

## く形沈殿池における密度流と死水

### DENSITY CURRENT AND DEAD WATER IN RECTANGULAR SETTLING TANK

栗谷 陽一\*・楠田 哲也\*\*  
By Yōichi Araya and Tetsuya Kusuda

**概 要** 沈殿池における密度流を生じる原因には、流入水と池内水との温度差、および濁度による流入水と上澄水との密度差があげられる。横流沈殿池における、これらの原因による密度流の状況および死水域の生成状況を、理想流体の準2次元流の理論を用いて解析したものである。理論から導かれる結果を定性的に述べれば、つぎの通りである。

まず温度差による定常な密度流は、熱拡散を無視すれば、かならず死水をともなうことになる。他の条件が一定の場合、流入水と池内水との密度差がある一定値以下だと、池内水は流出してしまい、密度流は定常的には存在しえない。密度差がこの限度以上の場合には、流入口よりただちに死水域を生じることになる。

流入水の濁度により、上澄水との間に密度差を生じる場合には、密度差の大きさによって順次につぎの4つの場合を生じる。

(1) 密度差がある一定値より小さいと、死水を生じることはないが、温度差による場合と異なり、下層の懸濁部流速は、上澄部より多少大きくなる。

(2) 密度差がさらに大きくなると、上澄水表面の流速は池内を進むにつれて低下し、ついに0となり、滑らかに死水域を生じる。死水を生じるに必要な密度差は、温度による場合の約半分である。

(3) 密度差がさらにある値をこえると、流入水は沈降を伴いながら、池内をある程度進んだところで急激に下降し、死水を生じるようになる。

(4) 密度差が、温度差による場合に対し死水を生じようような範囲に入ると、流入水は流入後ただちに下降して、密度流および死水を生じる。

温度差および濁度による密度差の両方があるときには、池内の密度は懸濁部、上澄部および死水域でそれぞれ異なることになる。この場合にも定性的には濁度のみによる場合とほぼ同様の結論が得られる。

実験室において模型実験を行なった結果は、概略の流

れの状況およびとくに死水の状態については、この理論によりよく説明される。

#### 1. ま え が き

横流沈殿池の除去率は、一般に overflow rate の理論から与えられる値よりも著しく低いことが知られ、その理由として、池内の乱流拡散、短絡流、沈殿物の巻きあげなどがあげられている。偏流や短絡流が除去率におよぼす影響については従来から研究されており、たとえば流入状況が不均一なときに見られるような左右の偏流が除去率を低下することは、流速の異なる各部分についてそれぞれ overflow rate を考えることにより説明され、また密度流のような鉛直方向の流れの偏りは、掃流や巻きあげにより除去率を低下しうることが、知られている<sup>1),2)</sup>。

このような流れが不均一であることによる除去率の低下を知るとともに、与えられた条件に対してどの程度に不均一な流れを生じるかを求めることも重要である。これらのうちで左右の偏流などは池内の流入端にバフアーを設けるなどの手段で除くことが可能であるが、密度流は補足的な手段では避けられない問題である。

沈殿池における密度流の原因には、流入水と池内水との温度差および流入水と上澄水との濁度差があげられる。これら密度流を含めた池内の流状は、一般には池内の乱れ、粘性、壁面の摩擦、さらには流出入状況などの影響を受け、複雑であるが、ここではそれらを無視し、理想流体の単純化した理論を用いて上記の2つの原因による密度流の流状を解析し、あわせて死水域の発生についても検討する。

#### 2. 温度差による密度流

流入水と池内水との温度差による密度流について、まず簡単な考察を行なう。仮定として、沈殿池内の流れを2次元の定常流とし、粘性および乱れの影響を無視す

\* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学教室

\*\* 学生員 九州大学大学院学生

る。また流入端における流入速度および温度は、水面から池底まで一様とする。この場合熱拡散を無視すれば、流入水と異なる密度をもつ池内水は、死水として滞留する部分に限られることになる。

流入水の密度を  $\rho_b$ 、死水の密度を一様として  $\rho_d$  とおき、まず  $\rho_b > \rho_d$  なる場合を考える。水深を  $h$  一様な流入速度を  $u_0$  とし、流下方向のある位置から死水域を生じたとして、死水の深さを  $h_d$ 、死水の下端境界面から池底までの距離を  $h_b$ 、その間における流速を  $u_b$  とする。簡単のためエネルギー損失を無視すると、流量およびエネルギーの保存から

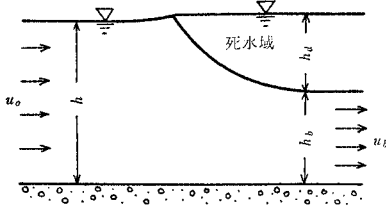


図-2.1 温度差による密度流

$$u_0 h = u_b h_b \dots\dots\dots (2.1)$$

$$(\rho_b u_0^2 / 2g) + \rho_b h = (\rho_b u_b^2 / 2g) + \rho_b h_b + \rho_d h_d \dots\dots\dots (2.2)$$

また水表面の死水発生点が流入水のとみ点であることから

$$\rho_b u_0^2 / 2g = \rho_b (h_b + h_d - h) \dots\dots\dots (2.3)$$

これらから

$$\frac{\rho_b u_0^2}{2g} \left( \frac{h}{h_b} \right)^2 = (\rho_b - \rho_d) h_d \dots\dots\dots (2.4)$$

さらに  $F_r \equiv u_0^2 / gh \ll 1$ ,  $\rho_b - \rho_d \ll \rho_b$  とすると

$$h_b \approx h - h_d$$

であるから式 (2.4) は

$$\eta_d (1 - \eta_d)^2 = 1 / K_{bd} \dots\dots\dots (2.5)$$

となる。ここに

$$\eta_d = h_d / h \dots\dots\dots (2.6)$$

$$K_{bd} = \frac{\rho_b - \rho_d}{\rho_b} \frac{2gh}{u_0^2} \dots\dots\dots (2.7)$$

$K_{bd}$  は流入水と死水との密度差に比例する無次元数で、死水境界面についての内部フルード数の逆数と見ることができる。また密度流流速  $u_b$  は式 (2.1) より

$$u_b / u_0 = 1 / (1 - \eta_d) \dots\dots\dots (2.8)$$

より求められる。

式 (2.5) は  $K_{bd} < 27/4$  であるような  $K_{bd}$  の値を与えると、 $0 < \eta_d < 1$  の範囲に根は存在しない。すなわち密度差がある値より小さいと、死水は生じえないことが示される。また  $K_{bd} > 27/4$  では、 $\eta_d$  は 0 と 1 の間に 2 根が存在する。これらをかりに  $\eta_1, \eta_2$  ( $\eta_1 < \eta_2$ ) とする。 $\eta_1$  あるいは  $\eta_2$  以外の深さの死水があれば、これは定常的には存在しえず、したがっていずれかの方向に

流されると考えられる。この移動速度を  $u_d$  とすれば、 $u_d$  で移動する座標系から見れば式 (2.1~2.3) と同様の関係が成りたつはずで、したがって式 (2.5) に相当する式

$$\eta_d (1 - \eta_d)^2 = \{1 - (u_d / u_0)\}^2 / K_{bd} \dots\dots\dots (2.9)$$

がえられる。これから (i)  $\eta_d < \eta_1$  のとき  $u_d < 0$  すなわち死水は流下し、池外に流出する。(ii)  $\eta_1 < \eta_d < \eta_2$  のとき  $u_d < 0$  すなわち流入部まで逆流して厚さを増し、 $\eta_2$  になる。(iii)  $\eta_d > \eta_2$  のとき流下するが同時に厚さがへって  $\eta_2$  より小さくなり、再び逆流して (ii) と同様  $\eta_2$  に落ちつくと考えられる。

以上の考察をまとめると、つぎのようになる。

- (1)  $K_{bd} < 27/4$  のときには、池内水は押し流されるので、定常的に死水は存在しえない。
- (2)  $K_{bd} > 27/4$  のときには死水は存在しうる。死水があるならば、流入側の境界条件から許される最上流端から生じ、その深さは式 (2.5) の根のうち  $1/3 < \eta_d < 1$  のもので与えられる。

式 (2.5) および (2.8) の関係を図-2.2 に示す。

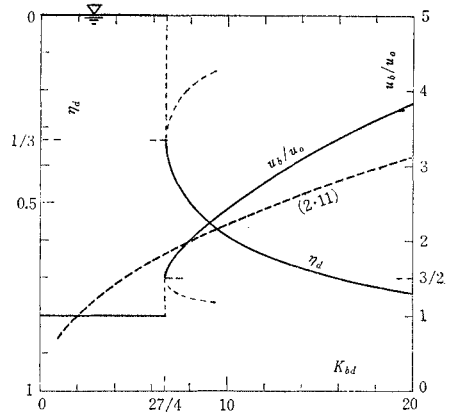


図-2.2 温度差による密度流流速と死水の深さ

中川<sup>3)</sup>は密度流流速について、さらに実際的な公式

$$u_b = \sqrt{2\alpha \frac{\rho_b - \rho_d}{\rho_d} g \Delta h \frac{1}{k}} \dots\dots\dots (2.10)$$

を導いている。比較のためにエネルギーの有効率  $\alpha$  および希釈率  $k$  をともに 1 とし、所説にしたがって流入水沈降高  $\Delta h$  を  $h/2$  とすると、式 (2.10) は

$$u_b / u_0 = (K_{bd} / 2)^{1/2} \dots\dots\dots (2.11)$$

となる。比較のため式 (2.11) を図-2.2 中に鎖線で示す。

流入水の密度  $\rho_b$  が死水の密度  $\rho_d$  より小さいときには、上層に密度流を生じることになる。このときには式 (2.1) および

$$(\rho_b u_0^2 / 2g) = (\rho_b u_b^2 / 2g) - \rho_b (h - h_d - h_b) \dots\dots\dots (2.12)$$

$$(\rho_b u_0^2 / 2g) + \rho_b h = \rho_d h_d + \rho_b h_b \dots\dots\dots (2.13)$$

がえられる。これらから、前と同様に式 (2.5) と同形の

$$\eta_d(1-\eta_d)^2=1/K_{db} \dots\dots\dots(2.14)$$

をうる。ただし

$$K_{db}=\frac{\rho_d-\rho_b}{\rho_b} \frac{2gh}{u_0^2} \dots\dots\dots(2.15)$$

である。したがって上下入れかわるほかは、まったく  $\rho_d < \rho_b$  の場合と異なるない。

3. 濁度差による密度流

流入水と池内水に温度差はないものとし、流入水は一樣濃度で沈殿物を懸濁するとして、そのための見かけ上の密度の増加による密度流を考える。簡単のため沈殿物の沈降速度は一樣に  $v_0$  であるとして、乱れによる沈殿物の拡散や流れの加速度による相対運動を無視する。沈殿物周囲の流速を  $v$  とすると、定常状態では沈殿物の濃度  $c$  の連続条件より

$$\text{div}\{c(v+v_0)\}=0$$

さらに  $c$  が小さいとすれば、流体の連続条件から

$$\text{div } v=0$$

したがって

$$(v+v_0) \cdot \text{grad } c=0$$

すなわち、沈殿物の軌跡に沿って濃度は一定である。したがって、流入水が一樣濃度とすれば、池内の懸濁部分はすべて一樣濃度となる。沈殿池内は一定密度  $\rho_a$  の上澄水あるいは死水の部分と、一定見かけ密度  $\rho_b$  の沈殿粒子を懸濁する部分とに分けられることになる。

沈殿池の流下方向に水面にそって  $x$  軸を、流入点で鉛直下方に  $z$  軸をとり、2次元流として流れ関数  $\psi$  を用いれば、懸濁部および上澄部の運動方程式は

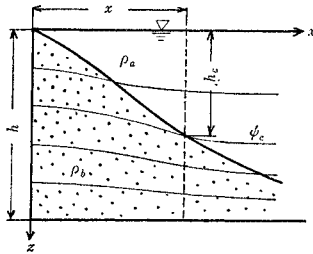


図-3.1 濁度による密度流

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \dots\dots(3.1)$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = g \dots\dots(3.2)$$

ここに、 $\rho$  はそれぞれの部分に応じて  $\rho_b$  および  $\rho_a$  とする。懸濁部では、沈殿粒子の濃度が小さいとして、沈降にともなう運動量の移動を無視している。式 (3.1)、(3.2) から圧力  $p$  を消去すると

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial(\Delta \psi)}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial(\Delta \psi)}{\partial z} = 0$$

さらに独立変数を  $(x, z)$  から  $(x, \psi)$  に変えると

$$\left[ \frac{\partial(\Delta \psi)}{\partial x} \right]_{\psi=\text{const.}} = 0$$

したがって、積分すると、 $f(\psi)$  を  $\psi$  の任意関数として

$$4\psi = f(\psi) \dots\dots\dots(3.3)$$

となる。式 (3.3) を2次元成層流に対してさらに一般化した式については、Long<sup>4)</sup> あるいは Yih<sup>5),6)</sup> が論じている。ここでは沈降条件の導入を主体に考えを進めるため、簡単のために  $u \ll w$ ,  $\partial/\partial x \ll \partial/\partial z$  の場合を考えることにする。このとき式 (3.3) は

$$\partial^2 \psi / \partial z^2 = f(\psi)$$

両辺に  $\partial \psi / \partial z$  を掛けて積分すると

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 = \Psi(\psi) + \phi(x) \dots\dots\dots(3.4)$$

ここに、 $\Psi(\psi)$ ,  $\phi(x)$  はそれぞれ  $\psi$  および  $x$  の任意関数である。式 (3.4) を流線に沿って微分すると

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} - \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} / \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial z} \right\} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 = \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{d\phi}{dx}$$

したがって式 (3.1) より

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{d\phi}{dx}$$

いっぽう前述の仮定から、式 (3.2) の左辺第1項および第2項は他の項にくらべて無視できるから、

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = g$$

したがって積分定数を任意関数  $\phi(x)$  に含めれば

$$p/\rho = gz - \phi(x) \dots\dots\dots(3.5)$$

となる。 $\Psi$  および  $\phi$  はそれぞれ懸濁部および上澄部で異なるので、 $\rho$  と同様に添字  $b$  および  $a$  をつけて区別することにする。

$x=0$  における条件を、水深  $h$  一樣流入速度  $u_0$  で流入するものとすれば、式 (3.4) は  $x=0$  で

$$u_0^2/2 = \Psi_b(\psi) + \phi_b(0)$$

$\Psi_b(\psi)$  と  $\phi_b(x)$  は積分定数を任意にとりうるから

$$\phi_b(0) = u_0^2/2 \dots\dots\dots(3.6)$$

とすると、任意の  $\psi$  に対して

$$\Psi_b(\psi) = 0 \dots\dots\dots(3.7)$$

したがって式 (3.4) より懸濁部では

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 = \phi_b(x) \dots\dots\dots(3.8)$$

さらに、沈殿池底面にそう流線は  $\psi = u_0 h$  であるから、懸濁部では

$$\psi = u_0 h - \sqrt{2\phi_b(x)}(h-z) \dots\dots\dots(3.9)$$

となる。

つぎに式 (3.9) の未知の関数  $\phi_b(x)$  を、沈降界面の深さ  $z = z_c(x)$  を用いてあらわす。沈降界面内の沈降粒子は流れに乗った運動のほか沈降速度をもつので、 $z$  方向の沈降速度を  $w_0$  とすれば、沈降界面の勾配はつぎの式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{dz_c}{dx} &= \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{\psi=\text{const}} + \frac{w_0}{u} \\ &= -\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} / \frac{\partial \psi}{\partial z}\right) + \left(w_0 / \frac{\partial \psi}{\partial z}\right) \end{aligned}$$

ゆえに  $z=z_c$  において

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{dz_c}{dx} + \frac{\partial \psi}{\partial x} = w_0 \dots\dots\dots(3.10)$$

流線は沈降界面  $z=z_c$  をつらぬいて流れるから、 $\psi$  およびその1次の導関数は沈降界面で連続である。したがって式(3.10)に式(3.9)を代入すると

$$\sqrt{2\phi_b(x)} \frac{dz_c}{dx} - (h-z_c) \frac{d}{dx} \sqrt{2\phi_b(x)} = w_0$$

$x=0$  で式(3.6)がなりたち、かつ  $z_c=0$  となることを考慮すれば、上式を積分して

$$\phi_b(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c}\right)^2 \dots\dots\dots(3.11)$$

これを式(3.9)に代入すると、懸濁部の流れ関数は、沈降界面の深さ  $z_c$  を用いて次式であらわされる。

$$\psi = u_0 h - \frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c} (h - z) \dots\dots\dots(3.12)$$

なお、沈降界面を通る流線を  $\psi = \psi_c$  とかけば、式(3.12)において  $z=z_c$  とおいて

$$\psi_c = w_0 x$$

なる関係がえられる。

つぎに、懸濁部と上澄部との圧力が連続することから、上澄部での関数  $\phi_a(x)$  を与える式をみちびく。式(3.5)より沈降界面では、

$$\rho_a g z_c - \rho_a \phi_a(x) = \rho_b g z_c - \rho_b \phi_b(x)$$

これに式(3.11)を代入すると

$$\rho_a \phi_a(x) = (\rho_b - \rho_a) g z_c - \frac{\rho_b}{2} \left(\frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c}\right)^2$$

ここで前節と同様に  $\rho_b - \rho_a \ll \rho_a$ ,  $u_0^2/g h \ll 1$ , さらに  $w_0^2/g h \ll 1$  として高次の微小量を省略すると

$$\phi_a(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c}\right)^2 - \frac{\rho_b - \rho_a}{\rho_a} g z_c \dots\dots\dots(3.14)$$

式(3.14)を式(3.4)に代入すると、上澄部では

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 = 2 \Psi_a(\psi) + \left(\frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c}\right)^2 - 2 \frac{\rho_b - \rho_a}{\rho_a} g z_c \dots\dots\dots(3.15)$$

懸濁部については、式(3.8)に式(3.11)を代入すると

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 = \left(\frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c}\right)^2$$

となるが、界面  $z=z_c$  において両者は同じ値をとるから

$$\Psi_a(\psi_c) = (\rho_b - \rho_a / \rho_a) g z_c \dots\dots\dots(3.16)$$

したがって式(3.15)を変形して

$$\left(\frac{\partial z}{\partial \psi}\right)_x = \left\{ \left(\frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c}\right)^2 - 2(\Psi_a(\psi_c) - \Psi_a(\psi)) \right\}^{-1/2} \dots\dots\dots(3.17)$$

とかくことができる。

表現を簡単にするために、無次元変数  $\xi, \zeta$  を導入して

$$\xi(\psi) = \psi / u_0 h, \quad \zeta(\psi) = \Psi_a(\psi) / (\rho_b - \rho_a / \rho_a) g h \dots\dots\dots(3.18)$$

とおけば、式(3.13)、式(3.16)より

$$\xi(\psi_c) = w_0 x / u_0 h, \quad \zeta(\psi_c) = z_c / h \dots\dots\dots(3.19)$$

となる。式(3.18)より独立変数を  $\psi$  から  $\xi$  にあらため、 $\zeta$  を  $\xi$  の関数として  $\xi(\psi_c)$  を  $\xi_c$ ,  $\zeta(\psi_c)$  を  $\zeta(\xi_c)$  とすれば、上澄水に対する式(3.17)は、つぎのように表わされる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial \xi} = \left\{ \left(\frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)}\right)^2 - K_{ba}(\zeta(\xi_c) - \zeta(\xi)) \right\}^{-1/2} \dots\dots\dots(3.20)$$

ここに、

$$\eta = z / h \dots\dots\dots(3.21)$$

$$K_{ba} = \frac{\rho_b - \rho_a}{\rho_a} \frac{2 g h}{u_0^2} \dots\dots\dots(3.22)$$

である。 $K_{ba}$  は前節(2.7)の  $K_{ba}$  と同様な無次元数である。

(1) 死水のないところの解

上層に死水のないところでは、 $\psi=0$  で  $z=0$  すなわち  $\xi=0$  で  $\eta=0$  である。そこで式(3.20)を0から  $\xi_c$  まで積分すると、 $\xi$  と  $\eta$  の関係を与える積分方程式が得られる。すなわち、式(3.19)、式(3.21)より  $\eta(\xi_c) = \zeta(\xi_c)$  だから

$$\zeta(\xi_c) = \int_0^{\xi_c} \left\{ \left(\frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)}\right)^2 - K_{ba}(\zeta(\xi_c) - \zeta(\xi)) \right\}^{-1/2} d\xi \dots\dots\dots(3.23)$$

式(3.23)より  $\zeta$  を  $\xi$  の関数として求めれば、死水のないところでの諸量は、つぎの諸式で与えられる。

沈降界面の水深	$z_c = h \zeta(\xi_c)$
$z_c$ を通る流れ関数	$\psi_c = u_0 h \xi_c$
懸濁部の流速	$u_b = u_0 \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)}$
表面流速	$u_s = u_0 \left\{ \left(\frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)}\right)^2 - K_{ba} \zeta(\xi_c) \right\}^{1/2}$
懸濁部の流れ関数	$\psi = u_0 h \left\{ 1 - \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)} \left(1 - \frac{z}{h}\right) \right\}$
あるいは	$z = h \left\{ 1 - \frac{1 - \zeta(\xi_c)}{1 - \xi_c} \left(1 - \frac{\psi}{u_0 h}\right) \right\}$
上澄部の流れ関数	$z = h \int_0^{\psi/u_0 h} \left\{ \left(\frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)}\right)^2 - K_{ba}(\zeta(\xi_c) - \zeta(\xi)) \right\}^{-1/2} d\xi$
上澄部の流速	$u_a = \left\{ \left(\frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)}\right)^2 - K_{ba} \left( \zeta(\xi_c) - \zeta\left(\frac{\psi}{u_0 h}\right) \right) \right\}^{1/2}$

.....(3.24)

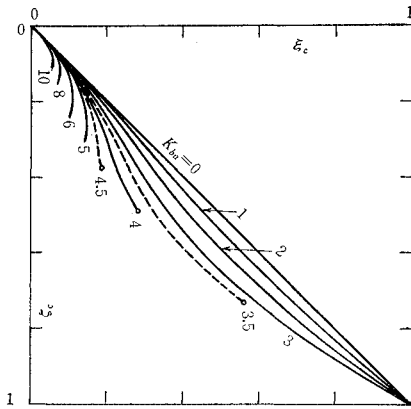


図-3.2 死水のないところでの沈降界面

$K_{ba}$  をパラメータとして式 (3.23) を解いて求めた  $\xi$  と  $\zeta$  の関係を 図-3.2 に示す。この結果から  $K_{ba}$  の値によって解につきの3通りの場合があることがわかる。

(1)  $K_{ba} < 3.4$  では、 $\xi_c = 1$  すなわち沈降を終るまでの解が求められる。

(2)  $3.4 < K_{ba} < 4.7$  では、 $\xi_c = 1$  にいたる前に

$$S \equiv \left( \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)} \right)^2 - K_{ba} \zeta(\xi_c) \dots\dots\dots (3.25)$$

が0となり、式 (3.23) の解はそこで終る。図-3.2 中の曲線末端の○印はこの点を示す。式 (3.24) の第4式から、その点で表面流速が0となることがわかる。

(3)  $K_{ba} > 4.7$  では、途中で  $d\zeta(\xi_c)/d\xi_c$  が発散する。 $K_{ba} > 3.4$  のときには必ず死水域を生じることになる。

(2) 死水のあるところの解

上澄水の上層にさらに死水域のあるところでは、 $\psi = 0$  は上澄水と死水との境界を与えることになる。したがって式 (3.23) はなりたらず、右辺は死水域を含めぬ上澄水の深さを与えるだけである。この場合には死水に接続する上澄水の圧力の条件から  $\xi$  と  $\zeta$  の関係が求められる。

死水域内における圧力は

$$p/\rho_a = gz + \text{const.} \dots\dots\dots (3.26)$$

で与えられる。上澄水内の圧力は式 (3.5) で与えられるが、死水域と連続で密度も等しいから  $\phi_a(x)$  は定数となる。さらに水表面の死水発生点は、前節同様に上澄水の上層のよどみ点であるから、この点の  $x$  の値を  $x_*$  とすると、式 (3.4) より  $\Psi_a(0) + \phi_a(x_*) = 0$ 、さらに式 (3.16) より  $\Psi_a(0) = 0$  であるから  $\phi_a(x_*) = 0$ 。したがって、死水域のあるところではつねに

$$\phi_a(x) = 0 \dots\dots\dots (3.27)$$

となる。

式 (3.27) を式 (3.14) に代入すると、

$$\frac{1}{2} \left( \frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c} \right)^2 = \frac{\rho_b - \rho_a}{\rho_a} g z_c \dots\dots\dots (3.28)$$

式 (3.19) および式 (3.22) を用いてあらわせば

$$\left( \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)} \right)^2 = K_{ba} \zeta(\xi_c) \dots\dots\dots (3.29)$$

となる。これは式 (3.25) において  $s=0$  とおいた式に一致する。式 (3.28) あるいは式 (3.29) は死水のあるところにおける沈降界面を与える式で、これを 図-3.3 に示す。ただし、後に述べる通り、意味のあるのはそのうちの一部分である。

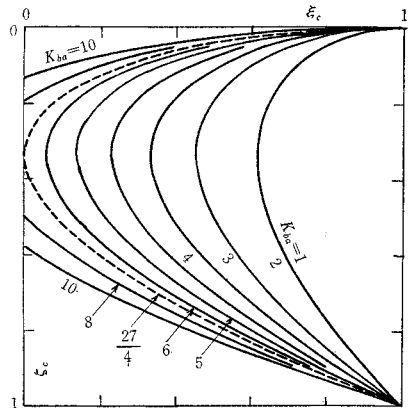


図-3.3 死水のあるところでの沈降界面

式 (3.28) を式 (3.11) に代入すると、

$$\phi_b(x) = (\rho_b - \rho_a / \rho_a) g z_c = K_{ba} u_0^2 z_c / 2 h$$

したがって、懸濁部における  $\psi$  は式 (3.12) より

$$\psi = u_0 h \left\{ 1 - \sqrt{\frac{K_{ba} z_c}{h}} \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \right\} \dots\dots\dots (3.30)$$

式 (3.18)、(3.19) および式 (3.21) を用いて表わせば、

$$\xi = 1 - \sqrt{K_{ba} \zeta(\xi_c)} (1 - \eta) \dots\dots\dots (3.31)$$

となる。

つぎに上澄部における関係を求める。死水域を生じる点  $x = x_*$  において沈降界面を通る流れ関数を  $\psi = \psi_*$  とする。また死水域を生じて後の任意の  $x$  の位置において沈降界面を通る流れ関数を  $\psi_c$  とすると、 $x > x_*$  すなわち  $\xi_c > \xi(\psi_*)$  において式 (3.29) がなりたつから、 $x$  の位置でみると、 $\xi(\psi_*) \leq \xi \leq \xi_c$  において

$$\left( \frac{1 - \xi}{1 - \zeta} \right)^2 = K_{ba} \zeta \dots\dots\dots (3.32)$$

がなりたつことになる。計算を容易にするために独立変数を  $\zeta$  にとり、

$$\xi = 1 - \sqrt{K_{ba} \zeta} (1 - \zeta) \dots\dots\dots (3.33)$$

$$d\xi = (1/2) \sqrt{K_{ba} \zeta} (3\zeta - 1) d\zeta$$

として、これらを上澄部における式 (3.20) に代入すると、

$$\partial \eta / \partial \zeta = (3/2) - (1/2 \zeta)$$

積分すると、 $\zeta(\xi_c)$  を簡単のため  $\zeta_c$  と書いて、 $\zeta = \zeta_c$  のとき  $\eta = \zeta_c$  であるから

$$\eta = \zeta_c - (3/2)(\zeta_c - \zeta) - (1/2)\ln(\zeta/\zeta_c) \dots(3.34)$$

となる。 $x = \xi_c u_0 h / w_0 = u_0 h / w_0 \{1 - \sqrt{K_{ba}\zeta_c(1-\zeta_c)}\}$  における  $\xi(\psi_*) \leq \xi \leq \xi_c (\psi_* \leq \psi < \psi_c)$  の範囲の流れ関数は、 $\zeta$  をパラメーターとして式 (3.33) および式 (3.34) で与えられることになる。

上澄水のうちで  $0 < \psi < \psi_*$  に対する部分は、死水を生じた直後における上澄水の流速分布がそのままの形で保たれることから求められる。これは式 (3.4) に式 (3.27) を代入してみれば明らかである。いま死水の深さを  $z_d$  とし、死水を生じた直後における諸量にすべて \* を添えて表わすことにすれば、死水を生ずる位置における  $x$  の値

$$x_* = \xi_{c*} u_0 h / w_0$$

あるいは  $\xi_{c*}$  が与えられれば、死水を生じた直後における沈降界面の深さ  $\zeta_{c*} h$  は式 (3.29) の  $\xi_c$  に  $\xi_{c*}$  を代入して求められ、また死水の深さ (必ずしも 0 でない)  $z_{d*} = \eta_{d*} h$  は、式 (3.20) に死水を生じたときの条件 (3.32) を代入して積分すれば求められる。すなわち

$$\eta_{d*} = \zeta_{c*} - \int_0^{\xi_{c*}} \frac{d\xi}{\sqrt{K_{ba}\zeta(\xi)}} \dots\dots\dots(3.35)$$

ただし、 $\zeta(\xi)$  は式 (3.23) の解として与えられる。また上澄部の流れ関数は、

$$\begin{aligned} \eta_*(\psi) &= \zeta_{c*} - \int_{\xi(\psi)}^{\xi_{c*}} \frac{d\xi}{\sqrt{K_{ba}\zeta(\xi)}} \\ &= \eta_{d*} + \int_0^{\xi(\psi)} \frac{d\xi}{\sqrt{K_{ba}\zeta(\xi)}} \dots\dots\dots(3.36) \end{aligned}$$

で与えられる。この形は、死水を生じた後の任意の  $x$  の位置まで保たれるから、そこでは式 (3.36) の形を式 (3.34) の解に上積みすればよい。すなわち式 (3.34) において  $\psi = \psi_*$  とおくと  $\zeta(\psi_*) = \psi_{c*}$  とかけるから

$$\eta(\psi_*) = \zeta_{c*} - (1/2)(\zeta_c - \zeta_{c*}) - (1/2)\ln(\zeta_{c*}/\zeta_c)$$

したがって  $0 \leq \psi < \psi_*$  に対して

$$\begin{aligned} \eta(\psi) &= \eta(\psi_*) - (\eta_*(\psi) - \zeta_{c*}) \\ &= \eta_{d*} - \frac{1}{2}(\zeta_c - \zeta_{c*}) + \frac{1}{2}\ln \frac{\zeta_c}{\zeta_{c*}} + \int_0^{\xi(\psi)} \frac{d\xi}{\sqrt{K_{ba}\zeta(\xi)}} \end{aligned}$$

$\psi = 0$  とおくと死水の深さ  $z_d$  は次式で与えられる。

$$\frac{z_d}{h} \equiv \eta_d = \eta_{d*} - \frac{1}{2}(\zeta_c - \zeta_{c*}) + \frac{1}{2}\ln \frac{\zeta_c}{\zeta_{c*}} \dots\dots\dots(3.37)$$

これを用いれば

$$\eta(\psi) = \eta_d + \int_0^{\xi(\psi)} \frac{d\xi}{\sqrt{K_{ba}\zeta(\xi)}} \dots\dots\dots(3.38)$$

となる。これで  $0 \leq \psi < \psi_*$  の部分の流れ関数が与えられる。

以上の考察から、死水のあるところにおける諸量をまとめると、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} \text{沈降界面の水深} \quad z_c &= h \zeta_c \\ z_c \text{ を通る流れ関数} \quad \psi_c &= u_0 h \xi_c \\ &= u_0 h \{1 - \sqrt{K_{ba}\zeta_c(1-\zeta_c)}\} \end{aligned}$$

$$\text{懸濁部の流速} \quad u_b = K_{ba}\zeta_c u_0$$

$$\text{懸濁部の流れ関数} \quad \psi = u_0 h \{1 - \sqrt{K_{ba}\zeta_c(h-z)/h}\}$$

$$\text{あるいは} \quad z = h \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{K_{ba}\zeta_c}} \left( 1 - \frac{\psi}{u_0 h} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{死水の深さ} \quad z_d &= h \left\{ \eta_{d*} - \frac{1}{2}(\zeta_c - \zeta_{c*}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \ln \frac{\zeta_c}{\zeta_{c*}} - \int_0^{\xi_{c*}} \frac{d\xi}{\sqrt{K_{ba}\zeta(\xi)}} \right\} \end{aligned}$$

上澄部の流れ関数

$$0 < \psi < \psi_* \text{ では } z = z_d + h \int_0^{\psi/u_0 h} \frac{d\xi}{\sqrt{K_{ba}\zeta(\xi)}}$$

$\psi_* < \psi < \psi_c$  では、 $\zeta$  をパラメーターとして

$$\begin{aligned} z &= h \left\{ \zeta_c - \frac{3}{2}(\zeta_c - \zeta) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \ln \frac{\zeta}{\zeta_c} \right\} \end{aligned}$$

$$\psi = u_0 h \{1 - \sqrt{K_{ba}\zeta(1-\zeta)}\} \dots\dots\dots(3.39)$$

(3) 死水を生じる条件

前項までの考察をもとに死水を生じる条件を検討するとつぎのようになる。

a)  $K_{ba} < 3.4$  のとき

式 (3.23) の解は  $0 < \xi_c < 1$  すなわち沈降を終るまでの全域で存在する。一方、式 (3.29) の根も

$$1 - \sqrt{(4/27)K_{ba}} < \xi_c < 1$$

の範囲では存在するが、同じ  $\xi_c$  の値に対する  $\zeta_c$  の値は式 (3.29) の根の方が小さい。したがって仮に死水を生じたとして式 (3.35) より  $\eta_{d*}$  を計算すれば負の値となる。したがって  $K_{ba} < 3.4$  のときには死水は存在しない。

b)  $3.4 < K_{ba} < 4.7$  のとき

式 (3.23) の解は、 $K_{ba}$  できる 1 より小さい一定値\*  $\xi_{c1}$  より大きい  $\xi_c$  の値に対しては存在しない。一方、式 (3.29) の根は  $1 - \sqrt{(4/27)K_{ba}} < \xi_c < 1$  の範囲で存在するが、 $1 - \sqrt{(4/27)K_{ba}} < \xi_c < \xi_{c1}$  では  $\zeta_c$  の値がやはり式 (3.23) の解より小さく、 $\xi_c = \xi_{c1}$  のときちょうど等しくなる。したがって  $\xi_c = \xi_{c1}$  において死水を生ずることになる。 $\xi_c = \xi_{c1}$  のとき式 (3.23) の解は式 (3.29) を満足するので、両者は連続的に接続することになり、 $z_{d*} = 0$  である。

c)  $4.7 < K_{ba} < 6.75$  のとき

式 (3.23) の解は 図-3.2 に見られる通り、ある  $\xi_c$  の値 ( $\xi_{c2}$  とする) で逆転する。したがって、有意義な

\* 図-3.2 中の○印で与えられる。

解は  $0 < \xi_c < \xi_{c2}$  の範囲である。一方、式 (3.29) の根はこの場合も  $1 - \sqrt{(4/27)K_{ba}} < \xi_c < 1$  で存在するが、そのうちの二根は  $1 - \sqrt{(4/27)K_{ba}} < \xi_c < \xi_{c2}$  で式 (3.23) の解より大きくなる。したがって、その間に死水のある解に移行することが考えられる。2. で考察したように、死水の発生が許される最上流端で生じるものとすれば、死水を生じる点は

$$\xi_{c*} = 1 - \sqrt{(4/27)K_{ba}} \dots\dots\dots(3.40)$$

で与えられることになる。

d)  $K_{ba} > 6.75$  のとき

式 (3.29) は  $0 < \xi_c < 1$  で根をもつ。したがって、流入端  $x=0$  からただちに死水を生じることになる。

$K_{ba} > 4.7$  すなわち c) および d) の場合には、 $\xi = \xi_{c*}$  にいたるまで式 (3.23) の解は

$$u_s = u_0 \left\{ \left( \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)} \right)^2 - K_{ba} \zeta(\xi_c) \right\} > 0$$

である。したがって、式 (3.35) で与えられる  $\eta_{d*}$  すなわち死水を生じた直後における死水の深さは有限である。この場合死水を生じる所で解は不連続である。これは  $u \ll w$ ,  $\partial/\partial x \ll \partial/\partial z$  とした頭初の仮定によるもので、このような不連続を生じる場合には明らかに仮定はなりたない。しかし、急激な下降流を生じて、それから死水域を発生することは容易に考えられる。

以上のようにして沈降界面および死水域の形状を求めた結果、および懸濁部のいわゆる密度流流速と表面流速

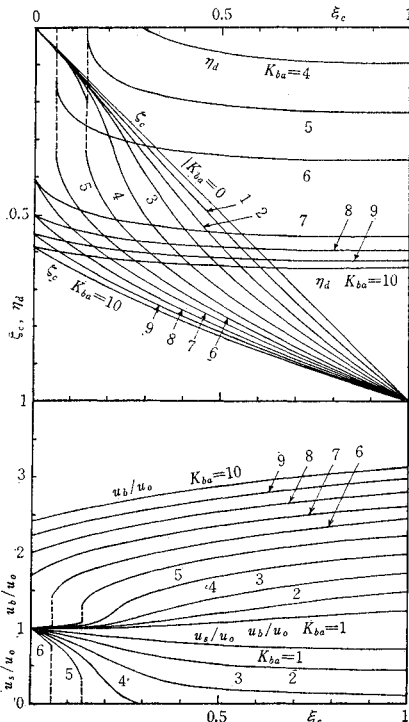


図-3.4 濁度による密度流流速、沈降界面および死水

を図-3.4 に示す。

#### 4. 温度差および濁度差による密度流

温度差および濁度による密度差がともに密度流および死水の発生に関係する場合には、懸濁部・上澄部および死水の密度  $\rho_b, \rho_a, \rho_d$  がそれぞれ異なることになる。これらの大きさの順により、種々の場合が考えられるが、ここでは、死水の温度が高くて両方の密度差が協力的に作用すると考えられる  $\rho_d < \rho_a < \rho_b$  の場合だけをとりあげることにする。

死水のないところにおける流状は前節とまったく同じであるから、死水のあるところでの解を求める。死水を生じる点  $x=x_*$  の条件から、前節で式 (3.27) を求めたと同様に、この場合も死水に対し  $\phi_d(x)=0$  となる。したがって、死水内の圧力は

$$p = \rho_d g z$$

さらに死水の深さを  $z_d$  とすると、上澄部内の圧力は

$$p = \rho_d g z_d + \rho_a g (z - z_d)$$

したがって、式 (3.5) より

$$\phi_d(x) = (\rho_a - \rho_d / \rho_a) g z_d \dots\dots\dots(4.1)$$

これを懸濁部と上澄部の接続条件から求めた式 (3.14) と等しいとおけば、

$$\frac{\rho_a - \rho_d}{\rho_a} g z_d = \frac{1}{2} \left( \frac{u_0 h - w_0 x}{h - z_c} \right)^2 - \frac{\rho_b - \rho_a}{\rho_a} g z_c \dots\dots\dots(4.2)$$

ここで、式 (3.19) の  $\xi_c, \zeta(\xi_c)$  を用い、また

$$\eta_d = z_d / h \dots\dots\dots(4.3)$$

$$K_{ab} = \frac{\rho_a - \rho_d}{\rho_a} \frac{2gh}{u_0^2} \dots\dots\dots(4.4)$$

とおくと、式 (4.2) は

$$K_{ad} \eta_d = \left( \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)} \right)^2 - K_{ba} \zeta(\xi_c) \dots\dots\dots(4.5)$$

となる。また、式 (3.20) を  $\xi$  について 0 から  $\xi_c$  まで積分すると

$$\zeta(\xi_c) - \eta_d = \int_0^{\xi_c} \left\{ \left( \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)} \right)^2 - K_{ba} (\zeta(\xi_c) - \zeta(\xi)) \right\}^{-1/2} d\xi \dots\dots\dots(4.6)$$

右辺の積分中の  $\zeta(\xi)$  は、 $0 < \xi < \xi_*$  の範囲ではすでに式 (3.23) の解として求めたものが用いられる。式 (4.6) に式 (4.5) を代入して  $\eta_d$  を消去し、さらに右辺の積分を式 (3.23) で与えられる  $0 < \xi < \xi_{c*}$  の部分と、未知の  $\xi_{c*} < \xi < \xi_c$  の部分に分けると

$$\zeta(\xi_c) - \frac{s}{K_{ad}} = \int_0^{\xi_{c*}} \{s + K_{ba} \zeta(\xi)\}^{-1/2} d\xi + \int_{\xi_{c*}}^{\xi_c} \{s + K_{ba} \zeta(\xi)\}^{-1/2} d\xi \dots\dots\dots(4.7)$$

となる。ここに

$$s = K_{ad}\eta_d = \left( \frac{1 - \xi_c}{1 - \zeta(\xi_c)} \right)^2 - K_{ba}\zeta(\xi_c) \quad \dots(4.8)$$

式(4.7)は  $\xi_* < \xi \leq 1$  の範囲の  $\xi$  と  $\zeta(\xi)$  との関係を与える積分方程式である。 $K_{ad}=0$  とすれば  $s=0$  すなわち、式(3.29)となる。

積分方程式(4.7)を解けば、死水の深さは式(4.5)で与えられ、その他の諸量も前節の場合と同様に求められる。

つぎに、死水を生じる条件および  $\xi_{c*}$  の値を求める。

式(4.7)において  $\xi_c = \xi_{c*}$  とおくと

$$\zeta_{c*} - \frac{s_*}{K_{ad}} = \int_0^{\xi_{c*}} \{s_* + K_{ba}\zeta(\xi)\}^{-1/2} d\xi \quad \dots(4.9)$$

となる。ただし

$$s_* = \left( \frac{1 - \xi_{c*}}{1 - \zeta(\xi_{c*})} \right)^2 - K_{ba}\zeta(\xi_{c*}) \quad \dots(4.10)$$

式(4.9)により  $\xi_{c*}$  と  $\zeta_{c*}$  との関係が与えられる。その一例として  $K_{ba}=4.0$  の場合を図-4.1に示す。これらの曲線は、 $K_{ad} \rightarrow 0$  とすれば、図-3.3の同じ  $K_{ba}$  の値に対する曲線の一部に一致する。図-4.1からわかるように、 $K_{ad} > 0$  のときの式(4.9)の解の  $\zeta_{c*}$  の値は、式(3.23)の解の  $\xi_{c*}$  と同じ  $\xi_c$  に対する  $\zeta_c$  の値よりつねに大きい。したがって、式(4.9)の解のある  $\xi_{c*}$  の最小値のところから死水を生じることになる。しかし  $K_{ba}$  と  $K_{ad}$  を与えて、式(4.9)から  $\xi_{c*}$  の極値を求めるのは面倒なので、これらの関係はつぎのようにして求めた方が容易である。式(4.9)を  $K_{ad}$  について解き

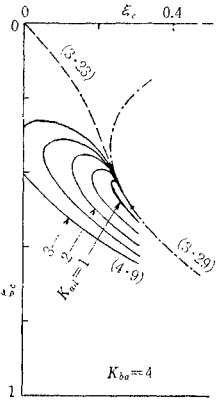


図-4.1 死水を生じる点を与える(4.9)の例

$$K_{ad} = s_* \left[ \zeta_{c*} - \int_0^{\xi_{c*}} \{s_* + K_{ba}\zeta(\xi)\}^{-1/2} d\xi \right] \quad \dots(4.11)$$

とし  $K_{ba}$  および  $\xi_{c*}$  の一定値に対して  $\zeta_{c*}$  に対する  $K_{ad}$  の変化を求めると、 $K_{ad}$  の値に極小値があらわれる。このときの  $\xi_{*c}$  の値が  $K_{ba}$  および  $K_{ad}$  の極小値に対する死水を生ずる位置を与える。

このようにして求めた  $K_{ba}$  および  $K_{ad}$  の値に対する死水を生じる点  $\xi_{c*}$  を図-4.2に、また発生頭初の死水の深さを図-4.3に示す。

$\xi_{c*}$  が求められれば、死水を生じた後の流れは式(4.7)を解くことによって求められる。図-4.4は死水を生じた直後における密度流流速  $u_b/u_0$  を示す。また図-4.5、図-4.6は  $K_{ba}=3.0$  および  $4.0$  に対する沈降界面  $\zeta_c$ 、

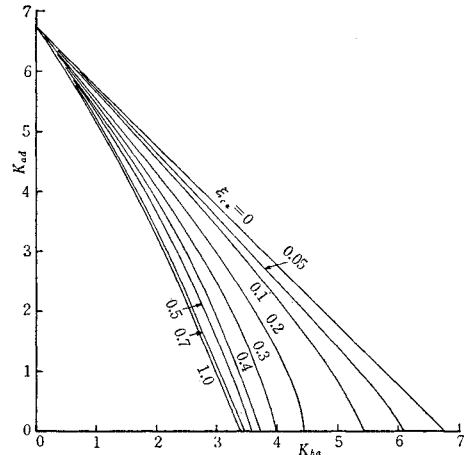


図-4.2 死水発生点の位置

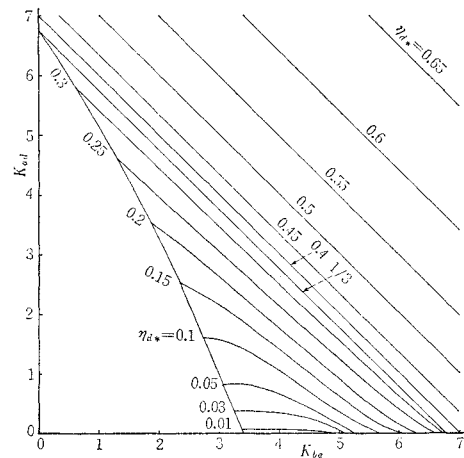


図-4.3 死水発生点における死水の深さ

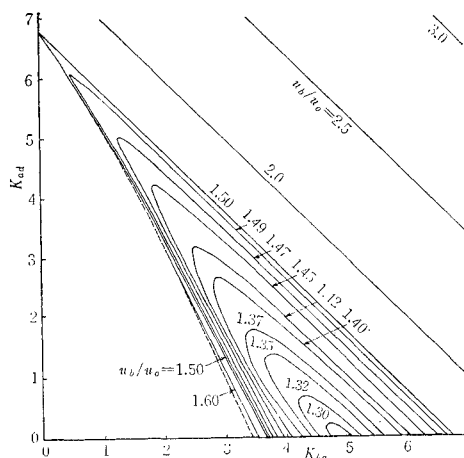


図-4.4 死水発生点における密度流流速  $u_b/u_0$

死水域  $\eta_d$ 、懸濁部密度流流速  $u_b/u_0$ 、上澄部の死水に接する位置  $\psi=0$  における流速  $u_a(\psi=0)/u_0$  を示す。また温度差の影響と濁度差の影響を比較するために、 $K_{ba} +$



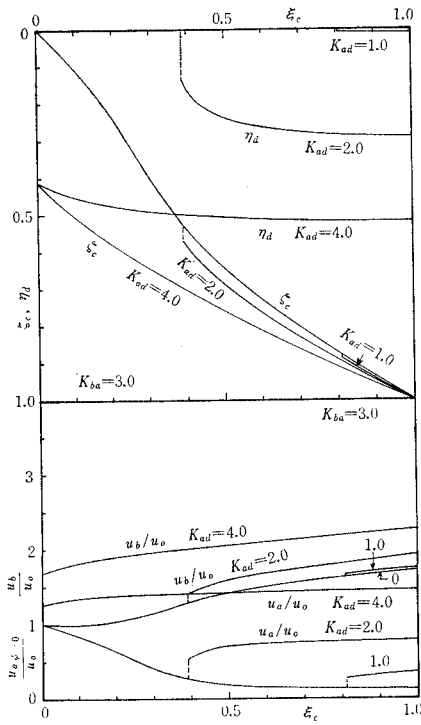


図-4.5  $K_{ba}=3.0$  の場合

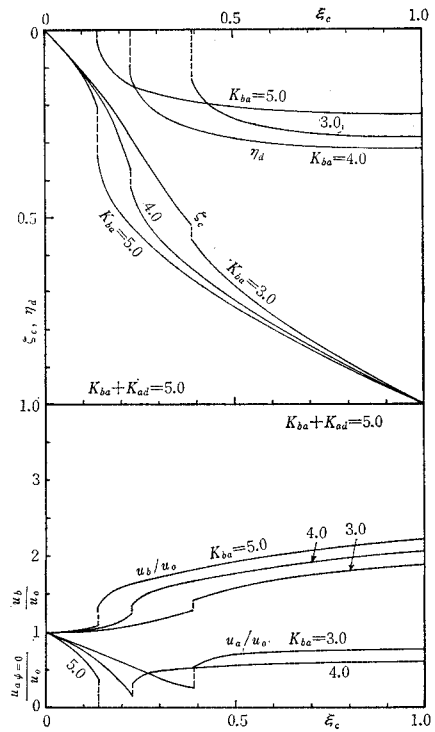


図-4.7  $K_{ba}+K_{ad}=5.0$  の場合

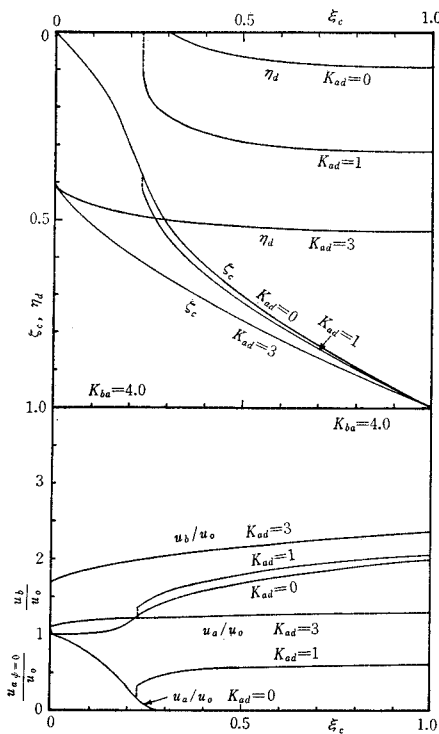


図-4.6  $K_{ba}=4.0$  の場合

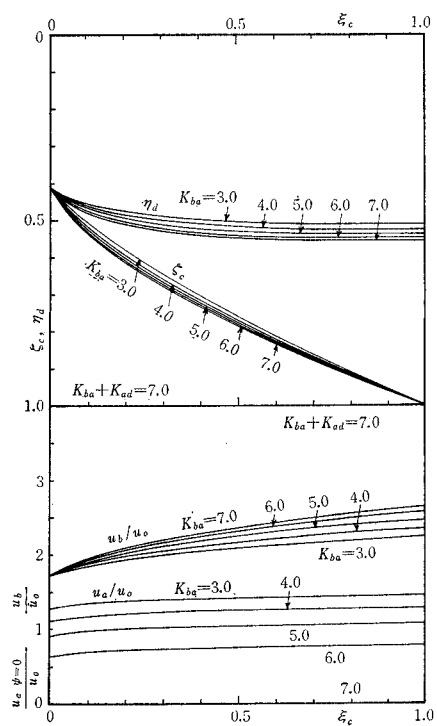


図-4.8  $K_{ba}+K_{ad}=7.0$  の場合

$K_{ad}=5.0$  および  $7.0$  の場合を 図-4.7, 4.8 に示す。これらおよび 図-4.2, 図-4.4 などから見られるように、両者の間にはかなりの差があり、密度流、死水発生には概して濁度差の影響の方が大きいことがわかる。

## 5. 実験および結果の考察

懸濁部と上澄部との密度差および流入水と池内水との温度差による密度流の状況および死水生成状況を観察するために、つぎのような模型実験を行なった。

タンクは長さ  $6\text{ m}$ 、深さ  $40\text{ cm}$ 、幅  $3\text{ cm}$  で、片面は観測用にアクリル樹脂張りである。沈殿粒子には比重  $1.069$  の球状のアクリル系の粒子を分級して用い、粒径は  $0.24 \pm 0.02\text{ mm}$ 、沈降速度は平均約  $0.39\text{ cm/sec}$  である。

実験装置の概略を 図-5.1 に示す。流入水タンクにわずかに洗剤を溶かした水と、計量後十分表面を水にぬらした粒子を入れ、攪拌機で常時一様な濃度に懸濁させておく。これをバルブを通してヘッドタンクに導き、余分の懸濁水を調節可能な流管から流出させて、水位を一定に保つ。さらに沈殿池モデルのタンクとの水位差で、定量を流入させる。流入流速を一樣にするために、くさび形の多孔管と金網フィルターを通して流す。フィルターが有効に整流するためには細目となり、目づまりをおこしやすいので、常時衝撃を与えるようにしてある。

流れの様子を調べるため、タンク内の適当な位置に、等間隔に細孔のある細い管を立て、孔からフルオレセインを流出させた。側面から流線、沈降界面、および死水域をかなり明確に観察することができた。

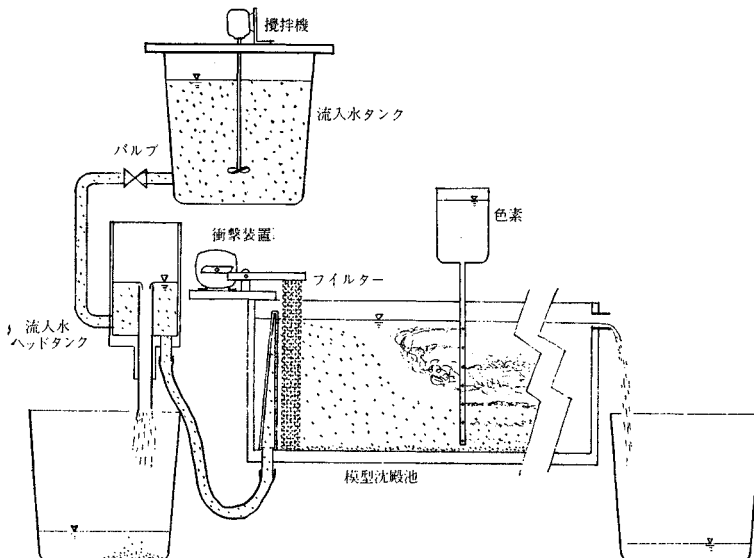


図-5.1 実験装置

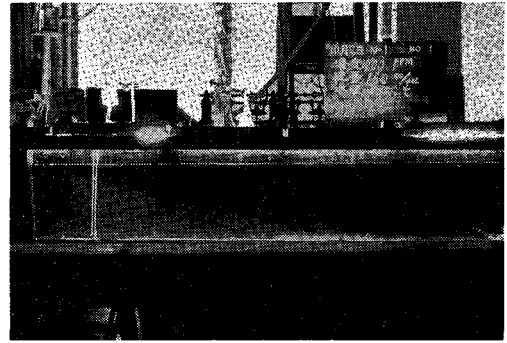


写真-1

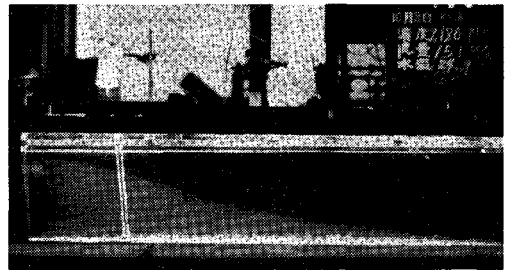


写真-2

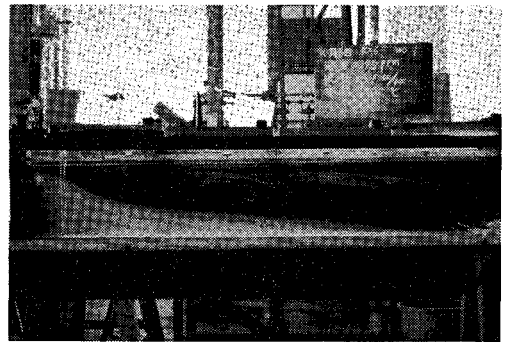


写真-3

実験の数例を写真-1~5に示す。写真-1~3は濁度だけによるもので、データを表-1に示す。写真-1は  $K_{ba}=0.8$  で、密度差の影響は非常にわずかである。写真-2は  $K_{ba}=2.8$  で、理論では、密度差が死水を生じる限界  $K_{ba}=3.4$  に少し足りない。写真では、下流よりの水表面近くで、流線間隔のひろがりから、かなり停滞しかかっていることがうかがわれる。写真-3は  $K_{ba}=5.5$  で、理論では流入口より少しはなれたところで急激に下降して死水を生じることになる(図-3.4参照)。理論では鉛直な流速成分を無視しているので、明確な対比はでき

表-1

写真番号		1	2	3
水深	cm	29	29	29
流入速度	cm/s	1.84	1.74	1.74
流入水水温	°C	23.5	24.9	23.05
粒子濃度	ppm	700	2180	4370
$\rho_a$	g/cm <sup>3</sup>	0.99745	0.99709	0.99756
$\rho_b - \rho_a$	10 <sup>-6</sup> g/cm <sup>3</sup>	47	147	292
$K_{ba}$		0.8	2.8	5.5

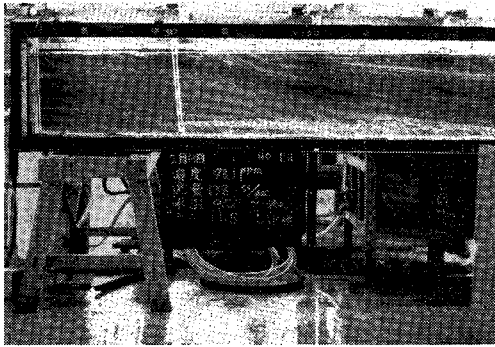


写真-4



写真-5

表-2

写真番号		4	5
水深	cm	29	29
流入速度	cm/s	1.59	1.59
流入水水温	°C	9.0	9.15
死水水温	°C	11.5	10.65
粒子濃度	ppm	731	4630
$\rho_a$	g/cm <sup>3</sup>	0.99981	0.99980
$\rho_b - \rho_a$	10 <sup>-6</sup> g/cm <sup>3</sup>	47	300
$\rho_a - \rho_d$	"	235	133
$K_{ba}$		1.1	6.8
$K_{ad}$		5.3	3.0

ないが、わずかに死水を生じる点が流入口より離れているのが見られる(写真-5と比較)。写真-4および5は濁度および温度差による密度差がともにある場合である。実験データを表-2に示す。写真-4は  $K_{ba} + K_{ad} = 6.5$  で、流入後ただちに死水を生じる条件  $K_{ba} + K_{ad} = 6.75$  よりわずかに小さい。しかし、死水を生じるのはずっと下流によっている。これは  $K_{ba}$  が小さいためで、

理論からは、図-4.2あるいは図-4.7によって示される通りである。写真-5は  $K_{ba} + K_{ad} = 9.8$  であり、流入直後から死水域を生じている。

以上のように、実験で観測される死水域の生成状況は、この理論により示されることと、かなりよく一致している。ただし、実験のレイノルズ数がきわめて小さいので、密度流の流速は粘性の影響を受けると思われるので、測定は行なわなかった。

## 7. むすび

横流式沈殿池における密度流を生じる原因には、温度差と濁度による密度差がある。この理論は、これら両方の原因に対して、準2次元の理想流体の理論を用いて、池内の流れの状態と死水域の生成を論じたものである。実際には、この理論では省略した粘性や、池内の乱流拡散の影響があり、さらに  $K_{ba}$  あるいは  $K_{ad}$  の値が大きいときには、鉛直方向の流速成分をも考慮する必要がある。しかし、これまで述べたきわめて単純化した理論でも沈殿池内の流れの概略を与えることができ、とくに死水域の生成については、かなりよく実験結果を説明することができる。したがって、密度流を考慮した沈殿池の設計に役立つものと考えている。

本論文の理論計算には、九州大学計数施設OKITAC-5090電子計算機を使用したことを付記する。

## 記号

- $c$  : 沈殿物濃度
- $F_r$  : フルード数
- $f(\psi)$  :  $\psi$  の任意関数
- $g$  : 重力の加速度
- $h$  : 水深
- $h_b$  : 流水部の深さ
- $h_d$  : 死水の深さ
- $dh$  : 流入水沈降高(文献 3))
- $k$  : 希釈率(文献 3))
- $K_{ad}$  : 無次元定数 (4.4)
- $K_{ba}$  : 無次元定数 (3.22)
- $K_{bd}$  : 無次元定数 (2.7)
- $K_{db}$  : 無次元定数 (2.15)
- $p$  : 圧力
- $s$  : 無次元変数 (3.25)
- $s_*$  :
- $u_0$  : 流入水流速
- $u_b$  : 流水部あるいは懸濁部の流速
- $u_s$  : 表面流速
- $v$  : 流速

$v_0$  : 粒子沈降速度  
 $w_0$  :  $z$  方向の粒子沈降の速さ  
 $x$  : 水平流下方向の座標  
 $x_*$  : 死水を生じる点の  $x$  座標  
 $z$  : 鉛直下向きの座標  
 $z_c$  : 沈降界面の水深  
 $z_d$  : 死水の深さ  
 $z_{d*}$  : 死水を生じた直後における死水の深さ  
 $\alpha$  : エネルギーの有効率 (文献 3))  
 $\zeta, \zeta(\xi) : \Psi_a(\psi)$  に比例する無次元変数  
 $\zeta_c, \zeta(\psi_c), \zeta(\xi_c)$   
 $\zeta$  :  $\psi = \psi_c$  に対する  $\zeta$  の値。 $z_c/h$  に等しい  
 $\zeta_c$  : 死水を生じた直後における  $\zeta(\xi_c)$   
 $\eta, \eta(\psi)$  : 無次元の深さ  $z/h$   
 $\eta_d$  : 無次元の死水深さ  $z_d/h$   
 $\eta_{d*}$  : 死水を生じた直後における  $\eta_d$   
 $\eta_*(\psi)$  : 死水を生じた直後における流線  $\psi$  の水深  
 $\eta_1, \eta_2$  : (2.5) の  $\eta_d$  の二根  
 $\xi$  :  $\psi$  に比例する無次元変数  
 $\xi_c$  :  $\psi = \psi_c$  に対する  $\xi$   
 $\xi_{c*}$  : 死水を生じる点における  $\xi_c$   
 $\xi_{c1}$  : (3.23) の解が存在する  $\xi_c$  の限界  
 $\xi_{c2}$  : (3.23) の解における  $\xi_c$  の極大値

$\rho$  : 密度  
 $\rho_a$  : 上澄水の密度  
 $\rho_b$  : 流入水あるいは懸濁部の密度  
 $\rho_d$  : 死水の密度  
 $\phi(x)$  :  $x$  の任意関数  
 $\phi_a(x)$  : 上澄部における  $\phi(x)$   
 $\phi_b(x)$  : 懸濁部における  $\phi(x)$   
 $\psi$  : 流れ関数  
 $\psi_c$  : 任意の  $x$  で沈降界面を通る流れ関数  
 $\psi_*$  : 死水を生じる点  $x_*$  で沈降界面を通る流線  
 $\Psi(\psi)$  :  $\psi$  の任意関数  
 $\Psi_a(\psi)$  : 上澄部における  $\Psi(\psi)$   
 $\Psi_b(\psi)$  : 懸濁部における  $\Psi(\psi)$

## 参 考 文 献

- 1) Fisherstrom, N.H. : Proc. A.S.C.E. **81** (1955) # 687.
- 2) 中川義徳 : 水道協会雑誌 No. 333 (昭 37) 28.
- 3) 中川義徳 : 水道協会雑誌 No. 258 (昭 31) 9.
- 4) Long, R.R. : Some Aspects of the Flow of Stratified Fluids, I. A Theoretical Investigation, Tellus 5, 42 (1953).
- 5) Yih, C.S. : Proc. 3rd U.S. Nat. Cong. Appl. Mech., 857 (1958).
- 6) Yih, C.S. : Dynamics of Nonhomogeneous Fluid, III, Steady Flows of Finite Amplitude, Macmillan (1965).  
(1969.2.3・受付)