

【討 議】

円弧アーチの弾塑性解析

(土木学会論文集第 158 号, 昭和 43 年 10 月所載)

山崎 徳也・石川 信隆 共著

討 議 者: 吉 田 博 (金沢大学工学部)

【討 議】 上記の論文についてつぎの諸点につき、著者のご意見をお聞かせ下さい。

(1) 著者は ϕ -法をアーチの弾塑性解法に応用拡張しアーチの変形性状を調べたものであるが、曲げモーメントと軸方向力を受ける H 型断面の曲げモーメント-軸方向力-曲率関係の計算において、フランジの厚さは断面の高さに比して無視できるものとしている。本研究の特色はアーチの軸線にそっての塑性域の広がりを考慮している点にある。しかし著者は曲率の計算においてフランジの厚さを無視している。一般の H 型断面の残留応力をも考慮した曲げモーメント-軸方向力-曲率関係は多少複雑になるがすでに求められており^{1), 2)}、著者の研究のように電子計算機を用いる場合には容易に利用できるものと思われる。H 型断面のフランジの厚さ、さらに残留応力を考慮することにより塑性域の広がりはますが、それがアーチの変形におよぼす影響を調べることは興味があると思われる。

(2) 著者は計算例において、偏心集中荷重をうける 2 ヒンジアーチ、中央集中荷重をうける固定アーチ、満載等分布荷重をうける 2 ヒンジアーチの弾塑性挙動を計算し 図-18 および 図-19 にその結果を示している

回 答 者: 山 崎 徳 也 (九州大学工学部)

石 川 信 隆 (防衛大学校土
木工学教室)

【回 答】 ご質問の項目にしたがって、お答えします。

(1) H 型断面のフランジの厚さを断面高さに比較して無視できるという仮定は、本文の参考文献 8), 9) においても用いられている実用的なもので、とくに、軸方向力の変化するアーチの場合において、曲率と軸線の伸縮がそれぞれ曲げモーメントと軸方向力の関数として解析的にえられるという点で明解かつ便利なものであります。

さて、ご指摘の文献 1), 2) を吉田氏よりお借りし、若干研究させて頂きましたので、これについて述べてみ

が、計算に用いられた断面は矩形断面である。H 型断面に対する検討は 3 ヒンジアーチに対してなされ、塑性域の広がりを考えない単純塑性理論と比較されているが、不静定アーチについてはなされていない。単純塑性理論によるアーチの荷重-たわみ関係は、塑性ヒンジ点におけるひずみベクトルは、対応する応力点における降伏限界線の法線方向であるということを利用して計算でき³⁾、塑性域の広がりを考慮して求めた荷重たわみ曲線の外側の不静定次数+2 の直線で表わされる。不静定次数の高いアーチで、さらに一般 H 型鋼のように形状形状数の小さい断面では両者の差は小さくなると思われる。本論文ではこの点の検討が欠けていると思うが、H 型鋼に対する計算例があれば示していただきたい。また実用的にはたわみの計算において複雑な計算によらねばならない ϕ -法でなければならぬか、単純塑性理論によるもので十分かの検討をお願いします。

参 考 文 献

- 1) Fukumoto, Y.: "Moment-Curvature-Thrust Program for Wide-Flange Shapes", Fritz Engineering Laboratory Report No. 205 A. 37, August 1963.
- 2) Parikh, B.P.: "Elastic-Plastic Analysis and Design of Unbraced Multi-story Steel Frames", Fritz Engineering Laboratory Report No. 273. 44, May 1966.
- 3) 倉西正剛, 外 5 氏訳: "構造物の塑性解析", コロナ社 205~209 p. 1961.

ます。

まず、文献 1) の場合は、フランジの厚さと残留応力の影響を考慮した曲げモーメント-軸方向力-曲率関係を解析的に導いておりますが、曲げモーメントが軸方向力と曲率の複雑な関数として表示されているため、曲率および軸線の伸縮を曲げモーメントと軸方向力から直接求めることが困難で、したがってこれらを求めるプログラムを新たに開発しなければなりません。また、フランジの厚さと残留応力を考慮するため、曲げモーメントと軸方向力との相関限界曲線も複雑であり、これら両者の変化するアーチの場合には、塑性領域の広がりを指定する角度 $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ を解析的にうる事が不可能で、このためアーチを細分割して数値的に求める方法を採用しなければならぬかと思われます。

つぎに、文献 2) の場合は上記の理論をさらに一般的に拡張して、H 型断面のフランジおよびウェブを細分割し、数値的に曲率を求める方法を用いていますが、これもプログラムが手元にないため(吉田氏は Lehigh 大学で作製されたとのこと)簡単に利用できません。

以上のように、著者らの ϕ -法公式を用う場合には、文献 1)、2) の曲げモーメント-軸方向力-曲率関係のうち、曲げモーメントと軸方向力を与えて曲率および軸線の伸縮を求めるプログラムが必要であり、これを用うることにより上記 2 要素の影響、さらにはひずみ硬化の影響をも検討することが可能で、これらの方針に基づいて本研究を補綴し、折角のご助言を活用致したく存じます。

(2) H 型鋼の計算例は本文 4. で 3 ヒンジ

アーチに対して示しており、断面形状による比較および単純塑性理論との比較を行なっております。不静定アーチに対しては本文 6. で断っているように計算手法の解説も兼ねましたので、解析の便利な矩形断面 ($\rho=0$) を選んで計算例を示しました。

しかし、なお H 型断面をもつ不静定アーチの計算例を示すようのご要望ですので、図-1 に半開角 $\alpha_0=60^\circ$ 、断面高さ-スパン比 $d/l=0.05$ の形状をもつ 2 ヒンジアーチに中央集中荷重が作用する場合を $\rho=A_F/A_W=0$ 、1, 2, 3 について計算し、単純塑性理論と比較しました。

2 ヒンジアーチの場合は 3 ヒンジアーチにくらべ、最終崩壊荷重に至る途中の段階において単純塑性理論との差は小さくなりますが、崩壊荷重直前時においてはやはり顕著な差が現われることがわかり、 $P_p^*=0.995 P_p$ (P_p : 崩壊荷重、 P_p において本法でのたわみが無限大になるため) において両者の差を比較してみると表-1 のごとくなり、 $\rho=3$ の場合でもかなり大きな差が認められます。

したがって、前記 (1) のフランジの厚さおよび残留応力の影響を考慮すれば、吉田氏も述べていますようにさらに変形が増大すると思われるので、H 型鋼についても単純塑性理論によるたわみ計算で実用上十分であるとはいえないことかと思われます。また、たわみが大きくなりますと、たわみによる軸方向力の付加曲げモーメントの影響により、たわみをさらに増大、崩壊荷重を低下

表-1

$\rho = \frac{A_F}{A_W}$	$P_p^*(\times N_y)$	A. 単純塑性理論によるたわみ $\left(\times \frac{M_y l^2}{EI}\right)$	B. 本法によるたわみ $\left(\times \frac{M_y l^2}{EI}\right)$	C. $\frac{(B-A)}{B} \times 100\%$
0	0.2578	0.0608	0.1089	44.2%
1	0.3582	0.0474	0.0783	39.4%
2	0.3731	0.0427	0.0652	34.5%
3	0.3713	0.0395	0.0538	26.6%

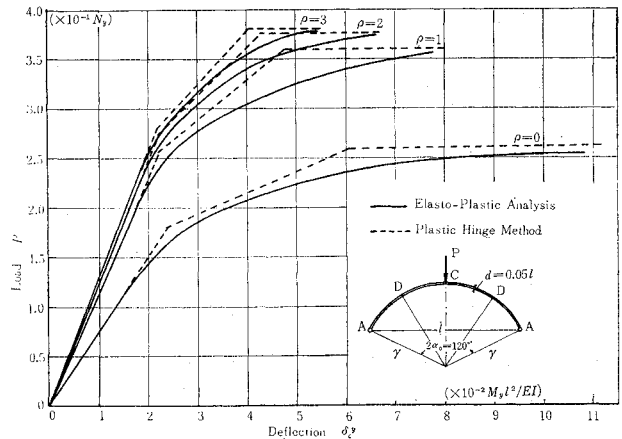


図-1

させますので、この影響^{3),4)}についても考慮することが必要でありましょう。

なお、単純塑性理論による荷重-たわみ関係は吉田氏の示された文献 3) によっては直接求められず、著者らの ϕ -法公式中の塑性領域の拡がりの影響を無視した式(これは C.E. Massonnet & M.A. Save⁵⁾ および前田・藤本氏³⁾ が用いている式に合致する) および完全塑性条件式を用いて求めています。

以上のように、著者らの提案した ϕ -法公式は、フランジの厚さおよび残留応力さらにひずみ硬化の影響を考慮する場合も、曲率と軸線との伸縮を求めるプログラムさえあればアーチのたわみ計算に容易に利用でき、また、単純塑性理論の場合も塑性領域の拡がりの影響を無視してそのまま用いることができるという便利なものであり、きわめて適用範囲の広いたわみ計算式であることがおわかり頂けたことと思います。

終りに、ご討議下された吉田氏に対し厚く謝意を表します。

参考文献

- 1) Fukumoto, Y.: "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns", Dissertation, Lehigh University, 1963.
- 2) Parikh, B.P.: "Elastic-Plastic Analysis and Design of Unbraced Multi-Story Steel Frames", Fritz Engineering Laboratory Report No. 273. 44, May 1966.
- 3) 前田・藤本: "変形を考慮した 2 ヒンジアーチの塑性解析について", 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 昭和 44 年 5 月.
- 4) 山崎・石川: "たわみの影響を考慮したアーチの弾塑性解析", 土木学会西部支部研究発表会論文集, 昭和 44 年 2 月.
- 5) Massonnet, C.E. and M.A. Save: "Plastic Analysis and Design", Vol. 1 Beams and Frames, Blaisdell, 1965.