土木学会論文報告集
第168号・1969年8月

パスフローを用いた等時間原則による交通量配分

TRAFFIC ASSIGNMENT BY THE PRINCIPLE OF EQUAL TRAVEL TIMES USING PATH-FLOW

飯 田 恭 敬*
By Yasunori Iida

1. まえがき

交通量配分問題におけるフローの取扱い方にはリンクフロー，パスフローの2通りが考えられる。リンクフローによる方法とは，各 OD 交通ごとに経由する道路区間（リンク）の交通量を変量とするものであって，ネットワーク理論におけるマルティコモディティの問題も一般的にはこの方法で行なわれている。これに対し，パスフローによる交通量配分は，各 OD 交通ごとにその間に存在する経路（パス）の交通量を変量として行なうものである。本論文ではこのパスフローを用い，リンク走行所要時間が，その交通量と線型関係を有するものと仮定し，交通量配分方法の1つである等時間原則による交通量配分を論じるものである。等時間原則による交通量配分は 1952 年，Wardrop, J.G.[1] によって提案せられたものであり，その後も Mosher, W.W.[2]，Jφrgensen, N.O.[3] らによって研究がなされている。わが国でも京都大学佐佐木教授の論文がある[4]。佐佐木論文はパスフローによって解析が試みられており，本論もこの論文に多大の示唆を得て研究がなされている。つまり，佐佐木論文では，OD 条件式と等時間条件式だけでは変数の数に対し条件式の数が不足することを指摘し，これを補なうべく配分比条件式を導入することを提案されている。しかし，その問題点として，配分比条件式を導入した場合，連立方程式が高次となって解析上に難点があること等が残されている。

本論文では，等時間原則を満足する各区間交通量が求まったとき，これを各 OD 交通ごとの経路交通量（パスフロー）に落として求めたくても一意的には定まらないことを理論的に明らかにしている。このことは，すなわち，区間交通量がある一定値でありさえすれば，その区間を通過する OD 構成の内訳は任意でよいことを示している。そこで本論文では，その内訳決定のために，情報均等，情報不均等な2つの立場を考えて配分を行なうことにした。このうち，情報均等な立場というのが佐佐木論文でいう配分比条件式を導入した場合に相当する。そして，このときの解は情報不均等な立場から出発し，収束計算によって求められることを明らかにした。

また，本論文も理論的複雑さを避けることから佐佐木論文と同様三角型道路網に対してのみその考察を試みている。

* 正会員　京都大学助手　工学部交通土木工学教室

2. 等時間原則による交通量配分

交通量配分における等時間原則は総所要時間最小法と同じく Wardrop が提唱したものであり，Jφrgensen はつぎの2式でもってこれを定義している。

定義式1　$T_{ij}+\lambda_i^{(k)}-\lambda_j^{(k)}\geqq 0$

定義式2　$(T_{ij}+\lambda_i^{(k)}-\lambda_j^{(k)})x_{ij}^{(k)}=0$

ここに，T_{ij}：道路区間 ij の走行所要時間

$x_{ij}^{(k)}$：k に始点をもつ道路区間 ij の交通量

$\lambda_i^{(k)}$, $\lambda_j^{(k)}$：始点 k から地点 i（あるいは j）にいたる交通量に依存した所要時間

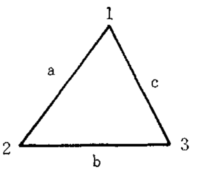
定義式1は道路区間 ij が k を始点にもつ OD 交通に利用されていない場合であり，定義式2は利用されている（すなわち $x_{ij}^{(k)}>0$）場合を示している。

つまり，これらの定義式のもつ意味は，各 OD 交通ごとにその間に存在する経路のうち利用する経路については所要時間が同じで，利用しない経路についてはそれ以上の所要時間を要するということを示している。この原則ははなはだ直観的であって特に理論的根拠は何もないが，われわれが経路を選択する際，距離的に最短と思われる経路が混雑していることがわかると少し回り道になっても交通混雑がなく走行円滑な経路を利用するのはよく経験することである。これはいずれの経路を選択するにせよ，それほど所要時間に差がないであろうという直観的判断にもとづいているからなのである。したがっ

て，このような原則のもとに交通量配分を行なっても何ら不合理なことはなかろう。むしろ現実の配分現象に近いといえるかもしれない。というのは運転者側からみればこの等時間原則による交通量配分の状態が最も自然だと考えられるからである。

3. 等時間原則配分における第1次配分と等時間経路の探索

等時間原則によって交通量を配分しようとするときは各 OD 交通ごとに等時間となり得るような経路を何らかの方法で探索し，その後配分を行なっていく。そこでこの各 OD 交通に対する等時間経路を探索するため，つぎのような第1次配分を基本にして考えていくことにした。第1次配分とは，各 OD 交通に対し経路を1本と限定した配分で，ある約束をつくっておけばこの第1次配分を足がかりに各 OD 交通の等時間経路はすべてあらいだすことができる。第1次配分をどのようにすればよいかという問題については少しあと回しにすることにして，その前に第1次配分から等時間経路を探索する方法について述べることにする。



図—1 配分対象道路網

表—1 第1次配分とその所要時間

O D	第1次配分経路	所要時間
1—2	a	$T_a=15$
2—3	b	$T_b=6$
3—1	c	$T_c=7$

いま仮に簡単な図—1 のような三角ネットで表—1 のような第1次配分を行なったところ，各リンクの走行所要時間 T_a, T_b, T_c がそれぞれ 15, 6, 7 になったとしよう。このリンク所要時間の大小関係から，OD 交通 1—2 については第1次配分における経路 a を利用するよりう回経路 bc を利用する方が所要時間が小さいので，このうちいくらかはう回経路 bc を利用することが考えられる。このとき OD 交通 1—2 の交通量をこの2つの経路に適当な比率で配分すれば所要時間を同一とすることができる。一方 OD 交通 2—3，3—1 については第1次配分経路における所要時間の方がう回経路の所要時間よりも小さいので再配分されることはあり得ない。

このようにして再配分過程を通じ，ある OD 交通についてその経路の所要時間を同一とする配分を行なうことができる。これが等時間原則による交通量配分の基本的な考え方である。この交通量配分法においては，等時間となる再配分経路の探索が重要であり，これを無分別に行なうと解を得ることができない場合があるのでつぎのような約束を作って探索することにする。

等時間再配分経路探索の約束

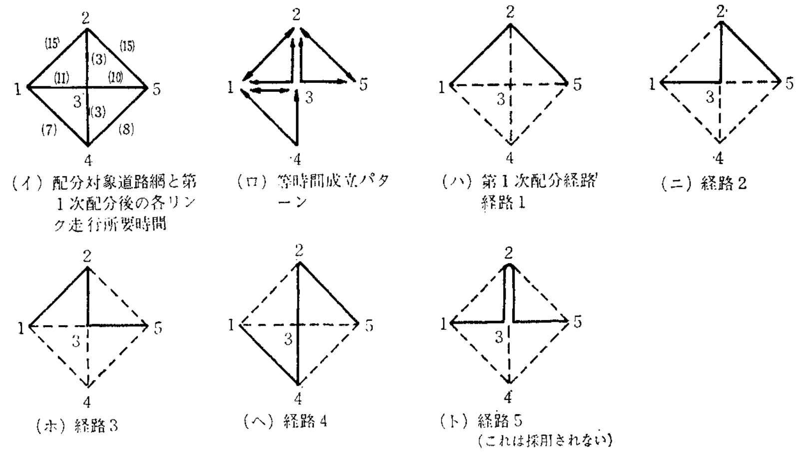
（1） 第1次配分による各リンク所要時間を各三角形内ごとに着目し，もし1リンクの所要時間が他の2リンクの所要時間和よりも大きければその間に等時間を成立させる。ただし，そのリンク総交通量（区間交通量）を零にしてもこの大小関係が逆転しないとき，その三角形内には等時間経路が存在しないものとする（等時間成立パターンの決定)。

（2） 各 OD 交通の等時間再配分経路は，その第1次配分経路を母経路とし，その中に約束 (1) にしたがった等時間成立パターンが含まれておれば，母経路でない新規経路を再配分経路として追加する。

（3） 今度は約束 (2) で求められた経路を母経路とし同じようにして等時間再配分経路を追加していく。つまり経路探索は親が子を生み，またその子が孫を生むといった形でなされる。

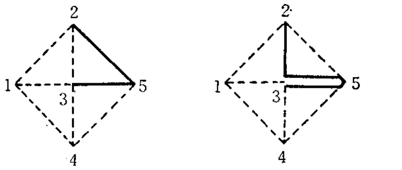
（4） しかし，同じリンクを2度以上通過するようなものは再配分経路として認めない。

この約束を用いて実際に例題で等時間再配分経路を探索してみる。図—2（イ）のネットにおいて全 OD 交通量を第1次配分した結果（ ）内に示すようなリンク走行所要時間となった。まず等時間成立パターンから決定するのであるが，約束 (1) から△132, △235, △143 内で等時間経路が存在する。ただし，零フローの検討は満たしているものとする。その等時間パターンは図—2（ロ）に示してある。いま OD 交通 1—5 についてだけ着目し，その第1次配分経路が図—2（ハ）に示す経路1であったとする。経路1上の△132, △235 内でノード 1—2 間，2—5 間にそれぞれ等時間経路が成立している



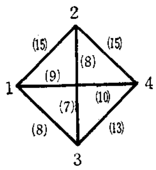
図—2 OD 交通 1—5 についての等時間経路の探索例

ので約束(2)から経路2，3が採択される。さらに経路2上の△143内においてもノード1—3間に等時間経路が存在するので経路4も再配分経路として取り出される。OD 交通 1—5 に関する等時間再配分経路としては以上である。経路5も当然等時間経路になりうるがリンク2—3を2度通過しなければならないので約束(4)から再配分経路としては採用されない。その理由の1つは，認めたとすると一般的なネットでは変数が著しく増加するため，解析が面倒になるだけであることと，認めてもこのパスフローの解を重ね合わせたリンク総交通量でみれば認めない場合と同一になるからである。もう1つ大きな理由としては，これを認めるとつぎのような実際の経路選択では起こり得ないようなことが生じるからである。たとえば図—2（イ）の例で OD 交通 2—3 の第1次配分経路が図—3（イ）のようであったとすると，△235 のノード 2—5 間で等時間経路が存在するので図—3（ロ）のような等時間経路も採用されるべきである。しかし，この経路をみてみると一度目的地に到達しながらその地点からまた出発し再び戻ってきている。以上のような2つの理由から約束(4)が作られたのである。



（イ）第1次配分経路　経路1　　（ロ）経路2（これは採用されない）

図—3　OD 交通 2—3 についての等時間経路の探索例



図—4　等時間再配分経路の存在し得ない第1次配分結果

ところで，同じ OD 交通量で別の第1次配分をしたところ，図—4の（ ）内に示すようなリンク走行所要時間を得たとする。このときは約束(1)を満たすような三角形が存在しないので，この場合は第1次配分そのものが等時間配分の結果となってしまう。実際にはこれが等時間原則にもとづく解でないかも知れないが，前述の経路探索法にしたがうかぎりやむを得ない。

このような約束を用いて再配分経路を探索しなければならない理由は，解として得られる経路の配分交通量が，つまりリンク総交通量（区間交通量）がすべて非負でなければならないからである。もし，この約束がないとすると，第1次配分における経路より所要時間の小さい経路がすべて等時間再配分経路となりうるのであるから，2つの三角形を取出したとき，その中で同時に2つ以上のノードペアに等時間を成立させねばならないことが起こる。これは次節でくわしく述べることであるが，このとき配分交通量（区間交通量）に負が出てくるのではなはだまずいことになる。つまり，1つの三角形内で等時間の成立するノードペアはたかだか1個であることがわかっているのに，これと矛盾したことが生じることになるからである。

以上のような理由から，等時間再配分経路の探索にあたって上の約束が作られたのである。

それではつぎに，第1次配分をどのようにするかについて考えていくことにする。しかし，ここで断っておかねばならないのは，残念ながら現段階では等時間原則による交通量配分を行なうべく最適な第1次配分法がまだ解明できていないということである。

さきほどからの例でもよくわかるように，等時間配分の基本的な考え方は第1次配分の経路を基本とし，それより所要時間の小さい他の経路に再配分していくのであるから配分パターンは総所要時間が小さくなる方向に変化している。

ここで配分パターンとは各リンク総交通量の相対比をいう。したがって，この配分法も流れのもつ基本的性質としては，総所要時間最小による配分（輸送計画的配分）と本質的に何ら異なるところがないのである。ただ，その違いは総所要時間最小による配分が，ネットの効率から考えて最大限に利用される，道路提供者側にとっては理想的な流れ方であるのに対して，等時間による配分は総所要時間最小への道をたどりつつも，各 OD 交通に関して，その間のどの経路を選択しようと所要時間が同じであって欲しいという道路利用者側の立場に立った配分法といえるのである。

電気回路網の理論をそのまま交通流にアナロジーさせ，ポテンシャル ドロップを所要時間，電流を交通量とすると，その配分結果は総所要時間最小（つまり総損失エネルギー最小）となっているが，これはそのまま等時間原則による配分にもなっている[6]。このようなシングル コモディティの問題なら両者の配分結果は同一となるのであるが，われわれがいま問題としている交通量配分はマルティコモディティの問題であるため，両者の配分結果が一致することはあり得ない。いずれにしろ，この2つの配分法のもつ流れとしての基本的性質には変わりがないのである。

さて等時間原則による交通量配分の解とは，第2節でも述べたように「各 OD 交通ごとにその間に存在する経路のうち，利用する経路については所要時間が同じで，利用しない経路についてはそれ以上の時間を要する」ものであったが，ここでこれに対して「各 OD 交通ごとに選択された経路についてのみ等時間が成立しており，それ以外の経路の所要時間については問わない」

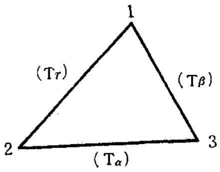
という疑似等時間原則というものを考える。ここで等時間原則という本来の枠から一歩踏みでて，この疑似等時間原則による解までも一応等時間原則による解であると認めるとすると，すべてとはいえないが，第1次配分法のいくつかに対してその流し方に応じた解が存在する。いま著者の求めんとしているのはもちろん本来の等時間原則を満たす解であることはいうまでもないが，どのような第1次配分を行なえばこれが求められるのかよくわからないので，取りあえずこのように解の存在領域をひろげ，これを足がかりに最適な第1次配分法を考えてみようと思っている。

ごく簡単なネットにおいては，等時間原則を満足する解が存在するためには OD 交通量がある一定値以上でなければならないというのが容易に証明できる。ところが，きわめて複雑で大きなネットになったとき，OD 交通量が相当多量であっても，果たして常に解が存在するかどうかかなり疑問である。しかし，本論文では〝常に存在する〟として考えていくことにする。存在するとすればそれは唯1個であることが確かめられている[7]。そこで等時間原則を満たす解を得るにはどうすればよいかということになると，あまり能率的でない方法であるが，とにかく第1次配分の方法をいろいろ試みて，疑似等時間原則も含む解をすべて洗いだし，そのうちで総所要時間最小となるものを取出せばよい。これが等時間原則の解となっていることはさきほどの説明より明らかであろう。このほか第1次配分の方法については考えるべき点が多々あるが，この問題に関しては，今後の課題として残しておきたい。

佐佐木教授は第1次配分法として距離最短法を試みておられるが，この方法は各ドライバーが対象道路網内の交通量，道路事情などの情報を前もって全然得ていないという前提をおけば再配分操作が直観的イメージとよく結びついて素直に受け入れることができる。しかし，この方法もさきの等時間再配分経路の探索法にしたがうかぎり等時間原則を満たす解が常に求められるかどうか問題が残されている。

4．等時間で流れる経路パターンの検討

前節では配分経路探索の約束が数学的に妥当かどうか吟味しておかなかったので，ここでその問題について検討しておく。結論から先にいえば，〝1つの三角形内では，そのすべてのノードペアに OD 交通を考えた場合，その中で2本の経路に分れて等時間の成立する OD 交通はたかだか1個しか存在しない〟ので前節の約束は何らこれに矛盾することがなくきわめて旨い約束であったことがわかる。つぎにその証明をしておく。



図―5 配分対象道路網

図―5 における各リンクの所要時間を $T_\alpha, T_\beta, T_\gamma$ で表わしておこう。まず最初にすべてのノード ペアの OD 交通(このときは3個)に対し，等時間の成立する経路が各2本ずつあるものと仮定する。そうすれば次式が同時に成立しなければならない。

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{OD}\,1-2 & T_\gamma=T_\alpha+T_\beta \\ \mathrm{OD}\,2-3 & T_\alpha=T_\beta+T_\gamma \\ \mathrm{OD}\,3-1 & T_\beta=T_\alpha+T_\gamma \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$T_\alpha, T_\beta, T_\gamma$ は非負であるため式 (1) が同時に成り立つためには

$$T_\alpha=T_\beta=T_\gamma=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

でなければならない。本文ではリンク総交通量 X とリンク走行所要時間 T の関係を線型で仮定しているため (次節参照)，式 (2) はつぎのように書ける。

$$L_\alpha(a_\alpha X_\alpha+b_\alpha)=L_\beta(a_\beta X_\beta+b_\beta)$$
$$=L_\gamma(a_\gamma X_\gamma+b_\gamma)=0 \cdots\cdots(2)'$$

ここで L, a, b は正なるゆえ各リンク総交通量は

$$X_\alpha<0,\ X_\beta<0,\ X_\gamma<0$$

となってしまい，リンク総交通量は非負でなければならないにもかかわらず，負となるので矛盾が起こっている。よって3つの OD 交通が同時に等時間で流れるという仮定は間違っていたことになる。

そこでつぎに，この OD 交通のうち1つはただ1本の経路だけで流れ，他の2つについては各2本の経路で等時間で流れるものと仮定する。この場合もやはり上と同じように，リンク総交通量が負で出てくる。たとえば，いま等時間で流れる OD 交通を OD 1−2, OD 2−3 とし，OD 3−1 はただ1本だけの経路で流れるものとすると式 (1) で第3式は不要になるから

$$T_\alpha=0$$

が導ける。リンク所要時間が零であることは上と同様にリンク総交通量が負となり，やはりこの仮定も間違っていたことになる。

それではつぎに，これらの3つの OD 交通のうち1つの OD 交通についてだけ等時間が成立するものと仮定すればどうであろうか。このときは式 (1) のうち2個は不要となるので説明するまでもなく上のようなリンク総交通量が負となる矛盾は生じない。

また，3つの OD 交通のそれぞれに各1本の経路しか存在しないときももちろん問題がない。

結局，三角ネット内における各ノード ペア間を流れる OD 交通を等時間原則で配分しようとするとき，等時間の成立する経路をもつノード ペアは各三角形内でせいぜい1個しか存在しないことがいえるのである。

5. パス フローの定義[8)]

パス フローとはある OD 交通に対して，その間にいくつかの経路があるとき，その各経路を流れる交通量をパス フローと定義する。それゆえ，パス フローの具備すべき条件としては，各 OD 交通についてのパス フローの総計がその OD 交通量に一致していることである。これを OD の条件式とよぶことにしているが，これを式であらわすとつぎのように示すことができる。

$$S^k=\sum_{p} x_p{}^k \qquad (k=1, 2, \cdots, r) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

S^k；k という OD の交通量

$x_p{}^k$；OD が k で経路が p の交通量（パス フロー）

これを簡単に例で説明しておこう。図—**6**（イ）のような道路網があって OD 交通は 1—3，4—3 の 2 つを考えることにする。そして OD 交通 1—3 には経路（1—2—3），経路(1—4—3)，OD 交通 4—3 には経路（4—2—3），経路（4—3）が対応しているものとする。図—**6**（ロ），図—**6**（ハ）。このとき各 OD 交通量を S^1, S^2 とし，そのパス フローをそれぞれ $(x_1{}^1, x_2{}^1)$, $(x_1{}^2, x_2{}^2)$ とすれば OD 条件式として当然次式が成立している。

$$\left.\begin{aligned} S^1&=x_1{}^1+x_2{}^1 \\ S^2&=x_1{}^2+x_2{}^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

パス フローを用いたとき，われわれが求めようとしている区間交通量は各 OD 交通のパス フローを重ね合せることによって求められる。つまり，すべての $x_p{}^k$ のうち区間 ij を通過するものだけを加算していけばよいから式ではつぎのように書ける。

$$X_{ij}=\sum_{k,p\epsilon ij} x_p{}^k \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

X_{ij}；道路区間 ij の交通量（リンク総交通量）

この例では図—**6**（ニ）のように区間交通量が求まる。

6. パス フローによる配分計算の定式化

等時間原則による交通量配分法は所要時間というものに重きが置かれているため，これが交通量と全く無関係では意味がなくなる。区間走行所要時間と交通量の関係はいままで数多く実験的，理論的に求められている交通量—速度曲線（$q-v$ 曲線）から誘導することもできるが本文では従来の研究のいくつかにならってつぎのような1次式で近似することにした[9)]。

$$T_{ij}=l_{ij}(a_{ij}X_{ij}+b_{ij}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

T_{ij}；道路区間 ij の走行所要時間

a_{ij}, b_{ij}；道路区間 ij の構造面から決まる定数

l_{ij}；道路区間 ij の長さ

式(6)はパス フローで表記すると，式(3)を用いてつぎのようになる。

$$T_{ij}=l_{ij}(a_{ij}\sum_{k,p\epsilon ij} x_p{}^k+b_{ij}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

こうすると，OD 交通 k で経路 p の所要時間 $T_p{}^k$ はこの経路が経由するすべての区間の所要時間を順次加えていけばよいから下のように表記できる。

$$T_p{}^k=\sum_{ij\epsilon k,p} T_{ij}=\sum_{ij\epsilon k,p} l_{ij}(a_{ij}\sum_{k,p\epsilon ij} x_p{}^k+b_{ij})$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

いま，ある OD 交通 k に対してその間に所要時間が等価となる経路が n_k 本あるものとすると，次式が成立している。これを等時間条件式とよぶことにする。

$$T_1{}^k=T_2{}^k=\cdots\cdots=T_{n_k}^k \quad (k=1, 2, \cdots, r) \cdots (9)$$

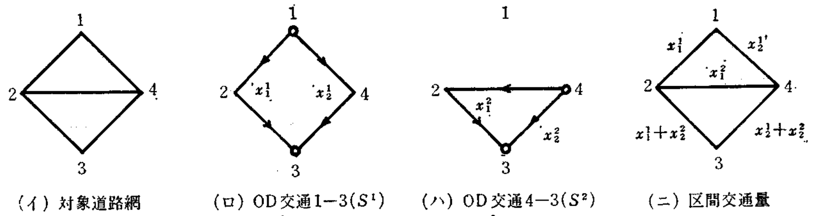
つまり，式(9)は式(8)からつぎのように示せる。

$$\sum_{ij\epsilon k,1} l_{ij}(a_{ij}\sum_{k,p\epsilon ij} x_p{}^k+b_{ij})$$
$$=\sum_{ij\epsilon k,2} l_{ij}(a_{ij}\sum_{k,p\epsilon ij} x_p{}^k+b_{ij})=\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots=\sum_{ij\epsilon k,n_k} l_{ij}(a_{ij}\sum_{k,p\epsilon ij} x_p{}^k+b_{ij})$$
$$(k=1, 2, \cdots, r) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

この式(10)を OD 交通 k についてみると，一次独立な条件式は (n_k-1) 個であることは自明であろう。

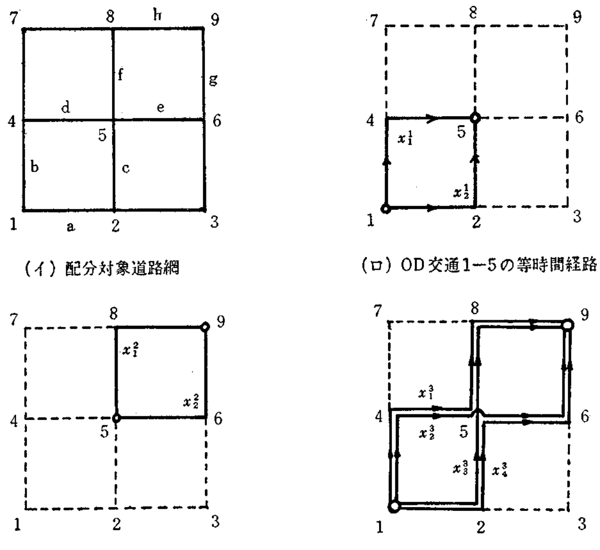
そこで，特定の OD レベルだけで考えた場合，その間に経路が n_k 本あるとき（このことはとりもなおさず求めんとする変数がその OD 交通については n_k 個あるということ），OD 条件式 1 個と一次独立な等時間条件式が (n_k-1) 個成立していることになる。これを全 OD 交通について重ねてみても，それらの等時間条件式の間に独立性が保持されるかぎり，変数と条件式の数が常に一致しているので等時間原則による交通量配分は式(3)，式(10)から成る連立一次方程式を解けばよいことになる。しかし，この独立性が保持されるのは特別な場合だけであって一般的には OD 交通を重ねたとき，等時間条件式の独立性が失われてくる。このことは次の例をみれば理解が容易であろう。

図—**7**（イ）のような道路網で 3 個の OD 交通，1—5，5—9，1—9 を考え各 OD 交通について等時間の成立する経路が，図—**7**（ロ），図—**7**



（イ）対象道路網　（ロ）OD交通1—3(S^1)のパスフロー　（ハ）OD交通4—3(S^2)のパスフロー　（ニ）区間交通量

図—6　各 OD 交通のパス フローと区間交通量の記述方法



（イ）配分対象道路網　　（ロ）OD 交通 1—5 の等時間経路

（ハ）OD 交通 5—9 の等時間経路　　（ニ）OD 交通 1—9 の等時間経路

図—7　等時間条件式が独立でない例

(ハ)，図—7 (ニ) のようになったとする。道路区間 a, b, …, h の走行所要時間を T_a, T_b, …, T_h とすると OD 交通 1—5, 5—9 に対し等時間条件式がそれぞれつぎのように成立している。

$$\text{OD 交通 1—5}\qquad T_a+T_c=T_b+T_d \cdots\cdots(11)$$

$$\text{OD 交通 5—9}\qquad T_e+T_g=T_f+T_h \cdots\cdots(12)$$

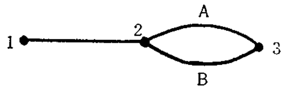
一方 OD 交通 1—9 に対しては

$$\left.\begin{aligned}T_a+T_c+T_e+T_g&=T_b+T_d+T_f+T_h\\&=T_a+T_c+T_f+T_h\\&=T_b+T_d+T_e+T_g\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

が成立している。この式は式 (11)，(12) をみてすぐわかるように，この 2 つの式によって容易に誘導できる。つまり，式 (13) は式 (11)，(12) に対して一次独立ではないのである。

ここで，ある OD 交通に関する経路の中に，他の OD 交通の経路の両端点を内包していないとき，その OD 交通を短距離 OD と称し，内包しているときは長距離 OD と称することにする。図—7 の例では OD 交通 1—5, 5—9 が短距離 OD であり，OD 交通 1—9 が長距離 OD となる。本論文では三角形だけから構成されるネットだけを対象としているので，この場合は短距離 OD を隣接 OD としてもよい。

こうすれば上の説明からわかるように，長距離 OD の等時間条件式は短距離 OD の等時間条件式によってすべて記述できる。したがって，式 (3) と式 (10)，すなわち，OD 条件式と等時間条件式から成る連立方程式を作ったとき，変数の数にくらべて条件式の数が少なくなってしまい，解が一意的には定まらなくなる。そこで，ある 1 つの解を求めるために，何か別の仮定で条件式を新たに導入することが必要になってきた。その 1 つの考え方として京大 佐佐木教授が配分比条件を提案されている[10]。配分比条件とは，ある 2 地点間で交通流が分流するとき，その 2 地点間の各経路への交通量の配分比はそこを通過するどの OD 交通についても同一となるという仮定である。すなわち，図—8 の OD 交通 1—3 が道路 A, B に分岐する比率は OD 交通 2—3 が道路 A, B に分岐する比率と同じであるということである。さきほどの図—7 の例で配分比条件式を立ててみるとつぎのような一次独立な式が 3 個形成できる。



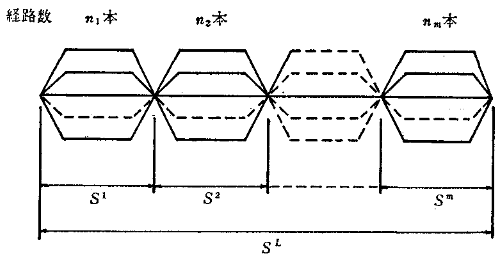
図—8

$$\left.\begin{aligned}\frac{S^1}{x_2{}^1}&=\frac{S^3}{x_3{}^3+x_4{}^3}\\\frac{S^2}{x_2{}^2}&=\frac{x_1{}^3+x_2{}^3}{x_2{}^3}\\\frac{S^2}{x_2{}^2}&=\frac{x_3{}^3+x_4{}^3}{x_4{}^3}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ゆえに，式 (13) の長距離 OD に関する等時間条件式 3 個は式 (14) の配分比条件式 3 個で補なうことができる。ところが，式 (14) の第 2 式，第 3 式は線型となっていないので連立方程式はさきほどのようには簡単には解くことができない。このような簡単な例題ならまだしも，もっと複雑なネットになってくると配分比条件式がさらに高次となってくるので解を求めることはいっそう困難となってくる。

このとき，非独立である長距離 OD の等時間条件式と同数だけ果たして独立な配分比条件式が樹立できるかどうか検討しておかなかったが，これは常に保証される。ネットが複雑になっても同じ考え方でいけるので最も簡単な例でこれを説明しておこう。

図—9 のような道路網があって短距離 OD を S^1, S^2, …, S^m, 長距離 OD を S^L としておく。いま便宜的に OD 交通に方向を考え，すべて左から右に向って流れるものとする。このとき，長距離 OD はいくつあっても



図—9

よいが，そのうちのどれかつについて説明しておけば十分であるから最長距離 OD をとっておいた。

短距離 OD k の間にある経路を p_{i_k} で示し，その本数を n_k で与えておく。つまり

$$i_k=1, 2, \cdots, n_k$$
$$k=1, 2, \cdots, m$$

となっている。

長距離 OD の経路数 n_L は

$$n_L=n_1\times n_2\times n_3\times\cdots\cdots\times n_m$$

であるから配分比条件式は等時間条件式の成立する (n_L-1) 個樹立できることがいえればよい。

OD 交通の流れの方向に沿って長距離 OD の発端点より順次配分比条件式を形成していけば以下のようになる。

$$\left.\begin{array}{ll}
\dfrac{S^1}{x_{i_1}{}^1}=\dfrac{S^L}{\sum\limits_{i_L\epsilon p_{i_1}} x_{i_L}{}^L}, & (n_1-1)\text{ 個} \\
\dfrac{S^Z}{x_{i_2}{}^2}=\dfrac{\sum\limits_{i_L\epsilon p_{i_1}} x_{i_L}{}^L}{\sum\limits_{i_L\epsilon p_{i_1}, p_{i_2}} x_{i_L}{}^L}, & n_1(n_2-1)\text{ 個} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\
\dfrac{S^m}{x_{mi}{}^m}=\dfrac{\sum\limits_{i_L\epsilon p_{i_1},\cdots p_{i_{m-1}}} x_{i_L}{}^L}{\sum\limits_{i_L\epsilon p_{i_1}, p_{i_2},\cdots p_{i_m}} x_{i_L}{}^L}, & n_1n_2\cdots n_{m-1}(n_m-1)\text{個}
\end{array}\right\} \cdots\cdots(15)$$

ここで $x^k{}_{i_k}$ はパス フローであり P_{i_k} に対応している。一般形式で記述したのでわかりにくいかもしれないが式 (14) と対応させれば理解しやすくなるであろう。

式(15)の各式は各分岐点において，式そのものが連続の条件式（分岐前交通量＝分岐後交通量）を満たすようになっているので一次独立な式はその分岐点で分岐経路数より1個ずつ少なくなる。式 (15) の第1式でもその個数を (n_1-1) 個としておいたのはもうすでに発端点で OD の条件式が成立しているものとしたからである。結局，式 (15) の配分比条件式の数はこれらを総計して

$$(n_1-1)+n_1(n_2-1)+n_1n_2(n_3-1)+\cdots$$
$$\cdots+n_1n_2n_3\cdots n_{m-1}(n_m-1)=n_1n_2n_3\cdots n_m-1$$

となり，長距離 OD の等時間条件式の数と一致しているのである。

7. 等時間原則配分における2つの立場

6. で述べたように非独立な長距離 OD の等時間条件式の代わりに配分比条件式を導入しても，これが非線型となってくるため解析的に解くことがむずかしくなってくる。そこで配分にあたりつぎのような2つの立場を考えることにした。

(1) 情報不均等な立場

情報不均等な立場とは短距離 OD と長距離 OD とを比較した場合，長距離になればなるほど途中経路に関する情報量（交通量，道路事情等）が少ないと考えたときである。われわれが日常ドライブするとき，近距離トリップであればその間の交通事情によく通じているため，どの経路をとれば時間的に有利なのかよく知っている。これに対し長距離トリップでは途中経路が不案内になってくるため，距離的に近いと思われる経路を選択することが多い。つまり，このことに対応させ長距離になるほど距離を規準に，短距離になるほど所要時間を規準に経路選択がなされるものと考え配分するのが情報不均等な立場に立った交通量配分なのである。

情報不均等な立場に立っての等時間原則による配分はつぎのように行なえばよい。

すでに述べたように，連立方程式によって配分計算を行なうとき長距離 OD の等時間条件式は短距離 OD のそれをもってすべて形成できるので，結局，長距離 OD の等時間条件式の数だけ階数が落ちることになる。したがって解は長距離 OD の配分に対し自由度を持たせて求めてよい。数学的には長距離 OD に自由度を持たせる理由は何もないが，長距離 OD の等時間条件式が消滅すること，立場が情報不均等であることを考え，あえてこのようにしておいた。ただし，長距離 OD パスフローの配分は全くの自由であるというのではなく，OD 条件式を満足し，かつ非負であるという条件を満たす範囲内での自由ということである。こうしておけば，長距離 OD のパス フローは情報不均等な立場から先決してもよいので，短距離 OD のパス フローは先決された長距離 OD パス フローを代入した連立方程式を解くことによって一意的に求められる。

長距離 OD パス フローの先決方法はつぎのように行なえる。

まず最初に，最長距離 OD をとり出し，これをその間の経路の交通量が零のときの時間の逆比，すなわち，距離の逆比を規準に配分を行なう。つぎに2番目長距離 OD に関する経路配分は，いま配分した最長距離 OD の交通量による所要時間の逆比で配分を行なう。以下同じようにして，n 番目長距離 OD に関しては $(n-1)$ 番目長距離 OD までの累加配分交通量による所要時間の逆比で配分していく。この長距離 OD パス フローの先決方法は，短距離になればなるほど時間比のウェイトが高まっているのがわかるであろう。

こうしてすべての長距離 OD パス フローが求められる。また，短距離 OD パス フローもこの長距離 OD パス フローを用い，OD 条件式，等時間条件式から成る

連立方程式によって求められるので，これで情報不均等な立場に立った交通量配分計算は終ることになる。計算結果においては，利用された経路について，各 OD 交通ごとに，もちろん，所要時間が等しくなっている。

実際計算は次節に示す。

（2） 情報均等な立場

情報均等な立場での配分とは OD 距離の長短にかかわらず，その間の経路に関する情報量が等しいと考えたときである。したがって，このときはさきに述べた配分比の条件が満たされている状態と考えてもよいであろう。しかし，このときの配分計算は前述したように連立方程式が1次式とならないためかなり面倒になってくる。そこで計算は情報不均等な立場から出発し，収束計算によって漸次情報均等な状態に遷移させていく。この計算過程はドライバーの慣れによる情報均等化現象に対応するものと考えてよい。そして収束計算の各ステップごとの値も解であり，配分比条件式が完全に満たされているとき以外は，すべて情報不均等な立場での解と考えればよい。

その収束計算の手順は以下のとおりである。

（1） 長距離 OD のパス フローを情報不均等な立場に立って先決する。

（2） 先決せられた長距離 OD パス フローを連立方程式（OD 条件式と等時間条件式で構成されている）に代入し，これより短距離 OD パス フローが求められる。

（3） しかし，いま求めた長距離，短距離 OD パス フローは配分比条件式を満足していないので (2) で求めた短距離 OD パス フローを用い，配分比条件式を構成して再び長距離 OD パス フローを求める。

（4） このとき，収束計算の各ステップに関し，(2) から算出される各リンク総交通量は変化することがないので以降の計算が容易になる。つまり，(3) で再び長距離 OD が得られると，つぎに短距離 OD パス フローを求めるときは，もはや (1) のような連立方程式の必要性はなくなり，各リンク総交通量から長距離 OD パス フローを差引けば求められるからである。

（5） いま求めた短距離 OD パス フローを用い，(3) にならって長距離 OD パス フローを求める。

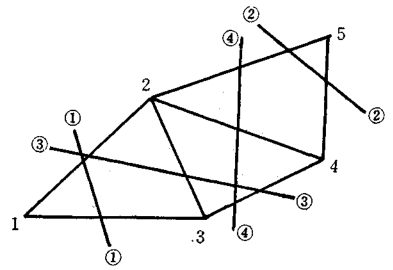
（6） 以上の操作を繰り返し，配分比条件式が満足されるまで計算を行なう。

このようにして情報均等な立場に立った等時間配分計算が可能となる。

計算手順 (4) におけるリンク総交通量（区間交通量）が不変であることは，ネットをカットしたときの断面交通量と各三角形内における等時間条件式から証明される。くわしくは次節の例題の中で説明している。なお，計算手順の (2) までは情報不均等な場合の計算手順で情報均等な場合の収束計算は (3) から始めればよいのである。

8．実際適用例

いままでの考え方に従い，実際に例題を通して計算を行なってみる。図—10 のネットに表—2 に示す OD 交通量を配分するのであるが，このとき式 (6) で用いる各リンクに固有な l_{ij}, a_{ij}, b_{ij} は表—3 のように仮定しておいた。本節では，距離最短法を採用した第1次配分から出発する配分計算と，それらの OD 交通のうちある1個の OD 交通の第1次配分経路だけを距離最短法から変更した配分計算と2ケースについて行なっている。例題1が前者であり，例題2は後者である。2ケース行なった理由は，第1次配分の流し方に対しそれぞれ解の存在することがあるからである。ここで解といっているのは 3. で述べた疑似等時間原則までを含んでおり，解が存在しないというのは区間交通量が負で出てくるときをいっている。区間交通量が負で出てくることは第1次配分の流し方が不適当であったことを示すものである。これらのことについては2つの例題を終えた後にもう一度論じることにする。



図—10 配分対象道路網とカット

表—2 OD 交通量　単位：台/日

O＼D	1	2	3	4	5
1		1000	500	200	200
2	S^1		500	500	3000
3	S^2	S^5		2000	200
4	S^3	S^6	S^8		500
5	S^4	S^7	S^9	S^{10}	

注）S^k は k という OD 交通の名称と同時にその交通量を表わす。この OD 表は三角表で与えられている。

表—3 a_{ij} b_{ij} l_{ij} の値

リンク	1—2	1—3	2—3	2—4	2—5	3—4	4—5
$a(10^{-3})$	0.823	0.135	0.135	0.215	0.215	0.460	0.135
b(km/min)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
l(km)	8	6	4	9	12	10	5

例題 1

計算手順のまず始めに第1次配分を行なわねばならない。取りあえず作業の比較的簡単な距離最短法を第1次配分法として採用すると，各 OD 交通の第1次配分経路は図—**11** のようになった。これをすべての OD について重ね合せるとリンク総交通量（区間交通量）は図—**12** のようになる。この区間交通量より式 (6) を用いて図—**12** の（ ）内に示すリンク走行所要時間が得られる。つぎに **3**. の約束 (1) にしたがいネットを構成する各三角形(この場合は △132，△234，△245) 内で図—**13** に示すような等時間の成立するパターンが決定される。これをもう少しくわしくいうと図—**13** に示す各三角形内での矢印パターンの所要時間大小関係が図—**12** の場合と零フローの場合で逆転するので，このパターンが成立するのであって，もし逆転しない三角形があるとその矢印パターンは等時間が成立しない。各三角形を独立と考えていくとこれだけのチェックで十分であるが，実際に等時間再配分していくとき，新規経路が隣接三角形にもまたがっていくので，各三角形を独立と考えて等時間成立パターンを決定していくだけでは不十分である。ただし，この例題では上のようなチェックだけで十分であった。

さて，等時間成立パターンが図—**13** のように決定されたのでこれをもとに，約束 (2),(3) にしたがい等時間経路を探索する。たとえば，OD 交通 S^4 で等時間経路を探索してみよう。図—**11** に示す $x_p{}^k$ はパスフローであるが，ここでは経路の名称とも考えていくことにする。まず OD 交通 S^4 の第1次配分経路は $x_1{}^4$ であったから，約束 (2) にしたがいこの経路の上に立つ△132，△245 内でそれぞれ次式が成立するので

$$T_{12}=T_{13}+T_{32}$$

$$T_{25}=T_{24}+T_{45}$$

等時間経路 $x_2{}^4, x_3{}^4, x_4{}^4$ が採択される。つぎに約束 (3) から経路 $x_4{}^4$ 上に立つ △234 内で

$$T_{32}+T_{24}=T_{34}$$

が成立するため，さらに経路 $x_5{}^4$ が追加される。

以上のような手順を経て各 OD 交通についての等時間経路が探索される。その結果は図—**11** に示している。

これだけ準備ができるとあとは配分計算に移るだけである。配分計算にあたっては OD 交通を長距離 OD と短距離 OD に分類しておかねばならないが，これはつぎのように分類される。

長距離 OD　S^3, S^4, S^9

短距離 OD　$S^1, S^2, S^5, S^6, S^7, S^8, S^{10}$

a）情報不均等な場合の配分計算

最長距離 OD，ここでは OD 交通 S^4 をまず零フローの時間逆比，つまり距離逆比で等時間経路に配分する。

$$x_1{}^4 : x_2{}^4 : x_3{}^4 : x_4{}^4 : x_5{}^4$$
$$=(l_{12}+l_{25})^{-1} : (l_{12}+l_{24}+l_{45})^{-1} : (l_{13}+l_{32}+l_{25})^{-1}$$
$$: (l_{13}+l_{32}+l_{24}+l_{45})^{-1} : (l_{13}+l_{34}+l_{45})^{-1}$$
$$=1/20 : 1/22 : 1/22 : 1/24 : 1/21 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

式(16)とつぎの OD 条件式より OD 交通 S^4 のパスフローは以下のように求められる。

OD 条件式　$x_1{}^4+x_2{}^4+x_3{}^4+x_4{}^4+x_5{}^4=200 \cdots\cdots(17)$

$x_1{}^4=43,\ x_2{}^4=40,\ x_3{}^4=40,\ x_4{}^4=36,\ x_5{}^4=41$

つぎに，いま求めた最長距離 OD S^4 の配分交通量を用い，2番目長距離 OD，ここでは S^3, S^9 についての配分計算に移る。S^4 を配分したときのリンク走行所要時間 T' を用い，

S^3 については

$$x_1{}^3 : x_2{}^3 : x_3{}^3$$
$$=(T'_{13}+T'_{34})^{-1} : (T'_{13}+T'_{32}+T'_{24})^{-1}$$
$$: (T'_{12}+T'_{24})^{-1}$$
$$=1/16.28 : 1/19.28 : 1/17.70 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

OD 条件式　$x_1{}^3+x_2{}^3+x_3{}^3=200 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$

式 (18), (19) から

$x_1{}^3=72,\ x_2{}^3=61,\ x_3{}^3=67$

同様に，S^9 について

$$x_1{}^9 : x_2{}^9 : x_3{}^9$$
$$=(T'_{34}+T'_{45})^{-1} : (T'_{32}+T'_{24}+T'_{45})^{-1}$$
$$: (T'_{32}+T'_{25})^{-1}$$
$$=1/15.27 : 1/18.27 : 1/16.25 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

OD 条件式　$x_1{}^9+x_2{}^9+x_3{}^9=200 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$

式 (20), (21) から

$x_1{}^9=72,\ x_2{}^9=60,\ x_3{}^9=68$

これで長距離 OD のパスフローはすべて先決できた。一方，短距離 OD で経路がただ1本しかないものは OD 交通量がそのままその経路の交通量となる。ここでは S^2, S^5, S^6, S^{10} の OD 交通がそれである。

$x_1{}^2=S^2=500$

$x_1{}^5=S^5=500$

$x_1{}^6=S^6=500$

$x_1{}^{10}=S^{10}=500$

こうして結局まだ求められていないのは短距離 OD S^1, S^7, S^8 のパスフロー，つまり $(x_1{}^1, x_2{}^1), (x_1{}^7, x_2{}^7), (x_1{}^8, x_2{}^8)$ となるが，これらは以下のようにして求められる。

すでに決定された各パスフロー値をネットに落とし，各リンクごとに合計しても，この段階ではまだ図—**13** の等時間パターンは成立しておらず，この上に未決のパスフローを積重ねることによってはじめて成立する。したがって，この未決のパスフローはつぎのような OD 条件式，等時間条件式から構成される連立方程式を解けばよい。

$$\left.\begin{array}{l} x_1^1+x_2^1 = 1\,000 \\ x_1^7+x_2^7 = 3\,000 \\ x_1^8+x_2^8 = 2\,000 \\ 6.584\,x_1^1-1.350\,x_2^1-0.540\,x_2^8=2\,033.00 \\ 2.580\,x_1^7-2.610\,x_2^7-1.935\,x_2^8=3\,594.34 \\ 0.540\,x_2^1+1.935\,x_2^7-4.600\,x_1^8+2.475\,x_2^8=-4\,040.44 \end{array}\right\} \cdots\cdots(22)$$

式 (22) より，

$x_1^1=462$ $x_2^1=538$, $x_1^7=2396$, $x_2^7=604$,

$x_1^8=1477$, $x_2^8=523$

以上で情報不均等な立場に立った配分計算は終った。この結果は **表—4** のステップ1にいっかつして掲げている。このときのリンク総交通量（区間交通量），リンク走行所要時間は **図—14** のようになるが，この解をみてみると，選択された経路については所要時間が同じで，その他の経路についてはそれより所要時間が長くなっており，等時間原則を満たす真の解であるといえる。

b) 情報均等な場合の配分計算

情報が均等な場合は配分比条件を満足している状態であるから，これを満足させるよう **a)** で求めた情報不均等な場合の配分結果を出発点に収束計算を行なって求める。つまり，**a)** では長距離 OD から短距離 OD のパス フローを求める手順であったが，ここでは逆に配分比条件式を使い短距離 OD から長距離 OD のパス フローを求めることから始める。このとき短距離 OD パス フローの値は **a)** で求められたものを用いる。すなわち，2ステップ目の長距離 OD パス フローは以下のようにして求める。つまり，計算手順 (3) から始める。

長距離 OD S^3

配分比条件式

$$\frac{x_1^3}{x_2^3}=\frac{x_1^8}{x_2^8}\left(=\frac{1\,477}{523}\right),\ \frac{x_2^3}{x_3^3}=\frac{x_2^1}{x_1^1}\left(=\frac{538}{462}\right) \cdots\cdots(23)$$

OD 条件式

$$x_1^3+x_2^3+x_3^3=200 \cdots\cdots(24)$$

式 (23)，(24) から

$x_1^3=121$, $x_2^3=43$, $x_3^3=36$

長距離 OD S^4

配分比条件式

$$\frac{x_1^4}{x_2^4}=\frac{x_1^7}{x_2^7}\left(=\frac{2\,396}{604}\right),\ \frac{x_1^4}{x_3^4}=\frac{x_1^1}{x_2^1}\left(=\frac{462}{538}\right),$$

$$\frac{x_2^4}{x_4^4}=\frac{x_1^1}{x_2^1}\left(=\frac{462}{538}\right),\ \frac{x_3^4}{x_4^4}=\frac{x_1^7}{x_2^7}\left(=\frac{2\,396}{604}\right),$$

$$\frac{x_4^4}{x_5^4}=\frac{x_2^8}{x_1^8}\left(=\frac{523}{1\,477}\right) \cdots\cdots(25)$$

OD 条件式

$$x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4+x_5^4=200 \cdots\cdots(26)$$

式 (25)，(26) から

$x_1^4=57$, $x_2^4=14$, $x_3^4=66$, $x_4^4=16$, $x_5^4=47$

長距離 OD S^9

配分比条件式

$$\frac{x_1^9}{x_2^9}=\frac{x_1^8}{x_2^8}\left(=\frac{1\,477}{523}\right),\ \frac{x_2^9}{x_3^9}=\frac{x_2^7}{x_1^7}\left(=\frac{604}{2\,396}\right) \cdots\cdots(27)$$

OD 条件式

$$x_1^8+x_2^9+x_3^9=200 \cdots\cdots(28)$$

式 (27)，(28) から

$x_1^9=72$, $x_2^9=26$, $x_3^9=102$

長距離 OD のパス フローがこれですべて求まったので，これらの値を用いて再び短距離 OD のパス フローを求める。しかし，**7.** の計算手順 (4) で示したように各計算ステップにおける区間交通量は不変であるため，もはや **a)** におけるような連立方程式は必要とせず，つぎのように区間交通量から長距離 OD パス フローを差引いていくだけで簡単に求められる。そのまえにここで区間交通量が不変であることを説明しておく。

この例題ではリンクが7個あるので，その交通量が一意的に定まるためには区間交通量に関する方程式が7個存在することがいえればよい。

まず各三角形内で等時間条件式が成立しているので，方程式が3個できる。

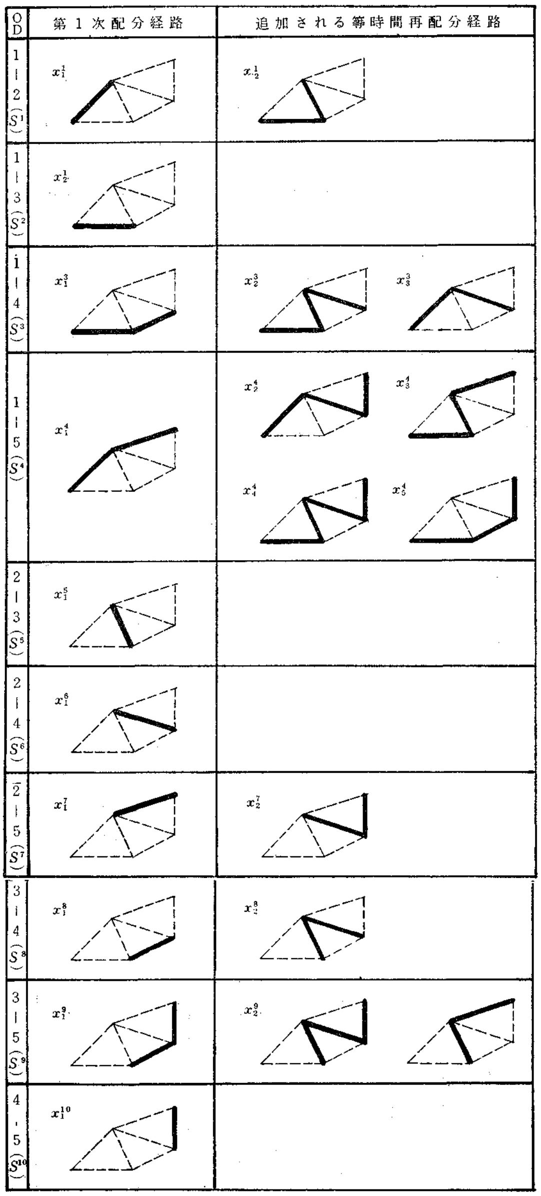
$$\left.\begin{array}{l} l_{12}(a_{12}X_{12}+b_{12})=l_{13}(a_{13}({}_{13}X_{13}+b_{13}) \\ \qquad +l_{32}(a_{32}X_{32}+b_{32}) \\ l_{24}(a_{24}X_{24}+b_{24})=l_{34}(a_{34}X_{34}+b_{34}) \\ \qquad +l_{32}(a_{32}X_{32}+b_{32}) \\ l_{25}(a_{25}X_{25}+b_{25})=l_{24}(a_{24}X_{24}+b_{24}) \\ \qquad +l_{45}(a_{45}X_{45}+b_{45}) \end{array}\right\} \cdots(29)$$

また，各 OD 交通ごとにそれに関するすべての等時間経路を切断するようにこのネットをカットしてみると断面交通量に関する1次方程式は方程式が4個できる。

$$\left.\begin{array}{ll} X_{12}+X_{13}=S^1+S^2+S^3+S^4 & \text{カット①} \\ X_{25}+X_{45}=S^4+S^7+S^9+S^{10} & \text{カット②} \\ X_{12}+X_{23}+X_{34}=S^1+S^3+S^4 & \\ \qquad +S^5+S^8+S^9 & \text{カット③} \\ X_{25}+X_{24}+X_{34}=S^3+S^4+S^6 & \\ \qquad +S^7+S^8+S^9 & \text{カット④} \end{array}\right\} \cdots(30)$$

上式のカット①等と書いているのは **図—10** のカットに対応している。

こうして，式 (29)，(30) の7個の方程式によって区間交通量 X_{ij} は一意的に定まることがいえた。これらの連立方程式を解くともちろん **図—14** に示す区間交通量と一致している。したがって，等時間原則で交通量配



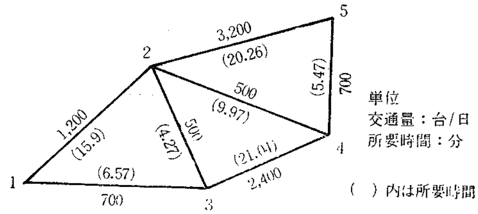
（例　題 1）

図—11　第 1 次配分経路と追加される等時間再配分経路

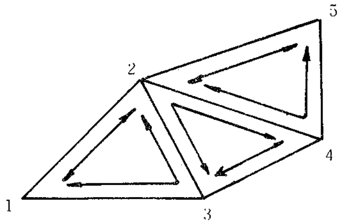
分を行なうとき求められる結果が区間交通量だけでよいのなら，この方法は有効となってくる。本論文では各 OD 交通の経路交通量（パス フロー）を求めようとしているのであり，これは区間交通量が与えられても一意的に定まらないため，いろんな立場を考えてその OD 組成の決定を試みるものである。

さて，各区間交通量はすでに求められたがその内訳はつぎのようなパス フローから成っている。

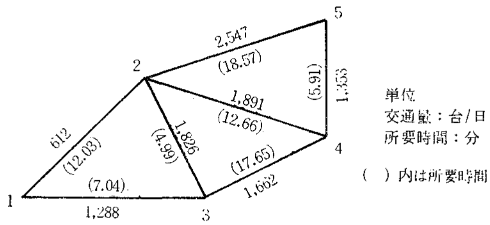
$$X_{12}=x_1^1+x_3^3+x_1^4+x_2^4=612$$
$$X_{13}=x_2^1+x_1^2+x_1^3+x_2^3+x_3^4+x_4^4$$



図—12　例題—1　第 1 次配分によるリンク総交通量（区間交通量）とリンク走行所要時間



図—13　例題—1　等時間成立パターン



図—14　例題—1　等時間再配分後のリンク総交通量（区間交通量）とリンク走行所要時間

表—4　例題—1　計算結果

（単位：台/日）

パスフロー ＼ 計算ステップ			1	2	3	4	5	6	7	8
長距離OD	S^3	x_1^3	72	121	110	114	112	112	113	113
		x_2^3	61	43	45	44	44	44	44	44
		x_3^3	67	36	45	42	44	44	43	43
	S^4	x_1^4	43	57	61	58	60	59	60	60
		x_2^4	40	14	18	17	17	17	17	17
		x_3^4	40	66	60	61	61	61	61	61
		x_4^4	36	16	18	18	18	18	18	18
		x_5^4	41	47	43	46	44	45	44	44
	S^9	x_1^9	72	72	71	73	72	72	73	73
		x_2^9	60	26	29	29	29	29	28	28
		x_3^9	68	102	100	98	99	99	99	99
短距離OD	S^2	x_1^2	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^5	x_1^5	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^6	x_1^6	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^{10}	x_1^{10}	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^1	x_1^1	462	505	487	495	492	493	492	492
		x_2^1	538	495	513	505	508	507	508	508
	S^7	x_1^7	2 396	2 323	2 326	2 329	2 367	2 328	2 327	2 327
		x_2^7	604	677	674	671	673	672	673	673
	S^8	x_1^8	1 477	1 422	1 438	1 430	1 434	1 432	1 432	1 432
		x_2^8	523	578	562	570	566	568	586	568
備考		情報不均等 → 情報均等								

$$
\left.
\begin{aligned}
&+x_5{}^4=1\,288\\
&X_{23}\,x_2{}^1+x_2{}^3+x_3{}^4+x_4{}^4+x_1{}^6+x_2{}^7+x_1{}^8\\
&\quad+x_2{}^9+x_3{}^9=1\,826\\
&X_{24}=x_2{}^3+x_3{}^3+x_2{}^4+x_4{}^4+x_1{}^6+x_2{}^7\\
&\quad+x_1{}^8+x_2{}^9=1\,891\\
&X_{25}=x_1{}^4+x_3{}^4+x_1{}^8+x_3{}^9=2\,547\\
&X_{34}=x_1{}^3+x_5{}^4+x_1{}^8+x_1{}^9=1\,622\\
&X_{45}=x_2{}^4+x_4{}^4+x_5{}^4+x_2{}^7+x_1{}^9+x_2{}^9\\
&\quad+x_1{}^{10}+1\,353
\end{aligned}
\right\}\cdots(31)
$$

上式に，いま求められた長距離 OD パス フローと，経路をただ1本しか有しない短距離 OD パス フローを代入して，2ステップ目の短距離 OD パス フロー（これらは上式中○印を付している）はつぎのように求められる。

$$x_1{}^1=505,\ x_2{}^1=495,\ x_1{}^7=2\,323,\ x_2{}^7=677,$$
$$x_1{}^8=578,\ x_2{}^8=1\,422$$

この結果は表—4 の2ステップ目の欄にまとめて示してある。この結果も等時間原則を満たしている解であるが，まだこの段階では配分比条件を満たしていないのでこれも情報不均等な場合の解と考える。

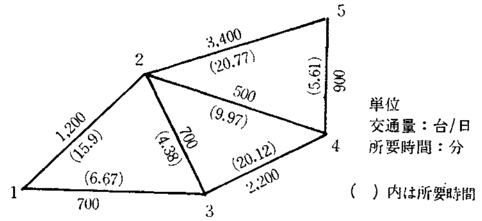
さらに，この2ステップ目の短距離 OD パス フローを用いて，配分比条件式から3ステップ目の長距離 OD パス フローを求める作業に移り，この操作を配分比条件式が満足されるまで同じ計算方法を繰返す。この例題ではステップ8でようやく収束したので，これを情報均等な場合の配分結果とする。

例題 2

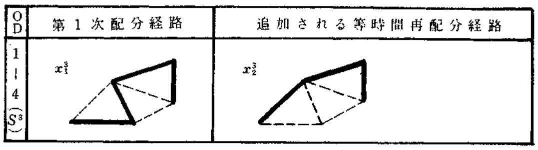
OD 交通 S^3 の第1次配分経路だけを**例題 1** の場合と変更し，それ以外はすべてそのままにして，配分結果にどのような差が出てくるかみてみることにした（**図—16**）。

第1次配分によるリンク総交通量（区間交通量），およびその走行所要時間は**図—15** のようになっている。等時間パターンは前出の約束にしたがうと例題1で得られた**図—13** のパターンと全く同一になる。そうすると OD 交通 S^3 の等時間経路が例題と異なるだけで（**図—16**），他の OD 交通についての等時間経路は同じとなる。情報不均等，情報均等な場合の配分計算を例題—1と同じようにして行なったところ**表—5** のようになった。また区間交通量とその所要時間は**図—17** に示している。

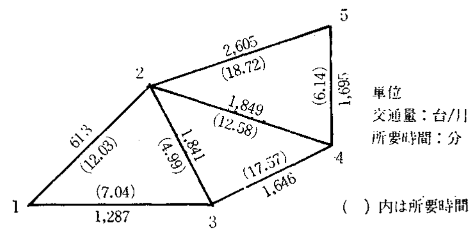
これら2つの例題を通してつぎのようなことがわかる。**例題 1** では，ある OD 交通について等時間の成立する経路以外の経路をもし選択するなら，その所要時間は等時間経路よりも大きくなり等時間原則の解となっているが，**例題 2** では OD 交通 S^3 についてみると等時間経路の所要時間が 36.89 分であるのに対し，経路(1—



図—15　例題—2　第1次配分によるリンク総交通量（区間交通量）とリンク走行所要時間



図—16　第1次配分経路と追加される等時間再配分経路（例題—2）
（OD 交通 S^3 を除いて，他は例題—1 と同じ）



図—17　例題—2　等時間再配分後のリンク総交通量（区間交通量）とリンク走行所要時間

表—5　例題-2　計算結果

（単位：台/日）

パスフロー ＼ 計算ステップ			1	2	3	4	5	6	7	8
長距離OD	S^3	$x_1{}^3$	103	114	112	112	112	112	112	112
		$x_2{}^3$	97	86	88	88	88	88	88	88
	S^4	$x_1{}^4$	43	44	45	45	45	45	45	45
		$x_2{}^4$	40	15	16	16	16	16	16	16
		$x_3{}^4$	40	58	57	57	57	57	57	57
		$x_4{}^4$	36	19	20	20	20	20	20	20
		$x_5{}^4$	41	64	62	62	62	62	62	62
	S^9	$x_1{}^9$	72	83	83	83	83	83	83	83
		$x_2{}^9$	60	27	29	29	29	29	29	29
		$x_3{}^9$	68	90	88	88	88	88	88	88
短距離OD	S^2	$x_1{}^2$	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^5	$x_1{}^5$	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^6	$x_1{}^6$	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^{10}	$x_1{}^{10}$	500	500	500	500	500	500	500	500
	S^1	$x_1{}^1$	427	440	440	440	440	440	440	440
		$x_2{}^1$	573	560	560	560	560	560	570	560
	S^7	$x_1{}^7$	2 254	2 213	2 215	2 215	2 215	2 215	2 215	2 215
		$x_2{}^7$	746	787	785	785	785	785	785	785
	S^8	$x_1{}^8$	1 533	1 499	1 502	1502	1502	1502	1501	1501
		$x_2{}^8$	467	501	498	498	498	498	499	499
備考		情報不均等 →								情報均等

3—4）が24.61分となっており，等時間経路より所要時間の短いものが存在している。したがって，**例題 2** では疑似等時間原則の解となっている。それでは一体どのような第1次配分を行なえば等時間原則による解が常に得られるのであろうか。

この疑似等時間原則によるものも一応解として認めても，すべての第1次配分の流し方に対して各区間交通量が正で求まるとはかぎらないが，そのうちのいくつかの第1次配分に対してはそれぞれ各区間交通量が非負なる解が存在する。本論文では OD 交通量がある一定値以上であって等時間原則による解が必ず存在するものと前提して論を進めており，その解は本方法を用いても得られることが確認されたので，その解の見つけ方の一方法として，すべての第1次配分について計算をすればその中に必ず解が存在しているので，このうち総所要時間が最小なるものを取出す方法がある。しかし，この計算方法は，はなはだ非能率であって科学的な方法とはいえない。この例題においては佐佐木教授の提案された距離最短法で等時間原則の解が得られたが，常にこの方法でよいかどうかはもう少し検討を要すると考えている。

9. あとがき

等時間原則による交通量配分では，まずこの原則にしたがう解の存在性が大きな問題となるが，本論文では必ず存在することを前提として論を進めている。すなわち，どの OD 交通量も等時間原則が満たされるべく十分な交通量を有すると考えている。

また，本論文では第1次配分から出発して配分計算を進めているが，必ずしもこの方法に固執する必要はなく，もっと別な方法でこれよりもっと能率的で，かつ理論的にも筋が通っているものがあれば，その方法で行なえばよい。しかし，いまのところこれに代わるべく適当な他の方法が見当らない。そこで，この計算方法を肯定するかぎり，本論文に残された最も大きな課題は，どのように第1次配分を行なえば等時間原則を満たす解が常に得られるのかということである。この課題を解決するためには今後考究しなければならない点も多いのでさらに研究を続けたいと思っている。

最後に，本研究にあたり終始，ご指導，ご鞭韃を賜わった京都大学 米谷栄二教授，同佐佐木綱教授，また，計算の労を わずらわした京都大学大学院 荻原達朗君に対し厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

1) Wardrop, J.G.: Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1952, pp 325～378
2) Mosher, W.W.: A Capacity-Restraint Algorithm for Assigning Flow to Transport Network, HRB Highway Research Record, No. 6. 1963, pp. 41～70
3) Jørgensen, N.O.: Some Aspects of the Urban Traffic Assignment Problem, Graduate Report, ITTE, University of California Berkeley, 1963
4) 佐佐木綱：道路網における交通量の 配分方法，日本地域学会年報，第2号，1963，pp 19～34
5) 上掲 3)
6) 上掲 3)
7) Beckman, M.J., McGuire, C.B., and Winston, C.B.; Studies in the Economics of Transportation, Yale University Press, 1956.
8) 飯田恭敬：パス フローによる 交通量配分，交通 工学，Vol. 4, No. 2
9) たとえば上掲 4)

（1969.3.28・受付）

昭和三十七年五月二十八日 第三種郵便物認可
昭和四十四年八月十五日 印刷（毎月一回
昭和四十四年八月二十日 発行（二十日発行）
学会論文報集 第168号
二〇〇円