

## 連続舗装の熱膨張座屈

### THERMAL BUCKLING OF CONTINUOUS PAVEMENTS

川口昌宏\*

By Masahiro Kawaguchi

#### 1. 序 論

剛性舗装において、膨張目地をどうするかは、最も重要な構造上の問題の一つである。膨張目地を設ける目的は、舗装の膨張をおさえることによって生ずる圧縮力を減じるためと、持上り（ブローアップ）を防ぐためである。コンクリートは圧縮に強いから、膨張に基づく圧縮応力はそれほど問題ではない。しかし持上りの方は、現象が眼に見え、しかもまだメカニズムが十分明らかでないので、より恐れられているのが現状であると思われる。

逆に、膨張目地を設けることにより問題が生ずる。まず舗装の連続性が減ずるため、荷重分配が悪くなる。そのため舗装を厚くしたり、目地での荷重伝達を工夫したりしなければならない。膨張目地に詰めてある目地材は破壊しやすく、そこから水が浸入して路盤が破壊し、いわゆるポンピングを起こす危険も生ずる。時には目地に小石がはいり、その小石を介して圧縮力が集中して加わって、板の端面の圧縮破壊が生ずることが考えられる。乗り心地からも、目地での衝撃は望ましくない。したがって目地ではできるだけ少ない方がよい。

ここで舗装の持上りとは何かを改めて考えておく必要がある。これを一覧するとつぎのようになると思われる。

#### 持上り

- (1) 路盤の不等沈下あるいは不等隆起による。
- (2) 熱膨脹およびそれにもとづく圧縮力による。
  - a. せり上り…舗装の端面が接触している物の面に沿ってせり上る変形。
  - b. 曲げ上り…偏心圧縮により曲げが生じて端面がまくれ上るような変形。厚さ方向に温度勾配があつてそりかえる場合、ただし

実際の厚さでは、死荷重が押えつるために温度勾配だけによる持上りはほとんどない。

- c. 座屈…連続舗装の中央部での座屈および剛体に接した部分の座屈。目地部分の座屈。

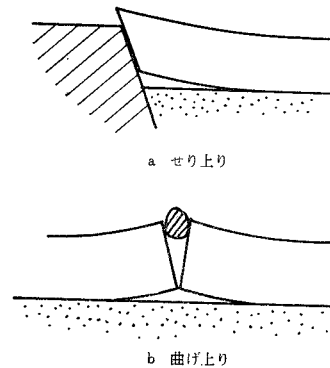


図-1

すなわち、従来座屈と呼ばれている現象には、aのせり上りとかbの曲げ上り、あるいは前述の端面の局所的な圧縮破壊が含まれているのではないかと考えられる。このa, b, および端面の圧縮破壊は、舗装を連続にできれば起こらない現象である。そして連続にした上で、連続舗装としての座屈が生じないようにできれば、熱膨張による持上りは解決つくのではないかと考えられる。剛体と接する部分でも、膨張による圧縮力を伝えてはならない場合以外は、できるだけ連続にするか、あるいは目地をつくらずに接しさせるかすれば、上記のa, b はなくなる。その上で、接する部分の座屈を検討すればよいと思われる。

コンクリート舗装のように、収縮目地が必要な場合は、その目地部で曲げ剛性が理想的にみればゼロなのであるから、座屈に対して危険になる。このような場合は、座屈が生じやすい厚さとか目地間隔を避けるとか、

\* 正会員 工博 日本大学講師 理工学部 交通工学科

座屈に抵抗する目地構造を工夫するとかすれば解決されると考えられるが、この論文では目地のある場合は取り扱っていない。

座屈の理論値としては、従来明確なものが知られていなかったようである<sup>1)</sup>。オイラー座屈としての値によれば、舗装は約 40 m 程で座屈するはずであるが、現に 1 キロ以上の連続舗装があり、座屈することなく使用されている。ただ理論的な裏づけがないため、座屈に対して確たる態度をとれないのが現状のようである。そこで筆者は、舗装の座屈理論をたてることを試みた。オイラー座屈と最も異なることは、自重を考慮していることである。図-2 において、 $\theta$  が小さいとき、持上りを防ぐにはわずかの  $Q$  でもきわめて効果的である。このことから、自重は舗装の座屈に関して重要な要素であると考えられる。

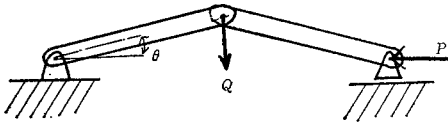


図-2

PC舗装は薄いので座屈に注意せざるを得ない。これに関しては、文献 2) に引用された M.R. Lévi (1953) の論文がある。Lévi は自重を考慮して 2 階の微分方程式から出発している。路盤は剛性無限大で沈下しない場合について計算している。また、文献 3) には、PC舗装の座屈についてなされた Netter および Becker の考察 (1948) が紹介されている。それによれば、自重の作用に注目すべきことと、路盤のばね作用は舗装が浮上ることに対しては、ほとんど抵抗しないことを指摘している。計算としては、舗装の座屈をばね床上の棒のたわみ座屈として計算している。しかしほとんど実用にならないと考えられる。

筆者は、さらに、座屈のメカニズムそのものについて研究するとともに、剛体と接する部分の座屈、路盤の  $K$  値の影響、縦断曲線の影響、厚さ方向の温度勾配の影響などについて、模型実験をも含めて研究を行なった。

## 2. 剛性舗装の力学モデル

### (1) 舗装の形および境界条件

イ、舗装は幅に比して十分長いとする。厚さに比して幅は広いが、座屈解析にあたっては棒に置換する。

ロ、舗装は連続的であり、棒としての曲げ剛性は一樣であるとする。

ハ、舗装は、横断方向の両側で自由である。

ニ、座屈が問題となる境界条件として、ここではつぎ

のものを取り扱う。

1. 十分長い連続舗装の中央部  
座屈波の終りの点で  $w=0, w'=0$
2. 十分長い連続舗装が剛体に接した端部  
接している部分で  $w=0, w'=0$   
座屈波の終点で  $w=0, w'=0$

### (2) 路盤の鉛直方向の抵抗力

舗装は連続的に路盤によって支持されている。舗装の死荷重が載荷された状態で、路盤は圧密変形を完了しているとする。したがって、舗装がその状態から短時間にさらに沈下する場合には弾性的に働くが、浮上の場合にはなんら抵抗しないとする。

### (3) 熱膨張による外力

舗装全体の熱膨張を拘束することにより圧縮力が生ずる。実際の舗装では舗装と路盤との間の摩擦力が拘束の主たるものとなる。そのため、舗装中に生ずる圧縮力は、舗装の長手方向の両端で小さく、中央で最大になるものと思われる。座屈前には、十分長い範囲にわたって軸力は等しいと考える。実際の舗装においても、一年を通じて伸縮するのは両端に近いわずかの部分と言われており、中央部はほとんど一樣な圧縮状態と考えられる。

厚さ方向の温度分布が一樣でない場合には舗装はそりかえろうとして自重におしもどされる。この温度分布の影響については 9. にて取り扱う。

## 3. 非線型ばね床上の棒に置換えた剛性舗装の座屈後の釣合方程式

### (1) 座屈した部分の釣合

図-3 に示した微小部分の釣合を考えると、まず鉛直方向のつりあいから、

$$\frac{dS}{dx} = Q$$

モーメントのつりあいから、微小項を無視すると、

$$-\frac{dM}{dx} + P_B w' + S = 0$$

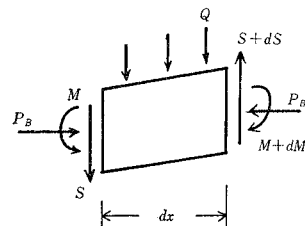


図-3

軸力については(3)で考えることとする。軸力による軸線の伸縮が小さく、はりの曲げにおける基本式

$$EIw'' = -M$$

が成りたつとすれば、上記の3式から、つぎの基本方程式が求められる。

$$EIw'' + P_B w'' = -Q \dots\dots\dots(1)$$

(2) ばねの働きと荷重

舗装の変位の向きによって路盤のばね作用は異なる。

$w > 0$ : 舗装は浮上っており、路盤からの反力を受けない。したがって、

$$Q = q$$

$w = 0$ : 路盤からの反力が自重とつりあっている状態である。したがって

$$Q = 0$$

$w < 0$ : 舗装は沈下しており、路盤からばね反力を受けている。すなわち、自重から路盤反力を差引いたものが荷重である。

$$Q = q - (q - kw) = kw < 0$$

負であることは力の向きが上向きであることを示す。

(3) 摩擦と軸力

路盤と舗装との摩擦は十分には明らかになっていないが、計算のため図-4のように仮定した。すなわち摩

擦作用は摩擦係数で表現でき、摩擦係数は場所によらないと考えた。[U, L]の区間では路盤の反力は $(q - kw)$ であるから、摩擦力は $f \cdot (q - kw)$ とするのがよいわけであるが、簡単に $r f q$ で近似する。ここに $r \geq 1$ であって、図-4 b, c に点線で示す近似を行なったことになる。

軸力に関するつりあい条件から

$$P - P_A = r f q (L - U) + f q (V - L) \dots\dots\dots(2)$$

これから

$$V = \frac{P - P_A}{f q} + L - r(L - U) \dots\dots\dots(2)'$$

座屈によって軸線の伸びが生ずる。この伸び変形は、座屈によって軸力が図-4 cのごとく減少することにより生ずる伸びとなって変形適合がおこなわれる。すなわち

$$\frac{1}{2} \int_0^L w'^2 dx = \frac{1}{EA} \left[ (P - P_A) \cdot L - r f q \frac{(L - U)^2}{2} + f q \frac{(V - L)^2}{2} \right] \dots\dots\dots(3)$$

これから、

$$P_A = P - \frac{EA}{2L} \int_0^L w'^2 dx + \frac{f q}{2L} \{ (V - L)^2 - r(L - U)^2 \} \dots\dots\dots(3)'$$

以上により、座屈部分の任意の点の軸力 $P_B(x)$ は、 $w$ 軸に関して対称で、

$$P_B(x) = \begin{cases} P_A & 0 \leq x \leq U \\ P_A + r f q (x - U) & U \leq x \leq L \end{cases} \dots\dots\dots(4)$$

4. 座屈荷重の計算法

微分方程式の軸力 $P_B$ は、たわみの関数であるから、方程式は非線型である。ほとんど厳密解は得られないので、近似解法をとらねばならない。微分方程式が明らかになっているからガラーキン法を適用する。すなわち、

$$w = C \phi \dots\dots\dots(5)$$

と仮定する。ここで、 $C$ は未定係数であり、 $\phi$ は $w$ が満たすべきすべての境界条件を満たしているものとする。座屈波形は対称性があると考えられるので、ガラーキン法によれば、

$$\int_0^L \{ EI(C \phi)'''' + P_B(x)(C \phi)'' + Q \} \phi dx = 0 \dots\dots\dots(6)$$

式(4)の $P_B(x)$ を式(6)に代入して整理すれば、

$$\begin{aligned} & A_2 C \left[ P + \frac{f q}{2L} \{ (V - L)^2 - r(L - U)^2 \} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{A_2} (A_1 EI + A_3 k + r f q A_7) \right] + A_4 q \\ & = A_6 \frac{EA}{2L} \cdot C^3 \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

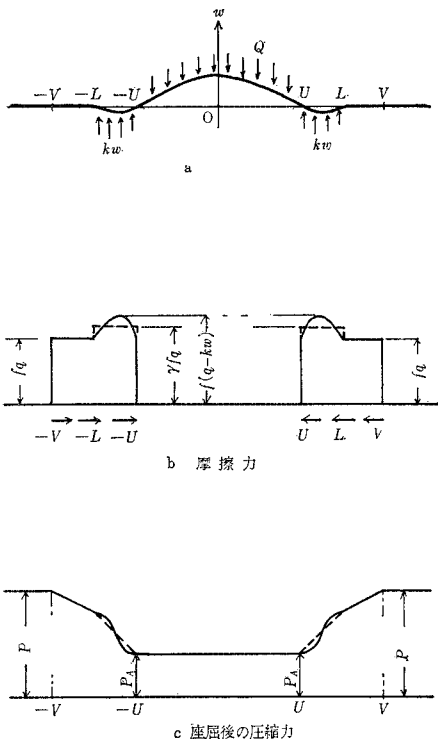


図-4

ここに  $A_1 \sim A_7$  は定数であり座屈長の 半分の長さ  $L$  (非対称波形では座屈長) と無次元量  $a_1 \sim a_7$  によってつぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \int_0^L \phi^{\text{IV}} \phi dx = L^{-3} a_1, \\ A_2 &= \int_0^L \phi'' \phi dx = L^{-1} a_2, \\ A_3 &= \int_U^L \phi^2 dx = L a_3, \\ A_4 &= \int_0^U \phi dx = L a_4, \\ A_5 &= \int_0^L \phi'^2 dx = L^{-1} a_5, \\ A_6 &= A_2 \cdot A_3 = L^{-2} a_6, \\ A_7 &= \int_U^L (x-U) \phi'' \phi dx = a_7, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

物理的な性質および式の形から、 $A_1 > 0$ ,  $A_2 < 0$ ,  $A_3 > 0$ ,  $A_4 > 0$ ,  $A_5 > 0$ ,  $A_6 < 0$ ,  $A_7 > 0$  であるから、 $C$  に関する三次方程式 (7) を図示すると、図-5 となる。図中 ① が式 (7) の右辺である。

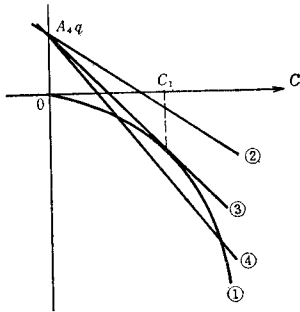


図-5

$P$  が小さい場合は、図中の ② のごとく ① と交点がないので、式 (7) の解はない。次第に  $P$  を増加していくと ③ のごとく直線は ① に接する。このときの  $P$  が、 $C$  が存在するための必要条件として最小の値であり、一種の座屈荷重と考えられる。 $P$  がこの値より大きい場合は ④ のごとく ① と二点で交るのであるが、この意味については、ポテンシャルエネルギーを通じて 7. で考察する。

接点の  $C$  の値  $C_1$  は、

$$C_1 = L^{4/3} \left[ \frac{a_4 q}{-a_2 a_5 \cdot EA} \right]^{1/3} \dots\dots\dots (9)$$

そのときの軸力は、

$$\begin{aligned} P_{cr} &= \frac{1}{-a_2} (a_1 EIL^{-2} + a_3 kL^2 + \tau fqa_7 L) \\ &\quad - \frac{f q}{2L} \{ (V-L)^2 - \tau(L-U)^2 \} \\ &\quad + \left[ \frac{3qa_1}{-2a_2} \sqrt{\frac{3EAa_5}{2}} \right]^{2/3} L^{2/3} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

座屈によって、舗装中の圧縮力が変化すると摩擦力が変化して軸方向の新しいつりあいが生れる。摩擦が変化する限界位置  $V$  は、式 (2), (3) から

$$V = L \left[ \tau \left( \frac{U}{L} \right)^2 + 1 - \tau + \frac{EA}{f q L} \left( \frac{a_4 q L}{-a_2 a_5 EA} \right)^{2/3} a_5 \right]^{1/2} \dots\dots\dots (2)'$$

しかし、 $P_{cr}$  はなお  $L$  の関数であって、 $L$  は未定のままである。 $P_{cr}$  が最小になるよう  $L$  を選ばねばならない。そこで

$$\frac{\partial P_{cr}}{\partial L} = 0$$

の条件から、 $P_{cr}$  を最小にする  $L$  を求める。

以上によって、計算はつぎのように行なう。

- イ. 変形を仮定する。
- ロ. 変形によって  $a_1 \sim a_7$  が定まる。
- ハ. 座屈長  $L$  を求める。
- ニ.  $V$  を式 (2) から定める。
- ホ.  $P_{cr}$  を計算する。

イからホをくり返して、仮定した変形について座屈荷重を求める。変形を変化させて計算をくり返し、最小の座屈荷重を求める。

### 5. 座屈モードの仮定と数値計算

#### (1) 座屈モード

a) 十分長い舗装の中央部における座屈

図-6 a に示す境界条件を満足する関数として

$$\phi = \left( 1 + \cos \frac{\pi x}{L} \right) + \alpha \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{L} \right) \dots\dots\dots (11)$$

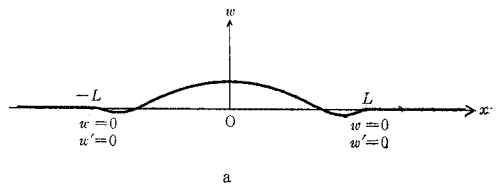
ただし、 $\alpha$  は未知の定数、 $2L$  は座屈長である。

b) 剛体に接した端部で生ずる座屈

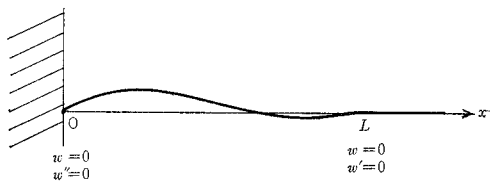
図-6 b に示す境界条件を満足する関数として、

$$\phi = \left( \sin \frac{\beta_1 x}{L} - \frac{\beta_1 x}{L} \cos \beta_1 \right) + \alpha \left( \sin \frac{\beta_2 x}{L} - \frac{\beta_2 x}{L} \cos \beta_2 \right) \dots\dots\dots (12)$$

$$\beta_1 = 4.493, \quad \beta_2 = 7.723$$



a



b

図-6 境界条件

$\beta_1, \beta_2$  は、 $\tan \beta = \beta$  の根である。 $L$  は座屈長、 $\alpha$  は未定数である。

以上の座屈モードの場合の座屈荷重の計算に際しては、4. の式がすべて用いられる。

(2) 数値計算

舗装を棒に置換して計算しているので、単位幅について計算を行なう。計算はつぎのパラメーターの範囲で行なう。

棒の形：

幅 = 1.0 m

高さ  $H = 0.05, 0.10, 0.15, \dots, 0.30$  m

材質：

ヤング率  $E = (2.0 \sim 3.0) \times 10^6 \text{ t/m}^2$

密度  $\rho = 2.35 \text{ t/m}^3$

路盤支持力係数：

$K$  値  $= (2.0 \sim 20) \times 10^3 \text{ t/m}^3$

以上より、計算に必要な数値は、

棒の自重  $q = \rho \times 1.00 \times H = 2.35 H \text{ t/m}$

棒が受けるばね定数

$k = K \times 1.00 \times 1.00 = (2.0 \sim 20) \times 10^3 \text{ t/m}$

となる。舗装の線膨張係数は  $10^{-5}$  とする。また、 $r = 1.0, 5.0$  の2つの場合について調べる。

(3) 計算結果について

a) 十分長い連続舗装の中央部における座屈

① 座屈温度上昇：図-7 に示す結果が得られた。すなわち、10 cm 以上の舗装厚においては、約  $40^\circ\text{C}$  以上の温度上昇に耐えられるということになる。7. で述べ

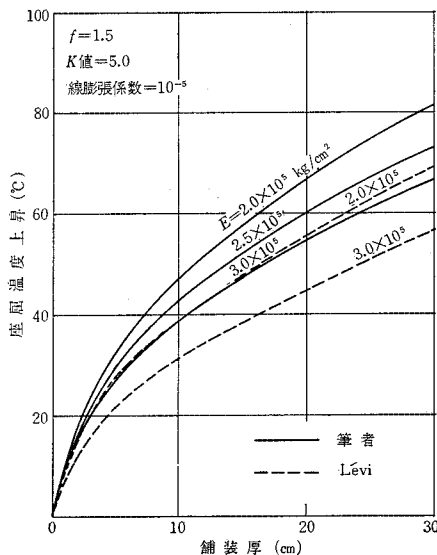


図-7 十分長い連続舗装の中央部における熱膨張座屈

るように、ここに得られた値は座屈温度上昇の下限であるから、座屈温度は相当高い。この温度上昇は岩間りによればほとんど最大のものであるから（年最大温度上昇量  $33^\circ\text{C}$ ）、実用の厚さの連続舗装の中央部での座屈の危険性はほとんどないといえることができる。

Lévi の結果は図-7 に点線で示してある。彼の結果はやや低い値を示している。

② 波形：座屈波形は、舗装厚さ、ヤング率、摩擦係数、路盤のばね係数などに関係なく、

$$\phi = \left(1 + \cos \frac{\pi x}{L}\right) - 0.27 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{L}\right)$$

であった。

③ 座屈高さ：図-8 に示す。

④ 座屈長：図-9 に示す。

⑤ 摩擦域：図-10 に示す。摩擦係数が小さくなると急速にひろがる。

⑥  $K$  値の影響：表-1 に示すように、 $K$  値を 0.1 ~ 100 の間に変化させて計算した結果によれば、実用の範囲では、 $K$  値の影響はほとんどない。 $K$  値が大きくなれば、座屈の際に沈下しにくくなるので、両端の固定度が増す。そのため座屈温度上昇は  $K$  値の増加に伴って増加する。しかし、 $K$  値が 100 の場合は 0.1 の場合よりせいぜい 5% 安全であるにすぎない。

⑦ 摩擦係数  $f$  の影響：座屈を生ずる際の摩擦係数  $f$

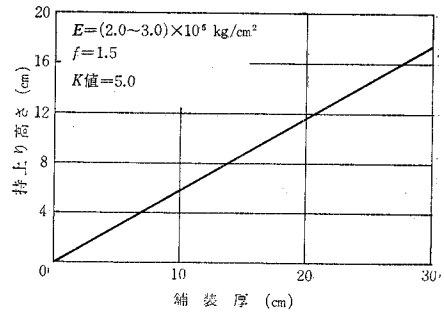


図-8 十分長い連続舗装の中央部における熱膨張座屈による持上り高さ

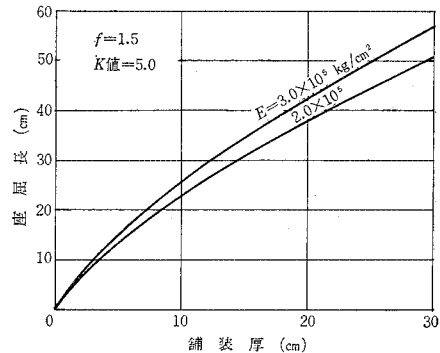


図-9 十分長い連続舗装の中央部における熱膨張座屈の座屈長

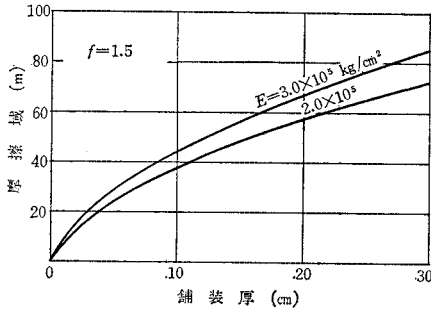


図-10 十分長い連続舗装の中央部における熱膨張座屈の摩擦域 V

表-1 K 値と座屈温度上昇 (°C)

K 値	H cm		
	10	20	30
0.1	37.3	52.9	64.8
1.0	38.2	54.2	66.5
10.0	38.5	54.7	67.1
100.0	38.8	55.2	67.7

$E=3.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, f=1.5, \alpha=1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$

表-2 摩擦係数と座屈温度上昇 (°C)

f	H cm		
	10	20	30
0.25	38.48	54.70	67.21
0.5	38.46	54.70	67.12
1.0	38.47	54.67	67.06
1.5	38.50	54.67	67.05
2.0	38.53	54.69	67.07

$E=3.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, K \text{ 値}=5.0, \alpha=1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$

の影響は、表-2 に示すようにほとんどない。

③ 沈下部分の摩擦補正係数  $r$  の影響：3.(3) で説明したように、 $r$  は沈下部分の摩擦力を簡単に表示するために導入した係数である。 $r=1$  と  $r=5$  について計算した結果、両者の場合でほとんど差がなかった。これは座屈長以遠の摩擦域の影響に比して、沈下部分の全摩擦力は小さく、そのために影響が少ないからと考えられる。

b) 十分長い舗装が剛体に接した端部で生ずる座屈

① 座屈温度上昇：図-11 に示す。すなわち、連続舗装の中央部の座屈温度上昇よりやや低い<sup>が</sup>、実用上の厚さでは座屈の危険性は極めて少ない。

② 波形：座屈波形は、舗装厚さ、ヤング率、摩擦係数、路盤のばね係数などに関係なく

$$\phi = \left( \sin \frac{\beta_1 x}{L} - \frac{\beta_1 x}{L} \cos \beta_1 \right) + 0.35 \left( \sin \frac{\beta_2 x}{L} - \frac{\beta_2 x}{L} \cos \beta_2 \right)$$

$$\beta_1 = 4.493, \beta_2 = 7.723$$

座屈高、座屈長、摩擦域などについては、図-12~14 に示す。K 値、 $r$ 、 $f$  の値が変わることによる影響は、中央部の座屈の場合と同じくほとんど考慮する必要がない。

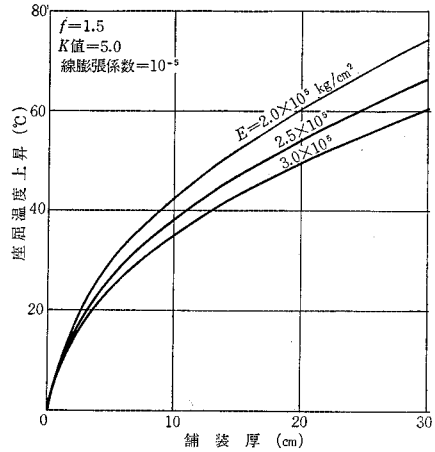


図-11 十分長い連続舗装が剛体と接した端部で生ずる熱膨張座屈

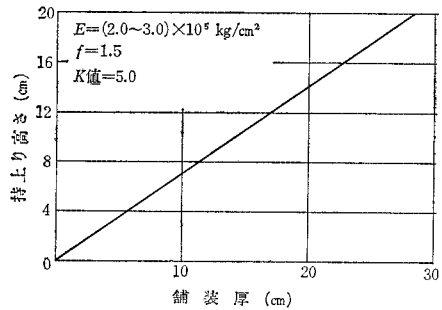


図-12 十分長い連続舗装が剛体と接した端部で生ずる熱膨張座屈による持上り高さ

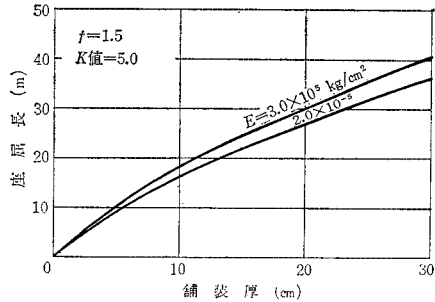


図-13 十分長い連続舗装が剛体と接した端部で生ずる熱膨張座屈における座屈長

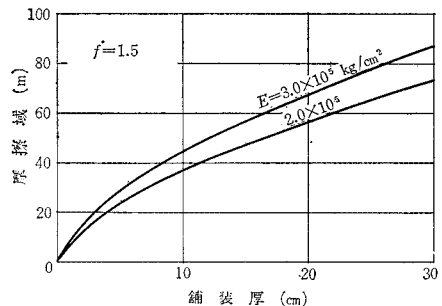


図-14 十分長い連続舗装が剛体と接した端部で生ずる熱膨張座屈における摩擦域

## 6. 模型実験

### (1) 序 論

実物で実験できない場合に、実際に生ずる現象をとらえるのに2つの方法があると思われる。長い間に完成された力学の方法によって数式モデルをつかって、このモデルによって解析することが第一の方法である。もう一つは実物にできるだけ近い模型をつかって実験することである。たとえ実物で実験した場合でも、実物で生ずる現象を整理して十分理解するためには、模型実験あるいは数式モデルはやはり有効である。

図-15に示すように、実物を完全に模型化できれば①、模型によって実物が明きらかになる②。また実物を数式によってモデル化できれば③、数式を解くことによって実物を明らかにすることができる④。しかし、この研究において、数式によって実物をモデル化するに際しては、座屈現象全体について正しく数式化されているかどうか疑問が残っている(問題点1)。一方実物にできるだけ近い模型をつくりたいのであるが、模型を十分長くできない(問題点2)、摩擦係数を実物と一致させられない(問題点3)、荷重測定のためのループ荷重計などのばねが座屈系に加わる(問題点4)、床のばね特性を路盤と同じにできない(問題点5)、などの点で実物とある程度相違する模型によって実験せざるを得ない。したがって、この問題点(2)、(3)、(4)、(5)がありながら、本質的には実物と同じ現象が模型に生ずるように、模型をつくらなければならない。実物とこのような模型とが、本質的に同じであるかどうかは、経験的判断に加えて、実物の数式モデル化③とそれによる解析④、模型の数式モデル化⑤とそれによる解析⑥によって推論できる。

すなわち、問題点(2)については、経験的に、模型の長さが座屈長の3倍以上あればよいであろう。問題点(3)、(5)については、5.の数値計算が示すように、摩擦係数 $f$ 、地盤反力係数 $K$ 値の実際的な値の範囲では、座屈荷重がほとんど変化しないことから、問題点(3)、(5)の比重は小さいと考えられる。問題点(4)については、系にばねを加えることは舗装のモデルである棒の長さが

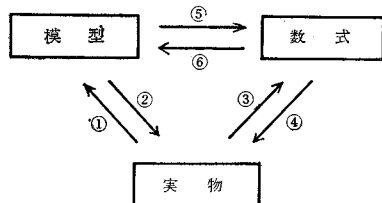


図-15

長くなったことに相当するのであるから、模型と実物との間に、本質的な相違をつくるものではない。

以上の考察から、模型実験は座屈現象の定性的な理解を得るために行なう(①, ②)。模型実験の結果と、模型に関する数値計算の結果を比較して(⑤, ⑥)、数式化が正しく行なわれているかどうかを調べる。そして数式化の方法が適当であれば、数式化を実物に対して適用して計算した結果(③)は、実物に生ずる現象を示している(④)と考えて、利用することができる。

実験にあたっては、自重の作用が重要であると考えて、自重の効果には十分考慮を払った。実際の舗装に生ずる圧縮力は、舗装と路盤との摩擦に基づくのであるが、これを模型化することは困難であるので、棒の片側より圧縮力を加える方法をとらざるを得なかった。実際にできるだけ近い模型をつくるために、次元解析を行なった。

### (2) 次元解析による相似律の検討

形状を棒と考えたときの、関係する基本量は

$B$ : 舗装の幅,	$x$ : 座標
$H$ : 舗装の厚さ,	$w$ : たわみ変形
$l$ : 舗装の全長,	$w_0$ : 初期たわみ
$\sigma$ : 圧縮応力,	$K$ : 地盤反力係数
$\rho$ : 舗装密度,	$f$ : 摩擦係数
$E$ : 舗装材のヤング率	

基本量が11個で次元が力と長さの2個であるから、 $\pi$ 定理によれば、3個以下の基本量より成る無次元量は9個となる。それらはつぎのようになると考えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{l} = r_1, \\ \frac{w}{H} = r_2, \\ \frac{w_0}{l} = r_3, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{E}{\rho l} = \alpha_3, \text{ 材質} \\ \frac{K}{\rho} = \alpha_4, \text{ 床ばね係数} \\ \frac{\sigma}{E} = \alpha_5, \text{ 圧縮ひずみ} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{l} = \alpha_1, \\ \frac{H}{B} = \alpha_2 \end{aligned} \right\} \text{形状, } f, \text{ 摩擦係数}$$

実物と模型との相似条件は、ここに示した9個の無次元量が等しければ満足される。 $r_1$ を等しくするということは、実物と模型の対応する場所を比較するという意味である。

### (3) 模型と実験

#### a) 相似関係

模型の寸法は幅3.5 cm, 厚さ0.131 cm, 長さ100 cmである。試験片は市販されている金尺(ステンレススティール製)を加工したものである。実験において自重を

調節することによって対応する実物の舗装の厚さを定めることができる。すなわち、その手順は、

イ. 模型の寸法から、つぎの無次元量が定められる。添字  $m$  は模型の値を示す。

$$\alpha_1 = B_m / l_m, \quad \alpha_2 = H_m / B_m$$

ロ. 模型の密度  $\rho_m$  を定める。これは調節できるたようにする。これによって

$$\alpha_3 = E_m / \rho_m l_m$$

ハ. 実物において、上記の  $\alpha_3$  を採用しなければならない。すると、模型に相当する実物の長さが定められる。添字  $p$  は実物の値であることを示す。

$$l_p = E_p / (\alpha_3 \rho_p) = E_p / E_m \cdot \rho_m / \rho_p \cdot l_m$$

ニ. ハ. で  $l_p$  が求められれば、実物の寸法は

$$B_p = \alpha_1 l_p, \quad H_p = \alpha_2 B_p = \alpha_1 \alpha_2 l_p$$

すなわち、一本の模型において自重を適当に選ぶことによって各種の厚さの舗装の座屈を調べることができる。あるいは逆に実物の厚さから対応する模型の自重を求めれば

$$\rho_m = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \frac{1}{l_m} \frac{E_m}{E_p} \rho_p \cdot H_p$$

#### b) 実験装置および実験方法

実験装置は写真-1に示す。軸力はオイルジャッキで加え、その大きさはループ荷重計で測定した。死荷重を加えるには、2.5 cm 間隔に針金を下げ、それをつぎつぎにまとめて、最終的には 16 本をまとめて1つにして分銅を加えた。剛体と接する部分は図-16のごとくである。

実験はつぎのような手順で行なった。

イ. スクリュージャッキを利用して、模型、ジャッキ、ループの軸線を調整する。

ロ. 模型の自重を調整するため分銅を加える。

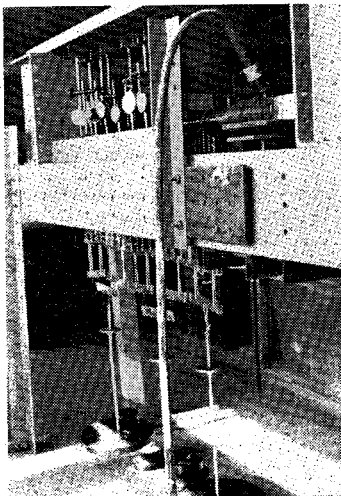


写真-1 実験装置

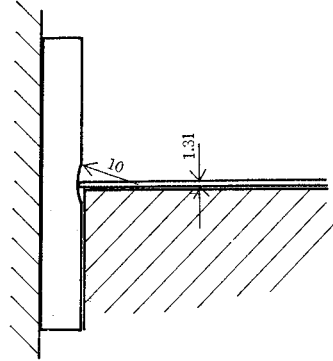


図-16 試験体が剛体と接する部分

ハ. 模型の端部に（とくにジャッキ側）おさえをのせ、端部での座屈を防ぐ。

ニ. 油圧ジャッキにより軸力を加える。

ホ. 軸力をある程度加えたら、ハンマーで台にショックを加える。これにより摩擦を減少させて、模型の軸力の分布を一定にするとともに、座屈のきっかけを与える。座屈する可能性があれば、ショックをきっかけに持ち上る。可能性がなければ少々みだれてももとにもどる。

ヘ. 座屈は急激に生ずる。座屈すると軸力は一気に低下するので、最大荷重は読み落さぬよう注意する。

ト. 座屈後、持上り高さはダイヤルゲージで、座屈長は物指で測定する。

実験は、等しい自重で何回も行ない、また2本の模型を使って資料をとった。

#### c) 摩擦係数

台の上には、さび止めの塗料があるので、摩擦が働きやすい。実験における摩擦係数を測定するために、模型に重錘を加えて台に押しつけ、ジャッキで押して模型の移動と、移動させるに要した力を測定した。そのとき台をハンマーでたたきながら押した場合と、たたかずに押した場合とを比較した。その結果、台をたたかずに押したときは、台と模型とのずれが大きくなると摩擦は発達するが、たたきながら押したときは摩擦は大きくなり得ない。摩擦係数は前者の場合 0.1~0.4 であり、後者の場合 0.01~0.05 であった。座屈実験において、模型に加わる全重量は最大 110 kg であるから、生ずる摩擦力は、最大約 45 kg である。このとき加えられる軸力は 900 kg であるから、これに比して摩擦力は十分小さい。すでに 5. で示しているように摩擦係数の大きさはほとんど座屈に影響しないという結果ともあわせ、模型実験において摩擦の影響は無視できると考えられる。

#### (4) 実験結果と考察 I 連続舗装中央部の座屈

##### a) 座屈の様子

中央部の座屈は全く急激に生ずる。そのためダイヤル



ゲージがねは上げられたり、錘を吊っている針金が破断した場合はあった。座屈の生ずる位置は必ずしも一定しないが、模型の弱点とみられるところで、生ずるようである。また、座屈の開始の状態と座屈が終了した状態では波の位置が異なる場合があった。すなわち座屈中に、安定性のある位置をみつけて移動しながら座屈が進行するようであって、座屈現象は動的現象でもある。

写真-2 は座屈後の模型を示す。

加わっている軸力は座屈の瞬間に激減する。しかし座屈した状態から軸力を抜いていくと、持上りは次第に減

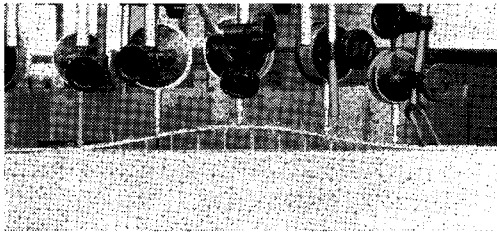


写真-2 中央部での座屈

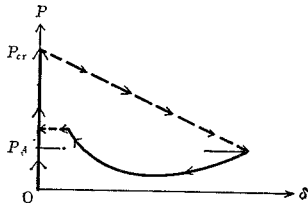


図-17 実験における圧縮力と持上り高さの関係

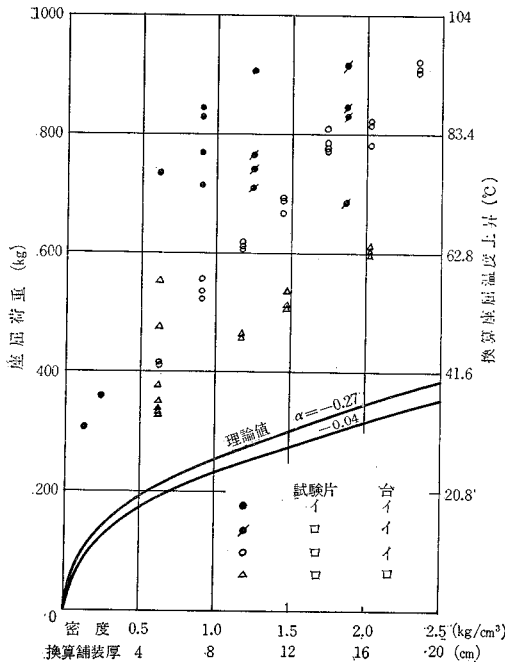


図-18 実験値と実験に関する理論値の比較  
十分長い連続舗装の中央部における座屈

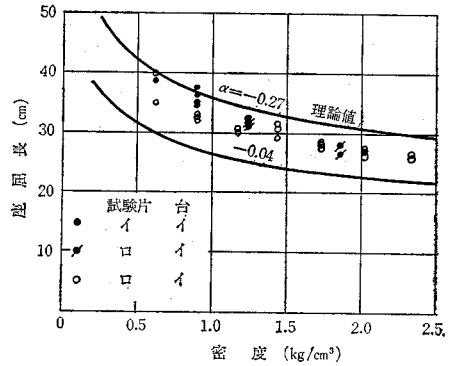


図-19 実験値と実験に関する理論値の比較  
十分長い連続舗装の中央部における座屈の座屈長

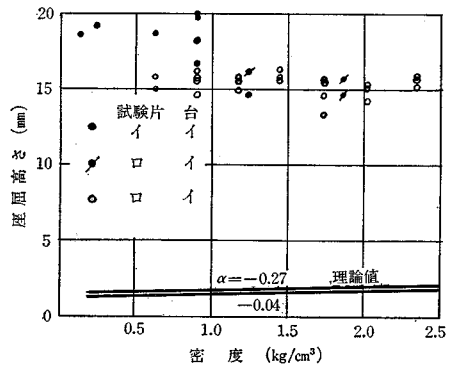


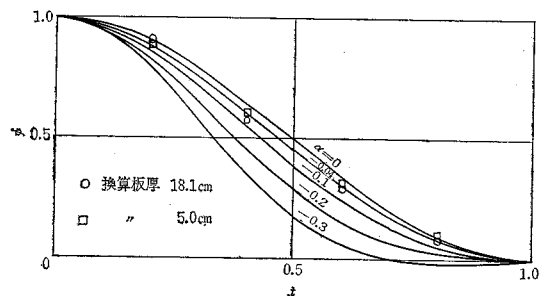
図-20 実験値と実験に関する理論値の比較  
十分長い連続舗装の中央部における座屈高さ

少するが、やがて持上りが減少しつつ軸力は増し始める。その後ある程度まで軸力が増加し、変形が減少するとジャンプが生じて変形はゼロになる。また柱などの座屈実験と異なって、座屈するまではほとんど変形しない。以上を略図にすれば 図-17 のごとくである。

実験の結果は 図-18, 19, 20 に計算結果とともに示す。

**b) 座屈波形**

座屈によって生ずる持上り高さを測定して、対称波形になるよう修正したものを、計算で用いた波形と比較したのが 図-21 である。この図では最大変位を 1.00 と



$$\phi = (1 + \cos \pi z + \alpha(1 - \cos 2\pi z)) / (1 + \alpha)$$

図-21 座屈波形の実験値  
十分長い連続舗装の中央部における座屈

している。実測波形は修正前にもほとんど対称であった。 $\alpha$  は、理論値では  $-0.27$  となっているが、この図によれば  $-0.04$  としてよいようである。この相違は主として床の剛性にに基づいていると思われる。

c) 模型実験に対する数値計算

沈下および摩擦が無視できる場合の座屈荷重は、

$$P_{cr} = \frac{a_1 EI}{-a_2} L^{-2} + \left[ \frac{3qa_4}{-2a_2} \sqrt{\frac{3EAa_5}{2l'}} \right]^{2/3} \cdot L$$

ここに  $l'$  は荷重計のばね作用を考慮して、模型の長さを修正した値である。

座屈長は、

$$\frac{\partial P_{cr}}{\partial L} = 0$$

より求められる。それらの値から持上り高さ  $C_1$  も得られる。

$$L = \left[ \frac{64 a_1^3 (EI)^3 l'}{-27 a_2 a_4^2 a_5 EA q^2} \right]^{1/3}$$

$$C_1 = \left[ \frac{qa_4 l'}{-a_2 a_5 EA} \right]^{1/3} \cdot L$$

数値計算に必要な定数は

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad I = 0.655 \times 10^{-3} \text{ cm}^4$$

$$A = 0.458 \text{ cm}^2$$

$$l = 50 \text{ cm}$$

$$\mu = 1.58 \times 10^4 \text{ kg/cm}$$

$$l' = l(1 + EA/2\mu l) = 80.4 \text{ cm}$$

d) 荷重計のばね定数の影響

ばね定数  $1.58 \times 10^4 \text{ kg/cm}$  はループのみの値である。しかし実際にはジャッキその他持具類のばねを含めなければならない。その影響を求めするために  $l' = 120 \text{ cm}$  として改めて計算する。これはループ以外のジャッキなどのばねを  $1.22 \times 10^4$  とやや軟にとったことに相当する。 $q = 1$ ,  $\alpha = -0.04$  の場合について  $l' = 80.4$  のときと比較すれば、座屈長で 10%, 座屈荷重で -10%, 持上り高さで +40% の相違がある。したがって、ばね定数の見積り誤差による計算誤差はあまり重要ではない。

e) ま と め

① 座屈は飛移座屈である。

② 座屈波形は実際の舗装に対する計算において  $\alpha = -0.27$  であったが、実験では  $\alpha = -0.04$  であった。模型に関する数値計算によれば、 $\alpha = -0.27$  と  $-0.04$  の場合の座屈温度上昇には 10% 以下の差しかない。

③ 座屈温度上昇については、実験値と計算値は一致しない。実験値は計算値の 1.5~3 倍にも達している。板厚による座屈温度上昇の増加の様子は、計算値と実験値で似ている。

④ 座屈高さについては実験値と計算値は一致しない。実験値は計算値の 10 倍にも達している。

⑤ 座屈長は、計算値と実験値とよく一致している。

⑥ 実験で用いられた荷重計およびジャッキのばね作用による影響は小さいと考えられる。

⑦ 実験における摩擦の影響は考慮する必要がない。

以上すなわち座屈温度上昇と座屈高さが実験値と計算値では非常に差がある。これは実験の方法によるためではなく、計算の方法に何らかの問題があるからであると考えられる。

(5) 実験結果と考察 II 連続舗装が剛体と接した部分で生ずる座屈

a) 座屈の様子

中央部における座屈と異なって、圧縮力を加えると持上りが現われ、圧縮力の増加とともに次第に増加した。その大きさは、座屈直前において、板厚の約 30% になった。これは端部からの偏心圧縮に基づくものであると考えられる。座屈は、座屈荷重になると急に生ずる。しかし中央部の座屈ほど激しくはない。座屈前後の持上り高さは不連続であり、座屈はやはり飛移座屈であると考えられる。座屈後の模型を写真-3に示す。

実験結果は、計算値とともに 図-22, 23, 24 に示す。

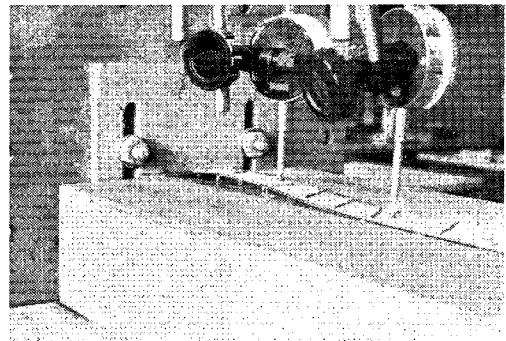


写真-3 剛体と接する部分での座屈

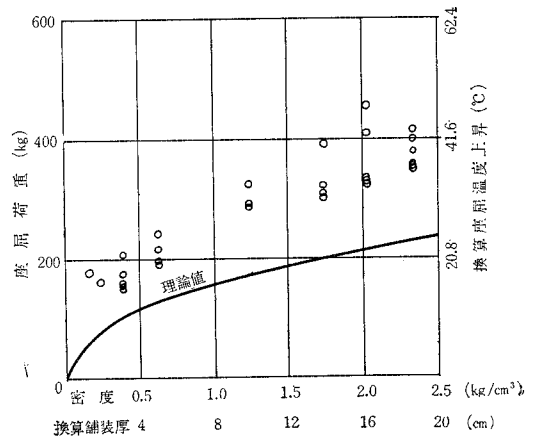


図-22 実験値と実験に関する理論値の比較  
十分長い連続舗装が剛体と接する部分で生ずる座屈

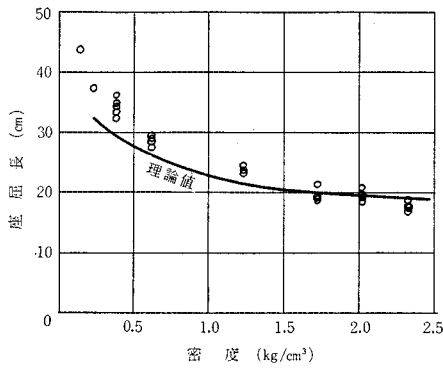


図-23 実験値と実験に関する理論値の比較  
十分長い連続舗装が剛体と接する部分で生ずる座屈の座屈長

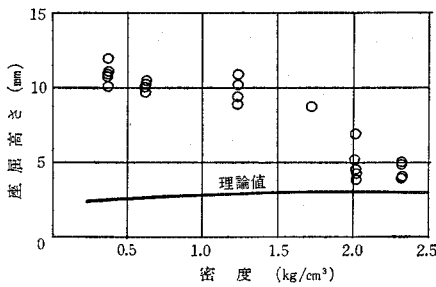
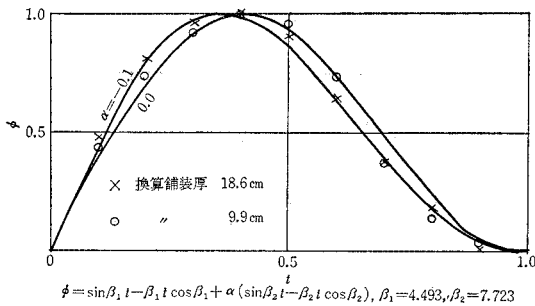


図-24 実験値と実験に関する理論値の比較  
十分長い連続舗装が剛体と接する部分で生ずる座屈の座屈高さ



$$\phi = \sin\beta_1 t - \beta_1 t \cos\beta_1 + \alpha(\sin\beta_2 t - \beta_2 t \cos\beta_2), \beta_1=4.493, \beta_2=7.723$$

図-25 座屈波形の実験値

十分長い連続舗装が剛体と接する部分で生ずる座屈

図-25 には波形の代表的な例を示してある。

b) まとめ

- ① 座屈は飛移座屈である。しかし中央部におけるほど急激ではない。
- ② 座屈波形は  $\alpha=0$  としてよい。
- ③ 座屈荷重および座屈高さについては、中央部における場合と同じく、計算結果と実験結果とは一致しない。しかし両者の比率は、中央部における結果と似ている。しかし座屈荷重についていえば、理論値は実験値より常にかなり低い値となり、しかも実験値の下限をつらねると、理論値と同じ形をした曲線となる。その比は、

ほぼ 1.6 である。

④ 座屈長は計算値とよく一致した。

計算結果と実験結果との相違は、中央部における座屈に関する考察で述べたと同じく、計算の方法に何らかの問題があると考えられる。

7. 剛床上の帯板が軸圧縮力を受けたときに起こす座屈のエネルギー的考察

(1) 序 論

実験において求められた座屈荷重は、計算結果に比してかなり大きい。実験値のばらつきおよび影響するパラメータに関する考察から、これは根本的に何らかの原因があるからで、単に実験上の技術的な問題ではないと思われる。実験においてみられた座屈現象は、明らかに飛移座屈である。座屈の発生は急激であって、全く一瞬のうちに音を発して大きな持上りに達する。その持上り高さも計算値に比してきわめて大きい。

セルの座屈においては、これと逆に古典的座屈理論による計算値が実験値よりはるかに大きいことが問題となり、以前より多くの研究がなされている。その方法としては、有限変形理論による方法とエネルギー的考察がとられているようである<sup>5)</sup>。そこで筆者は、当面の問題について、ポテンシャルエネルギーを通じて力学系の安定について調べることにした。

(2) 座屈前後のポテンシャルエネルギー

図-26 で示される 模型実験において座屈を支配する関係式は、持上ったときの軸線の伸びに関する適合条件と、つりあい条件である。つりあい条件はガラーキン法によって未定係数に関する代数方程式として表わしてある。この適合条件とつりあい条件から、

$$C \left( P + \frac{EIA_1}{A_2} \right) + q \frac{A_4}{A_2} = \frac{EA \cdot A_5}{2l(1 + EA/2\mu l)} C^3 \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。ただし座屈変形を  $w=C\phi$  と仮定している。 $A_2, A_4, A_5$  は  $\phi$  とその導関数に関する積分である。また、実験においては摩擦力は小さいので摩擦の影響を無視している。座屈後の変形は式 (13) を満足しなければならない。いいかえれば、

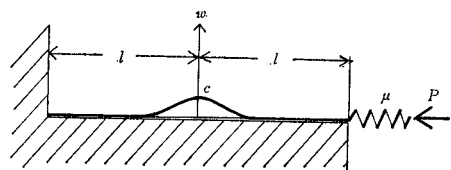


図-26 模型実験

$$F(C) = \frac{EA \cdot A_5}{2l(1 + EA/2\mu l)} C^3 - \left( P + \frac{EIA_1}{A_2} \right) C - \frac{qA_4}{A_2} \dots\dots\dots(14)$$

横軸に  $C$ 、縦軸に  $F(C)$  をとって図示したとき、曲線 (14) と  $C$  軸との交点の  $C$  の値が解である。

図 27 に示すように、 $P$  がある値 ( $P_{cr}$ ) より大きければ、式 (13) の正の解が存在する。5. で得られた座屈荷重は、解  $C$  が存在するために必要な最小値であった。このとき曲線は軸  $C$  と接する。 $P$  が座屈荷重より大きければ解  $C$  は 2 個存在することになる。しかし式 (13) の解  $C$  はなお座屈長  $L$  を含んでおり、 $L$  は未定である。すなわち一種の不静定の問題といえよう。

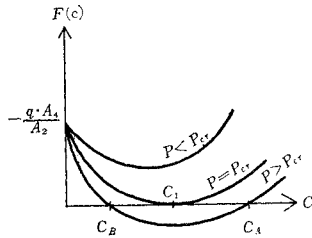


図-27 式 (13) の解が存在する条件

全ポテンシャルエネルギーは、軸力が全く加わっていなかったときを基準にすれば、座屈前は、

$$W = [\text{板のひずみエネルギー}] + [\text{ループなどのひずみエネルギー}] = \frac{P^2 l}{EA} \left( 1 + \frac{EA}{2\mu l} \right) \dots\dots\dots(15)$$

座屈後は、

$$W = [\text{板およびループのひずみエネルギー}] + [\text{死荷重のポテンシャルエネルギー}] = \left[ \frac{P_A^2 l}{EA} \left( 1 + \frac{EA}{2\mu l} \right) + 2 \int_0^L \frac{EI}{2} (w'')^2 dx \right] + \left[ 2 \int_0^L q w dx \right] \dots\dots\dots(16)$$

$P_A$  は座屈後の軸力であり、

$$P_A = P - \frac{EA}{2l(1 + EA/2\mu l)} \int_0^L (w'')^2 dx \dots\dots(17)$$

実験が示すように座屈形として

$$\phi = 1 + \cos \frac{\pi x}{L}$$

がとれるので、 $A_1, A_2, A_4, A_5$  を求めれば、上記の式はそれぞれ

$$C(P - P_E) - q \frac{2L^2}{\pi^2} = \frac{EA \pi^2}{4l'l} C^3 \dots\dots\dots(13)'$$

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}, \quad l' = l(1 + EA/2\mu l)$$

$$W = \frac{P_A^2 l'}{EA} + P_E \frac{\pi^2}{2L} C^2 + 2qCL \dots\dots\dots(16)'$$

$$P_A = P - \frac{\pi^2 EA}{4l'l} C^2 \dots\dots\dots(17)'$$

このとき、 $F(C)$  が  $C$  軸に接するための  $P$  の値  $P_{cr}$  は、

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \left( \frac{27EAq^2}{4l'l\pi^2} \right)^{1/3} L \dots\dots\dots(18)$$

(3) 座屈過程におけるポテンシャルエネルギーの変化

一定の分布鉛直荷重  $q$  が加わった状態で軸力  $P$  を加えたとき、 $P$  が  $P_{cr}$  に等しいかそれより大きいとき (13)' は正の解を持つ。しかしその解で安定なつりあいとなるかどうかは全ポテンシャルエネルギーの変化の状態を調べることによって明らかになる。すなわち任意の  $P$  において、 $C$  が小さい値から次第に増加していく座屈過程での全ポテンシャルエネルギーの変化を調べる。また  $C$  は座屈長  $L$  の関数でもあるので  $L$  をもパラメーターとしなければならない。エネルギーは式 (15)、式 (16) で求められる。

計算はつぎの順序で行なった。

- イ. 板に加える鉛直荷重を決める。
  - ロ.  $P_{cr}$  を計算する。
  - ハ.  $P_{cr}$  を基準として軸力  $P$  を定める。
  - ニ. 持上り高さ  $C$  を定める。
  - ホ. 座屈長  $2L$  を決める。
  - ヘ. エネルギーを計算し、座屈長をパラメーターとしたときの最小のポテンシャルエネルギーをとる。
- こうして求められた値を図示したのが図-28である。

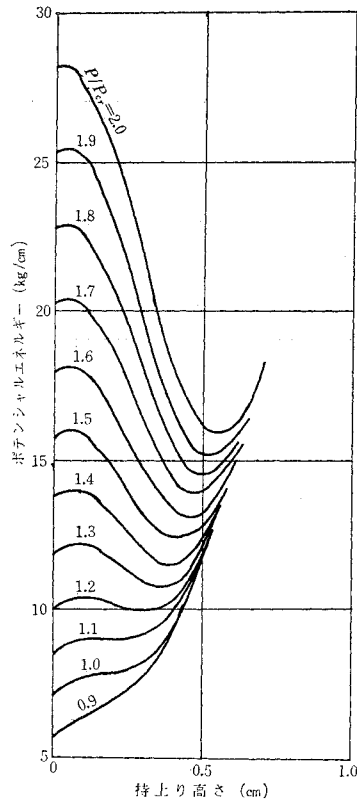


図-28 座屈過程のポテンシャルエネルギーの変化  
換算舗装厚 4 cm の模型実験の場合

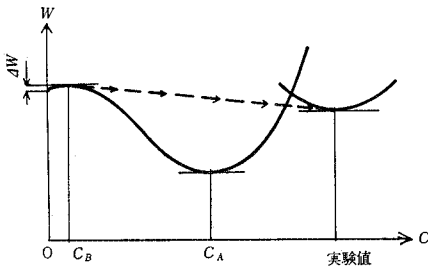


図-29 飛移座屈におけるポテンシャルエネルギーの変化

この例は、分布荷重が 0.5 kg/cm の場合、すなわち換算舗装厚が 8.74 cm の場合である。

図-28 よりつぎのことが明らかになる。

①  $P < P_{cr}$  の場合には、いかなる持上り高さに対してもエネルギーは極値を持たない。すなわち安定な持上り状態は存在しない。

②  $P = P_{cr}$  ではエネルギーに変曲点が存在する。理論値として求めた座屈荷重  $P_{cr}$  および座屈高  $C_1$  はこの点の値である。このときは、真の安定な状態ではない。

③  $P > P_{cr}$  では、エネルギーの極大値と極小値が存在する。

④ 約  $1.2 > P/P_{cr} > 1.0$  では、持上りがない ( $C=0$ ) 場合がエネルギー最小である。したがって、なんらかのエネルギー補充がなければ座屈は生じない。

⑤  $P/P_{cr} > 約 1.2$  では、極値が 2 つある。持上りが生ずるとまず極大点があり、さらに持上ると極小点が見られる。極大点の持上り高さが、図-29 の  $C_B$  で、極小点の持上り高さが  $C_A$  である。

⑥  $P/P_{cr} > 約 1.2$  では、極小点でポテンシャルエネルギーが最小となり座屈の可能性が生ずる。

⑦  $P/P_{cr}$  が約 3.0 までは、ポテンシャルエネルギーの極大値は、 $C=0$  の値より常に高い。したがって座屈が生ずる際には常になんらかのエネルギーの補充が必要である。実験においては台をたたいてショックを与えた。 $P$  が大きくなれば、持上りゼロの場合と極大点とのエネルギー差は小さくなるので、座屈は発生しやすくなる。

⑧ 極大点は釣合としては不安定であるから一気に別の安定状態に移動すると考えられる。そのとき、実験では、激しい飛移がみられた。飛移の際には、エネルギーのロスがあると考えられる。どのような状態に飛移するのか明らかにできないが、極大点よりややエネルギーレベルの低い安定な位置に移ると思われる。

以上より結論としていえることは、

① 実験でみられた現象はエネルギー的にみても飛移座屈である。

② 5. で求めた理論値は真の座屈荷重とはいいがたい

が、座屈荷重の下限と考えることができる。

### 8. 縦断曲線（初期変形）の影響

#### (1) 理 論

道路の縦断曲線が初期変形である。これによる座屈荷重の低下について調べる。図-30 に示すように、初期変形は水平の基準線から  $w_0$  で表わされる。座屈変形はこれからさらに  $w$  なる変位をするものとする。3. で示したつりあい方程式はつぎのようになる。

$$EIw'''' + P_B(w+w_0)'' = -Q \dots\dots\dots(19)$$

式 (2), (3) などは、そのまま成立する。(19) にガラーキン法を適用する。

$$\int_0^L [EI(C\phi)'''' + P_B(C\phi)'' + Q]\phi dx + \int_0^L P_B w_0'' \phi dx = 0 \dots\dots\dots(20)$$

上式の第 1 項は式 (6) と同じである。第 2 項が初期変形の影響である。

$$w_0'' = -\frac{1}{R}$$

とすれば計算が簡単になる。ここに  $R$  は曲率半径である。曲率半径一定の条件は初期変形が放物線であることを示す。負符号は路盤が凸の場合である。凹の場合には座屈に対して安全になると思われるので省略する。座屈モードによって定まる定数

$$\left. \begin{aligned} A_8 &= a_8 L = \int_0^L \phi dx \\ A_9 &= a_9 L^2 = \int_U^L (x-U)\phi dx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

を用いると、

$$\begin{aligned} \Delta &= -\int_0^L P_B w_0'' \phi dx \\ &= \frac{1}{R} \left[ P + \frac{fq}{2L} \{(V-L)^2 - r(L-U)^2\} - \frac{EA}{2L} C^2 A_5 \right] A_8 + \frac{r}{R} \frac{fq}{L} A_9 \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

これによって式 (7) に相当する式として

$$\begin{aligned} A_2 C \left[ P + \frac{fq}{2L} \{(V-L)^2 - r(L-U)^2\} + \frac{A_1 EI + A_3 k + r fq A_7}{A_2} \right] + q A_4 - \Delta &= A_6 \frac{EA}{2L} C^3 \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

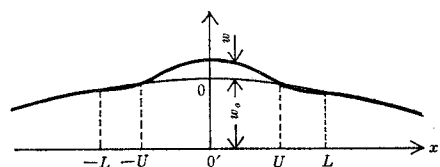


図-30 縦断曲線のある場合の座屈

Cに関する代数方程式(23)が、正の解を持つための条件は、4.で述べたことがそのまま適用できる。しかし、実際には計算は面倒であるから、簡単にするために、初期変形によって付加された項  $d$  を近似的に表わす。すなわち、式(22)における  $P, C, L, V$  として、初期変形がない場合の値を近似値として用いる。 $d > 0$  であるから、自重によって舗装がおさえつけられる影響を示す項  $(qa_1 - d)$  において、初期変形の曲率が有限の場合  $d/4A_1$  だけ自重の効果が減少することになる。4.から座屈荷重(正確に言えば座屈荷重の下限)は、

$$P_{cr}' = \frac{a_1 E I L^{-2} + a_3 k L^2 + r f q a_1 L}{-a_2} - \frac{f q}{2 L} \{(V-L)^2 - r(L-U)^2\} + \left[ \frac{3 q a_1}{-2 a_2} \sqrt{\frac{3 E A a_3}{2}} \right]^{2/3} L^{2/3} \{1 - (d/L)/q a_1\}^{2/3} \dots\dots\dots(24)$$

ここに  $d/L$  は式(22)の  $P$  に  $P_{cr}$  を代入した値である。同じように、座屈長を求める式において、 $q a_1$  のかわりに  $(q a_1 - d/L)$  を用いなければならない。

(2) 数値計算

a) 曲率半径

縦断勾配が変化するところに縦断曲線を設ける。道路構造令 23 条によれば、必要な縦断曲線長は勾配の代数差と設計速度、視距によって定まる。縦断曲線を円弧と考えると曲率半径を求める。図-31 に示すように、

$$\frac{L}{R} \doteq \theta$$

道路構造令によれば、 $L$  は  $3i \sim 26i$  をとらねばならない。 $i$  は縦断勾配の代数差の絶対値の%である。したがって、

$$\theta \doteq \frac{i}{100} \doteq \frac{3i \sim 26i}{R}$$

これから  $R$  は  $300 \text{ m} \sim 2600 \text{ m}$  となる。計算はこの範囲で行なう。

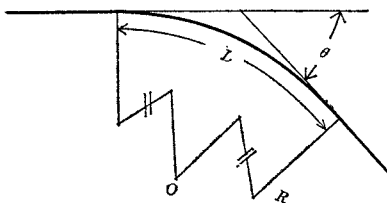


図-31 縦断曲線長と曲率半径

b) 数値例

$$E = 3.0 \times 10^6 \text{ t/m}^2, \quad \rho = 2.35 \text{ t/m}^3$$

$$K \text{ 値} = 5 \text{ kg/cm}^3, \quad \alpha = -0.27$$

$$f = 1.5, \quad U/L = 0.825$$

$$r = 5.0,$$

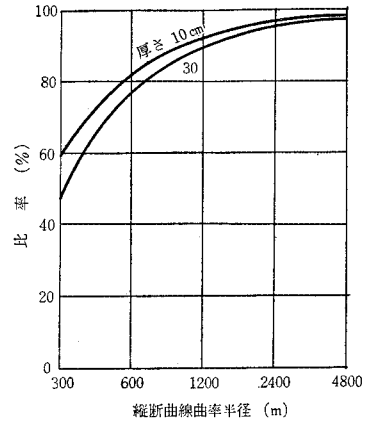


図-32 縦断曲線による座屈温度上昇の低下  
曲率半径無限大を 100% とする

の場合につき、厚さ 10 cm と、30 cm の数値例を計算した。その結果を図-32 に示す。

(3) 結論

曲率半径が 600 m 以下であると、かなり縦断曲線の影響があらわれると考えられる。しかし 2000 m 以上であれば、せいぜい 5% の低下であるから曲率の影響を無視してもさしつかえないであろう。低下率は舗装が厚いほど大きいですが、実用上の厚さの範囲では厚さによる低下率の差は少ない。

9. 厚さ方向の温度勾配の影響

(1) 序論

前章までは、座屈を生じさせる熱応力としては舗装の厚さ方向に一様に分布するもののみを考えてきた。このような応力は舗装内の温度分布が厚さ方向に一様になっている場合に生ずる。これに対して、厚さ方向に温度分布があって舗装が曲ろうとするならば、場合によっては座屈しやすくなると考えられる。すなわち、自重は、座屈しないように舗装をおさえつけているのであるが、その自重の一部がそりかえりをもどすのに費やされてしまうからである。竹下<sup>9)</sup>は「コンクリート版のブローアップは主として降雨後の午後、気温が 33°C を越えた場合におこる」としている。この記述も、温度勾配が座屈に関連していることを示している。本章では厚さ方向に温度勾配がある場合について調べる。

(2) つりあい方程式と座屈荷重

温度勾配は長さ方向には一様であるとする。厚さ方向には図-33 に示すように、直線分布を仮定する。このような温度分布を温度による荷重と考えることができる。

$$\left. \begin{aligned} P &= \int_A \alpha ET dA = \alpha ET_0 A \\ M_T &= \int_A \alpha ET \cdot y dA = \alpha E \theta \cdot I \\ \theta &= \frac{T_2 - T_1}{H} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

舗装の座屈現象において、上記のPはそのまま舗装中の座屈前の軸力となる。なぜなら、熱膨張は摩擦によって完全に拘束されていると考えられからである。微分方程式は、

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} + P_B \frac{d^2 w}{dx^2} = -Q - \frac{d_2 M_T}{dx^2}$$

ここで、温度勾配は長手方向には変わらないと仮定しているから、

$$\frac{d^2 M_T}{dx^2} = 0$$

したがって、

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} + P_B \frac{d^2 w}{dx^2} = -Q \dots\dots\dots (26)$$

十分長い連続舗装の中央部における座屈において、境界条件は、座屈長の両端で固定と考えることができる。

そこで、厚さ方向の温度勾配が長手方向に一樣であるならば、座屈後のつりあい方程式および境界条件は、温度勾配が厚さ方向にない場合と同じになる。したがって、座屈荷重に温度勾配の影響が現われることはない。しかし、目地のある場合には、境界条件が温度勾配のあるなしで異なるので、温度勾配の影響が現れるはずである。

## 10. 結 論

### (1) 連続舗装の熱膨張による座屈機構

座屈は飛移座屈の一種である。すなわち、圧縮力がある値（これを  $P_{cr}$  とする）以上になると、持上った状態でのつりあい状態が二つ存在する。二つのつりあい状態のうち、持上り高さの小さい方でポテンシャルエネルギーは極大となり、大きい方で極小となる。そして極大値は極小値より大きい。したがって座屈が生ずるとすればポテンシャルが高くかつ持上りの小さい状態から、エネルギーを何らかの形で放出して、ポテンシャルが低くかつ持上りの高い状態に移行することになり、そのために激しい飛移りの運動が生ずる。前記の  $P_{cr}$  は正確

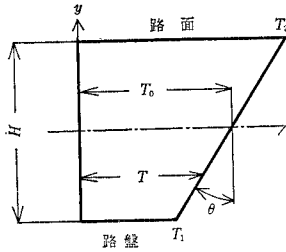


図-33 厚さ方向の温度分布

な意味での座屈荷重ではない。なぜならば、圧縮力が  $P_{cr}$  以上になっても、持上りゼロの状態の方が、わずかに持上った状態よりも、ポテンシャルエネルギーが低いので、なんらかのエネルギーの補給がないと持上ったつりあい状態にまで移行しない。ただ、圧縮力が  $P_{cr}$  より大きくなるにつれて、ポテンシャルエネルギーは、持上らない状態と、極大点とで大差がないようになるので、わずかの刺激で座屈するようになる。すなわち、 $P_{cr}$  は持上った状態でのつりあい状態が存在するための必要条件であり、実際の座屈はこれよりかなり高い圧縮力で生ずると考えられる。

### (2) 座屈温度上昇

舗装のヤング率を  $3.0 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$ 、線膨張係数を  $10^{-5}$  としたとき連続舗装の中央部で座屈を生じさせる温度上昇は

- 厚さ 10 cm で 38°C 以上、
- 20 cm で 54°C 以上、
- 30 cm で 67°C 以上。

連続舗装が剛体と接するところでは

- 10 cm で 35°C 以上、
- 20 cm で 49°C 以上、
- 30 cm で 51°C 以上、

である。この値は、路盤の  $K$  値、摩擦係数などには、ほとんど影響されず、ヤング率が高くなれば、低下する。

厚さ方向に温度勾配があっても、中央部分の座屈に対しては影響がない。

### (3) 断縦曲線の影響

縦断曲線が座屈に与える影響は、縦断曲線を初期変形と考えることによって処理し得る。その結果、通常の厚さの連続舗装中央部における曲率半径による座屈温度上昇の低下は、

- 300 m で約 50%
- 600 m で約 20%
- 1 200 m で約 10%
- 2 400 m で約 5%

である。

付記：この研究は、筆者が土木学会空港舗装研究委員会（42年度）の委員として行なったものを発展させ、学園紛争の中でいそいでとりまとめたものである。委員会では委員長 国分正胤博士（東大）、副委員長 谷藤正三博士（日大）、をはじめ多くの委員の方々からご指導をいただいたが、とくに伊東茂富博士（土研）、加川道男氏（当時東京国際空港建設公団）、赤塚雄三博士（運

輸省), 飯島 尚氏 (土研), 山家 馨氏 (ピーエスコンクリート KK) の諸氏からは数々の助言をいただいたことに深く謝意を表す。また実験は研究室の諸君, なかでも川野象一君に負うところ大であった。数値計算は東大大型計算センターを利用した。

## 記号

$A$	舗装断面積
$A_1 \sim A_9$	座屈モードによって定まる定積分
$B$	舗装の幅
$C, C_1$	持上り高さ, 座屈時の持上り高さ
$E$	ヤング率
$H$	舗装厚
$I$	断面二次モーメント
$K$	路盤の $K$ 値
$L$	対称座屈の半波長および非対称座屈の波長
$M, M_T$	モーメント, 厚さ方向の温度分布による熱応力モーメント
$P, P_A, P_B$	圧縮力, 浮上り部分の圧縮力, 圧縮力の分布
$P_{cr}, P_{cr}'$	座屈圧縮力, 初期変形がある場合の座屈圧縮力
$Q$	舗装に加わる鉛直下向荷重
$R$	縦断曲線曲率半径
$T$	厚さ方向の温度分布
$U$	舗装の変形が浮上から沈下になる位置およびその座標
$V$	座屈時に摩擦が変化する区域
$W$	ポテンシャル エネルギー
$a_1 \sim a_9$	座屈変形によって定まる定積分の無次元表示
$f$	摩擦係数

$i$	縦断勾配の代数差
$k$	棒が支持されるばね定数
$l, l'$	模型の長さの半分, 持具のばね作用を考慮した模型の半長
$q$	棒の自重
$w, w_0$	座屈変形, 初期変形
$x$	長手方向座標
$\alpha$	線膨張係数
	座屈モードに関するパラメータ
$\alpha_1 \sim \alpha_9$	$\pi$ 定理による無次元量
$\beta_1, \beta_2$	$\beta = \tan \beta$ の解, $\beta_1 \doteq 4.493, \beta_2 \doteq 7.723$
$r$	沈下部分の摩擦修正係数
$r_1 \sim r_3$	$\pi$ 定理による無次元量
$\theta$	厚さ方向の温度分布勾配
	縦断勾配の差
$\mu$	持具のばね定数
$\rho$	舗装の密度
$\sigma$	垂直応力
$\phi$	座屈波形
添字 $m, p$	模型, 実物

## 参考文献

- 1) 日本道路協会: “セメントコンクリート舗装要綱”, 昭和 42 年, p. 19.
- 2) A. Paduart: “Piste en béton précontraint de l'aérodrome de Bruxelles”, Annales de I.T.B.T.P. No. 155, Novembre, 1960, pp. 1207~1229.
- 3) 森口 拓: “空港舗装に関する調査研究 (第 1 報)”, 港湾技研資料 No. 40, 昭和 42 年 12 月
- 4) 若間 滋: “コンクリート舗装の構造設計に関する実験的研究”, 土木学会, 1965 年 1 月, p. 8
- 5) 林 毅編: “軽構造の理論とその応用上”, 日本科学技術連盟, 1966 年, p. 317.
- 6) 竹下春見: “新編 道路工学”, 金原出版, 昭和 39 年 4 月, p. 222.
- 7) Boley, Weiner: “Theory of Thermal Stress”, John Wiley & Sons, 1960, p. 412.

(1969.5.12・受付)



定評ある  
土木学会  
のトンネル  
工学書

## トンネル 標準示方書

A 5・36頁  
100 円  
〒 50 円

## トンネル 標準示方書 解説

A5・130頁 600 円  
会員特価 500 円  
〒 70円

## 関門トン ネル工事誌

B 5・692頁  
2000 円  
会員特価 1500 円  
〒 200円

お申込みは前金で送料  
を添えて下さい。

郵便番号 160  
東京都新宿区四谷1丁目

# 土木学会

電話 351-4131(直)  
振替 東京 16828

### トンネル工学シリーズ 1

## 第1回トンネル工学シンポジウム

B5判・106ページ トンネル用鋼アーチ支保工の設計施工について / 長  
400 円・会員特価 大トンネルの地質 / トンネル工事における災害の実  
300円(〒50円) 情について / 高熱トンネルの施工について / 名古屋  
市高速度鉄道のシールド工法について / わが国トン  
ネル施工のすう勢と問題点について

### トンネル工学シリーズ 2

## 最近のトンネル工学—工事の実例と話題— 〈第2回トンネル工学シンポジウム〉

B5判・136ページ トンネル標準示方書制定について / 青函トンネルに  
500 円・会員特価 ついて / 国鉄新丹那トンネルについて / 羽田海底ト  
400円(〒50円) ンネルについて / 富士川用水導水トンネル工事に  
ついて / AN-FO爆剤とその発破法

### トンネル工学シリーズ 3

## 第3回トンネル工学シンポジウム

B5判・146ページ トンネル土圧 / トンネル土圧の測定方法と現況 / ト  
1000 円・会員特価 ンネル用鋼アーチ支保工の強度について / トンネル  
300円(〒70円) 掘削における余掘りの実態について / セグメントの  
設計について / 栗子トンネルの工事計画と施工実績  
について / 国鉄親不知トンネルの施工実績について  
/ 青函トンネルにおけるウォールマイヤー式トン  
ネル掘削機の掘削試験について / 大阪地下鉄複線型  
と単線型シールドの実施例と問題点 / シールド工法  
による駅部の施工計画について / わが国における中  
小口径シールド工事の現況について

### トンネル工学シリーズ 4

## わが国シールド工法の実施例・第1集

B5判・338ページ 第I部 工事概要 / 第II部 設計および実績 / 第III  
2200 円・会員特価 部 セグメント / 第IV部 シールドおよび付属機械  
1800円(〒110円) / 第V部 工専用機械その他 / 第VI部 主な図表類  
/ 付録  
鉄道および道路・下水道・上水道・電力および通信  
・地下道その他に分類 158件を収録

### トンネル工学シリーズ 5

## 第4回トンネル工学シンポジウム〈最新刊〉

B5判・268ページ ソ連の地下鉄 / アメリカのトンネル工事を視察して  
1800 円・会員特価 / アメリカにおける山岳トンネル工法 / アメリカに  
1600円(〒80円) におけるトンネル掘さく機 / アメリカにおける都市ト  
ンネル / アメリカにおけるコンサルタント業務 / ア  
メリカにおける請負工事の諸事情について / アメリ  
カのトンネル施工に関する新技術 / 欧州のトンネル  
工事を視察して / 欧州におけるトンネル請負工事の  
諸事情について / 欧州における山岳トンネル工法 /  
欧州におけるトンネル掘進機について / 欧州のシ  
ールド工事 / 欧州における地下鉄工事 / 欧州における  
沈埋工事

---

## 鉄筋コンクリート 工場製品設計施工指針案

B 6・228 650円 会員特価 550円(〒70)

橋梁, 土止壁, 基礎杭, まくらぎ, などプレキャストコンクリート製品の応用範囲は広がる一方である。長年にわたる委員会の努力により, 完成した最新の指針。条文・解説のほか, 関連するJISのすべてを収録。

---

## ディビーク 工法設計施工指針案

B 5・88 700円 会員特価 500円(〒80)

## MDC工法設計施工指針案

B 5・94 700円 会員特価 500円(〒80)

## バウル・レオンハルト 工法設計施工指針案

B 5・100 700円 会員特価 650円(〒80)

## レオバ工法設計施工指針案

B 5・84 700円 会員特価 650円(〒80)

各PC工法を, 総則, 材料, 施工, 設計の4編に分け, 各条ごとに解説をつけ, 各工法に関する詳細な参考事項を巻末に収録したPC工法別の設計・施工のための親切な指針。

---

## 土木材料実験指導書 昭和44年版

B 5・230 490円(〒70)

セメント, 骨材, コンクリート, 鉄筋, アスファルトの5章に分け, それぞれの試験方法を解説し, 巻末には試験結果を整理しうるデータシートを豊富に入れ, 品質管理, 異形鉄筋などを追加した最新版で学校教材に最適。

---

## 土木年鑑 1969

B 5・470 3500円(〒とも)

口絵写真, 論説, 展望, 工学技術および関連資料, 事業, 資料などに分類し, それぞれの専門家が執筆したビジュアルな年鑑。土木建設界と関連産業の動向を系統的に眺めうる, わが国唯一の役に立つ年鑑。学会編集・鹿島出版会刊。

---

## 橋 1967-1968

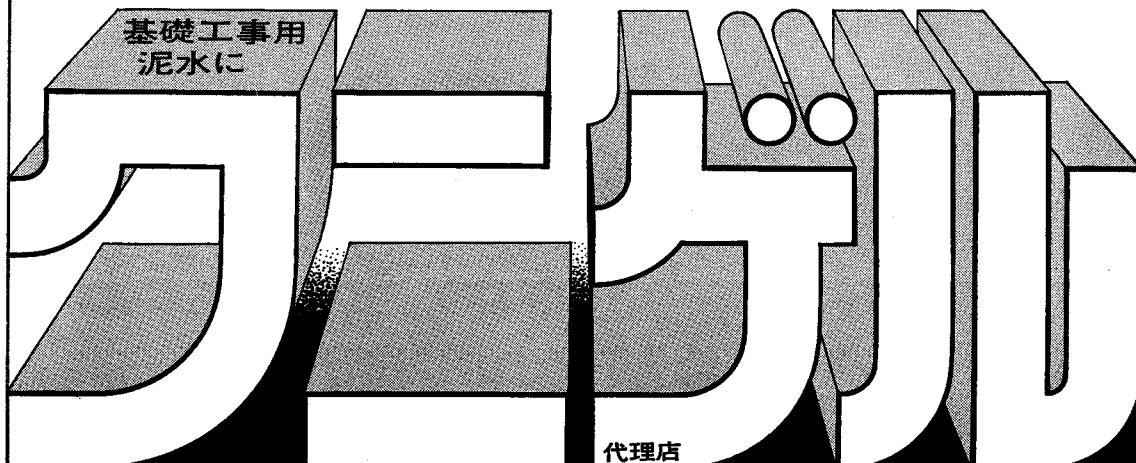
A 4・82 1500円(〒150)

土木学会田中賞の設立を記念して誕生した, わが国橋梁界の歩みを年度ごとに通覧できる美しい橋の年報。受賞論文, 受賞作品および応募作品などの紹介に加え, 1967年に竣工した主要橋梁の一覧表を収録。一部カラー印刷。

---

業界に絶対信用ある……  
山形産ベントナイト

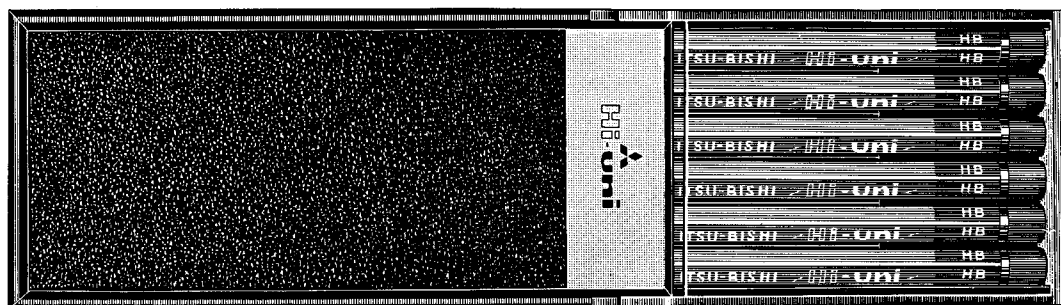
- 高い粘性によるコストダウン
- 高い膨潤
- 少ない沈澱
- 品質安定



国峯砒化工業株式会社 ベントナイト産業株式会社

本社 東京都中央区新川1-10 電話(552)6101代表 東京都港区新橋2-18-2 電話 東京(571)4851-3  
 工場 山形県大江町左沢 電話 大江 2255-6  
 鉱山 山形県大江町月布 電話 霞見 14

世界の鉛筆メーカーに先がけてついに成功！ ミクロのシン



■ハイ・ユニは世界最初のミクロのシンです。三菱鉛筆の技術の結晶です。  
 黒鉛と粘土を大小さまざまな微粒子にして、理想的に配合しました。  
 ハイ・ユニが、いままでの鉛筆にくらべて、ズバ抜けてすぐれているのは、  
 このためです。

9H→6B・17硬度・1ダース¥1200 1本¥100

 **三菱鉛筆** | **ハイ・ユニ**

三菱鉛筆株式会社

# 世界で初めて20秒読み 数字直読方式 を採用!

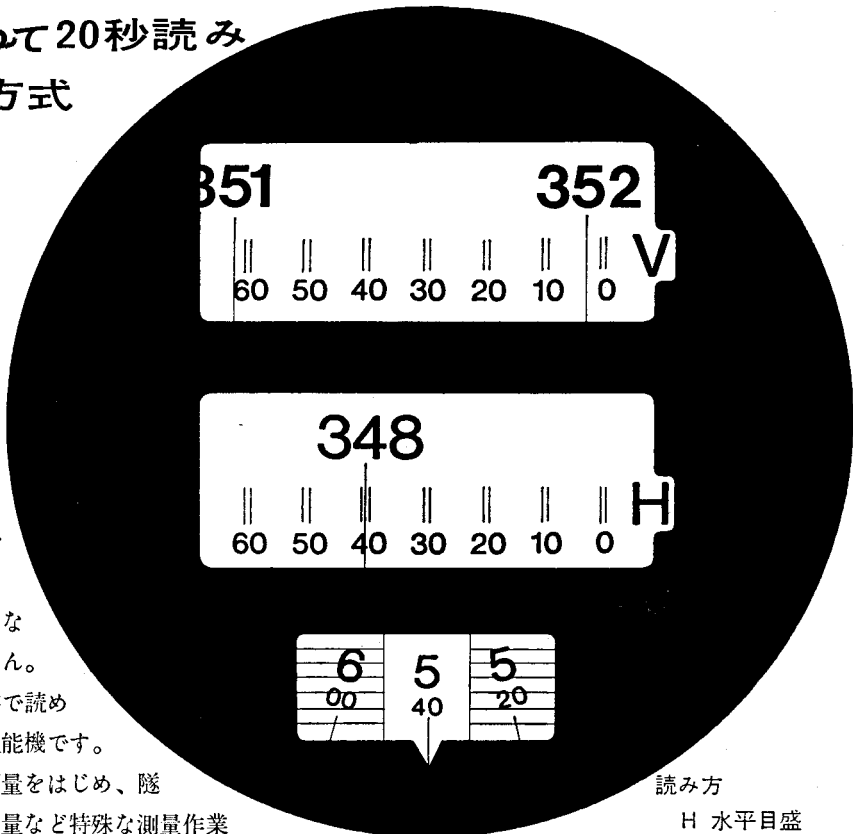
ニコンセオドライト NT-2は、光学機械の一貫総合メーカー〈ニコン〉が完成させた画期的な“数字直読方式”の測量機です。従来の副尺読みや目盛の目測にありがちな誤読や疲れがありません。10'以下の角度が数字で読める新しいタイプの高性能機です。土木建築工事、測地測量をはじめ、隧道測量、せまい現場測量など特殊な測量作業にも最適です。能率向上にお役立てください。

- 高度・水平角が同一視野内で読める
- マイクロ接眼方式 ●20"以下も測読できる見やすい目盛盤 ●照明装置付き ●方位の設定に便利な棒型コンパス付き
- ダイアゴナルアイピースで天頂求心可能

- 定価
- 本機(一般付属品一式付) ..... ¥ 146,000
  - 天頂プリズム ..... ¥ 1,200
  - ダイアゴナルアイピース ..... ¥ 4,500

## Nikon セオドライト NT-2

**Nikon** 日本光学工業株式会社  
東京都中央区日本橋通・日本橋西川ビル  
○カタログ送呈/ご覧の誌名と品名をお忘れなく  
カメラはニコン ●●メガネもニコン



読み方

H 水平目盛		
	348°	40'
+)		5' 40"
	348°	45' 40"

