

ケーソンの動特性に関する一研究

AN EXPERIMENT ON DYNAMICAL PROPERTIES OF A WELL FOUNDATION

伯野元彦*・野尻陽一**

By Motohiko Hakuno and Yōichi Noziri

1. はじめに

構造物の耐震性を考える上で、基礎が非常に重要な役割を果たしていることは古くから唱えられ、多くの研究がなされてきた。また最近になって、巨大な構造物の建設が計画あるいは実施されるようになり、構造物基礎も大きくなるとともに地盤中に深く埋設されるケーソンなどが採用されるようになって来た。さらに、地震に際して、地表面付近より地中では振動がかなり小さいということが認識されるにつれて、地中に構造物を建設することも多くなって来た。このような建設界の現状から研究面を振り返って見ると、地中構造物の耐震性に関しては問題がむずかしいこともあって満足すべき結果が得られているとはいえないようである。

地盤上あるいは地盤中の構造物の振動性状を解析するには、大別すると、地盤を半無限弾性体と見なす弾性理論解と、地盤の弾性をスプリングと粘性減衰からなるモデルに置き換えて解析する方法の2通りがある。

構造物基礎の振動の機構から考えて、前者の方が後者の方法よりは、正しい解が得られるのではないかと思われる。それぞれの方法の得失をあげればつぎのようである。

(i) バネ・ダッシュポット系では、バネを支える壁が必ず存在しなければならないため、実際の構造物の系とは異なっている。

(ii) さらに、バネ定数、粘性減衰係数などの係数を定めなければならないが、これらはその定義から考えて、見掛けの値であるため、従来の実在構造物の試験結果から定める以外に方法がないし、構造物または基礎の大きさあるいは地盤の土質が異なった場合にどう変化するかなどの問題についてもはなはだあいまいなものである。

(iii) 波動論的解法によれば、物理的な機構は比較的

良く近似させ得るであろう。この場合の欠点としては構造物の形状がごく簡単な場合しか解が求められないということと実際の土は力学的にみて非線型であると思うがその取り扱いが現在では不可能であるということであろう。

基礎ならびに地中構造物の動特性に関する実験的研究としては、杭に関する後藤博士¹⁾の多くの研究があり、最近では、港湾技術研究所の林博士ら²⁾の一連の研究もあげられる。そのほかにも杭の現場振動試験に関しては枚挙にいとまがないほど多く行なわれ多大の成果があげられている。ケーソンに関しても、栗林・岩崎³⁾により振動試験が行なわれている。

つぎに理論的研究については、バネ・ダッシュポット法によるものは古くからあるが、最近の傾向としては地中構造物のまわりの地盤変形をも考慮した岡本⁴⁾、小坪⁵⁾、後藤⁶⁾各博士の論文が注目される。波動論の考え方にたった研究としては田治見博士の論文⁷⁾が地中構造物に関連したものとして最初であろう。最近では田治見博士と同一の手法を用いた論文が小坪⁷⁾、後藤⁸⁾両博士により発表されている。また問題は異なるが弾性地盤上の基礎の振動性状についての理論は数多くあり、ほぼ完成された分野といえよう。

2. ケーソンの動特性に関する一実験

構造物基礎ならびに地中構造物の振動特性を知るという意味から、ケーソン・モデルを地下に建設し、その小発破による振動実験を行なった。もちろん、発破による地盤の振動は、実際の地震動にくらべて振動数領域が高い方にずれていること、表面波が主となるおそれがあることなどの欠点はあるが、実際の地震動観測が長期を要し、しかもむずかしいことを考えて代用としてあえて行なったものである。構造物を含めた振動系が線形であることを仮定するならば、発破による挙動から地震時の挙動を推定することも可能である。

この実験の第1の目的は、地中に埋設された構造物は

* 正会員 工博 東京大学助教授 地震研究所

** 正会員 鹿島建設株式会社 技術研究所 主任研究員

地上の構造物と同じように固有振動を誘起されるのだろうか。換言すれば、構造物周辺の土と同じ動きをするのであろうか、または構造物独自の動きをするのだろうかという疑問に対する答を引き出すことであった。

本研究は、ケーソンと想定した地中壁体が動的にどのような挙動をするか、またその結果を二次元波動論によって一部説明しようと試みたものである。

(1) 実験用モデル・ケーソン

実験に用いたモデルケーソンは、図-1(a)ならびに(b)に示すような地中に建造された一辺5m、深さ約12m、厚さ40cmの正方形鉄筋コンクリート壁体と、直径5m、深さ約12mの円形シートパイル壁体の二種である。両者の間の距離は約28mである。

このケーソン・モデルはこの発破実験のためだけに製作したのではなく、他の実験に用いたものを転用したものである。なお、地盤の土質は遠浅海岸の深さ方向一様な細砂であるが、その粒度分布ならびに標準貫入試験結果は図-2(a)および(b)に示す。

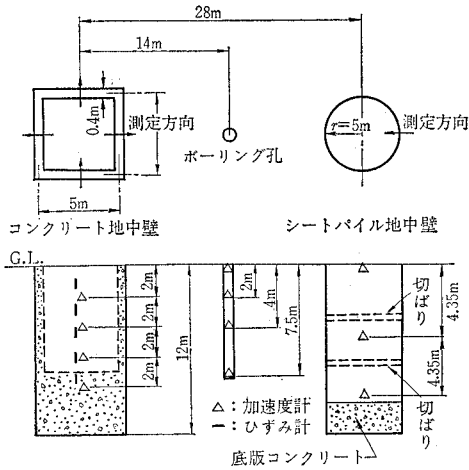


図-1(a) モデル・ケーソン構造

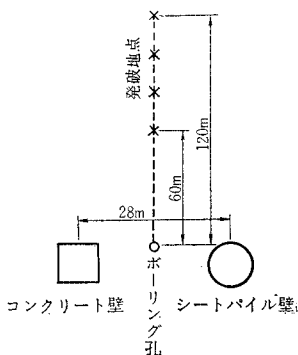


図-1(b) 実験地平面図

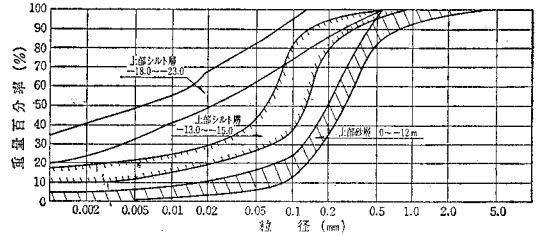


図-2(a) 試験地盤層の粒度分布

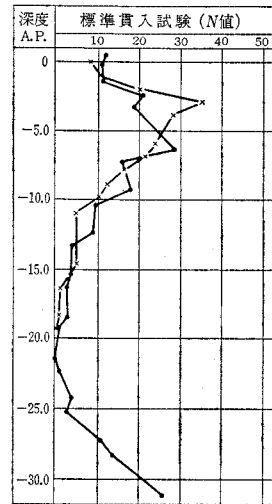


図-2(b) 標準貫入試験結果

(2) 測定計器

振動測定に用いた計器はひずみ計と加速度計である。ひずみ計は通常の抵抗線型のもつと鉄筋計とを使用し、加速度計はバネ振子に半導体ゲージを貼付した東京大学岡本舜三博士の開発されたもの³⁾を、外壁をプラスチックにして軽くするなど多少の手を加えて使用した。外壁をプラスチックとして軽量化をはかった理由は、実験地の土質が海岸の砂層であったため、砂中に比重のあまり重い計器を埋設すると砂中の発破地動と同じ動きをせず地動を正確にとらえることができないのではないかと考えたためである。計器類はコンクリート壁の場合には、壁を建設する時鉄筋に貼付し、シートパイル壁の場合には建設後壁体に貼付した。コンクリート壁には、加速度計12個、ひずみ計20個を埋め込んだ。また図-1に示すように、両壁体のちょうど中間点のボーリング孔中の加速度計は構造物の振動の影響を受けない入射地動をとらえるため設置したものであるが、実験結果から見ると所期の目的を達していると思われる。シートパイル壁には、加速度計9個、ひずみ計15個を設置した。

(3) 実験方法

被実験体としてはすでに述べたような鉄筋コンクリ

ト壁体とシートパイル壁体の2個である。鉄筋コンクリートケーソンモデルは、壁を作る部分の砂をポンプによって除きそこに地表で組み立てた鉄筋構を入れ、その後をコンクリートで固めるという工法で製作した。したがって、モデルが完成した時点では、ケーソンの内側には砂がほぼ自然の状態のまま残されていたわけである。一方のシートパイルを直径5mの円筒状に打ち込んだ構造では、壁の内側の砂はすでに除かれていた。そして、壁の内側に残された砂を利用して壁体の内側がカラの場合と砂とか水によって満たされていた場合、固有振動の誘起状態にどのような違いが見られるかを調べようとした。つぎに、発破地点ならびに薬量の問題であるが、本実験は構造物の耐震性を問題とする実験である以上、あまり高振動数成分の多い地動は好ましくなく、その意味で発破地点は遠い方が望ましいといえる。ただ遠いと構造物を大きく振動させることができないので薬量とのかね合いとなる。さて、薬量であるが実験前には、どのくらい用いてよいか見当がつかなかったため、0.3kg、0.5kgから始め、徐々に大きくして最大10kgとした。ただ距離を近くした場合、10kgではケーソン壁が破損するおそれもあったので薬量を減らした。

結局、本実験をわかりやすくするため表にするとつぎのようになる。

表-1 実験条件

被実験体	鉄筋コンクリート壁体 シートパイル壁体
測定量	i) 両壁体ならびに近接したボーリング孔中における加速度 ii) 壁体内の振動ひずみ
実験時壁体内状況	第1回実験 RC壁体内—砂 シートパイル壁内—カラ 第2回実験 RC壁体内—カラ シートパイル壁内—水
発破地点より壁体までの距離	50m, 80m, 100m, 117m, 120m
薬量	0.3, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 10kg
ダイナマイト埋設深さ	1.5, 3, 6mの三種

(4) 実験結果

30回以上の発破実験によって、数多くのデータが得られたが、数例を図-3~12に示す。図中の加速度ならびにひずみ記録に付してある記号はつぎのように定められている。

i) 最初の文字

- B……ボーリング孔加速度計
- C……コンクリート壁埋設計器
- S……シートパイル壁設置計器

ii) 2番目の文字

ボーリング孔の場合

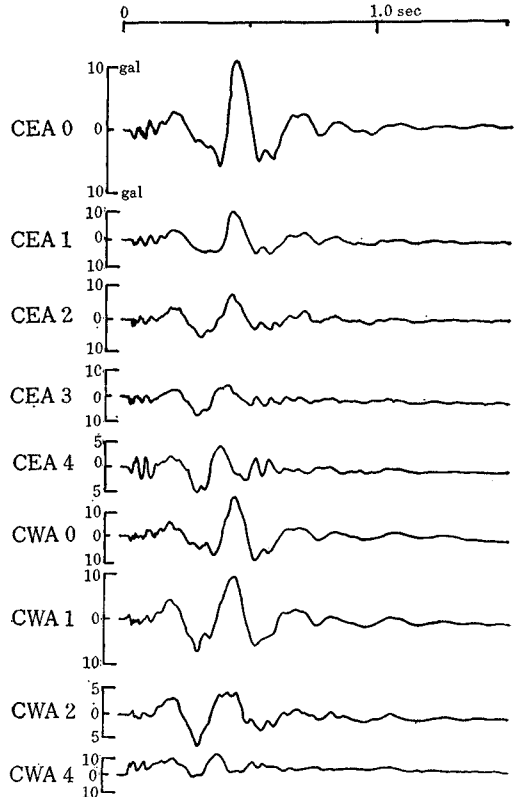


図-3 実験例1: コンクリートモデルケーソン振動(加速度)

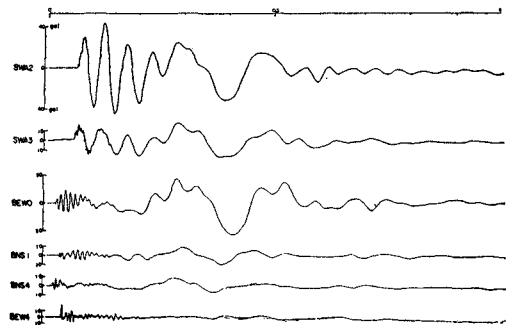


図-4 実験例1: シートパイル壁ならびにボーリング孔中振動

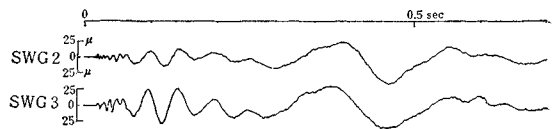


図-5 実験例1: シートパイル壁振動ひずみ

NS: 南北方向を測定するよう設置されている。
EW: 東西方向を測定するよう設置されている。

コンクリート壁, シートパイル壁の場合

E: 東西方向を測定し, 東側の壁に設置

W: 東西方向を測定し, 西側の壁に設置

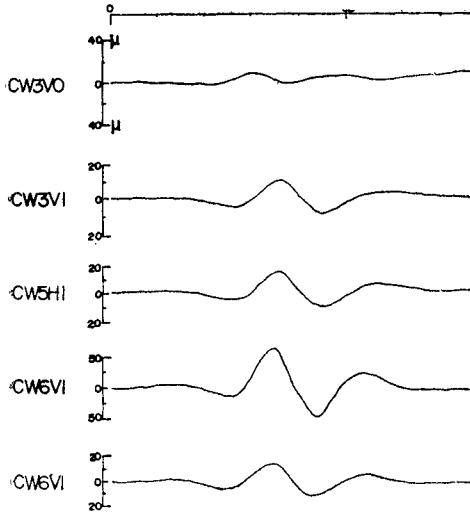


図-6 実験例 1：コンクリート壁振動ひずみ

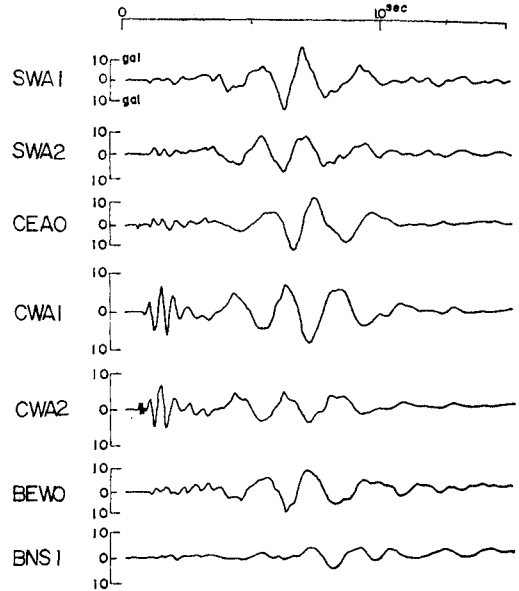


図-9 実験例 2：振動加速度 (SP 壁, RC 壁, ボーリング孔中)

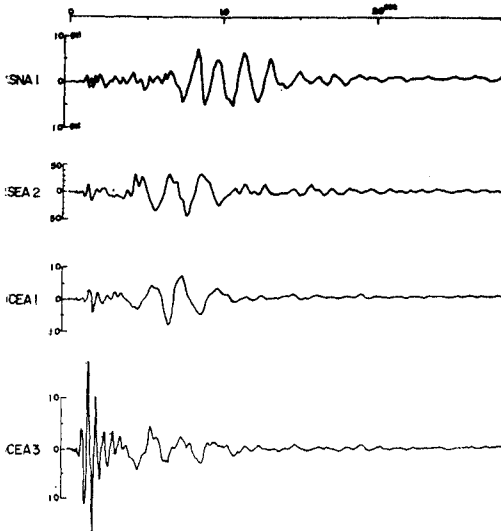


図-7 実験例 2：振動加速度 (SP 壁, RC 壁)

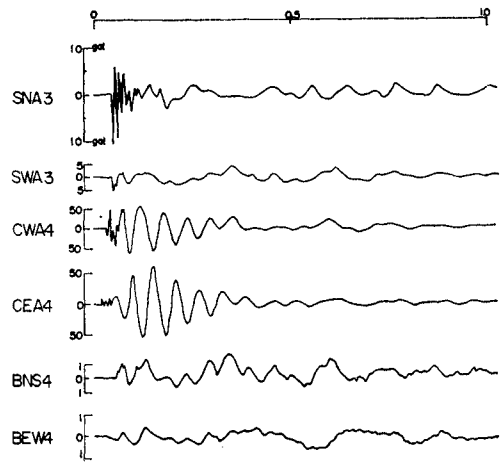


図-10 実験例 3：振動加速度 (SP 壁, RC 壁, ボーリング孔中)

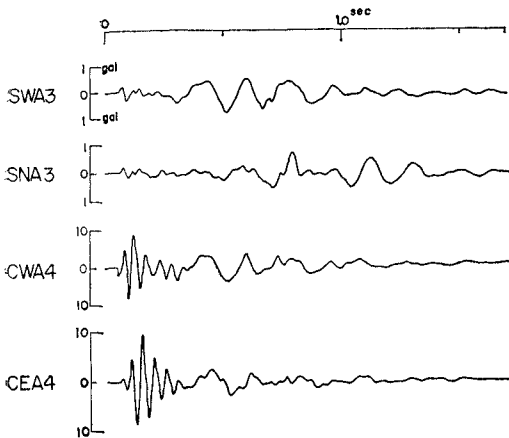


図-8 実験例 2：振動加速度 (SP 壁, RC 壁)

N：南北方向を測定し、北側の壁に設置
S：南北方向を測定し、南側の壁に設置

iii) 3ないし4番目の文字

A：加速度計

G：ひずみ計

iv) 最後の数字

地表に近いところから 0, 1, 2……となっている。したがって、3より4の方が深い場所の計器。

図-3~12の記録が得られた時の実験条件その他はつぎのとおりである。なお 図-3~6, 図-7~9, 図-10~12はそれぞれ同一の実験による結果である。

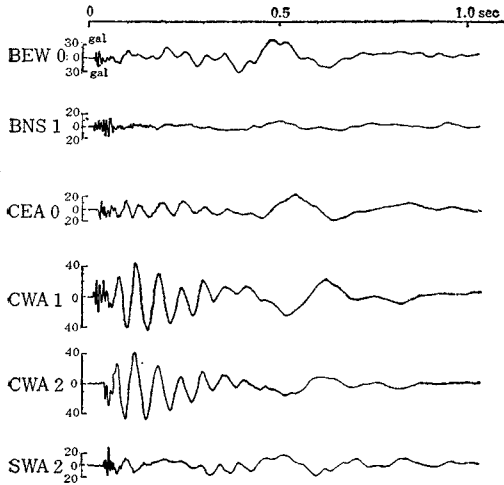


図-11 実験例 3: 振動加速度 (SP 壁, RC 壁, ボーリング孔中)

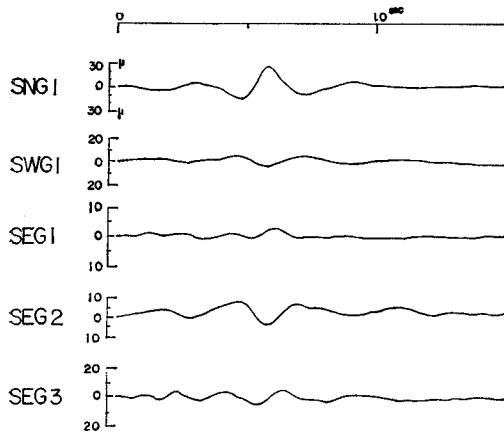


図-12 実験例 3: 振動ひずみ (SP 壁)

図番号	RC壁内部	シートパイル壁内部	薬量, 距離
図-7~9	カラ	満水	1 kg, 80 m
図-10~12	〃	〃	4 kg, 80 m
図-3~6	土	カラ	1 kg, 80 m

図-13~15 は 図-3~12 の各加速度記録の主要部分に注目し, ある瞬間の各測定点での振幅値をプロットして各測定点がどのような形状で振動しているかを知らうとしたものである。

(5) 実験結果の考察

a) 発破振動の伝播速度について

得られた振動波形の特徴は, 最初非常に高い振動数の波が構造物に当たり (あまり高振動数なのでトレースできず, 図-3~12 ではその部分トレースしてない), その後, 0.1~0.2 秒の周期成分の波が来る。最初の高振動の波は音波と思われる, その波速は km/秒 の程度で,

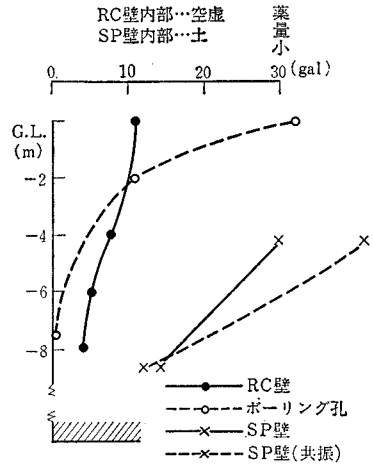


図-13 ケーソンの主要動振動形状

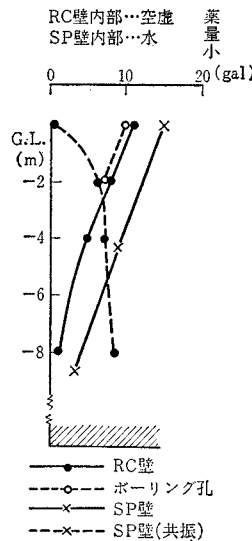


図-14 ケーソンの主要動振動形状

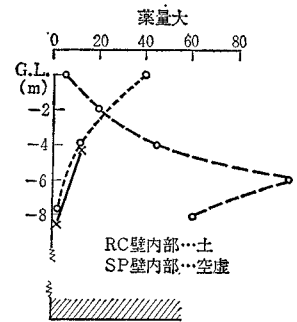


図-15 ケーソンの主要動振動形状

この音波をP波としてしまうと砂のポアソン比は0.5近いものとなる。筆者らが想像するには, これはP波ではなく地表面近くまである海水中を伝播して来た音波と思われ, その速度が速いことも不思議ではなく, またこのような波が飽和多孔質中を伝わることも Biot により理論的に見出されている。

b) 固有振動の誘起

地上の構造物では, 通常, 地震とか発破とかの過渡力を受けた場合, 固有振動が誘起される。地下の構造物ではその点どうであろうか。この答は 図-3~12 において各記録の波形をくらべることによって得られる。被実験体が鉄筋コンクリート, シートパイルのいずれを問わず内部が土または水で満たされている時には, 発破振動が到達した際に多少の高振動数の振動が見られるが, そ

の後は 0.1~0.2 秒の地動と同様な動きをするのみである。一方壁体内部がカラの場合、発破地動の初期高周波振動が到達すると 20 Hz 程度の固有振動のようなきれいな波形の振動が卓越する（たとえば、図-7, 9 における CEA 3, CWA 1, CWA 2 の振動初期の卓越振動、図-10 における CWA 4, CEA 4。シートパイル壁の例としては、図-4 の SWA 2 の初期振動等卓越した周期の振動が認められる）。この振動数領域では、加速度計感度が 15 Hz 以下にくらべてかなり低下していることをも考慮すると、記録の大きさ以上に振動しているといえる。また同じ記録の、内部が土または水で満たされている壁は、ほとんどボーリング孔中の動きと等しい動きをしている。それでは、壁体内部がカラの場合認められる卓越振動は、この構造物の固有振動であると決めてしまってよいであろうか。その点を明らかにしたいためつぎのように卓越振動形状を調べてみた。図-13~15 は地動の主要部分では各測点がどのような形状で振動しているかを画いている。なお、卓越振動している壁だけは、主要動時の形状でなく卓越振動時の形状を示してある。これによるとコンクリート壁の卓越振動形は、地表はほとんど振動せず地下 4~8 m で大きく振動するという興味深い特徴を持っている。

このような振動形状を持つことからこの卓越振動を考察してみると、ケーソン底部に作った厚さ約 4 m のコンクリートブロックが並進的であるか、回転的であるかはわからないが固有振動を起しているのではないかと思う。しかしながら、共振点が非常に高振動数なので、地震時にこの固有振動が余り問題になるとは思われない。また実際の構造物でもケーソンの内側は、通常水が満ちた状態であるから現実には上部に構造物の無いケーソンでは共振現象は起こりにくいといえるのではなからうか。

結局、実験により得られた卓越振動はケーソン・モデルの一部に集中していた質量によって起こされ、その結果構造全体が激しい振動をするのではなくて一部分だけが振幅が大きくなったものと見られるが、ケーソンが全体としてロッキング、または並進的に固有の振動を誘起されるという現象は認められなかった。

c) 記録のフーリエ解析

前述の事柄は振動記録をフーリエ解析した結果により、さらによくわしく調べられる。すなわち、波形記録を $f(t)$ とした場合、次式の $S(\omega)$ を計算することによって、 $f(t)$ の波形に含まれている振動数成分が求められる。

$$S(\omega) = \sqrt{\left\{ \int_0^{\infty} f(t) \sin \omega t dt \right\}^2 + \left\{ \int_0^{\infty} f(t) \cos \omega t dt \right\}^2} \dots\dots\dots(1)$$

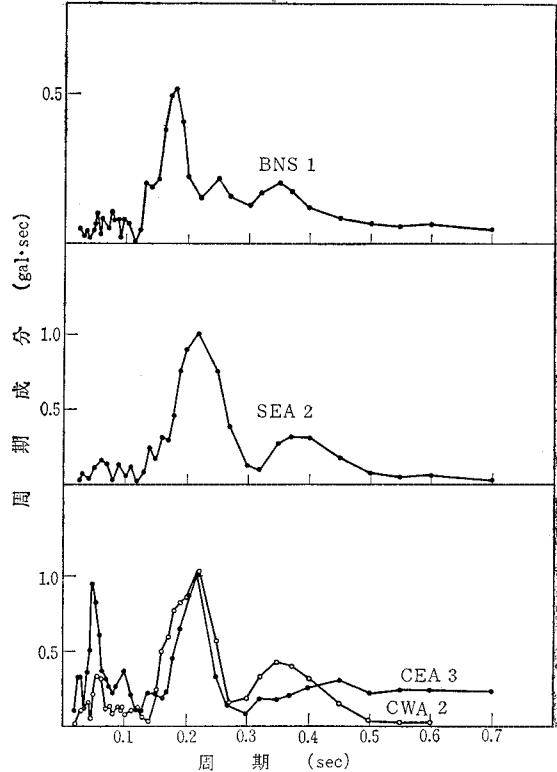


図-16 振動記録のフーリエ解析結果 (RCケーソン内空虚, SP壁内満水, 図-7~9 の記録を解析)

ここに、 ω : 円振動数

振動記録のいくつかについてこの ω を振動周期に換算し、それを横軸にとって縦軸には $S(\omega)$ をプロットしたものが 図-16~17 である。

0.1~0.6 秒以上の振動周期に対しては、ボーリング孔中で観測した地動のスペクトル形状と壁体中のそれがほぼ一致している。壁内部が空虚の場合には、約 0.05 秒の振動周期のところで、地動にはほとんどその成分が認められないにもかかわらず、壁の振動には卓越している。

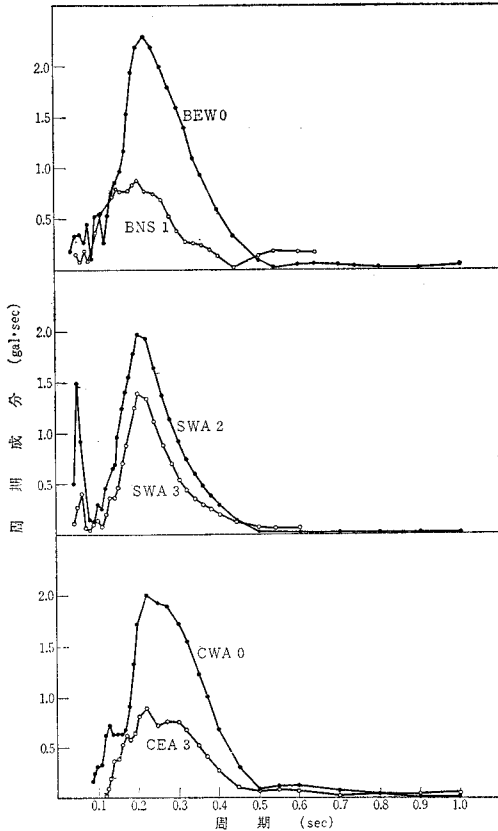
(6) 実験より知られたこと

本実験によりつぎの事柄が知られたと思う。

a) 構造物は構造物の内部を含めて、土で取り囲まれている場合、固有振動すなわち共振は起こりにくい。

ただし、構造物が上部の構造物と連結して上部から強制的に振動させられる場合とか、構造物の比重が土よりかなり大きい場合、本実験だけからは何もいえない。

b) 内部空虚の場合、外側に土があっても部分的共振は起こり得る。ただ、本実験の場合、この共振は壁体底部にあるマッシブなコンクリートブロックによって引



図一17 振動記録のフーリエ解析結果 (RCケーソン内部土, SP壁内部空處, 図一3~8の記録解析)

き起こされていると思われる。

このように地中に埋設された状態の構造物は、構造全体としての剛体的共振現象を起こしにくい、その理由は何であろうか、考えられる理由としては、

- (i) 壁体と一緒に振動する土の質量、つまり付加質量が大きすぎ、その結果、固有周期が低すぎて測定結果に入って来ない。
- (ii) 逆に固有周期が短かすぎる場合
- (iii) 振動減衰性が非常に大きく共振を生じ得ない場合

のような種々の理由が考えられる。この点をはっきりするため、次節に述べる二次元波動理論による解析を行なった。

3. 二次元波動論による解析

二次元波動論による地中構造物の解析は、すでに多くの研究者によってなされており、トンネルに関しては岡本博士³⁾、杭の付加質量に関しても小坪博士⁷⁾によって取扱われている。したがって筆者の採用した解析方法は何ら目新しいものではないが、解析結果に興味があ

る。

さて、構造物が固有振動を誘起されるかどうか、またはどの程度誘起されるかという疑問に答えるためには、その構造物の正弦波外力に対する共振曲線を求めれば、その曲線の形状から判断することができる。

以下最初に共振曲線を求めよう。

(1) 振動方程式

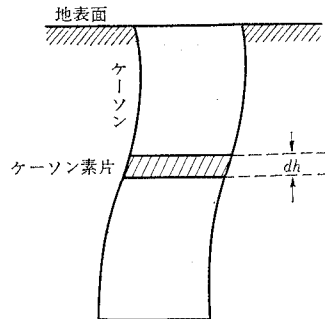
ケーソンは土中に埋設されているため、それが激しく振動する場合には当然土の非弾性的性質が卓越して来ると思われるが、その非弾性的性質の詳細が明らかではない現在、取り扱い方法もない。まず研究の第1歩としてケーソンが微小振動を行なう時は土は弾性体と見なし得ると思うので、つぎのような仮定の下で振動を論ずる。

仮定 1: 土は一様な弾性体とする。

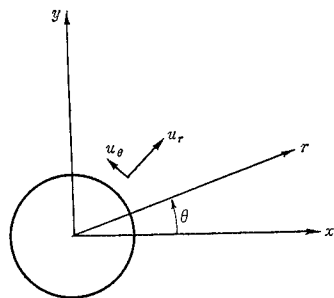
仮定 2: ひずみ分布は2次元とし、平面ひずみ状態とする。

仮定 3: ケーソンは水平に切った断面形は変形しないものとする。

仮定2に関しては議論のあるところと思うが 図一18を参考にすると知られるようにケーソンの深さ方向に薄い層を切って考えると、その層の厚さが薄い場合には土の応力状態は平面ひずみ状態に近いとも考えられないでもないし、本研究では、直接ケーソンの振動を論じる代りに、ケーソンに対する土のバネ作用、すなわち、抗力を求めて定性的に議論をすすめよう。したがって 図一18



図一18 ケーソンの簡單化



図一19 ケーソン素片の二次元座標

のケーソン素片 dh が水平方向に振動した場合の土の抗力その他を 図-19 のようなモデルで求める。この時、弾性体と考えた土の振動方程式は、よく知られているように、

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla u + \mu\nabla^2 u = \rho\ddot{u} \dots\dots\dots(2)$$

ここに u は変位ベクトル、 ∇ はベクトルの微分演算子、 λ, μ は Lamé の定数、 ρ は土の単位体積当り重量。変位ベクトル u は周知のヘルムホルツの定理によって、スカラー・ポテンシャルとベクトル・ポテンシャルの項の和として表わされる。平面ひずみ状態の場合には、この変位ベクトルはつぎのように与えられる。

$$u = \nabla\phi + \nabla \times (e\psi) \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 e はケーソンの長手方向に沿う単位ベクトルである。式(2)の解のうち 図-19 の座標系で原点より出て行く波はつぎのように得られる。

$$\phi = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_p^2}{\omega^2} A_m H_m^{(2)}(\alpha r) \sin m\theta e^{i\omega t} \dots\dots(4)$$

$$\psi = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2C_s^2}{\omega^2} B_m H_m^{(2)}(\beta r) \cos m\theta e^{i\omega t} \dots\dots(5)$$

ここに、

- $H_m^{(2)}(x)$: 第2種 m 次ハンケル関数
- C_p : 変容波の速度
- C_s : せん断波の速度
- ω : ケーソン素片の振動する円振動数
- α : ω/C_p
- β : ω/C_s

(2) 境界条件

つぎに、ケーソンと土の接触部の境界条件を満足するよう式(4)、(5)の積分定数を定めれば、土中の振動時変位、応力等が定まって来る。

境界条件としては、つぎの2個の場合を考えた。

境界条件 (i)

振動中ケーソンと土の間にすべりが無い場合：構造物断面の振動を 図-19 において y 軸方向に $u = ae^{i\omega t}$ とするならば、本条件は $r=r_0$ において次式で表わされる。

$$u_r = a \sin \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots(6)$$

$$u_\theta = a \cos \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots(7)$$

境界条件 (ii)

ケーソンと周囲の土との相対的周方向ずれに対しては全く抗抵がない場合：この境界条件は地中構造物が振動して構造物表面に接触している部分の土は流動化し、構造物から少し離れた土は健全であるという状態を記述していると思う。

つまり、構造物に接触している部分の土は流動化し液状となるため、ケーソンからのせん断力はほとんど伝えなくなってしまう。ただ直応力のみが伝達される。この

ときは、 $r=r_0$ において次式が成立する。

$$u_r = a \sin \theta \dots\dots\dots(8)$$

$$u_\theta = 0 \dots\dots\dots(9)$$

(3) ケーソン断面の振動変位と土の抗力の関係

いずれの境界条件の場合にも変位は $\sin \theta$ または、 $\cos \theta$ の関数であるから、式(4)、(5)の ϕ, ψ は $\sin \theta$ または $\cos \theta$ の関数となる。

ゆえに

$$\phi = -\frac{C_p^2}{\omega^2} A H_1(\alpha r) \sin \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots(10)$$

$$\psi = \frac{2C_s^2}{\omega^2} B H_1(\beta r) \cos \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots(11)$$

したがって

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{r \partial \theta} = -\left\{ A \frac{C_p^2}{\omega^2} \dot{H}_1(\alpha r) + B \frac{2C_s^2}{r\omega^2} H_1(\beta r) \right\} \sin \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots(12)$$

$$u_\theta = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r} = -\left\{ A \frac{C_p^2}{r\omega^2} H_1(\alpha r) - B \frac{2C_s^2}{\omega^2} \dot{H}_1'(\beta r) \right\} \cos \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots(13)$$

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) = \mu \left[A \frac{C_p^2}{\omega^2} \left\{ -\frac{2}{r} \dot{H}_1(\alpha r) + \frac{2}{r^2} H_1(\alpha r) \right\} + B \frac{2C_s^2}{\omega^2} \left\{ \ddot{H}_1(\beta r) - \frac{1}{r} \dot{H}_1(\beta r) - \frac{1}{r^2} H_1(\beta r) \right\} \right] \times \cos \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots(14)$$

ここに \cdot は r による微分を表わす。

境界条件 (i) の場合

境界条件 (6), (7) より

$$a = -\left\{ A \frac{C_p^2}{\omega^2} \dot{H}_1^{(2)}(\alpha r_0) + B \frac{2C_s^2}{r_0\omega^2} H_1^{(2)}(\beta r_0) \right\} = -\left\{ A \frac{C_p^2}{r_0\omega^2} H_1^{(2)}(\alpha r_0) - B \frac{2C_s^2}{\omega^2} \dot{H}_1^{(2)}(\beta r_0) \right\} \dots\dots\dots(15)$$

境界条件 (ii) の場合

$$a = -\left\{ A \frac{C_p^2}{\omega^2} \dot{H}_1^{(2)}(\alpha r_0) + B \frac{2C_s^2}{r_0\omega^2} H_1^{(2)}(\beta r_0) \right\} = 0 = A \frac{C_p}{\omega r_0} H_2^{(2)}(\alpha r_0) - B \left\{ \frac{2C_s}{\omega r_0} H_2^{(2)}(\beta r_0) - H_1^{(2)}(\beta r_0) \right\} \dots\dots\dots(16)$$

式(8)、(9)からそれぞれの境界条件に応じて A, B が求まる。

地中構造物に対する土からの抗力 P は次式で求まる。

$$P = \int_0^{2\pi} (\sigma_{rr} \sin \theta - \tau_{r\theta} \cos \theta) r_0 d\theta \dots\dots\dots(17)$$

まず σ_{rr} を求めよう。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{\rho}{g} \left\{ C_p^2 \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} \right) - 2 C_s^2 \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} \right\} \\ &= \frac{\rho}{g} \left\{ A \left[C_p^2 H_1^{(2)}(\alpha r) + 2 C_s^2 H_1^{(2)}(\alpha r) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{2 C_s^2}{\alpha r} H_2^{(2)}(\alpha r) \right] \right. \\ &\quad \left. + B \left[\frac{4 C_s^2}{\beta r} H_2^{(2)}(\beta r) \right] \right\} \times \sin \theta \dots\dots(18) \end{aligned}$$

式 (18) をも合わせ考えると、

$$\begin{aligned} P &= \pi r_0 \{ \text{Real Part } (\sigma_{rr} + \tau_{r\theta}) \\ &\quad + i \times \text{Imaginary Part } (\sigma_{rr} + \tau_{r\theta}) \} e^{i\omega t} \\ &= \alpha (R - iI) e^{i\omega t} \dots\dots(19) \end{aligned}$$

となる。

ここに、

$$\begin{aligned} R &= \text{Real Part } \frac{\rho}{g} \left[A \left\{ (C_p^2 + 2 C_s^2) H_1^{(2)}(\alpha r_0) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{4 C_s^2}{\alpha r} H_2^{(2)}(\alpha r_0) \right\} + B \{ 2 C_s^2 H_1^{(2)}(\beta r_0) \} \right] \\ &\quad \dots\dots(20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \text{Imaginary Part } \frac{\rho}{g} \left[A \left\{ (C_p^2 + 2 C_s^2) H_1^{(2)}(\alpha r_0) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{4 C_s^2}{\alpha r} H_2^{(2)}(\alpha r_0) \right\} + B \{ 2 C_s^2 H_1^{(2)}(\beta r_0) \} \right] \\ &\quad \dots\dots(21) \end{aligned}$$

この結果、ケーソン断面が振動変位 u によって周辺の土を押しした時、土から受ける反力は P として求められた。さて、この土の反力はいかなる性質を持っているのだろうか。いま静力学におけると全く同様に、この場合にも反力 P を変位 u で除した値を動的バネ係数 K と呼ぼう。 K は式 (19) から知られるように複素数であり構造物の振動数 ω によって値が変わる。したがって、静力学における地盤バネ定数の概念は、動力学の場合適当でないことがわかる。それゆえ静的載荷試験等によって地盤のバネ係数を求めて、それをもとに耐震計算等の動的解析を行なうことは原則的には正しくないことになる。もちろん振動数によるバネ係数の変化の程度が無視し得る場合には問題ないわけであるが、その程度を数值的に具体的に以下に述べる。

(4) ケーソン断面の共振曲線

さて、ケーソン素片の共振曲線はつぎのようにして求める。

いまケーソン素片の質量を ρ とし、周辺地盤が f という加速度振幅で正弦波状に振動したとする。ケーソンの振動振幅を x とする時、振動方程式は次式で与えられる。

$$\rho \ddot{x} + K(\omega)x = \rho f e^{j\omega t}$$

解は

$$x = \frac{f}{-\omega^2 + K(\omega)/\rho} e^{j\omega t}$$

となる。

したがって共振曲線 $H(\omega)$ は次式で与えられる。

$$H(\omega) = \left| \frac{1}{-\omega^2 + K(\omega)/\rho} \right| \dots\dots(22)$$

(5) 計算結果とその考察

式 (19) で示される地盤バネ係数の実数部 R 、虚数部 I (振動減衰性を示す項) と式 (22) で示される共振曲線を図化したものが 図-20~22 である。

実際の計算に当って採用した諸元は表-2 のようである。

表-2 計算に当って採用したケーソン諸元

図番号	ケーソン半径 (m)	ケーソン単位長重量 (ton/m ²)	せん断波速度 (m/s)	土との接触部境界条件
20 (a)	5	1.5	50	(i) 密着
20 (b)	5	1.5	100	(i) 密着
20 (c)	5	1.5	250	(i) 密着
21 (a)	5	1.5	50	(ii) 周方向抵抗無
21 (b)	5	1.5	100	(ii) 周方向抵抗無
21 (c)	5	1.5	250	(ii) 周方向抵抗無
22 (a)	2.5	1.5	50	(i) 密着
22 (b)	2.5	1.5	100	(i) 密着
22 (c)	2.5	1.5	250	(i) 密着

なお、土の単位重量としては 2.0 t/m³、ポアソン比としては、0.25 をすべての計算について採用した。

図中の曲線に付してある記号について説明すると

R : 式 (20) で示された周辺地盤のケーソンに対するバネ反力 (外力の位相はケーソンの変位に対して逆方向であるので符号が (-) となっている)。

I : 式 (21) で示された周辺地盤のケーソンに対する反力であるが、ケーソン変位に対して位相が 90° 遅れているもの。粘性体の中で物体が運動する時の反力と同等な働きをする反力で、振動減衰に寄与するものである。

SW : 式 (22) で示されたケーソン素片の共振曲線。

h : 粘性反力 I から計算された、いわゆる減衰定数。減衰定数値 h はつぎのように計算した。

ケーソン周辺の地盤の働きがバネとダッシュ・ポット系で置き換えられるとするならば、ケーソン素片に強制変位 x を加えた時、素片の受ける反力は次式で表わされる。

$$\text{反力} = 2cx + kx \dots\dots(23)$$

x を振幅 X という正弦振動とするならば、

$$\text{反力} = X(2ci\omega + k)$$

$X=1$ とすれば

$$\text{反力} = 2ci\omega + k = R + I$$

いま、ケーソン断面が単位長当り ρ という質量をもつ

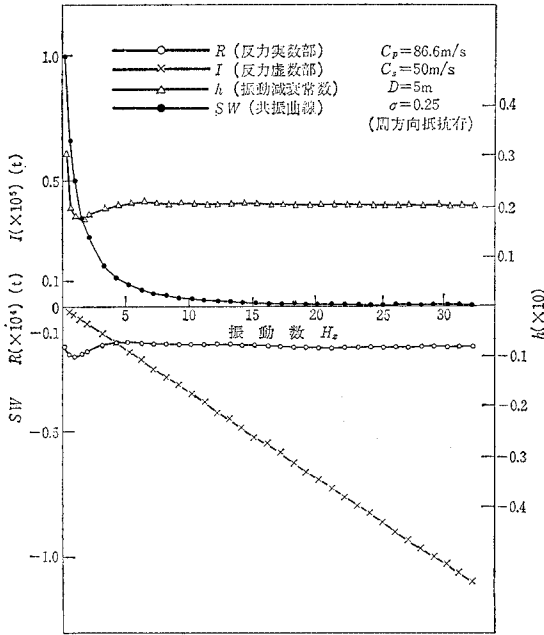


図-20 (a) 円形剛体に対する地盤反力

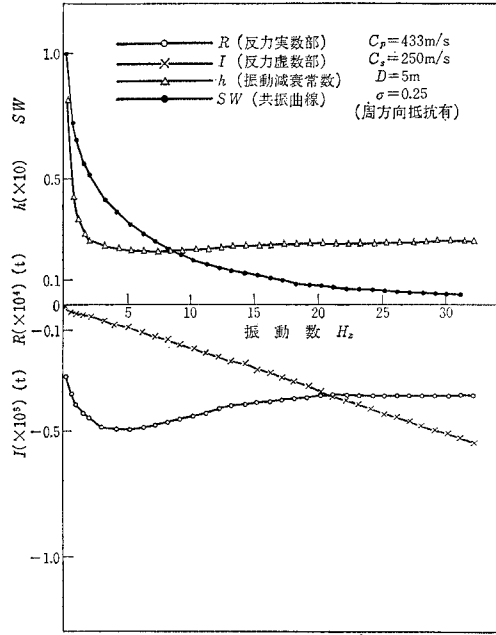


図-20 (c) 円形剛体に対する地盤反力

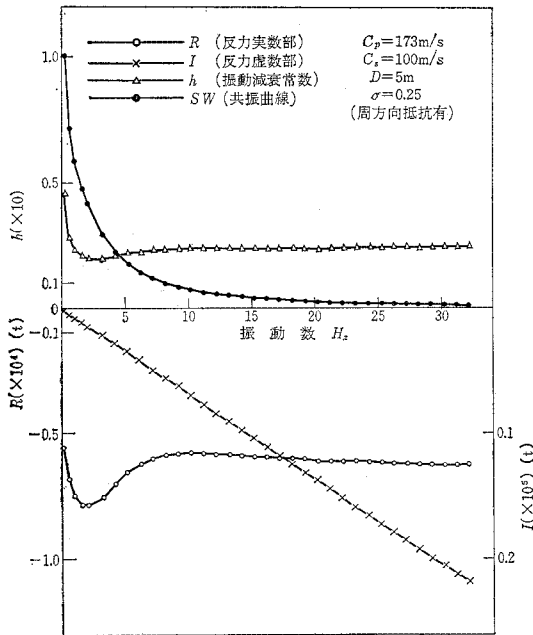


図-20 (b) 円形剛体に対する地盤反力

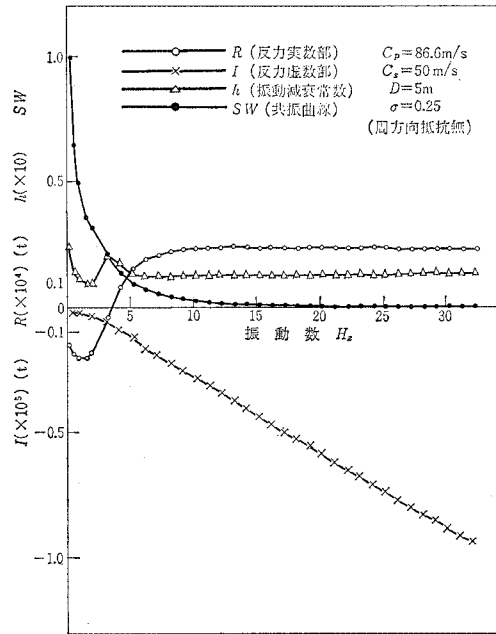


図-21 (a) 円形剛体に対する地盤反力

ていれば、反力はずぎのように書き換えられる。

$$R + I = \rho p^2 + 2hp \rho \omega i \dots \dots \dots (24)$$

計算例によって R, I の振動数に対する変化の様子を見ると、 R は振動数に対してゆっくり変動する値であり、 I はほぼ比例して増大する。したがって、いま R を振動数に無関係な定数と仮定するならば、

$$R = \rho p^2$$

$$\therefore p = \sqrt{R/\rho}$$

$$I = 2hp \rho \omega$$

であるから

$$h = \frac{I}{2\rho p \omega} = \frac{I}{2\omega \sqrt{\rho \times R}} \dots \dots \dots (25)$$

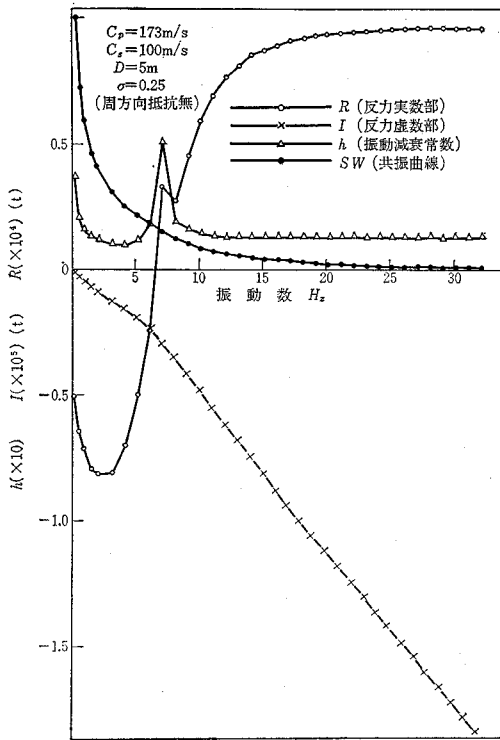


図-21 (b) 円形剛材に対する地盤反力

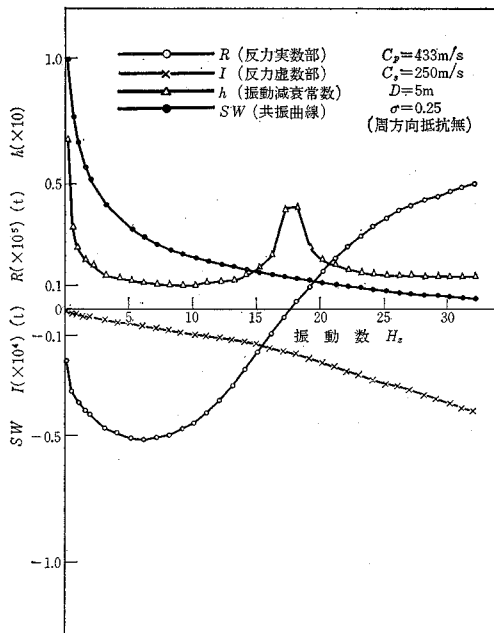


図-21 (c) 円形剛体に対する地盤反力

として求められる。このようにして求めた減衰定数の値をプロットした曲線が 図-20~22 に画かれている。したがって、この減衰定数値は R が振動数の変化によって著しく変わるような場合には正しくないわけである。

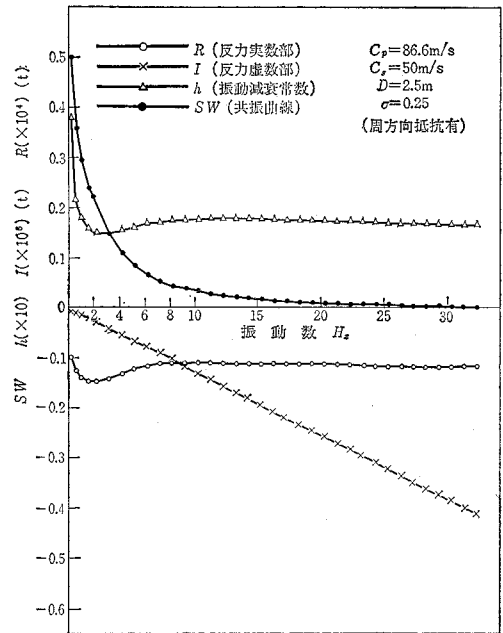


図-22 (a) 円形剛体に対する地盤反力

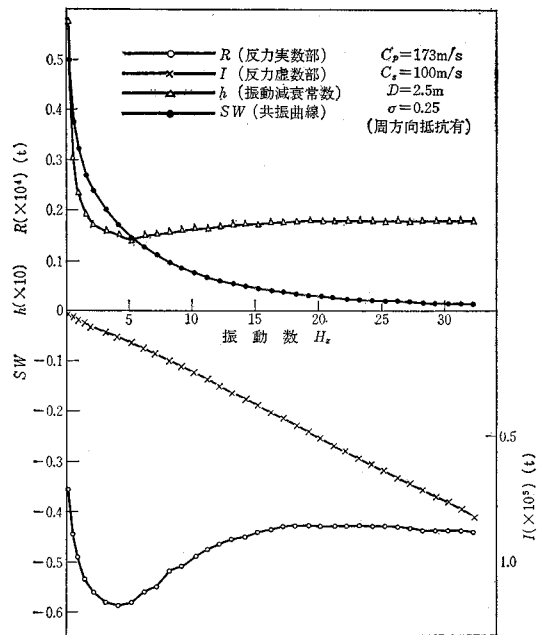


図-22 (b) 円形剛体に対する地盤反力

(6) 考 察

a) パネ反力 R について

ケーソン断面が、周辺地盤と密着した状態の境界条件 (i) の場合には、ケーソンの振動数が DC~5 Hz くらいまでは振動数によって多少変化しているが、振動数がそれ以上になるとほとんど一定値となってしまふ。また

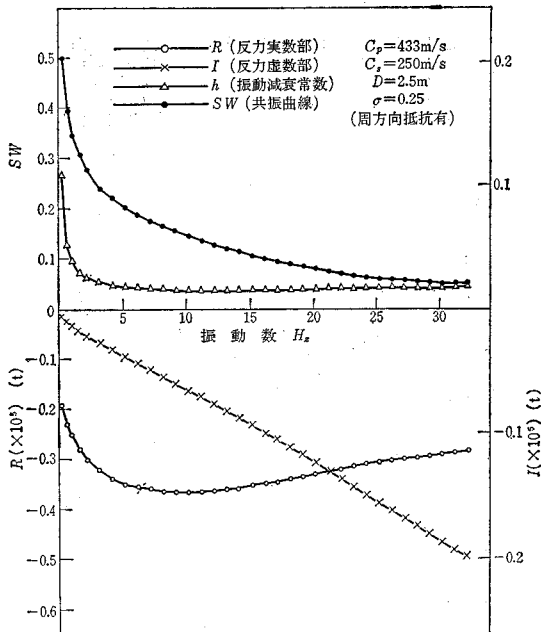


図-22 (c) 円形剛体に対する地盤反力

地盤中を伝わる弾性波の速度が大きくなると、つまり地盤が硬くなると反力の絶対値は増える。

ケーソンと土の境界でせん断力が伝わらないという境界条件 (ii) の場合には、反力 R_2 は低振動数領域ではケーソンの振動方向に逆らう方向に働き、まさにその名の通り反力であるが、振動数が高くなると位相が反転し、ケーソンの振動を助勢する力に変わる。通常の振動系ではこの反力の位相が反転する振動数で共振現象が認められるわけであるが、計算例では、粘性減衰力 I があまりに大きいため、共振を起こし得ないという状態となっている。

b) 付加質量について

ケーソンの振動変位と同位相の反力 R は、周辺地盤のバネ作用だけではなく、もし付加質量というものが考えられるものなら、その影響をも同時に含んでいるはずである。バネ作用は定義から考えて振動数に無関係であろうから、 R の振動数に対する変化は、付加質量によるものとなる。いま付加質量を M_A とすれば、 R はつぎのように表わされるはずである。

$$R = k + M_A \omega^2 \dots \dots \dots (26)$$

したがって R 曲線は、振動数 ω が増えるにしたがい、二次曲線的にその値が増えなければならないはずである。

実際には a) で述べたように反力 R は振動数が増えても増加せずほぼ一定値となっている。これは付加質量の存在に疑問を投げかけるものではなからうか。

c) 粘性反力 I について

ケーソン地盤の複素反力の虚数部分は、ケーソンの振

動変位に対して、仕事をするためケーソンの振動からエネルギーを奪う働きをしている。図-20~22 によれば、この反力は、振動数にほぼ比例するといつてよいであろう。つまり、振動速度に比例した反力である。したがって、二次元的に考えた場合、周辺地盤はダッシュ・ポットの働きをしていることはたしかである。つぎにその反力の大きさを見ると、振動数のごく小さい領域を除いてはバネ反力 R にくらべて、どの計算例でも大きくなっている。

通常の地上構造物の場合、このようなことはまず無いので、いかに粘性減衰項が大きいかかわかる。

d) 共振曲線について

いずれの計算例についても、共振曲線は振動数が増加するとともに一様に減少しており、この振動系は共振を起こさないことを示している。このことは、2. に述べた粘性反力が、あまりに大きすぎるためであると考えられる。

e) 振動減衰定数について

振動減衰定数は、前述のようにバネ反力が振動数の関数ではないという仮定に基づいて計算した値であるが、まずその大きな特長は、値が1より大きいということ、第2に振動数のある程度大きい範囲ではほぼ一定値であるということであろう。減衰定数値が1より大きいということは、この振動系は固有振動を起こさないということであり、前述の共振曲線を説明できる。

結局、構造物は弾性体の中に埋設されているのであって、粘性体の中に埋まっているのではないわけであるがそれでも振動しようとする構造物の表面からエネルギーが弾性波として無限地盤中に逃げて行ってしまったため、振動を継続することができないのである。ただ、この計算は、二次元弾性論によっており、ケーソンの長手方向に無限に地盤もケーソンも存在する場合にのみ、成り立つものであって、地表面があったり、ケーソンが中空であったりという場合には、振動エネルギーの逸散も少なくなり、共振の可能性も考えられるかもしれない。

4. む す び

海岸の砂地盤中に、モデル ケーソンを作り 発破振動でこの構造の動特性を調べたところ、局所的な高振動数の卓越振動は認められたが、構造全体としての共振現象は認められなかった。その結果にもとづいて、二次元弾性波動論により解析したところ、構造物から弾性波動として逃げて行くエネルギー逸散が予想以上に大きいため共振現象を起こし得ないのではないかと想像された。さらに、いわゆる付加質量の存在は疑問であること、弾性波動として逃げて行く作用は、通常のダッシュ・ポット

モデルで置き換えられるのではないか、などを指摘できた。つまり周辺地盤とは構造物の剛性を高め、減衰性を強める働きを持つものであることが知られた。

謝辞：おわりに、いろいろ助言頂いた東京工業大学山口柏樹教授、実験の機会を与えて下さった通産省工業用水課 宮沢技官、千葉県工業用水課 高橋技師、実験に協力頂いた鹿島建設 KK、技術研究所土木 3 研、鈴木、三村、雁原、横谷氏を始めとする研究員の諸賢、東京工業大学助手 四俣正俊、丸山嘉高の両氏、資料整理に当られた新島美穂子嬢に感謝致します。なお本研究のすべての計算は東京大学大型計算センターで行なったものである。

参考文献

- 1) 後藤尚男・芦見忠志・滝井健司：斜杭・組杭の水平抵抗に関する模型実験的考察，土木学会論文集，第 79 号，昭 37.10，pp. 24~34.
- 2) 林 聡・宮島信雄：H パイルの水平抵抗に関する研究，地震工学研究発表会，No. 6，昭 38.
- 3) 岡本舜三・加藤勝行・伯野元彦：地中構造物に働く地震力に関する研究，土木学会論文集，第 92 号，昭 38.4，pp. 37~53.
- 4) 小坪清真・高西照彦：鋼管橋脚の耐震性に及ぼす基礎地盤変形の影響，土木学会論文集，第 148 号，昭 42.12，pp. 22~31.
- 5) 後藤尚男・亀田弘行：杭基礎上の橋脚の地震応答について，土木学会論文集，第 131 号，昭 41.7，pp. 7~18.
- 6) 田治見宏：深い基礎を有する構造物の地震応答について，日本地震工学シンポジウム講演集，昭 41.10.
- 7) 小坪清真・花田和史：動的地盤係数に関する弾性学的考察，第 22 回土木学会年次学術講演会講演概要 (I-158)，昭 42.5.
- 8) 後藤尚男・土岐憲三・秋吉 卓：任意方向より外力を受ける楕円形剛基礎体の振動性状について，第 23 回土木学会年次学術講演会講演概要 (I-187)，昭 43.10.
- 9) 栗林栄一・岩崎敏男：橋梁下部構造の振動実験調査結果，土木研究所資料，第 152 号，昭 41.2.

(1969.4.11・受付)