K$  と流量  $Q$  との関係を描点したもので、 $Q < 60 \text{ m}^3/\text{sec}$  の範囲内ではほぼ  $K=54$  のまわりに描点があると考えられ、篠原らの結論を裏書きしている。しかし  $Q > 60 \text{ m}^3/\text{sec}$  の範囲では描点は散開しすぎて結論が得られなかった。この部分では  $Q$  の増加とともに河床抵抗が減少する傾向がみられるが、大洪水時の資料のなかには、極端に水面勾配の小さいものが多くみられ、これが描点の散開を大きくしているようである。北上川と川内川の場合<sup>23)</sup>には、河床の平均粒径が  $10 \text{ mm}$  以上もあったが、洪水時の描点は大体第①群に属した。

注意すべき点は、図-2において  $R^2S > 25$  の範囲に対しては、描点が式(8)よりもやや急傾斜をもつ別の直線の周囲に集まるように思われる傾向も存在するようで、とくに北上川の例にみうけられる。この点

に関しては、将来一層多くの河川資料を用いることにより、しだいに明らかになるものと考えられる。

(2) 第②群河川

図-2上には第②群に属する資料も点描されているが、これらの河川の勾配は  $1/1000$  程度より急で、かつ河床材料は砂利以上程度に相当する。描点の散開は第①群の場合よりかなり大きい、概略的にいえば、およそ次式の周囲に集まる。

$$\text{第②群: } V_m = 80 R^{0.54} S^{0.27} \dots\dots\dots (9)$$

(cm/sec 単位)

さてこの群に属するものは第①群に属するものよりも河床抵抗が小さいはずで、式の形からみれば Simons の式(5)にきわめて近い。河床粒径のかなり大きい U.S. B.R. の河川<sup>24)</sup>, 犀川小市橋, San Luis Valley<sup>25)</sup>, 常願寺川<sup>26)</sup>などの描点は大体式(9)の周囲に集まるが、ここでとくに注意すべきことは、河川によっては①から②へ、または②から①への「移行現象」が認められることである。たとえば球磨川(白石)や千曲川(杭瀬下)の描点は、洪水による増水に伴って第②群から第①群へ移行し、この区間では水深が増加しても  $V_m$  はほとんど変化していない。この理由は、この区間ではおそらく河床面形態の変化がおり、流水による抵抗が増加するためであろうと推察される。なお犀川(小市橋)の場合には、 $Q < 80 \text{ m}^3/\text{sec}$  程度の低水時の描点は第①群にあるが、 $Q > 150 \text{ m}^3/\text{sec}$  になると第②群に移ると思われる。しかし低水時における水面勾配、平均流速などの測定精度に対しては十分な検討をしていないので、低水時の資料については確信をもって述べる事ができない。

(3) 第③群河川

図-5は第③群に属するもの、すなわち最も河床抵抗の小さい、Upper Regime に属する描点のみを集めてみた。これらの河川では、水面勾配がかなり急であるか、

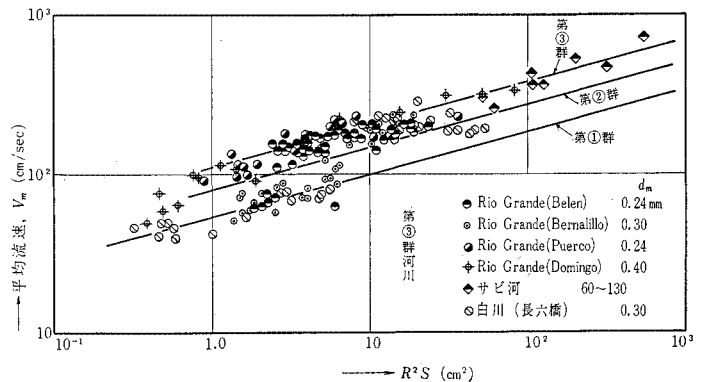


図-5  $V_m$  と  $R^2S$  との関係 (第③群河川)

または勾配はさほど急でなくても河床材料が 0.2~0.3 mm 程度の細砂で構成されており、かつ洪水量が多い場合に生じやすいと考えられる。Rio Grande 河の 4 地点、サビ河<sup>27)</sup>、白川などがこれに属する。この群の河川における野外実測はきわめて困難であろうから、精度もあまり期待できないが、無理に式で表わせば式 (10) が得られる。

$$\text{第③群: } V_m = 110 R^{0.54} S^{0.27} \dots\dots\dots (10)$$

(cm-sec 単位)

Rio Grande 河の例では河床砂は細砂で、勾配は Domingo 地点では 1/250、その他では 1/1 000 内外であった。いま Belen 地点の描点をみると、流量の小さい区域では第①群にあったものが流量の増加とともに第③群に移行し、さらに  $Q$  がますますやや流水抵抗が増加し、第②群と第③群の中間に落ちつくことがわかる。白川の例ではあまり明確ではないが、 $Q > 200 \text{ m}^3/\text{sec}$  に対しては第③群も少々あるし、また②群に近いものも存在するようである。以上の傾向はおそらく、河床が Transition から Antidune へ移行する過程を示すものではなかろうかと察せられる。サビ川で得られた木下の貴重な資料では勾配は 1/100 以上で、河床材料は大砂利程度であったと報告されている。大体第③群の線に沿って変化するものとみられ、Rio Grande 河のような描点の下降部をもってないのが特色である。結局、サビ川の場合の  $K$  の値は 110 程度であるが、Rio Grande 河のように河床材料が微細砂で流量が大きいものに対しては、 $K$  の値は 110 程度からしだいに減少し、Antidune になるにしたがって 80 に近くなる。

最後に砂れきが限界掃流力以下の状態にある場合の平均流速公式について若干ふれておく。いわゆる固定床とみなされる場合には一般に Manning-Strickler 公式、

$$n = 0.016 d^{1/6} \dots\dots\dots (11)$$

( $d$ : mm)

が成立すると考えられている。細井<sup>28)</sup>はわが国の若干の河川について  $n$  の値を調査した結果、固定床状態において  $n$  をほぼ一定とみなしても差しつかえない河川例をあげている。著者はとくに低水量の場合について  $V_m \sim R^2 S$  の関係を求めようと試みたが、描点が極端に散開するため結論を得ることができなかった。

### 3. 河床面形態と平均流速公式との関係

#### (1) 概 説

以上述べたように、河川の平均流速公

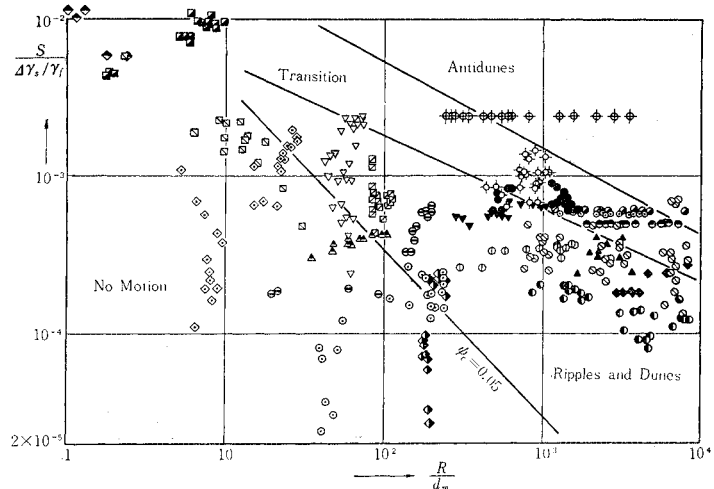
式を巨視的に分類すると 3 種類に分類され、それらは勾配、流量、河床砂の粒度などと深い関係があると推定される。さて河床表面には Ripple, Dune, Antidune などの河床形態が生ずることは早くから知られ、水理量と河床材料特性との組み合わせにより河床面形態を規定する方法はすでに、Gilbert, Langbein, Liu, Bogardi, 杉尾, Garde-Albertson, Garde, Simons, Kennedy, 林らの多くの研究者によって提案されてきた。河床抵抗は当然河床面形態によって変化するはずであるから、平均流速公式と河床面形態との関係を調べることに重要な意義がある。

#### (2) Garde の区分図と平均流速公式との関係

Garde<sup>29)</sup> は自己の発表した流砂面形態の区分法と Manning 系の平均流速公式との関連を検討し、 $n = K' d^{1/6}$  とおいた場合、Ripple と Dune に対しては  $K' = 1/3.2$ 、Transition に対しては  $K' = 1/6$  を得ているが、自然河川の資料はほとんど用いられておらず、実験室内の資料を中心とした研究であるのが惜しまれる。本論文ではまず Garde の区分法と  $V_m = K(R^2 S)^{0.27}$  式との関係を調べ、つぎに著者が最近提案した区分法と上述の平均流速公式との関係を検討してみよう。

図—6 は、Garde の表示にしたがい、両対数紙の縦軸には  $S/(4r_s/r_f)$  を、横軸には  $R/d_m$  をとり、この論文に引用されたすべての河川資料を点描してみた。ここに  $4r_s/r_f$  は砂れきの水中比重、 $d_m$  は平均粒径であるが、ここでは  $d_{95}$  を用いている。

さて全般としてみると Garde の表示は大体満足すべきものであるが、詳細に検討すると若干不合理な部分が存在する。まずさきの平均流速公式の第①群と示された資料の大部分の描点は、Garde の図の Ripple と Dune



図—6 Garde の方法による河床形態区分図 (自然河川)

の共通の領域内に含まれているのは合理的ではあるが、斐伊川と遼河(ワフォーム)の描点の大部分が Transition の領域内に含まれることになって不都合である。その理由は、Transition とは河床抵抗のかなり小さい状態を示すべきであるのに、第①群は、河床抵抗の最も大きい場合を示すはずであるからである。また Rio Grande 河の Domingo 地点の資料は、平均流速公式から推定すると第②群から第③群までの広い範囲を占めるはずであるのに、図-6 によれば Dune の領域の描点を見いだすことができない。

なお Garde は Dune と Ripple を同一の領域内のものと考えたのであるが、図-6 をみれば第①群の描点はその領域の下部に、第②群の描点は大体その領域の上部に集中することが明らかである。これから判断すると、第①群の河床面形態はおそらく Ripple、第②群のそれは Dune であろうと察せられる。

(3)  $S \sim q/wd_m$  区分図と平均流速公式との関係

さて著者は Garde の方法とは別に、新たに勾配  $S$  と  $q/wd_m$  を両対数紙の両軸にとる河床面形態の区分法を提案し<sup>30)</sup>、主として Gilbert と Simons の室内実験資料を用いて各レジムの区分線を描いたが、これを自然河川の場合に応用したものが図-7 である。ただし、自然河川の場合には  $d_0$  の代わりに平均粒径  $d_m$  を用いて  $q/wd_m$  を求めた。ここに  $q$  は単位幅あたりの流量で、 $w$  は粒径  $d_m$  の砂粒の静水中の沈降速度である。 $w$  の計算はアメリカ土砂委員会推奨する方法<sup>31)</sup>にしたがうことにした。砂粒の shape factor を 0.7 とみなして沈降粒径を求め、水温を 20.3°C、砂比重を 2.65 と仮定して  $w$  を図から読みとった。フルイ粒径が 10 mm 以上のもの

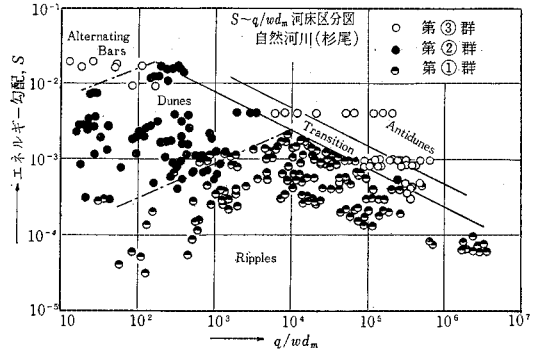


図-8 平均流速公式と河床形態との関係図(自然河川)

のについては  $S.F.=0.7$  の線を図上で外挿することにし、またとくに  $d$  が大きいときには Rouse が示した形状抵抗係数  $C_D$  と  $R_o=wd/\nu$  の関係図を用い、試算により  $w$  を定めた。

図-8 は上述のすべての河川の描点を各群ごとに分類して表示したものである。ただし図-2、図-5において、所属する群の判別がかなり明瞭な資料のみを点描している。図-8 をみれば、各群ごとにそれぞれ固有の領域をもつことが認められ、すなわち図の下部には第①群が、その左方上部には第②群が、また最上部および右方上部には第③群の描点が集中する。第③群を区分する2本の実線は、さきに著者が実験室内の資料に対して  $S \sim q/wd_m$  の図を適用した結果、Transition および Antiduen の境界線として描いたものと全く同一である。また図上で鎖線で示された2本の境界線は、各群を概略分割するように肉眼で判定して適宜描かれたもので、その位置は室内実験資料に対する区分図の各境界線の位置とは若干異なるのではあるが、両図を比較することによって、第

①群の河床面形態は Ripple、第②群のそれは Dune、第③群のそれは Transition や Antidune を含めた Upper Regime に相当するものと推定される。図-7、図-8 から明らかのように、まず斐伊川<sup>32)</sup>、遼河の4地点の描点は完全に第①群、すなわち Ripple の領域内にあって、最も大きい河床抵抗を与える。また Rio Grande 河の Domingo 地点の描点は第②群から第③群の Upper Regime の領域にまで伸びており、図-2、図-5 と矛盾しない。Rio Grande 河の他の3地点の描点も第①群から第③群の Upper Regime にまで拡がり、それぞれ Garde の表示によるものより好結果を与える。

インドの Punjab Canal や Sind Canal の描点は、勾配が小さいので完全に第①群、すなわち Ripple の領域内にふくまれる。図-8 において、Ripple と Dune の境界線付近は資料も少ないの

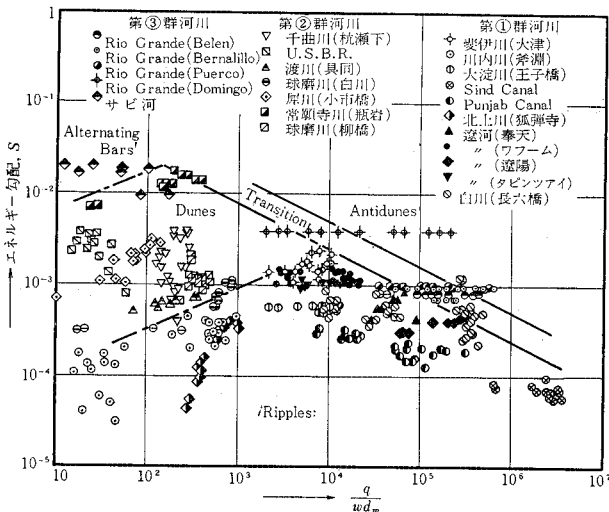


図-7 杉尾の方法による河床形態区分図(自然河川)

で、境界の位置は確実なものではない。したがって今後野外資料が豊富に入手できたならば、若干境界線の位置は変化する可能性がある。

Garde は Ripple と Dune を同一の範ちゅうに含め、また Vanoni<sup>33)</sup> や Kennedy らのように、両者は規模が異なるだけで水理学的には同一であるという説をもつ研究者が若干ある。しかし上述のように、抵抗法則の点からみると Ripple と Dune とはかなり差異があることが明らかで、この意味では Simons の説に同意するものである。図-8 より明らかなように、Ripple は勾配  $S$  が緩やかな場合におこりやすく、Dune は勾配はかなり大で、かつ河床砂が大きいときに現われやすい。

図-8 の上部に常願寺川の描点が見られる。これらは平均流速公式から検討すれば第②群に属するもので図上では Dune の領域になるように Transition との境界線を鎖線で適宜描いたものである。したがってこの部分も今後他の多くの資料を用いて検討を要する部分である。

サビ川の測定資料はわずか8個に過ぎないので、精度もあまり期待できないが、これらは最も河床抵抗の小さい Transition の領域にふくまれることがわかる。木下<sup>34)</sup>が、砂れき堆に関して行なった実験値の大部分は、 $S \sim q/wd_0$ 。区分図上においても 図-8 の場合でも大体同一の領域を占有した。従来急流河川で流速測定が実施された例がきわめて少ないので、今後砂防河川などでこの種の測定が行なわれることを心から期待する。

(4) 限界掃流力を示す区分線

Garde の区分図(図-6)は、限界掃流力を示す境界が両対数紙上で  $\psi_c = 0.05$  の直線に表示される特徴がある。そこで著者の提案する  $S \sim q/wd_m$  区分図上でも、このような直線が描けるかどうかを検討してみよう。まず限界掃流力状態における流れの抵抗法則として、固定床に対する Manning-Strickler 公式(11)が成立するものと仮定すれば、cm-sec 単位に書き直された Manning 公式は、

$$V_m = 197.6 R^{2/3} S^{1/2} d^{-1/6} \dots\dots\dots(12)$$

となるから、 $R = u_{*c}^2/gS$  を用いて  $q/wd_m$  を変形すれば

$$\left. \begin{aligned} q/wd_m &= C_K \cdot S^{-7/6} \\ C_K &= 197.6 [u_{*c}^2/g]^{5/3} / wd_m^{7/6} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

となり、平均粒径  $d_m$  が与えられると  $C_K$  は定数とみなされる。したがって限界掃流力を示す線は  $S \sim q/wd_m$  図上では一直線で表現できることになる。ここに  $u_{*c}$  は限界掃流力に対する流れの摩擦速度である。

いま岩垣<sup>35)</sup>が提案した限界掃流力公式が、平均粒径  $d_m$  の混合砂床をもつ自然河川に対しても成立するものと仮定して  $C_K$  の値を計算してみると、 $C_K$  は  $d_m$  に

より若干変化し、たとえば  $d_m = 1 \text{ mm}$  に対しては  $C_K = 0.04$ 、 $d_m > 3 \text{ mm}$  の範囲に対しては  $C_K \approx 0.068$  が得られる。このように  $C_K$  が粒径に応じて若干変化することは結局  $S \sim q/wd_m$  区分図上で限界掃流力線が平行に若干移動することになり、Garde の表示法よりも不便な点である。しかし自然河川の砂れき粒度の特殊性を考えると、つぎに述べるように、平均粒径を基礎においた限界掃流力状態の設定そのものに若干の疑念が存在すると思われる。

すなわち、いま河床が平均粒径  $d_m$  にひとしい大きさの砂粒のみから構成されているものと仮定し、それに相当する限界掃流力を計算したとしても、その状態のもとでは実際の河床上において、 $d_m$  より小さい粒度の砂粒はさかんに移動しつつあると思われる。したがって、この状態は真の限界掃流力状態を規定したことにはならない。図-7 をみても、平均流速公式の各群は式(13)で表わされる限界掃流力の線とは全く無関係のように思われる。実験室内の流砂面の形態を研究する場合のように、砂粒の標準偏差が小さく、ほぼ均一に近い状態ならば限界掃流力線の決定は大いに意味があるが、砂れき粒度の標準偏差のきわめて大きい自然河川に対しては、限界掃流力線の決定にあまり力をそそぐ必要はないと思われる。

以上述べたように、河床砂れきの粒度が大小きわめて広い範囲に分布している場合には、それが Ripple や Dune の形成限界にも当然影響することが予想される。 $S \sim q/wd$  区分図を用いたとき、Ripple と Dune の境界線の位置が自然河川と室内実験とでは若干異なることも、以上の理由によるものであろう。しかし、Transition と Antidune の部分の境界線の位置は、両者とも全く同一であったことは前述した。この理由はおそらく、流れが Transition や Antidune の状態になると、大粒の砂れきも小粒の砂も区別なく流送されるようになり、標準偏差の影響が小さくなるためであろうと推察される。

著者<sup>36)</sup>はさきに均一粒砂に関する掃流流砂量の検討を行なったとき、Simons らによる混合粒砂の流砂量は、Ripple や Dune の状態の場合には均一粒砂の流砂量よりかなり減少するが、Transition や Antidune の状態になると、均一粒も混合粒もほぼ同一の流砂量を与えると述べた。結局 Ripple や Dune の形成限界と流砂量は、砂粒の混合状態に影響するが、Transition や Antidune に対するそれは砂粒の混合状態に無関係になることとなり、きわめて興味深い。

(5) 種々な平均流速公式の比較

$V_m = KR^a S^b$  の形をもつ代表的な平均流速公式を一覧にしたのが表-1 である。また著者が提案した式(8)、(9)、(10)を ft-sec 単位に書き直すと次式になる。

表一 平均流速公式の比較 (ft-sec 単位)

研究者	年度	河床区分	平均流速公式
Lacey	1934		$V_m = 16.0(R^2S)^{0.333}$
Inglis	1941		$V_m = 12.0(R^2S)^{0.286}$
Simons	1966	(a) 粗い砂床	$V_m = 17.9(R^2S)^{0.286}$
		(b) 砂床, 土護岸	$V_m = 16.0(R^2S)^{0.333}$
		(c) 砂床, 砂護岸	$V_m = 13.86(R^2S)^{0.333}$
Lacey	1966	砂床	$V_m = 9.5(R^{2.5}S)^{0.25}$
		砂れき床	$V_m = 14.22(R^{2.5}S)^{0.25}$
杉尾	1969	① Ripples	$V_m = 11.2(R^2S)^{0.27}$
		② Dunes	$V_m = 16.6(R^2S)^{0.27}$
		③ Transition	$V_m = 22.9(R^2S)^{0.27}$

第①群 (Ripple) :  $V_m = 11.2 R^{0.54} S^{0.27}$  .....(14)

第②群 (Dune) :  $V_m = 16.6 R^{0.54} S^{0.27}$  .....(15)

第③群 (Transition) :  $V_m = 22.9 R^{0.54} S^{0.27}$  ... (16)  
(ft-sec 単位)

図-9 はこれらの式を ft-sec 単位を用いて比較したものである。図から明らかなように、Simons の式 (6)、すなわち初期の Lacey の式は Inglis の式とほとんど同一の傾向をもち、Simons の式 (c) はこれよりやや河床抵抗が大きい。この中間を縫って杉尾の第①群の公式がきわめて広範囲の  $R^2S$  の値に対して成立することを考えると、巨視的にみれば Simons の式 (b), (c)、および Inglis の式は Ripple 河床に対応するものであると想像される。また Simons の式 (a) は杉尾の第②群公式とほとんど同一であるから、Simons (a) の河床は Dune 河床であると推定される。また Lacey が 1966 年に発表した公式は  $V_m = K_0 R^{0.8} S^{1/4}$  の形をもつため、図-9 上で表現できなかったが、おそらく一方は Ripple を、他方は Dune bed を示すものであろうと推定される。

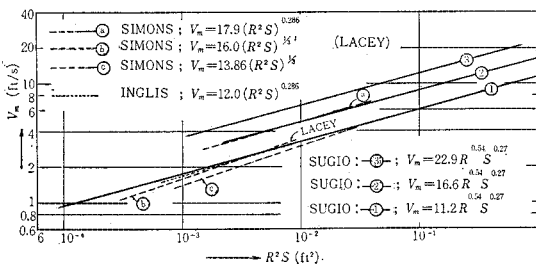


図-9 種々なる経験式の比較図

(6) 計算例

単位幅あたりの流量、 $q = 1.569 \text{ m}^2/\text{sec}$ 、勾配  $S = 1/1450$ 、河床砂の平均粒径  $d_m = 0.796 \text{ mm}$ 、砂比重  $\sigma/\rho = 2.60$  が与えられたとき、平均流速および径深を定めよ (肝属川<sup>37)</sup>の例)。

(解)フルイ粒径 = 0.769 mm, shape factor = 0.70 とし図<sup>38)</sup>より沈降粒径 = 0.69 mm を求める。U.S. Dept.

of Agriculture による図を利用し、水温を 20°C と仮定して  $w' = 10.7 \text{ cm/sec}$  を求める。比重の相違による更正には近似的に次式を用いることにしよう。

$$w = w' \sqrt{\frac{\sigma/\rho - 1}{2.65}} \dots\dots\dots(14)$$

ここに  $w, w'$  はそれぞれ砂比重が  $\sigma/\rho$ 、および 2.65 である場合の砂粒の沈降速度である。さて  $\sigma/\rho = 2.60$  であるから式 (14) より  $w = 10.54 \text{ cm/sec}$  を得る。これより、 $q/wd_m = 1.569 \times 10^4 / 10.54 \times 0.0796 = 1.87 \times 10^4$ 、 $S = 0.690 \times 10^{-3}$ 。これを図-8 上に点描すれば第①群の領域内におちるので、式 (8) より  $K = 54$  と決定する。さて  $q = R \cdot V_m$  とみられるので、式 (8) を代入すれば、

$$R^{1.54} = \frac{1.569 \times 10^4}{54} S^{-0.27}$$

上式に  $S$  の値を代入して  $R$  を計算すると  $R = 142.5 \text{ cm}$  が得られ、 $V_m = q/R = 1.569/1.425 = 1.101 \text{ m/sec}$  となる。

(注) 実測の平均流速は 1.039 m/sec であったから、結局 5.81% の誤差となった。

4. 結 言

河川に対する Manning の粗度係数  $n$  には明確な点が多いので<sup>39)</sup>、本論文はこれに代るための河川の平均流速に関する一経験式を提案したものである。

(1) 国内、国外の諸河川の実測資料を利用して検討した結果、平均流速公式は大略つぎの3種の群に分類されることが明らかになった。すなわち、

$$V_m = KR^{0.54} S^{0.27} \dots\dots\dots(18)$$

(cm-sec 単位)

とすると、第①群では  $K = 54$ 、第②群では  $K = 80$ 、第③群では  $K = 110$  となった。

(2) 図-2、図-5 にみられるように、水位または流量の増加と共に、一方の群から他方の群へ『移行』することがあり、この際河床面形態の変化が予想される。

(3)  $S \sim q/wd_m$  区分図を利用して、河床面形態と平均流速公式の各群との関係を検討した結果、第①群の河床面形態は Ripple、第②群のそれは Dune、第③群のそれは Transition に相当すると推定される。

(4) 従来 Ripple と Dune とは水理学的には同一の性質をもつとの考えがあったが、図-8 にみられるように両者の河床抵抗はかなり異なるものである。

(5) 砂れき堆河川の抵抗法則は第③群、すなわち Transition の式で表わされる。また河床砂が細砂で流量の大なる河川では、河床面形態が Transition から Antidune に変化するとともに、 $K$  の値は減少して 110 から 80 に近づく傾向がみられた。

(6) 河床材料の粒径の標準偏差がきわめて大きい場



合は、実験室内の砂のようにほぼ均一粒の場合にくらべ、流砂面形態を規定する水理条件が若干異なる。わが国の河川のように、河床砂れきが大小広範囲に混合している場合には、限界掃流力の条件を規定することは困難である。

(7) 河川の水理量(流量, 河幅, エネルギー勾配)と河床材料の特性(平均粒径, 比重, 形状係数)が与えられると、まず図-8を用いることにより、その描点の位置からどの群に属するかを推定することができる。つぎに式(15)より妥当な $K$ の値を求めれば平均流速公式が定まることになる。

河川の平均流速は $R$ と $S$ とを最も重要な変数としているが、その他河床砂れきの粒度, 大小粒の配合状態, 水路断面内の配列状態, 水路の横断面形状, 護岸の種類, 植物の生育状態, 浮遊土砂の影響など、多くの複雑な変数を含む<sup>10)</sup>はずであるから、式(18)における係数 $K$ の値については、今後なおいっそうの検討を要する。

謝辞: 資料の多くは建設省, 各地方建設局が長年苦心して観測し整理されたもので、貴重な資料の利用を許された関係各位のご厚意に深謝する。また Colorado 州立大学の Simons 教授のご協力とご助言に対して深く感謝する。計算と図面の作製には徳島大学工学研究科 堀勝也氏の協力を得た。この研究は文部省科学研究費, および災害科学特定研究費を支給されて実施されたことを付記し、関係各位に感謝する。

#### 参 考 文 献

- 1) 足立昭平: 流れの抵抗法則; 水工学に関する夏期研修会講義集, 河川コース, 1967, pp. 02-8.
- 2) 椿東一郎・古屋朝治: 流砂ある河川における流速法則について, 九大流体力学研究所報告, 第7巻第4号, 1951, pp. 8-24.
- 3) 山口高志・松田芳夫: 移動床水路の粗度について, 第18回建設省技術研究報告, 昭39, 11, pp. 469-477.
- 4) 芦田和男: 河川の粗度について, 土木技術資料, 第1巻第7号, 1959, pp. 8-10.
- 5) 細井正延: 河川急流部の粗度係数と河道計画との関連について, 建設省土木研究所報告, 115号の1, 1962, pp. 1-79.
- 6) Einstein, H.A. & Barbarossa, N.L.: River Channel Roughness, Proc. ASCE, Vol. 77, No. 78, July 1951, pp. 1-12.
- 7) Haynie, R.M. & Simons, D.B.: Design of Stable Channels in Alluvial Materials, Proc. ASCE, Vol. 94, No. HY 6, Nov. 1968, p. 1405.
- 8) 山岡 勲: 自然河川の粗度に関する一考察, 北海道開発局土木試験所報告; 第27号, 昭37, 3, pp. 57-66.
- 9) 篠原謹爾・薄 慶治: 長六橋付近の白川の粗度係数について, 九大応用力学研究所報, 第7号, 昭30, 9, pp. 27-38.
- 10) Lacey, G.: Stable Channels in Alluvium, Proc. Inst. Civ. Engrs., Vol. 229, (1929-1930), p. 259.
- 11) Lacey, G.: Discussion for "Stable Channels with Gravel-paved Beds" by R. Kellerhals, Proc. ASCE, Vol. 93, Nov. 1967, pp. 248-250.
- 12) Chow, V.T.: Handbook of Applied Hydrology, Mc Graw-Hill Book Co. New York, 1964, p. 7-27.
- 13) 永井莊七郎: 移動床を有する小水路 および 自然河川における新流速公式, 土木学会誌, 第28巻第4号, 昭17, 7, pp. 1-29.
- 14) 久宝雅史: 砂利河川の工法に関する水理学的研究, 学位論文(京都大学), 昭33, 2, pp. 121-149.
- 15) Liu, H.K. & Hwang, S.Y.: Discharge Formula for Straight Alluvial Channels; Proc. ASCE, HY 11, Nov. 1959, pp. 65-97.
- 16) Simons, D.B. & Albertson, M.L.: Uniform Water Conveyance Channels in Alluvial Material, Proc. ASCE, Vol. 86, No. HY 5, May 1960, pp. 33-71.
- 17) Garde, R.J. & Ranga Raju, K.G.: Resistance Relationships for Alluvial Channel Flow, Proc. ASCE, Vol. 92, No. HY 4, July 1966, pp. 77-100.
- 18) 文献 16) に同じ
- 19) 文献 13) に同じ
- 20) Simons, D.B.: Theory and Design of Stable Channels in Alluvial Materials, Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy, Colorado State University, May 1957, pp. 380-391.
- 21) 九州地方建設局編: 粗度係数実測資料集, 1955, pp. 122-135.
- 22) 文献 9) に同じ
- 23) 建設省河川局計画課編: 粗度係数の資料, 1955.
- 24) 文献 20) に同じ, pp. 378-379.
- 25) Kellerhals, R.: Stable Channels with Gravel-paved Beds, Proc. ASCE, Vol. 93, No. WW 1, Feb. 1967, p. 70.
- 26) 富永正義: 常願寺川改修計画について, 土木学会誌, 第22巻第8号, 昭11, 8, p. 740.
- 27) 井口昌平: 砂れき堆の形成に関する水理学的考察, 東大生産技術研究所報告, 第14巻第5号, 1965, p. 316.
- 28) 文献 5) に同じ
- 29) Garde, R.J. & Ranga Raju, K.G.: Regime Criteria for Alluvial Streams, Proc. ASCE, Vol. 89, No. HY 6, Nov. 1963, pp. 77-100.
- 30) 杉尾捨三郎: 沖積河川の河床状態の区分法, 第20回中四国土木学会講演会概要集, I-12, 昭43, 7.
- 31) Task Committee on Sedimentation of the Hydraulics Division: Sediment Transportation Mechanics, Introduction & Properties of Sediment, Proc. ASCE, Vol. 88, No. HY 4, July 1962, pp. 77-107.
- 32) 中国地建斐伊川工事事務所編: 斐伊川の粗度係数について, 昭31-10.
- 33) Simons, D.B. & Richardson, E.V.: Resistance to Flow in Alluvial Channels, Geological Survey Professional Paper, 442-J, 1966, p. 7.
- 34) 木下良作: 石狩川河道変遷調査, 参考編, 科学技術庁資源局資料第36号, 昭37, 12, pp. 73-96.
- 35) 岩垣雄一: 限界掃流力の流体力学的研究, 土木学会論文集, 第41号, 1956, pp. 1-21.
- 36) 杉尾捨三郎: 均一粒砂の掃流砂量について, 第23回土木学会年次講演会, II-115, 昭43, 10, pp. 313-314.
- 37) 文献 2) に同じ, p. 17.
- 38) 文献 31) に同じ, p. 95.
- 39) 須賀亮三: 河川の粗度に関する雑考, 土木技術資料, 第7巻, 第6号, 昭40, 6, p. 83.
- 40) Chow, V.T.: Open-Channel Hydraulics, Mc Graw Hill Book Co. Inc., New York, p. 105.
- a) 本論文の一部はつぎの論文に略述した。  
杉尾捨三郎: 河川の平均流速公式について, 第13回土木学会水理研究会講演集, II-16, 昭44, 2, pp. 79-84.