

テンター ゲート脚柱部の弾性座屈に関する 2 3 の基礎的研究

FUNDAMENTAL INVESTIGATIONS ON STRUCTURAL INSTABILITY OF TAINTER GATE

白石 成人*
By Naruhito Shiraiishi

1. ま え が き

昭和42年7月2日京都府下和知水力発電所の3号洪水吐テンターゲートが崩壊したが、これまでテンターゲートに関する構造力学的解析はほとんど行なわれておらず、今回の事故は多くの点に問題点を示したように考えられる。事故原因についての調査結果はすでに報告されているが¹⁾、ここにテンターゲートのもつ2,3の構造力学的特性について考察したので、その結果を報告する。

テンターゲートは、これまで数多く建設されてきたが、最近の材料、溶接技術の進歩と相まって、橋梁構造における新形式の影響も見られ、次第に薄肉化され、また、抵抗力の立体化の傾向にあると思われる。しかし以下に述べるような不安定現象自身も、このような構造形式の変化と独立したものは考えられない。したがって、現在用いられている代表的な構造形式のテンターゲートの構造特性についてまず考察し、その不安定性を検討し、つぎにこれを改良あるいは補強する部材の特性について考察する。

また、構造特性を定量的に把握するために、関電和知水力発電所テンターゲートを対象とした数値計算ならびに Analog Simulation の結果についてのべる。

2. テンターゲートの構造特性と不安定問題

現在用いられているテンターゲートの構造例は図-1に示すように、水圧を直接うける円弧型スキンプレート、縦桁、とこれを脚柱に分配する横主桁ならびに左右二つの脚柱部分より構成されている。平面形は水圧に

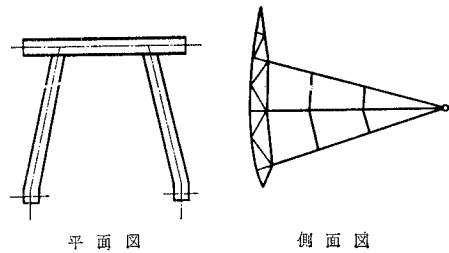


図-1 テンターゲート構造の一例

よってモーメントが脚柱に発生しないように Π 形状をなしている。従来脚柱は2本ないし1本の柱よりなり、これらを斜材で補強するか、あるいは中間継ぎ材を挿入し、その材端を固定支持し、ラーメン構造としたものであったが、和知ダムの場合のように、近年の構造は脚柱を3本とし、1本あたりの断面を小さくするとともに、構造物の全体的耐荷力を外力に対応してできるだけ合理的に分配しようとする傾向にあると考えられる。この結果ゲートの脚柱の剛性は、在来のものに比較して小さくなり、とくに脚柱部分の不安定性が構造物の安全性を支配するおそれが生ずることになると考えられる。したがって現在のテンターゲートの設計に際して最も重要な因子は、脚柱部の不安定性、すなわち、座屈現象に対する検討にあると考えられる。

テンターゲート、とくに脚柱の座屈については、大別して面内座屈、面外座屈ならびにねじれ座屈が考えられるが、これらのうち、面内座屈が最も重要であると思われる。もとより脚柱断面の形状によってはねじれ座屈にもなうクリッピング崩壊²⁾も考えられるが、ここでは面内座屈ならびに面外座屈について基礎的な考察を行った。

(1) 脚柱の面内座屈の解析

テンターゲート脚柱部の構造例を図-2に示す。こ

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

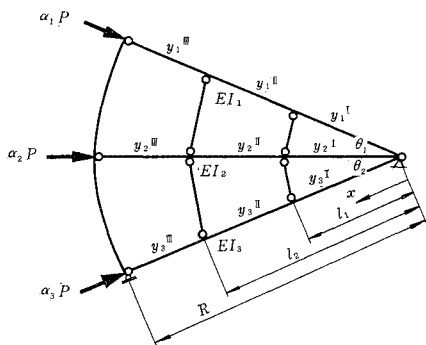


図-2 脚柱構造系の例

の構造の特徴は脚柱が3本から成り、中間継ぎ材が4本挿入されている点であり、このような複合構造物に対する一般的な考察も各方面で行なわれている^{3),4)}。しかしながら一般的取扱いを試みる場合には、解析過程で計算容量が大きくなり、誤差が増大される危険性が考えられるため、図示のような構造系を対象とした解析を試みる。

図-2のような脚柱部の面内座屈は、つぎのようにしてその座屈条件式を求めることができる。すなわち図のように脚は中間継ぎ材によって三つに分けられるため、基礎微分方程式は9個求められ、そのおのおのが4個の積分定数をもつため計36個の定数となり、座屈限界式を求めるには36個の境界条件式が必要となる。基礎方程式は

$$\{EI_i(y_i^j)'''' + \alpha_i P(y_i^j)'' = 0 \quad i=1,2,3, j=I, II, III \dots (2.1.1)$$

ここに α_i は図示のように荷重比を与える荷重係数である。

中間継ぎ材の変形が無視できるものとすれば、境界条件式はつぎのように与えられることになる。

$$x=R \text{ において} \quad y_i^{III} = 0, \quad (y_i^{III})'' = 0 \quad i=1,2,3 \dots (2.1.2)$$

$$x=l_2 \text{ において} \quad y_i^{II} = y_i^{III}, \quad (y_i^{II})' = (y_i^{III})', \quad (y_i^{II})'' = (y_i^{III})'' \quad i=1,2,3 \dots (2.1.3)$$

$$y_i^{II} = y_{i+1}^{II} \quad i=1,2 \dots (2.1.4)$$

かつ

$$EI_1\{(y_1^{II})'''' - (y_1^{III})''''\} \cos \theta_1 + EI_2\{(y_2^{II})'''' - (y_2^{III})''''\} + EI_3\{(y_3^{II})'''' - (y_3^{III})''''\} \cos \theta_2 = 0 \dots (2.1.5)$$

$x=l_1$ において

$$y_i^I = y_i^{II}, \quad (y_i^I)' = (y_i^{II})', \quad (y_i^I)'' = (y_i^{II})'' \quad i=1,2,3$$

$$y_i^{II} = y_{i+1}^{II} \quad i=1,2$$

かつ

$$EI_1\{(y_1^{II})'''' - (y_1^I)''''\} \cos \theta_1 + EI_2\{(y_2^{II})'''' - (y_2^I)''''\} + EI_3\{(y_3^{II})'''' - (y_3^I)''''\} \cos \theta_2 = 0 \dots (2.1.5')$$

$x=0$ において

$$y_i^I = 0 \quad i=1,2,3$$

$$(y_i^I)' = (y_{i+1}^I)' \quad i=1,2$$

$$EI_1(y_1^I)'' + EI_2(y_2^I)'' + EI_3(y_3^I)'' = 0 \dots (2.1.7)$$

以上36個の境界条件式に式(2.1.1)の解を代入し、その積分定数の係数が作る行列式を0とおけば座屈条件式が求まる。

(2) 脚柱の面外座屈の解析

テンターゲート脚柱部の平面形は図-3のようにπ形をしている場合が多く、この構面に作用する静水圧は等分布荷重であるから、系の安定問題は図-3下図のような系を考慮すればよいと考えられる。この場合、A, A' 端をピン、B, B' 端もピンとすれば単純ばりの座屈荷重と一致する。いまB端は部材B, B' に剛結されているとすれば、脚柱のたわみ式は

$$y = C \left(1 - \frac{x}{h} - \cos kx + \cot kh \sin kx \right) \dots (2.2.1)$$

ここに $k^2 = P^*/EI^*$ である。

したがって、

$$\theta_B = y'|_{x=0} = C \left(-\frac{1}{h} + k \cot kh \right) \dots (2.2.2)$$

となる。

また、はりBB'については

$$M_B = \frac{2EI_1^*}{l_0} (2\theta_B + \theta_{B'}) \dots (2.2.3)$$

であるから、

対称モードでは

$$M_B = 2EI_1^* \theta_B / l_0 \dots (2.2.4)$$

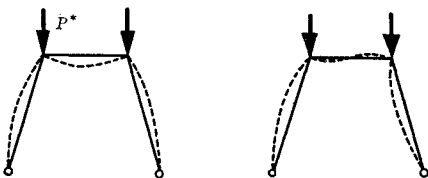
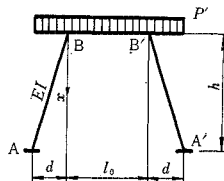


図-3 面外座屈

逆対称モードでは

$$M_B = 6 EI_1 \theta_B / l_0 \dots\dots\dots(2.2.5)$$

ゆえに, $M_B = -EI_1 y''|_{x=0}$ の条件式を利用すれば, 面外座屈条件式はつぎのように与えられることになる。

$$\frac{EI_1^*/h}{EI_1^*/l_0} (kh)^2 + (kh) \cot kh = 2 \text{ (対称モード)} \dots\dots\dots(2.2.6)$$

$$\frac{EI_1^*/h}{EI_1^*/l_0} (kh)^2 + (kh) \cot kh = 6 \text{ (逆対称モード)} \dots\dots\dots(2.2.7)$$

最近のテンター ゲート脚柱の構造では上記面外座屈荷重は面内座屈荷重に比較してかなり大きく, 不安定性は主として, その構面内の座屈に対して検討されなければならないと考えられる。

3. 座屈荷重と荷重係数について

図-1 に示すような構造系では後述の数値計算例のように面内座屈が最も重要な要因と考えられるが, これを解析する場合式(2.1.1)より明らかなように荷重係数 α_i がパラメーターとして含まれるため, これによって座屈荷重が変動することになる。この荷重係数の座屈荷重への影響を知るために, 図-4 のように中間補強部材のな

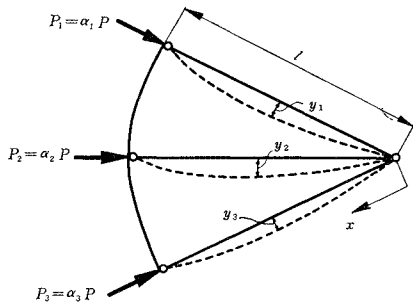


図-4 補強材のない脚柱構造

い場合を考察する。この系の境界条件として円弧側端部でピン, トラニオン・ピン側では三部材は剛結され, したがって三つの脚柱のたわみ角は等しく, かつそのモーメント和は 0 とすれば, 座屈条件式はつぎのように与えられる。

$$\frac{\alpha_1}{k_1 l \cot k_1 l - 1} + \frac{\alpha_2}{k_2 l \cot k_2 l - 1} + \frac{\alpha_3}{k_3 l \cot k_3 l - 1} = 0 \dots\dots\dots(3.1)$$

ここに,

$$k_i = \sqrt{\frac{\alpha_i P}{EI_i}}, \quad i=1, 2, 3 \dots\dots\dots(3.2)$$

である。

いま $k_i l$ を π の近傍について展開すれば

$$k_i l = \pi + \xi_i \dots\dots\dots(3.3)$$

ゆえに,

$$\cot k_i l = \cot(\pi + \xi_i) = \cot \xi_i \approx \frac{1}{\xi_i} \dots\dots\dots(3.4)$$

これを式(3.1)に代入すれば, $\alpha_i / (k_i l \cot k_i l - 1) \approx \alpha_i \xi_i / \pi$ となるため, 式(3.1)は近似的に

$$\alpha_1 \xi_1 + \alpha_2 \xi_2 + \alpha_3 \xi_3 = 0 \dots\dots\dots(3.5)$$

のように与えられ, これに式(3.2), (3.3)を用いれば, 座屈荷重は近似的につぎのように与えられる。

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_1}{l^2} \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_1^{1.5} + \sqrt{I_1/I_2} \alpha_2^{1.5} + \sqrt{I_1/I_3} \alpha_3^{1.5}} \right\}^2 \dots\dots\dots(3.6)$$

式(3.6)をつぎの資料に対して計算すれば, $P_{cr} = 92.7 \text{ t}$ となり, 式(3.1)より求められる値は $P_{cr} = 90.4 \text{ t}$ であるから約 2.5% の誤差をもち, 近似的には式(3.6)で座屈荷重は把握できるものと考えられる。

ここに,

$$\begin{aligned} I_1 &= 4.61 \times 10^3 \text{ cm}^4, & I_2 &= 7.31 \times 10^3 \text{ cm}^4, \\ I_3 &= 9.00 \times 10^3 \text{ cm}^4 \\ \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 &= 1 : 1.10 : 1.23, & E &= 2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2, \\ l &= 11.8 \text{ m} \end{aligned}$$

である。

式(3.6)を用いれば, 各脚柱に対する座屈限界荷重は

$$\begin{aligned} P_i &= \alpha_i P_{cr} \\ &= \frac{\pi^2 EI_1}{l^2} \alpha_i \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_1^{1.5} + \sqrt{I_1/I_2} \alpha_2^{1.5} + \sqrt{I_1/I_3} \alpha_3^{1.5}} \right\}^2 \\ & \quad i=1, 2, 3 \dots\dots\dots(3.7) \end{aligned}$$

のように与えられる。この式(3.7)は荷重係数と座屈荷重の関係を示す近似式であるが, この傾向は図-5に示すようである。したがって構造物に作用する実荷重が図-5の斜線部分に含まれれば安定であり, 斜線部分の外にれば, 構造系は不安定となると考えられる。

さきに用いた断面諸定数を用いて, 式(3.7)を計算すれば, 表-1 のような結果がえられる。

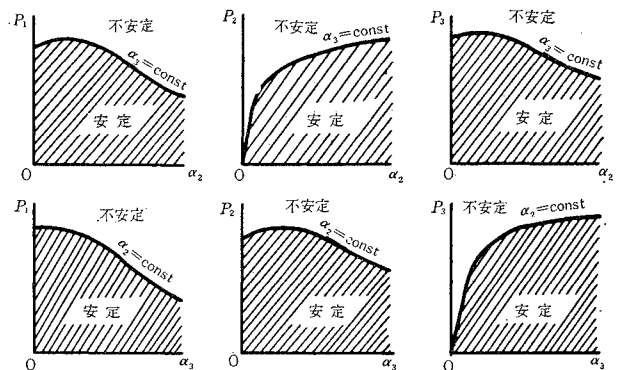


図-5 座屈荷重・荷重係数関係図

表-1 座屈荷重と荷重係数の関係

α_1	α_2	α_3	$\alpha_1 P_{cr}$	$\alpha_2 P_{cr}$	$\alpha_3 P_{cr}$
1	0	0	69.8	0	0
0	1	0	0	110.7	0
0	0	1	0	0	136.5
1	1	1	100	100	100
1	1.1	1.23	93	102	114
1	1.4	1.5	81	113	121

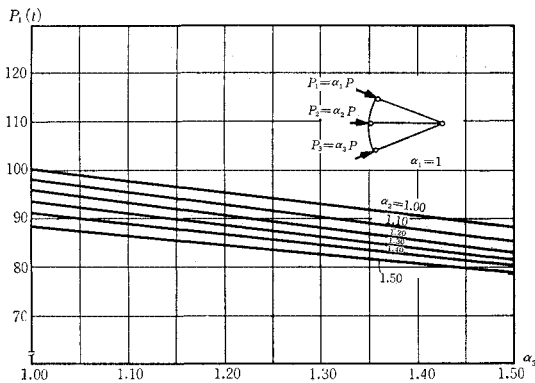


図-6 座屈荷重 P_1 の変動図

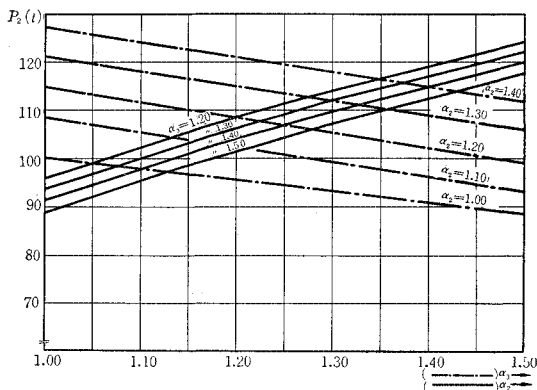


図-7 座屈荷重 P_2 の変動図

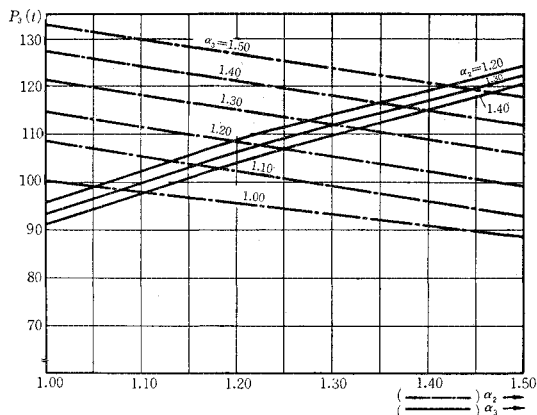


図-8 座屈荷重 P_3 の変動図

この表において、 α_i のうち一つの項のみを考慮した場合には、単一部材としての Euler 座屈荷重を与えることになるが、荷重係数の変動によって座屈荷重がかなり変動することがわかる。式 (3.7) を 2,3 の場合について計算すれば 図-6, 7, 8 のようになる。

一般にテンターゲート脚柱に作用する軸圧縮力は静水圧によるから、これら軸力の水平成分が静水圧に対抗することになり、これを H とすれば、

$$H = P_1 \cos \alpha + P_2 \cos \beta + P_3 \cos \gamma \dots \dots \dots (3.8)$$

のように与えられ、式 (3.8) に座屈荷重を種々の荷重係数について代入すれば、荷重係数が均等化されるにしたがって H の値は減少し、不安定性が増加する傾向にあることがわかる。荷重係数が均等化されることは、静水圧を与える水深が増加することを意味し、設計満水位状態が最も危険であることがわかる。より一般的にこのような構造物の不安定性を把握するためには、つぎのような考察が必要であると思われる。

式 (3.8) において $\alpha_1 = 1$ においても一般性は失われなから、式 (3.7) の二つの式より α_2, α_3 をたとえば P_2, P_3 について解き、これを第1式に代入すれば、一般に

$$f(P_1, P_2, P_3) = 0 \dots \dots \dots (3.9)$$

のようになり、これを 図-9 のような $O-P_1P_2P_3$ 座標 (荷重座標) に示せば、一つの座標限界曲面を与えることになる。一方、静水圧の水平方向成分 H は、式 (3.8) のように与えられ、これは荷重座標図において一つの平面を示し、この平面に至る原点からの距離が

$$H / \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma}$$

で与えられることになる。したがってテンターゲートが面内座屈に対して安全であるための条件は座屈限界面 f が、作用荷重によって与える荷重平面を内包することによって表わされ、これを式で示せば、

$$f(P_1, P_2, P_3) = 0, \\ H \leq P_1 \cos \alpha + P_2 \cos \beta + P_3 \cos \gamma \dots \dots \dots (3.10)$$

で与えられることになる。

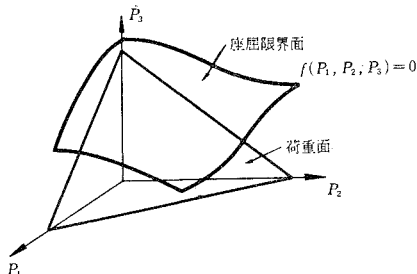


図-9 荷重座標図

4. 弾性支持端をもつ脚柱部の座屈荷重について

これまでの議論は脚柱の上流端部すなわち円弧面側の境界条件は単純支持と考えてきたが、実際の構造部材は必ずしもピン支持とはなっておらず、図-10 に示すように材端部の回転に対して抵抗する部材が存在し、一種の弾性支持の条件を満足するものとなる。この影響をみるために、図-11 に示すような系において A 端における回転剛性を κ とすれば

$$M_B = \frac{2EI}{l} \left\{ 2 - \frac{2EI}{4EI + \kappa l} \right\} \theta_B \dots\dots\dots (4.1)$$

のようである。同様の関係式を 図-10 の構造系について求めればつぎのようになる。ただし中間継ぎ材の影響を無視し、かつ材端の回転スプリング係数を図示のように $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ とする。

$$M_1 = \frac{2EI_1}{l} \times \left\{ 2 - \frac{I_1}{2I_1 + I_2 \left(2 - \frac{2EI_2}{4EI_2 + \kappa_2 l} \right) + I_3 \left(2 - \frac{2EI_3}{4EI_3 + \kappa_3 l} \right)} \right\} \theta_1 \dots\dots\dots (4.2)$$

$$M_2 = \frac{2EI_2}{l} \times \left\{ 2 - \frac{I_2}{I_1 \left(2 - \frac{2EI_1}{4EI_1 + \kappa_1 l} \right) + 2I_2 + I_3 \left(2 - \frac{2EI_3}{4EI_3 + \kappa_3 l} \right)} \right\} \theta_2 \dots\dots\dots (4.3)$$

$$M_3 = \frac{2EI_3}{l} \times \left\{ 2 - \frac{I_3}{I_1 \left(2 - \frac{2EI_1}{4EI_1 + \kappa_1 l} \right) + I_2 \left(2 - \frac{2EI_2}{4EI_2 + \kappa_2 l} \right) + 2I_3} \right\} \theta_3 \dots\dots\dots (4.4)$$

式 (4.2), (4.3), (4.4) に表われる回転スプリング係数 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ は脚柱端部における他部材の回転剛性を求めることによって与えられるから、これらを正確に知る場合には、座屈、荷重を決定する境界条件式は式 (2.1.2) がつぎのようになり、他の条件式は全く同一である。すなわち、

$x=R$ において

$$y_i''' = 0, \quad EI_i(y_i''')' + \kappa_i(y_i''')' = 0 \quad i=1, 2, 3 \dots\dots\dots (4.5)$$

いま一つの近似値を κ_i について求めるならば、式 (4.2)~(4.4) に示す関係式を用いて、 κ_i を脚柱の回転剛性に対する比で考慮することができ、たとえば、脚柱の回転剛性の $1/n$ の回転スプリング係数 κ_i を考えるとすれば、 κ_i は次式の根として与えられることになる。

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{1}{n} \left\{ 1 - \frac{I_1}{4I_1 + I_2 \left(4 - \frac{1}{1 + \xi_2} \right) + I_3 \left(4 - \frac{1}{1 + \xi_3} \right)} \right\} \\ \xi_2 &= \frac{1}{n} \left\{ 1 - \frac{I_2}{I_1 \left(4 - \frac{1}{1 + \xi_1} \right) + 4I_2 + I_3 \left(4 - \frac{1}{1 + \xi_3} \right)} \right\} \\ \xi_3 &= \frac{1}{n} \left\{ 1 - \frac{I_3}{I_1 \left(4 - \frac{1}{1 + \xi_1} \right) + I_2 \left(4 - \frac{1}{1 + \xi_2} \right) + 4I_3} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.6)$$

ここに、

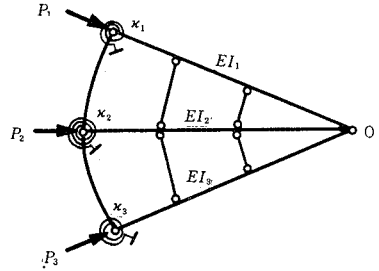


図-10 弾性支持された脚柱構造

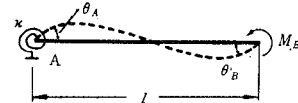


図-11

$$\xi_i = \kappa_i / (4EI_i/l) \quad i=1, 2, 3 \dots\dots\dots (4.7)$$

である。 $n=4$ として、式 (4.6) を前述の断面定数について解けば $\xi_1=0.2336$, $\xi_2=0.2248$, $\xi_3=0.2196$ となり、これは

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= 0.9344 \frac{EI_1}{l}, & \kappa_2 &= 0.8992 \frac{EI_2}{l}, \\ \kappa_3 &= 0.8784 \frac{EI_3}{l} \end{aligned}$$

に対応するから、式 (4.5) の境界条件はつぎのようになる。

$x=R$ において、

$$\left. \begin{aligned} y_i''' &= 0 \quad i=1, 2, 3 \\ (y_1''')'' + \{0.9344(y_1''')'/l\} &= 0 \\ (y_2''')'' + \{0.8992(y_2''')'/l\} &= 0 \\ (y_3''')'' + \{0.8784(y_3''')'/l\} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5')$$

この 6 個の境界条件式と、継ぎ材との交点ならびにトラニオン・ピン部での境界条件式 30 個を組み合わせれば、弾性支持された脚柱の座屈荷重の近似値が求められる。

5. 斜め補剛材をもつテンターゲート脚柱の座屈安定性

前節においてはテンターゲート脚柱の材端における境界条件が弾性支持されている場合について考察した

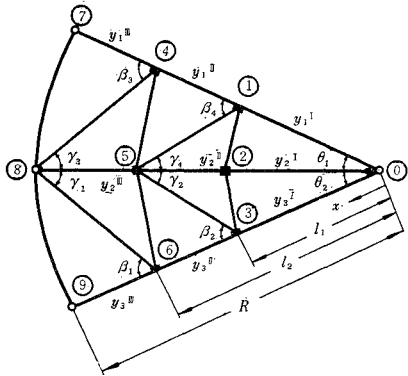


図-12 斜め補強材をもつ脚柱構造

が、脚柱部の安定性を向上させるためには、支持条件を剛にする以外に、斜め補強部材を配置することが考えられる。ここではこのような斜め補強部材の補強効果、座屈条件式を求めるための境界条件について考察し、その設計法に関する基礎的考察を加えた。議論を簡単にするために、まず 図-12 に示すような斜め補強材をもつ場合の座屈安定性について考え、補強部材端の支持条件が固定、ピン支持のそれぞれ場合についてその特性を明らかにする。

(1) 補剛部材材端が固定の場合の境界条件式

図-12 に示す構造系の座屈条件式の境界条件を求めるとき、たわみは 図-2 と同じものとするが、補強部材に関するモーメントは 図-13 に示すように時計針方向を正とし、せん断力は図示の方向を正とする。これらはそれぞれ m_{AB} , q_{AB} のように示すものとし、脚柱に関する曲げモーメント、せん断力は M_{ij} , Q_{ij} で示し、その正の方向は 図-12 において脚柱下方に引張りを生ずるモーメントを正、正断面において下方を示すせん断力を正とするものとする。図-12 のような構造系においても、境界条件式は 36 個となるが、これらは以下にのべるように、たわみに関する条件式 16 個、たわみ角に関する条件式 8 個、モーメントに関する条件式 10 個、せん断力に関する条件式 2 個、計 36 個で与えられる。

a) たわみに関する条件式

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ において} & \quad y_i^I = 0 \quad i=1,2,3 \\ x=l_1 \text{ において} & \quad y_i^I = y_i^{II} \quad i=1,2,3 \\ x=l_2 \text{ において} & \quad y_i^{II} = y_i^{III} \quad i=1,2,3 \\ x=R \text{ において} & \quad y_i^{III} = 0 \quad i=1,2,3 \end{aligned} \right\} \dots(5.1)$$

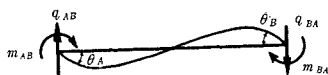


図-13

b) たわみ角に関する条件式

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ において} & \quad (y_i^I)' = (y_{i+1}^I)' \quad i=1,2 \\ x=l_1 \text{ において} & \quad (y_i^I)' = (y_i^{II})' \quad i=1,2,3 \\ x=l_2 \text{ において} & \quad (y_i^{II})' = (y_i^{III})' \quad i=1,2,3 \end{aligned} \right\} \dots(5.2)$$

c) 曲げモーメントに関する条件式

$$\left. \begin{aligned} M_{01} + M_{02} + M_{03} &= 0 \\ M_{14} - M_{10} &= m_{12} + m_{15} \\ M_{25} - M_{20} &= m_{21} + m_{23} \\ M_{36} - M_{30} &= m_{35} + m_{32} \\ M_{47} - M_{40} &= m_{46} + m_{45} \\ M_{58} - M_{52} &= m_{51} + m_{53} + m_{54} + m_{56} \\ M_{69} - M_{63} &= m_{65} + m_{68} \\ M_{74} &= 0 \\ M_{85} &= m_{84} + m_{86} \\ M_{96} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots(5.3.1)$$

以上 10 個の条件式は格点における材端曲げモーメントのつり合い条件を示すことになる。

ここに、

$$\left. \begin{aligned} M_{01} &= -EI_1(y_1^I)''|_{x=0}, & M_{10} &= -EI_1(y_1^I)''|_{x=l_1} \\ M_{02} &= -EI_2(y_2^I)''|_{x=0}, & M_{20} &= -EI_2(y_2^I)''|_{x=l_1} \\ & \dots & & \dots \end{aligned} \right\} \dots(5.3.2)$$

のようであり、中間補剛材については、材端変位の影響を無視すればつぎのように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} m_{12} &= \frac{2EI_{12}}{l_{12}} \{2(y_1^I)' + (y_2^I)'\}_{x=l_1} \\ m_{21} &= \frac{2EI_{12}}{l_{12}} \{2(y_2^I)' + (y_1^I)'\}_{x=l_1} \\ m_{23} &= \frac{2EI_{23}}{l_{23}} \{2(y_2^I)' + (y_3^I)'\}_{x=l_1} \\ m_{32} &= \frac{2EI_{23}}{l_{23}} \{2(y_3^I)' + (y_2^I)'\}_{x=l_1} \\ m_{45} &= \frac{2EI_{45}}{l_{45}} \{2(y_1^{II})' + (y_2^{II})'\}_{x=l_2} \\ m_{54} &= \frac{2EI_{45}}{l_{45}} \{2(y_2^{II})' + (y_1^{II})'\}_{x=l_2} \\ m_{56} &= \frac{2EI_{56}}{l_{56}} \{2(y_2^{II})' + (y_3^I)'\}_{x=l_2} \\ m_{65} &= \frac{2EI_{56}}{l_{56}} \{2(y_3^{II})' + (y_2^{II})'\}_{x=l_2} \end{aligned} \right\} \dots(5.3.3)$$

斜め補強材の材端モーメントは材端のたわみ角と材端変位で与えられ、つぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} m_{15} &= \frac{2EI_{15}}{l_{15}} \left[2(y_1^I)_{l_1}' + (y_2^{II})_{l_2}' \right. \\ & \quad \left. - \frac{3}{l_{15}} \left\{ (y_1^I)_{l_1} \cos \beta_4 - (y_2^{II})_{l_2} \cos r_4 \right\} \right] \\ m_{51} &= \frac{2EI_{15}}{l_{15}} \left[2(y_2^{II})_{l_2}' + (y_1^I)_{l_1}' \right. \\ & \quad \left. - \frac{3}{l_{15}} \left\{ (y_1^I)_{l_1} \cos \beta_4 - (y_2^{II})_{l_2} \cos r_4 \right\} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 m_{35} &= \frac{2EI_{35}}{l_{35}} \left[2(y_3^I)_{l_1}' + (y_2^II)_{l_2}' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{l_{35}} \left\{ (y_3^I)_{l_1} \cos \beta_2 - (y_2^II)_{l_2} \cos \gamma_4 \right\} \right] \\
 m_{53} &= \frac{2EI_{35}}{l_{35}} \left[2(y_2^II)_{l_2}' + (y_3^I)_{l_1}' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{l_{35}} \left\{ (y_3^I)_{l_1} \cos \beta_2 - (y_2^II)_{l_2} \cos \gamma_2 \right\} \right] \\
 m_{48} &= \frac{2EI_{48}}{l_{48}} \left[2(y_1^II)_{l_2}' + (y_2^III)_{R'} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{l_{48}} (y_1^II)_{l_2} \cos \beta_3 \right] \\
 m_{64} &= \frac{2EI_{48}}{l_{48}} \left[2(y_2^III)_{R'} + (y_1^II)_{l_2}' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{l_{48}} (y_1^II)_{l_2} \cos \beta_3 \right] \\
 m_{68} &= \frac{2EI_{68}}{l_{68}} \left[2(y_2^III)_{R'} + (y_3^III)_{l_2}' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{l_{68}} (y_3^III)_{l_2} \cos \beta_1 \right] \\
 m_{86} &= \frac{2EI_{68}}{l_{68}} \left[2(y_3^III)_{l_2}' + (y_2^III)_{R'} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{l_{68}} (y_3^III)_{l_2} \cos \beta_1 \right]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.3.4)$$

式 (5.3.2), (5.3.3), (5.3.4) を式 (5.3.1) に代入すれば、これがモーメントに関する 10 個の境界条件式となる。

d) せん断力に関する条件式

せん断力に関する条件式はこの場合 2 層について成立する。せん断力を 図-13 に示すように正をとり、のびを正とする軸力を導入すると層①—②—③および層④—⑤—⑥について、図-14 に示すようにつぎのようなせん断力のつり合い条件式が求められる。

$$\begin{aligned}
 (Q_{14} - Q_{10} + q_{15} \cos \beta_4 + N_{15} \sin \beta_4) \cos \theta_1 \\
 + (Q_{25} - Q_{20}) \\
 + (Q_{36} - Q_{30} + q_{35} \cos \beta_2 - N_{35} \sin \beta_2) \cos \theta_2 = 0 \\
 \dots\dots\dots (5.4.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (Q_{47} - Q_{41} + q_{48} \cos \beta_3 + N_{48} \sin \beta_3) \cos \theta_1 \\
 + (Q_{58} - Q_{52} - q_{51} \cos \gamma_4 \\
 - q_{53} \cos \gamma_2 - N_{51} \sin \gamma_4 - N_{53} \sin \gamma_2) \\
 + (Q_{69} - Q_{63} + q_{68} \cos \beta_1 - N_{68} \sin \beta_1) \cos \theta_2 = 0 \\
 \dots\dots\dots (5.4.2)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$q_{ij} = \frac{1}{l_{ij}} (m_{ij} + m_{ji}) \dots\dots\dots (5.4.3)$$

であり、 m_{ij} は式 (5.3.4) で与えられるものである。

また上式の Q_{ij} は、 y を脚柱のたわみとすれば、 $Q_{ij} = -EIy'''$ で表わされ、 N_{ij} は $N_{ij} = N_{ji}$ であり、図示のような系はつぎのように表わされる。

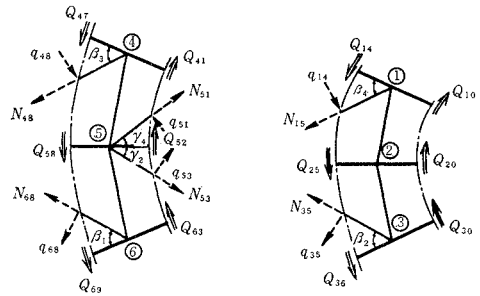


図-14 せん断力つり合い図

$$\left. \begin{aligned}
 N_{15} = N_{51} &= \frac{EA_{15}}{l_{15}} \{ (y_2^III)_{l_2} \sin \gamma_4 - (y_1^II)_{l_2} \sin \beta_4 \} \\
 N_{35} = N_{53} &= \frac{EA_{35}}{l_{35}} \{ (y_3^III)_{l_1} \sin \beta_2 - (y_2^III)_{l_2} \sin \gamma_2 \} \\
 N_{48} = N_{84} &= \frac{EA_{48}}{l_{48}} \{ -(y_1^II)_{l_2} \sin \beta_3 \} \\
 N_{68} = N_{86} &= \frac{EA_{68}}{l_{68}} \{ (y_3^III)_{l_2} \sin \beta_1 \}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.5)$$

以上式 (5.1)~(5.5) の関係式より系の座屈条件式は、

2. (1) において説明したのと全く同じ手法によって求められる。

(2) 補剛部材材端がヒンジの場合の境界条件式

この場合、図-15 に示すような構造系がその一例であり、境界条件式は次の点で前節と異なったものとなる。

すなわち、曲げモーメントに関する条件式 (5.3.1) において $m_{ij} = 0$ 、したがって、せん断力に関する条件式 (5.4.1), (5.4.2) において $q_{ij} = 0$ とおけばよい。結局 2. (1) で説明した境界条件式のうち、式 (2.1.5) および式 (2.1.5') について、式 (5.5) で与えられる項を、式 (5.4.1), (5.4.2) のように補正すればよいことになる。

(3) 補剛部材の構造特性

従来、脚柱の中間継ぎ材、斜め補剛材は、いわゆる補

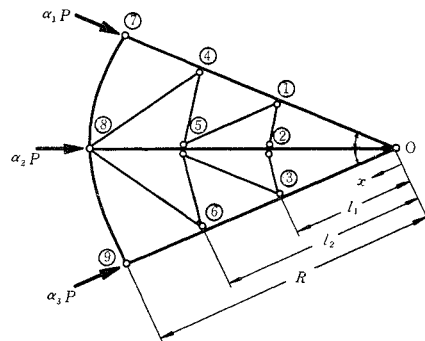


図-15 斜め補剛材をもつ脚柱構造

強部材と考えられ、主要部材と異なり、直接設計の対象にはならず、補助的役割をもつものとして配置されているが、これまでの考察からも明らかなように、系の安定性を決定する重要な構造要素であると考えられる。したがって、以下においてその特性および設計法について考察する。

6. テンター ゲート脚柱補剛部材の設計

(1) 概 説

これまでの考察より、テンター ゲート補強部材の軸圧縮力作用による応力はきわめて小さく、その特性は座屈安定性の向上にあると考えられる。したがって脚柱が低次のモードで座屈しないように補強するのが目的であり、これを簡単な例で示せば、図-16 のようであり、この安定条件は $P \leq kl$ で与えられる⁹⁾。これは補剛部材の伸縮剛性による補強効果であるが、補剛部材の曲げ剛性による補強効果も同様に考えることができる。図-17 のように、剛な棒に P が作用し、これが θ だけ回転したとすると、補剛部材が剛結されているとすれば、安定条件は、

$$Pl \leq \frac{L}{2} \left(\frac{\pi^2 EI}{L^2} \right)$$

となる。補強部材の Euler 座屈荷重を P^* とすれば、安定条件は $P^* \geq P(2l/L)$ で与えられることになる。

いま補剛部材のばね係数を EA/L で示せば、伸縮による効果、曲げ剛性による効果はそれぞれつぎのようになる。

$$EA \geq \frac{PL}{l} \dots \dots \dots (6.1)$$

$$P^* \geq 2P \frac{l}{L} \text{ または } EI \geq \frac{2PLl}{\pi^2 E} \dots \dots \dots (6.2)$$

これより曲げ剛性を期待する補強効果は、補強部材長が短い場合に有利であり、補強部材長が長い場合は式(6.1)より、単にその伸縮剛性のみ補強効果を期待するのが有利であると考えられる。換言すれば、斜め補強材は引張り抵抗によって補強効果をもつものとし、中間継ぎ材は曲げ剛性を式(6.2)より求め、かつ脚柱と剛結する構造とするのが合理的であると考えられる。したがって、補強材の設計はつぎのように行なうことができると思われる。

- (1) 脚柱の座屈長を決定し、これに対応する近似座屈荷重を決定する。
 - (2) 補剛部材断面の決定
 - (3) テンター ゲート脚柱部面内座屈荷重の算出
- 以上のうち(3)は前述のとおりであるので、(1)、(2)について以下に考察する。

(2) 座屈荷重の近似値

いま 図-18 のように補剛部材を配置するとき、近似的に座屈長は補強部の間隔 l としうるから、これに対す

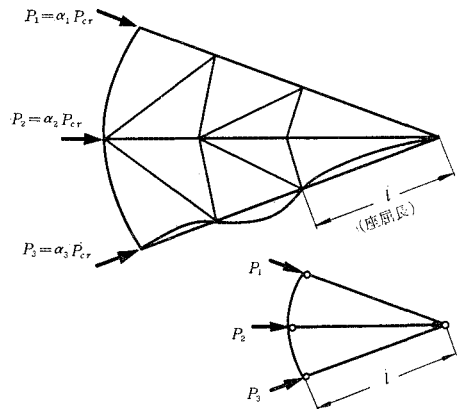


図-18 設計座屈長

る座屈荷重を求めればよいことになる。これは 図-4 に対応する構造系であるから、近似的に式(3.7.1)、(3.7.2)、(3.7.3)を用いることができる。すなわち

$$P_1^* = \alpha_1 P_{cr}, \quad P_2^* = \alpha_2 P_{cr}, \quad P_3^* = \alpha_3 P_{cr}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E}{l^2} \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{\frac{\alpha_1^{1.5}}{\sqrt{I_1}} + \frac{\alpha_2^{1.5}}{\sqrt{I_2}} + \frac{\alpha_3^{1.5}}{\sqrt{I_3}}} \right\}^2$$

となる。

(3) 補剛部材の設計

テンター ゲート脚柱部の補剛材の効果は、図-19 に示すように、斜め材の伸縮弾性、中間継ぎ材の伸縮弾性および曲げ剛性によって表わされる。まず斜め補強材の伸縮剛性による補強効果は式(6.1)と同じ形であり、式(5.4.1)、(5.4.2)、(5.5)よりばね係数は $EA_d \sin^2 \beta / L_d$ の形で与えられ、座屈に対する安定条件は、

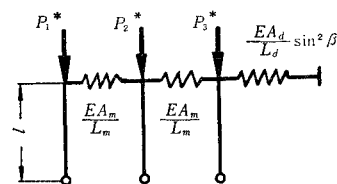


図-19

$$\frac{EA_d}{L_d} \sin^2 \beta \geq \frac{P_1^* + P_2^* + P_3^*}{l}$$

$$\therefore EA_d \geq \frac{\pi^2 EL_d}{l^3 \sin^2 \beta} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^3}{\left\{ \frac{\alpha_1^{1.5}}{\sqrt{I_1}} + \frac{\alpha_2^{1.5}}{\sqrt{I_2}} + \frac{\alpha_3^{1.5}}{\sqrt{I_3}} \right\}^2} \dots \dots \dots (6.3)$$

となる。ここに A_d は斜材断面積、 L_d はその長さ、 l は 図-18 に示す設計座屈長であり、 β は 図-12 に示すような斜材と脚柱のなす角である。

中間継ぎ材についても 図-19 のように考えれば、次式をうる。

$$EA_m \geq \frac{(P_3^* + P_2^*)L_m}{2L}$$

$$= \frac{\pi^2 El_m}{2L^3} \frac{(\alpha_2 + \alpha_3)(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^2}{\left\{ \frac{\alpha_1^{1.5}}{\sqrt{I_1}} + \frac{\alpha_2^{1.5}}{\sqrt{I_2}} + \frac{\alpha_3^{1.5}}{\sqrt{I_3}} \right\}^2} \dots \dots (6.4)$$

ここに A_m, l_m は中間継ぎ材の断面積および部材長で、式 (6.4) は、図-19 の中間継ぎ材が同一の長さで脚柱と連結されている場合を対象とする。

曲げ剛性を補強特性と考える場合には、式 (6.2) を用いればよいこととなり、これは前述のとおりである。

7. 数値計算例および考察

これまでのべた計算法を和知ダム テンター ゲートの脚柱に応用すれば、つぎのような計算結果となる。まず設計水位（満水位 12 m + 0.6 m）に対する荷重係数 $\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = 1 : 1.10 : 1.22$ の下では、上流側脚柱端をヒンジとすれば、 $P_{cr} = 93.5 \text{ t}$ 、固定とすれば $P_{cr} = 191.5 \text{ t}$ となる。この構造系を文献 4) の手法で計算すれば $P_{cr} = 135 \text{ t}$ ならびに $P_{cr} = 210 \text{ t}$ となる。両者の間では数値上かなりの相違がみられるが、補剛材をすべてなくした場合、本計算法では $P_{cr} = 90.4 \text{ t}$ であるのに対し、後者の方法では $P_{cr} = 118 \text{ t}$ であり、一般的な傾向として後者の計算法では大き目の座屈限界値を与えるように考えられる。また、4. に説明した弾性支持を導入した場合、計算例では $n = 1/4$ と考えられ、この近似式では満水位（12 m）状態で $\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = 1 : 1.37 : 1.60$ となって $P_{cr} = 91.0 \text{ t}$ 、正確に回転剛性を計算した結果では $P_{cr} = 93.5 \text{ t}$ をうる。

斜め補強材をもつ場合については、ここには計算法のみを示したが、文献 4) の計算法によれば、 $P_{cr} = 713 \text{ t}$ となり、座屈安定性は著しく向上することがわかる（表-2）。

つぎに斜め補強材の設計例を示す。和知ダムの例では設計水位における上脚柱軸力は 118 t であるから、安全率 3 をとれば、座屈荷重は $118 \times 3 = 354 \text{ t}$ となる。ゆえに、式 (3.6) より、座屈長 $l = R/2$ をえ、中間補剛材

ならびに斜め補強部材が必要である。簡単のため $l = R/3$ とし、式 (3.6) において $l = 5 \text{ m}$ 、 $\sin \beta = 0.613$ 、 $R = 11.8 \text{ m}$ 、 $I_1 = 4.61 \times 10^3 \text{ cm}^4$ 、 $E = 2.1 \times 10^4 \text{ t/m}$ 、 $\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = 1 : 1.10 : 1.22$ とすれば $A_d = 4.5 \text{ cm}^2$ となる。式 (6.4) より中間継ぎ材の断面積 A_m はさらに小さいものとなるから、實際上計算値は必要とは考えられない。しかし、中間継ぎ材の局部座屈を防止するためには、式 (6.2) の条件を満足しなければならないから、これより断面は決定される。

また、斜め補強部材は引張材となるように配置し、前と同様、局部座屈をさけ、初期の効果が全うされるように注意すべきである。

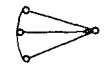
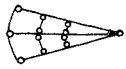
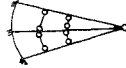
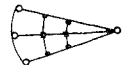
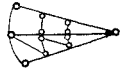
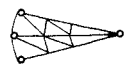
以上より、最近のテンター ゲートの薄肉化、抵抗力の立体化にともない、その脚柱部の不安定性については十分検討されなければならないことがわかる。とくに引張り材としての斜め補強材の効果はきわめて大きい。これは中間継ぎ材によってさらに安定性を増加すると期待される。しかし、中間継ぎ材のみの補強効果は数値計算例からもきわめて小さいものと考えられる。このことは古く F. Engesser, S. Timoshenko 等によって指摘された“組立柱の座屈長が柱の座屈長よりも長く、座屈荷重が低減する”ことと同じ傾向を示すものと考えられるが、組立柱の座屈長の算定にあたっては柱のせん断変形に匹敵するものがあり、この付加モーメントが不安定性を助長することになる。しかしながら、この考察を対象としたようなテンター ゲート脚柱部の不安定問題では、中間継ぎ材のみではせん断抵抗が期待できないこととともに斜め補剛材の挿入が組立柱と類似の性質から変化し、一種の部材解放のあるラーメン構造になることに注意しなければならないと考えられる。もとより十分なせん断剛性を期待しうるような接合形式を脚柱部・中間継ぎ材に用い、かつ中間継ぎ材をも脚柱の曲げ剛性と同程度の剛性を与える場合には剛接ラーメンとして考えられなければならないが、この種の構造形式は一般に重い構造物になるのではないかと思われる。和知ダム テンター ゲートの場合中間継ぎ材の剛性は脚柱のそれに比してきわめて小さく、また、その接合も簡単であったため、脚柱の座屈長を小さくするような剛性上の拘束効果はほとんど期待しえないものであると考えられる。

8. Analog Simulation による実験的検討

これまでの議論はテンター ゲートの面内・外座屈に関する理論的考察であったが、斜材による補強効果を知るためにはかなりの計算量を必要とし、また設計時にこのような計算を厳密に行なうことは困難であろうと思われる。この意味から簡単にその特性を知るために、等価

表-2 面内座屈荷重計算例

i) 設計水位における座屈荷重 P_{cr} ($\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = 1 : 1.10 : 1.22$)

端部支持条件	補強部材の有無	三菱重工(藤野・大坂)の方法	本計算法	備 考
ピン支持	なし	118 t	90.4 t	
ピン支持	中間継ぎ材	135	93.5	
固定支持	中間継ぎ材	210	191.5	
ピン支持	固定された中間継ぎ材	275	-	
ピン支持	中間継ぎ材および斜材2本	691	-	
ピン支持	中間継ぎ材および斜材2本	713	-	

ii) 満水位における座屈荷重 P_{cr} ($\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = 1 : 1.37 : 1.60$)

ばね係数			P_{cr}	備 考
κ_1	κ_2	κ_3		
0	0	0	78.5 t	脚柱端部ヒンジ
0.0792	0.0762	0.0744	91.0	” ” 弾性支持, 式(4.6)による近似解 $n=1/4$
0.153	0.089	0.070	93.5	” ” ”, 式(4.5), 一部抵抗を無視した場合
0.109	0.956	1.240	140.3	” ” ”, ” 全ての抵抗を加算した場合
∞	∞	∞	160.5	” ” 固定

回路による Simulator を作成し, その共振周波数より座屈荷重の算定を試みた*。

Simulator [写真] はこれまでの計算対象である和知ダム3号ゲートの諸量を用い, 脚柱の面内座屈について, 前記設計荷重係数を用いた場合を対象に作成した。各脚柱を9個の要素にわけ, Russell Beam Analogy^{6),7)}を応用すれば, 等価回路は, 図-20 のようになり, 各諸量は基本周波数を 1000 rad/sec とすれば 表-3 のように与えられ, 座屈荷重は共振周波数を $f(\text{kc})$ とすれば, $P_{cr} = (2\pi f)^2 (t)$ として求められる。

Simulator は, 図-20 のような基本系よりなるが, 補剛材の効果はその端部における脚柱の変位を拘束するものであるから, 等価回路では補剛材挿入位置を互いに短絡せしめた。実験には低周波発振器(菊水電子工業

K.K. 製, Model 417 RC Oscillator), 電圧計(同, Model 164 VTVM), デジタルカウンター(日本電波 K.K. 製, N-4004)を用いた。

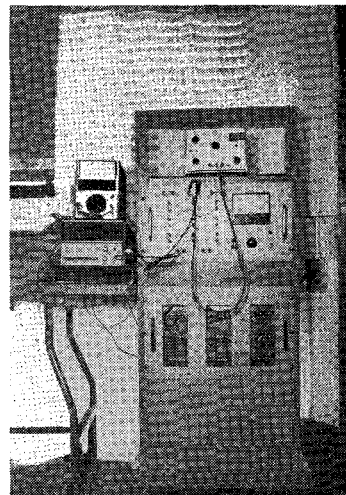


写真-1

* 斜め補剛材を加えた形式のテンターゲート脚柱部の座屈計算は現在までのところ, 直接座屈条件式を解くことは困難なようであり, 電子計算機の容量からも安定した収斂解が求められていない。ここでは, このため簡単な形でその特性を知る目的から電気回路相似法による Simulation を行った。

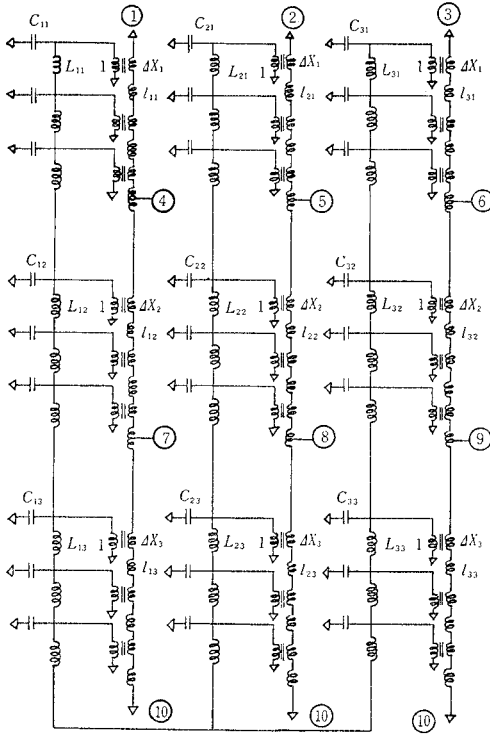


図-20 等価回路

実験結果は表-4に示すようであり、また周波数・レベル図は図-21~25に示すようである。単部材の座屈荷重は、中、下脚柱についてはやや低い荷重を与えており、この実験結果は安全側の値を推測しようように考えられる。3本の脚柱のみよりなる場合と、これに中間継ぎ材を付加した場合はそれぞれ図-21, 22のようであるが、中間継ぎ材がある場合逆に低い共振周波数を与えている。しかし周波数・レベル図はきわめて類似しており、計算結果の傾向をよく示すものと思われる。また、図-23, 24, 25は、斜め補剛材をもつ場合であるが、図-23については系の特性として、上脚柱に作用する外力は、中、下脚柱に分散されるため、耐荷力はかなり期待でき、最終的には上脚柱によって安定性が支配

表-3 等価回路要素諸元

		$i=1$	$i=2$	$i=3$
Δx_i		1.17	1.13	1.63
$C_{ij}(\mu F)$	$j=1$	1.17	1.29	1.43
	2	1.13	1.24	1.38
	3	1.63	1.79	1.99
$L_{ij}(mH)$	$j=1$	1.208	0.762	0.619
	2	1.167	0.736	0.598
	3	1.684	1.062	0.862
$l_{ij}(mH)$	$j=1$	0.1378	0.0869	0.0706
	2	0.1241	0.0783	0.0636
	3	0.3728	0.2351	0.1908

表-4 等価回路による実験結果

構造系	共振周波数	換算座屈荷重	計算値
	単一部材	上脚柱 1.32 kc 中脚柱 1.34×1.10 下脚柱 1.41×1.22	69 t 86 119
	1.46	84	90
	1.37	74	94
	3.62	517	713*
	3.63	520	678*
	3.60	512	—

* 藤野・大坂の方法による計算結果

されるようであり、この現象は図-23に明らかに示されているようである。図-24に示される系では、斜め補剛材により中脚柱に力が集中するため上下脚柱が最終状態を決定しており、一方、図-25のような場合中脚柱に作用する力は上下脚柱に分散される傾向が図に示されている。

Russel Beam を用いた Analog Simulation は一般の階差近似式に対する Simulation に対して約5倍以上の

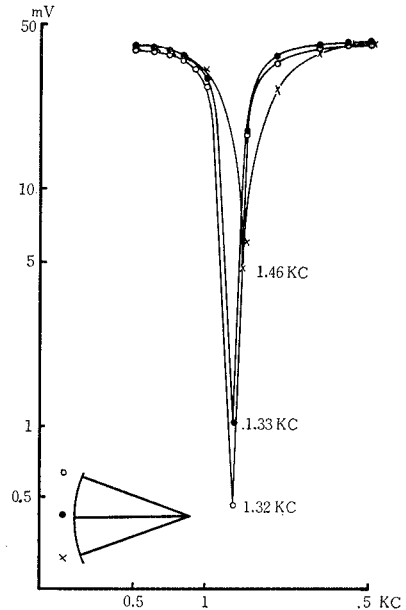


図-21 共振曲線図

精度をもつものといわれている⁷⁾。例えば、変位 w (厳密解) に対する Russell Beam による実験値を w_R とするとき、その誤差 e_r は

$$e_r = 100 \left(\frac{w_R}{w} - 1 \right)$$

となるが、等分布载荷の片持ばりのたわみに関する Russell, MacNeal の実験⁷⁾によれば、はりの分割数 3 の場合 1.23%, 分割数 6 の場合 0.375% となっている。座屈荷重に関する Analog Simulation での精度はいま

だ系統的には研究されてるいないようであるが、本実験の結果からみれば、表-4 に示すように中脚柱での誤差が最も大きく 21% 程度であり、中間継ぎ材のみを入れた場合についての計算値、実験値に関する誤差もこの程度である。図示された構造系についての実験値がどの程度の精度をもつかは正確には厳密解との比較においてなされなければならないが、藤野・大坂の計算値よりみて約 20% 程度であろうと考えられる。

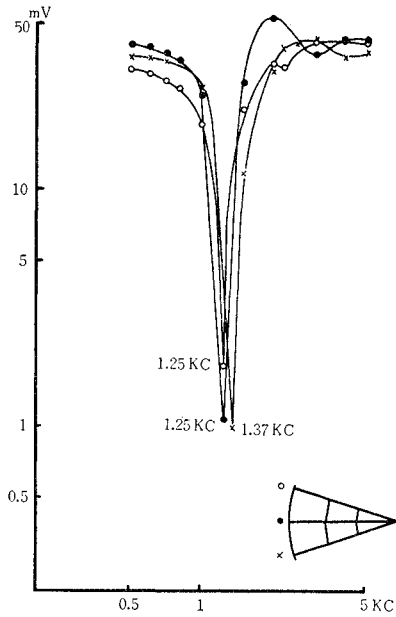


図-22 共振曲線図

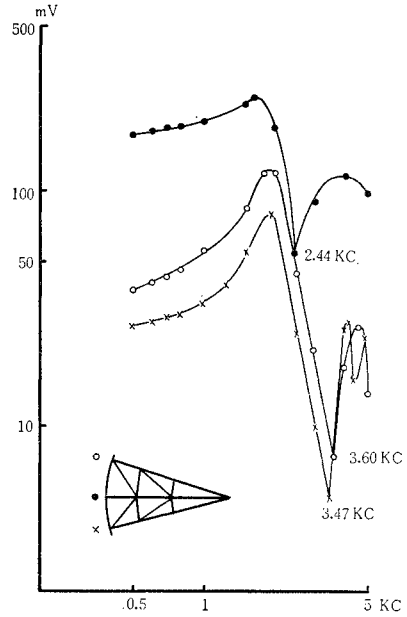


図-24 共振曲線図

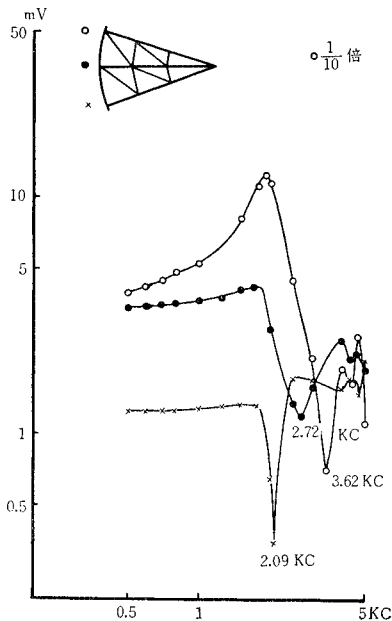


図-23 共振曲線図

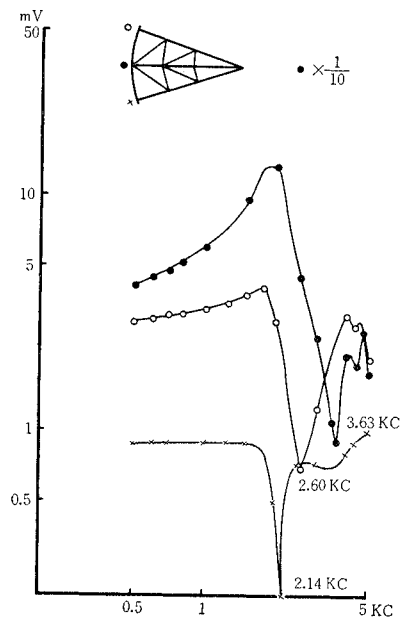


図-25 共振曲線図

9. 結 び

テンター ゲート脚柱部に関する不安定現象について、2, 3 の基礎的考察を行なったが、和知ダムの事故にみるように、この種の構造系では面内座屈現象について十分な検討が必要である。なお、この研究の結果は概要つぎのようである。

(1) 和知ダム テンター ゲートに関する座屈荷重は理論的に算出することができるが、この場合荷重係数が大きな影響を与える。また中間継ぎ材の補剛効果はほとんど期待することができず、このことは等価回路は小さく、これは Simulation による共振曲線図において、中間ストラットの有無による相違がほとんど認められない点からも明らかである。

(2) テンター ゲート脚柱部の設計においては、いわゆる荷重限界面による安全性の検討が必要であり、剛性の小さい主部材、脚柱を補剛するためには斜め材が有効である。

(3) 斜め補剛材の効果は、本研究では理論式を与えたが、この計算はかなりの量となり、とくに重要な設計の場合を除いて近似計算によって十分の精度をうることができると考えられる。この場合 Analog Simulation

が有効な方法であり、設計上必要な構造物の安全性の検討を簡単に行なうことができる。

本研究は和知水力発電所洪水吐テンター ゲートを対象とした考察であるが、その資料は関西電力(株)によるもので、計算等同社を始め、各方面のご尽力によるものである。ここに記して謝意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) 矢野勝正：“和知ダムのゲート事故について”，京都大学防災研究所年報第11号B，昭和43年3月，pp. 203~219.
- 2) 林 毅編：“軽構造の理論と応用”上巻，日科技連，p. 211.
- 3) 大坂・井上・熊野・江草：“ニールセン橋梁の座屈に関する研究”，三菱重工技報，Vol. 3, No. 6, 1966, pp. 126-130.
- 4) 藤野・大坂：“構造物一般の弾性座屈解析法についての考察”，第22回土木学会年次学術講演会，I部 1967年5月，pp. 35-1~35-4.
- 5) S. Timoshenko：“Theory of Elastic Stability”，Mc Graw-Hill, pp. 79. および pp. 135.
- 6) W. T. Russell & R. H. MacNeal：“An improved electrical analogy for the analysis of beams in bending”，J. App. Mech., Sept., 1953, pp. 349~354.
- 7) R. H. MacNeal：“Electric Circuit Analysis for Elastic Structures”，Wiley 1962, pp. 215~221.

(1968. 7. 31・受付)