

トンネルの鋼アーチ支保工の解析

ANALYSIS OF STEEL TUNNEL SUPPORT

長 尚*・長友成樹**・村上良丸***
By Takashi Chyo, Shigeki Nagatomo and Yoshimaru Murakami

1. 緒 言

今日のトンネル工事の発展は鋼アーチ支保工の利用に負うところがまことに大きい。すなわち、鋼アーチ支保工はトンネル工事の迅速化をもたらすとともに、安全性を大きく向上させた。

しかし、鋼アーチ支保工の解析法ないしは設計法はまだ確立されていない。その主因としては、まず地山のゆるみによって発生する荷重（これを主働荷重と呼ぶ）の推定が非常に困難であること、つぎに支保工は力学的にどのような構造系として考えるべきか不明確であること、さらに荷重により生ずる支保工の変位を地山が拘束することによって生まれる荷重（これを受働荷重と呼ぶ）の判定が困難であることなどがあげられる。

現在、鋼アーチ支保工の設計法は Proctor & White¹⁾の図解法と呼ばれるものが基本となっている。この方法では、主働荷重には Terzaghi の等ゆるみ高さ荷重を用い、支保工の構造はくさび点がヒンジで結合された静定構造と仮定する。そしてこの構造の安定を保つために、合力の作用線が各くさび点を通るように、受働荷重が発生すると考えている。このように考えると、鋼アーチ支保工に発生する曲げモーメントは非常に小さくなり、しかも支保工の軸線形およびくさびの位置が決まれば主働荷重と受働荷重を加えた総荷重の分布形は一定となる。したがってどんなに偏った主働荷重が作用しても、支保工の軸線形が左右対称であるかぎり、主働荷重と、受働荷重を加えた総荷重の分布形は左右対称となり、しかも曲げモーメントはきわめて小さくなる。変位に対して拘束のない一般の地上のアーチ構造と違って、トンネルの鋼アーチ支保工においては受働荷重の発生によって、支保工に生ずる曲げモーメントは非常に小さくなることは当然考えられる。しかし、Proctor, White らが考えた

ように曲げモーメントが極端に小さくなるようなつごうのよい拘束力（受働荷重）の発生を期待するのは無理である。このことについては坂本²⁾によって実験的に指摘されている。そこで土木学会の鋼アーチ支保工に関する設計基準も試験結果にもとづいているのが現状である。

以上のようにトンネルの鋼アーチ支保工の解析もしくは設計にあたっての問題点はほとんど未解決のまま残されているので、昭和40年度から建設省土木研究所での実物モデル試験（筆者らのうち、長友・村上が担当）と並行して、当時土木学会のトンネル工学委員会の「トンネル用鋼アーチ支保工の強度に関する研究委員会」のメンバーであった岡³⁾、今田⁴⁾および筆者の一人 長らが、鋼アーチ支保工の力学的構造系の問題ならびに受働荷重の発生の問題について、それぞれ独自の理論的検討を進めている。

岡は計算の便利さと、現場の状態を勘案して、独特な構造系を案出した。すなわち、鋼アーチ支保工の支点は少量ながら位置移動があり、また支点においては曲げモーメントは小さいと考えて、一方の支点は移動支点で他方の支点は回転支点である静定円弧アーチと、支点条件をこれとまったく逆にしたものとの平均の構造系とした。受働荷重は地山のゆるみ量以上に地山方向に支保工が変位した場合、その量に比例して発生するものと考えた。

今田は構造系としては、支点移動のない2ヒンジアーチとし、受働荷重は支保工の山側に変位した量に比例して発生すると考えた。なお地山と支保工との間にくさびをそう入することによって生まれる荷重、すなわち、くさびの締めつけ力（これをプレロードと呼ぶ）も考慮した。

筆者（長）は、鋼アーチ支保工の支点には水平、垂直および回転の各変位があるものとし、また通常支保工の頂点は上縁を少し開き、下縁を突き合わせることで多いので、この点をヒンジとした。すなわち鋼アーチ支保工の構造は、支点が弾性的に拘束され、頂部突き合わせ点にヒンジを有する構造系とした。受働荷重は今田と同様

* 正会員 工博 信州大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 日本道路公園恵那山トンネル工事事務所

*** 正会員 建設省土木研究所 トンネル研究室長

に支保工が山側に変位した量に比例して発生するものとし、プレロードも考慮した。

本文は筆者らのうち、長友・村上が行なった実物モデル実験を中心に、長が理論的解析を行なった結果について述べたものである。

2. 解析の概要

解析にあたって設ける仮定はつぎのようである。

(1) 鋼アーチ支保工の支点の地盤(皿板なども含む)は、水平、垂直および回転変位に対して、一定の反力係数 k_H , k_V , k_θ を有する。ここに k_H , k_V , k_θ は地盤を単位の量だけそれぞれの方向(k_H は水平, k_V は垂直, k_θ は回転の方向)に変位させるために必要な圧力強度で、次元は kg/cm^3 もしくは t/m^3 である。この仮定は厳密には成立しないが、解析を簡単にするとともに、地盤の変位性状を比較的良好に表わしているの、地盤上もしくは地盤中にある弾性体の解析にしばしば用いられるものである(Winkerの仮定)。

(2) 鋼アーチ支保工の頂点は通常上縁を少し開き、下縁を突き合わせるから、突き合わせ点すなわち軸線より材料の高さの約半分だけ下の点をヒンジとする。

(3) 地山と支保工の間にそう入されるくさびのせん断抵抗は通常非常に小さいから、荷重の作用方向はアーチの軸線の法線方向とする。

(4) 主働荷重と受働荷重との作用によって支保工が山側に変位した量に比例して、受働荷重は発生する。この比例定数をくさび係数と名づけ K で表わす。すなわち K は支保工が山側に単位の量だけ変位するためにくさびに与えるべき力で、次元は t/m , t/cm もしくは kg/cm である。

解析は以上の仮定にもとづき、つぎのように行なう。主働荷重と受働荷重を加えた総荷重の作用による支保工の各くさび点の山側の変位に、比例定数 K を掛けた値と、その点の受働荷重とは等しくしなければならない。この条件によって受働荷重を決定する。受働荷重はトンネルの内側に変位したくさび点では発生しないから、支保工の変位と受働荷重の発生は非線形な関係となる。したがって受働荷重を求める実際の計算は繰り返し演算となる。受働荷重が求まれば、これに主働荷重を加えた総荷重を用いて各断面力を計算する。なお、受働荷重を求める際の支保工の変位および最終の断面力を求めるときのアーチ支保工の構造系は、仮定(1), (2)を用いて、弾性的に支点を拘束された、頂点の突き合わせ点がヒンジの構造とする。

3. 解析

(1) 弾性的に支点を拘束されたアーチの一解法

弾性的に支点を拘束されたアーチを解くということは、荷重の作用によってアーチの支点が変位することを考慮してアーチを解くということである。基礎地盤の変位を考慮したアーチの解法として、これまでに、アーチダム設計に用いられているアメリカ開発局の方法⁵⁾、K. Opladen⁶⁾、B. Goschy⁷⁾、Zurabov & Bougayeva⁸⁾などの提案した方法がある。

アメリカ開発局の方法は、地盤の変位特性を表わすパラメーターとして、単位のモーメントによって生ずる地盤の回転変位、単位の軸力によって生ずる地盤の軸方向変位、単位のせん断力によって生ずる地盤のアーチ軸線の法線方向の変位および単位のせん断力によって地盤に生ずる回転変位などを用いて、アーチ支点の回転変位、軸方向変位および法線方向変位を考慮している。なおこれらのパラメーターは実測された地盤の弾性係数およびポアソン比から Vogt の公式⁹⁾によって決めている。

K. Opladen は支点の回転変位を、地盤の弾性係数を用いて考慮している。

B. Goschy は対称な構造および載荷状態について、地盤の回転変位、水平変位および垂直変位を考慮に入れて解いている。なお地盤の変位特性を示すパラメーターには地盤の弾性係数およびポアソン比を用いている。

Zurabov & Bougayeva の方法は、トンネル覆工断面の設計を対象としたもので、これも構造および荷重は対称な場合に限り、地盤の回転変位が反力係数をパラメーターに用いて考慮されている。

本文で述べる地盤の反力係数を用いて支点地盤の3変位(回転、水平、垂直)を考慮したアーチの解法¹⁰⁾は上記の K. Opladen, B. Goschy, Zurabov & Bougayeva の方法にくらべて構造および荷重に制限がなく、支点の変位成分もすべて考慮されているので一般性がある。なお、アメリカ開発局の方法と本法の違いは、前者は地盤の変位特性を表わすパラメーターに地盤の弾性係数およびポアソン比とから理論的に求められた値を採用しているが、本文では地盤の変位特性がそれほど厳密なものでないことを勘案して、より簡便な反力係数を用いた点にある。

図-1 に示すように頂点を切断し、両切断点と弾性重心とを曲げ剛さの非常に大きい部材で連結された張出しばりを基本静定系に選ぶ。弾性重心での不静定断面力を M_G , N_G , S_G とする。なおここで用いる断面力の符号は、曲げモーメントについては内側に引張りを生ずるも

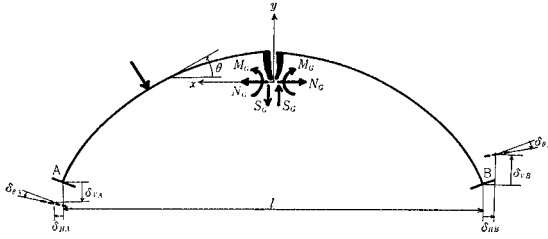


図-1 アーチの不静定力と支点変位

のを正，軸力については圧縮力を正，せん断力については右下り変形を生ずるものを正とする。座標軸 x, y および任意点の水平となす角 θ を図-1 のようにとれば，アーチの軸線における曲げモーメント M ，軸力 N ，せん断力 S はつぎのように表わされる。

$$M = M_0 + M_G - N_G y - S_G x \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$N = N_0 + N_G \cos \theta + S_G \sin \theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$S = S_0 - N_G \sin \theta + S_G \cos \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに M_0, N_0, S_0 は静定系の外力による曲げモーメント，軸力，せん断力である。

支点の水平，垂直および回転変位を図-1 に示すように $\delta_H, \delta_V, \delta_\theta$ とすれば，この解法における未知量は弾性重心での不静定断面力 M_G, N_G, S_G と支点の変位 $\delta_{HA}, \delta_{HB}, \delta_{VA}, \delta_{VB}, \delta_{\theta A}, \delta_{\theta B}$ の計 9 個である。

これらの未知量を決定するための弾性方程式はつぎのようである。まずこのアーチの弾性ひずみエネルギーを W とすれば，Castigliano の第一定理および弾性重心での連続の条件から

$$\frac{\partial W}{\partial M_G} + \delta_{\theta A} + \delta_{\theta B} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial W}{\partial N_G} + \delta_{HA} + \delta_{HB} - y_A \delta_{\theta A} - y_B \delta_{\theta B} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial W}{\partial S_G} + \delta_{VA} + \delta_{VB} - x_A \delta_{\theta A} - x_B \delta_{\theta B} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

を得る。つぎに支点での反力（曲げモーメント，水平，垂直反力）と支点の変位との間にはつぎの関係がある。

$$M_A = \int k_{\theta A} \delta_{\theta A} \eta^2 dA = k_{\theta A} J_A \delta_{\theta A} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$M_B = k_{\theta B} J_B \delta_{\theta B} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$R_{HA} = k_{HA} A_{HA} \delta_{HA} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$R_{HB} = k_{HB} A_{HB} \delta_{HB} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$R_{VA} = k_{VA} A_{VA} \delta_{VA} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$R_{VB} = k_{VB} A_{VB} \delta_{VB} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに， η は支点中心から支点底面の任意点までの距離， A は支点底面の面積， J は支点底面の支点中心に関する断面二次モーメント， R_H, R_V は支点の水平，垂直反力， A_H, A_V は支点底面の水平，垂直投影面積である。

式(4)~(12)に示す弾性方程式の数は 9 個で，未知量の数 9 個と一致するから，未知量を決定することができる。

軸力およびせん断力による弾性ひずみエネルギーを無視して，

$$W = \int \frac{M^2}{2EI} dS \quad \dots\dots\dots (13)$$

(EI はアーチの曲げ剛さ)

とし，これと，式(1)~(3)の関係を用いて式(4)~(6)を書き直すと，

$$\left[\int \frac{1}{EI} dS \right] M_G + \delta_{\theta A} + \delta_{\theta B} = - \int \frac{M_0}{EI} dS \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\left[\int \frac{y^2}{EI} dS \right] M_G - y_A \delta_{\theta A} - y_B \delta_{\theta B} + \delta_{HA} + \delta_{HB} = \int \frac{y M_0}{EI} dS \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\left[\int \frac{x^2}{EI} dS \right] S_G - x_A \delta_{\theta A} - x_B \delta_{\theta B} + \delta_{VA} + \delta_{VB} = \int \frac{x M_0}{EI} dS \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。つぎに式(7)~(12)から

$$M_G - y_A N_G - x_A S_G - k_{\theta A} J_A \delta_{\theta A} = -M_{0A} \quad (17)$$

$$M_G - y_B N_G - x_B S_G - k_{\theta B} J_B \delta_{\theta B} = -M_{0B} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$N_G - k_{HA} A_{HA} \delta_{HA} = -R_{0HA} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$N_G - k_{HB} A_{HB} \delta_{HB} = -R_{0HB} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$S_G - k_{VA} A_{VA} \delta_{VA} = -R_{0VA} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$S_G - k_{VB} A_{VB} \delta_{VB} = -R_{0VB} \quad \dots\dots\dots (22)$$

を得る。ここに R_{0H}, R_{0V} は静定系の外力による支点の水平，垂直反力である。これらの式(14)~(22)を連立に解けば，未知量を決定することができるが，これらの式中の支点の変位は簡単に消去でき，表-1 に示すよう

表-1

M_G	N_G	S_G	右 辺
$\int \beta dS + E_0 I_0 \left(\frac{1}{k_{\theta A} J_A} + \frac{1}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$-E_0 I_0 \left(\frac{y_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{y_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$-E_0 I_0 \left(\frac{x_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$-\int \beta M_0 dS - E_0 I_0 \left(\frac{M_{0A}}{k_{\theta A} J_A} + \frac{M_{0B}}{k_{\theta B} J_B} \right)$
$-E_0 I_0 \left(\frac{y_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{y_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta y^2 dS + E_0 I_0 \left(\frac{1}{k_{HA} A_{HA}} + \frac{1}{k_{HB} A_{HB}} + \frac{y_A^2}{k_{\theta A} J_A} + \frac{y_B^2}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$E_0 I_0 \left(\frac{x_A y_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B y_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta y M_0 dS - E_0 I_0 \left(\frac{R_{0HA}}{k_{HA} A_{HA}} + \frac{R_{0HB}}{k_{HB} A_{HB}} - \frac{y_A M_{0A}}{k_{\theta A} J_A} - \frac{y_B M_{0B}}{k_{\theta B} J_B} \right)$
$-E_0 I_0 \left(\frac{x_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$E_0 I_0 \left(\frac{x_A y_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B y_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta x^2 dS + E_0 I_0 \left(\frac{1}{k_{VA} A_{VA}} + \frac{1}{k_{VB} A_{VB}} + \frac{x_A^2}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B^2}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta x M_0 dS - E_0 I_0 \left(\frac{R_{0VA}}{k_{VA} A_{VA}} + \frac{R_{0VB}}{k_{VB} A_{VB}} - \frac{x_A M_{0A}}{k_{\theta A} J_A} - \frac{x_B M_{0B}}{k_{\theta B} J_B} \right)$

な3元連立方程式となる。なお表中の β は、任意点の曲げ剛さ EI に対する頂点の曲げ剛さ E_0I_0 の比、すなわち

$$\beta = \frac{E_0I_0}{EI}$$

である。この3元連立方程式を解き、その結果を式(1)~(3)に用いると、所要の断面力が求められる。

つぎにアーチの一点がヒンジの場合には、図-2に示すようにヒンジ点で切断された張出しばりを基本静定系

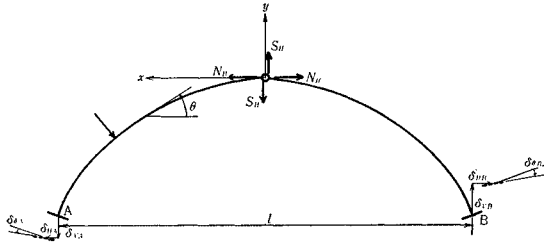


図-2 ヒンジアーチの不静定力と支点変位

を選び、不静定断面力を N_H, S_H とする。アーチ軸線における曲げモーメント M 、軸力 N 、せん断力 S はつぎのように表わされる。

$$M = M_0 - N_H y - S_H x \dots\dots\dots(23)$$

$$N = N_0 + N_H \cos \theta + S_H \sin \theta \dots\dots\dots(24)$$

$$S = S_0 - N_H \sin \theta + S_H \cos \theta \dots\dots\dots(25)$$

この場合の未知量は不静定断面力2個、支点の変位6個の計8個で、これを決定する弾性方程式は、式(5)~(12)の計8個である。

前と同様にして、弾性方程式を書き直すつぎのようになる。

$$\left[\int \frac{y^2}{EI} dS \right] N_H + \left[\int \frac{xy}{EI} dS \right] S_H - y_A \delta_{\theta A} - y_B \delta_{\theta B} + \delta_{HA} + \delta_{HB} = \int \frac{y M_0}{EI} dS \dots\dots\dots(26)$$

$$\left[\int \frac{xy}{EI} dS \right] N_H + \left[\int \frac{x^2}{EI} dS \right] S_H - x_A \delta_{\theta A} - x_B \delta_{\theta B} + \delta_{VA} + \delta_{VB} = \int \frac{x M_0}{EI} dS \dots\dots\dots(27)$$

$$y_A N_H + x_A S_H + k_{\theta A} J_A \delta_{\theta A} = M_{0A} \dots\dots\dots(28)$$

$$y_B N_H + x_B S_H + k_{\theta B} J_B \delta_{\theta B} = M_{0B} \dots\dots\dots(29)$$

$$N_H - k_{HA} A_{HA} \delta_{HA} = -R_{0HA} \dots\dots\dots(30)$$

$$N_H - k_{HB} A_{HB} \delta_{HB} = -R_{0HB} \dots\dots\dots(31)$$

$$S_H - k_{VA} A_{VA} \delta_{VA} = -R_{0VA} \dots\dots\dots(32)$$

$$S_H - k_{VB} A_{VB} \delta_{VB} = -R_{0VB} \dots\dots\dots(33)$$

これらの式(26)~(33)も簡単に表-2に示すような2元連立方程式となる。

(2) 山側の変位に比例して受働荷重が発生する鋼アーチ支保工の解法

図-3に、頂点の突き合わせ点がヒンジで、支点も反力の大きさに応じて変位する鋼アーチ支保工の変位前と変位後の状態を示す。

i くさび点に発生する受働荷重 P_i は2.(4)の仮定から、その点の山側への変位 δ_i (山側への変位を正とする)に比例するものとすれば、

$$\left. \begin{aligned} \delta_i > 0 \text{ のとき } P_i &= K_i \delta_i \\ \delta_i \leq 0 \text{ のとき } P_i &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

となる。一方 i 点の鋼アーチ支保工としての変位は、任意 j 点の主働荷重を A_j 、受働荷重を P_j とし、 j 点に単位荷重が作用したときの i 点の変位を δ_{ij} (山側への変位を正とする)とすれば、

$$\delta_i = \sum_j (A_j + P_j) \delta_{ij} \dots\dots\dots(35)$$

と表わせる。式(34)、(35)から、

$$\delta_i > 0 \text{ のとき}$$

$$-\frac{P_i}{K_i} + \sum_j P_j \delta_{ij} = -\sum_j A_j \delta_{ij} \dots\dots\dots(36)$$

を得る。

式(36)の右辺は既知量であり、未知量である受働荷重の数と、式(36)で表わされる式の数とは一致するからこれらを連立に解けば所要の受働荷重が求められる。ただし、受働荷重は支保工が内側に変位した場合には発生しないから、実際の計算は繰り返し演算となる。

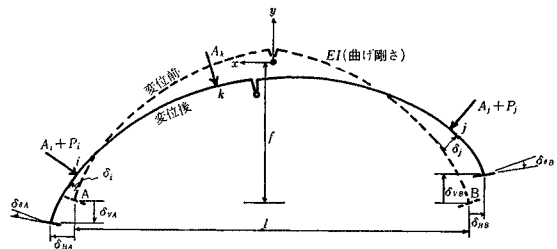


図-3 受働荷重の発生機構

表-2

N_H	S_H	右 辺
$\int \beta y^2 dS + E_0 I_0 \left(\frac{1}{k_{HA} A_{HA}} + \frac{1}{k_{HB} A_{HB}} + \frac{y_A^2}{k_{\theta A} J_A} + \frac{y_B^2}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta xy dS + E_0 I_0 \left(\frac{x_A y_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B y_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta y M_0 dS + E_0 I_0 \left(\frac{y_A M_{0A}}{k_{\theta A} J_A} + \frac{y_B M_{0B}}{k_{\theta B} J_B} - \frac{R_{0HA}}{k_{HA} A_{HA}} - \frac{R_{0HB}}{k_{HB} A_{HB}} \right)$
$\int \beta xy dS + E_0 I_0 \left(\frac{x_A y_A}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B y_B}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta x^2 dS + E_0 I_0 \left(\frac{1}{k_{VA} A_{VA}} + \frac{1}{k_{VB} A_{VB}} + \frac{x_A^2}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B^2}{k_{\theta B} J_B} \right)$	$\int \beta x M_0 dS + E_0 I_0 \left(\frac{x_A M_{0A}}{k_{\theta A} J_A} + \frac{x_B M_{0B}}{k_{\theta B} J_B} - \frac{R_{0VA}}{k_{VA} A_{VA}} - \frac{R_{0VB}}{k_{VB} A_{VB}} \right)$

なお、式(36)中の $\bar{\delta}_{ij}$ は支点の変位による影響を $\bar{\delta}_{ij}$ とし、せん断力の影響を無視すれば、

$$\bar{\delta}_{ij} = \int \frac{M_j M_i}{EI} dS + \int \frac{N_j N_i}{EA} dS + \bar{\delta}_{ij} \dots \dots \dots (37)$$

と表わされる。ここに M_j, N_j は j 点に単位荷重が作用したときの任意点の曲げモーメントおよび軸力、 M_i, N_i は i 点に山の方向に単位荷重が作用したときの任意点の曲げモーメントおよび軸力である。式(37)中の $\bar{\delta}_{ij}$ は近似的につぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{ij} &= -\cos \theta_i \bar{\delta}_{ijV} - \sin \theta_i \bar{\delta}_{ijH} \\ &= -\cos \theta_i \left\{ \bar{\delta}_{VA} \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l} \right) - \bar{\delta}_{VB} \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) \right. \\ &\quad + \bar{\delta}_{HA} \frac{\left(\frac{l}{2} - |x| \right)}{2f} + \bar{\delta}_{HB} \frac{\left(\frac{l}{2} - |x| \right)}{2f} \left. \right\} - \sin \theta_i \\ &\quad \cdot \left\{ -\bar{\delta}_{VA} \frac{2f}{l^2} \left(\frac{l}{2} - |x| \right) - \bar{\delta}_{VB} \frac{2f}{l^2} \left(\frac{l}{2} - |x| \right) \right. \\ &\quad \left. - \bar{\delta}_{HA} \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l} \right) + \bar{\delta}_{HB} \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) \right\} \\ &= -\cos \theta_i \left\{ \frac{V_{Aj}}{k_{VA} A_V l} \left(\frac{l}{2} + x \right) - \frac{V_{Bj}}{k_{VB} A_V l} \left(\frac{l}{2} - x \right) \right. \\ &\quad + \frac{H_{Aj}}{2 k_{HA} A_H f} \left(\frac{l}{2} - |x| \right) + \frac{H_{Bj}}{2 k_{HB} A_H f} \left(\frac{l}{2} - |x| \right) \\ &\quad - \sin \theta_i \left\{ -\frac{2 V_{Aj} f}{k_{VA} A_V l^2} \left(\frac{l}{2} - |x| \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 V_{Bj} f}{k_{VB} A_V l^2} \left(\frac{l}{2} - |x| \right) - \frac{H_{Aj}}{k_{HA} A_H l} \left(\frac{l}{2} + x \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{H_{Bj}}{k_{HB} A_H l} \left(\frac{l}{2} - x \right) \right\} \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

ここに $\bar{\delta}_{ijV}, \bar{\delta}_{ijH}, \bar{\delta}_V, \bar{\delta}_H, V_j, H_j$ は j 点に単位荷重が作用したときの、支点の変位によって i 点が垂直および水平に変位する量、支点の垂直、水平変位、支点の垂直、水平反力である。

(3) くさびの締めつけ力(プレロード)の扱い方

鋼アーチ支保工は施工上、くさびを締めつけるために、くさび点にあらかじめプレロードが作用する。これを計算ではつぎのように扱う。

このようなくさびの締めつけ力はその後に作用する主働荷重の一部となるものであるが、受働荷重はこのプレロードが作用した状態からの支保工の変位によって発生するものであるから、受働荷重の発生に関する荷重は主働荷重からプレロードを差引いたものとなり、また受働荷重は、プレロードを打ち消すまでの負の荷重が許されることになる。

したがって j 点にプレロード PL_j がある場合には、前項の計算式において、受働荷重を求めるときの荷重は $A_j - PL_j$ となり、受働荷重の発生条件は $P_j \geq PL_j$ となる。なお最終的に求める断面力を計算する場合の荷重は前項と同様に $A_j + P_j$ である。

(4) 計算過程

実際の計算はFACOM 231 ALGOLを用いて行なった。なおアーチ支保工の軸線形状は図-4に示すように、それぞれ片側は、2つの円弧と1つの直線とから成っているため、表-2中の積分計算は、くさび点とその中間とを分割点として、数値積分した。

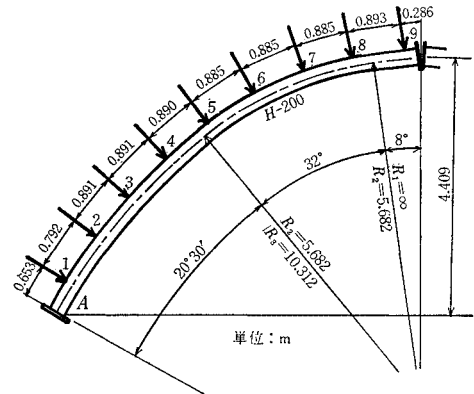


図-4 試験材の軸線形状

4. 実験

(1) 実験装置

実験装置の全景は写真-1に掲げるとおりで、高速道路トンネル用の実物鋼アーチ支保工材の2次元破壊試験ができるように開発されたものである。その主要部分は内径13mの鉄筋コンクリート製の反力わくと、18台の載荷用ジャッキ(能力50t)およびこれをコントロールする制御装置ならびに油圧ポンプとから成っている。

a) 反力わく

図-5に示すとおり、内厚2m、内壁高1.2m、外径17mの鉄筋コンクリート体である。この内側に試験材

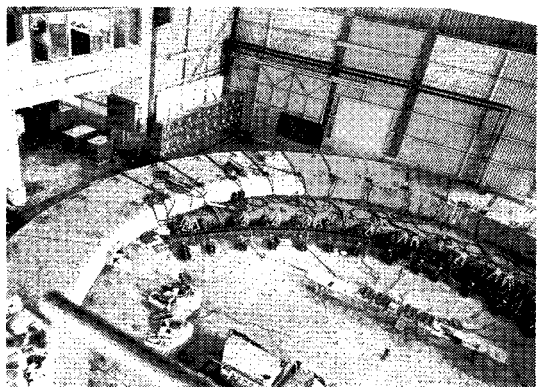


写真-1

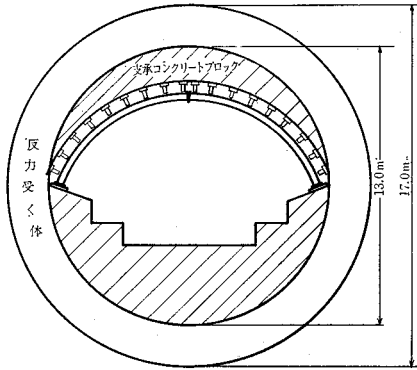


図-5 反力わく

の形状寸法に対応する 支承用コンクリート ブロックを仮置き、これをトンネル地山と見なす。試験材のくさび点相当位置に次項に示す載荷用油圧ジャッキをセットする。

b) 載荷用油圧ジャッキ

能力 50 t, ストローク 300 mm, ピストン径 125 mm φ, 最高作動圧力 410 kg/cm², 機長 500 mm, シリンダー径 170 mm φ, 型式 両動型。

c) 油圧ポンプ

18 台の載荷用油圧ジャッキは 1 台の電動式油圧ポンプで駆動される。その形式は、LH-5 アキシャルピストン式のもので、最高圧力 600 kg/cm²(常用最大圧力 410 kg/cm²), 油量 300 l, 水冷式で、モーターには 3.7 kW × 4 P が使われている。

d) 荷重制御装置

載荷用ジャッキのそれぞれに対応するくさび点荷重を発生させるために、各ジャッキの荷重を独立に制御できるコントロール盤と、コントロール盤に設定された荷重を同時に各ジャッキに伝達作動させる一斉載荷装置の 2 部分から成っている。

e) 支点構造

底板には 300×300×20 の鉄板を用いた。この底板と同寸法の鉄板を 2~3 枚コンクリートとの間にはさんだ支点構造とした。

(2) 実験種別

a) 試験材

実験は数種の断面寸法、線形および拱頂継手構造について行なったが、ここでは 図-4 に示したような試験材について述べる。

b) 実験荷重種別

実験荷重は、全くさび点 18 点に載荷したものと、くさび点の 1 点もしくは数点に載荷したものとに大別され、後者では載荷くさび点以外の点を拘束して受働荷重の発生を測定した。受働荷重の測定はつぎのように行

なった。まず所定のプレロードを全ジャッキに与えたのち、受働側のジャッキ位置のオイル管バルブを閉め、主働荷重により発生する受働荷重をそれぞれのジャッキ位置にあるブルドン管ゲージから読み取った。

5. 実験および計算結果

(1) 実験と計算結果の比較

数多く行なった実験の中から数例を選んで、計算結果とともに示す。

a) 等荷重載荷

各くさび点に 2 t の等荷重を載荷した場合の上下縁応力を 図-6 に示す。なお 図-6 以下に示す横軸の数字はくさび点番号を示す。計算値は、支点の反力係数 k_θ , k_V , k_H を 50 kg/cm² と 500 kg/cm² とした場合について示す。この例では反力係数を 50 kg/cm² とした場合の計算値が比較的実験値と一致している。

b) 1 点載荷

プレロード 300 kg で、No. 6 点に 3 t 載荷し、他のくさび点を拘束したときの荷重、上下縁応力および変位を 図-7, 8, 9 に示す。図-8, 9 には各くさび点を拘束しない場合についても示してある。計算値は支点の反力係数が 50 kg/cm², 500 kg/cm² および ∞ すなわち固

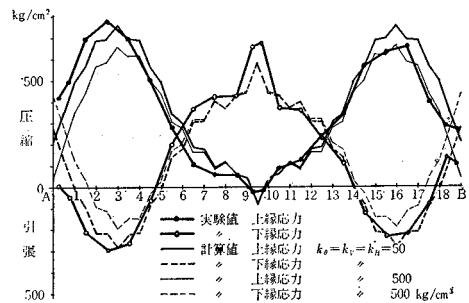


図-6 各点 2 t 載荷時の応力

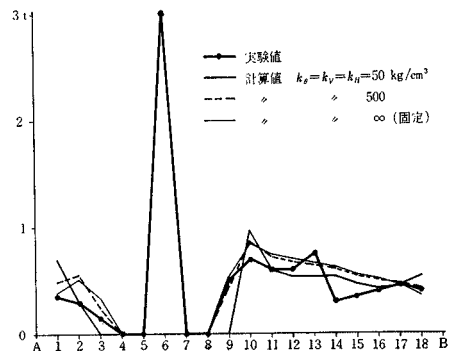


図-7 No. 6 点 3 t (Pre load 0.3 t) 載荷時の受働荷重

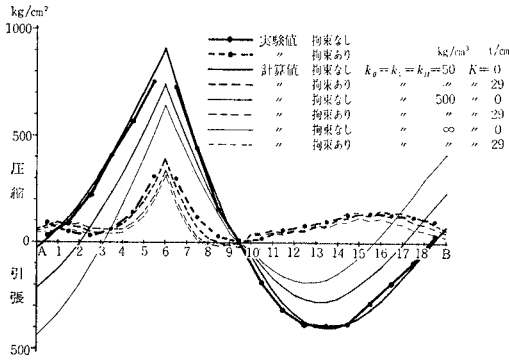


図-8 No. 6 点 3 t (Pre load 0.3 t) 載荷時の上縁応力

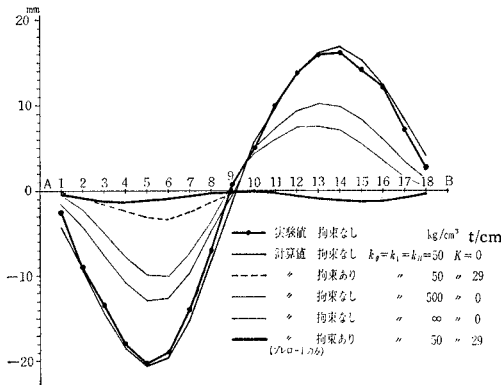


図-9 No. 6 点 3 t (Pre load 0.3 t) 載荷時の変位

定の場合について示す。なお計算上くさび係数 $K=29$ t/cm を用いた。これは普通の生木のくさびの固さがこの程度といわれている²⁾ところから採用したのであるが、後述するように、この値のバラツキは結果にあまり響かないので、実験の状態を計算するときのくさび定数はすべてこの値とした。

計算値をみると、支点の条件によってかなり結果が違っているが、実験値は反力係数が 50 kg/cm^3 のときの結果とよく合致している。拘束の有無は相当結果に影響があり、拘束力すなわち受働荷重の発生によって曲げモーメントは大きく減少し、応力の変化は小さくなっている。しかし載荷点付近にはかなりの曲げモーメントが発生している。

e) Proctor & White の主働荷重の片側載荷

図-4 に示すような軸線形状の鋼アーチ支保工に対する Proctor & White 法による荷重を、地山のゆるみ高さ $H_p=1\text{m}$ について、表-3 に示す。

図-10 は Proctor & White の主働荷重を片側に載荷したときの主働荷重と、載荷しない側に発生する受働荷重とを、 $H_p=1\sim 5\text{m}$ について示したものである。 $H_p=3\text{m}$ の場合の曲げモーメントを示したものが図-11 である。計算値は、支点の反力係数を 500 kg/cm^3 、

表-3

荷重点	主働荷重 (A) (t)	受働荷重 (P) (t)	総荷重 (A+P) (t)
1, 18	1.36	0.00	1.36
2, 17	1.45	0.36	1.81
3, 16	1.56	0.25	1.81
4, 15	1.66	0.17	1.83
5, 14	1.76	0.99	2.75
6, 13	1.89	1.38	3.27
7, 12	2.12	1.15	3.27
8, 11	2.33	0.93	3.26
9, 10	2.00	0.70	2.70

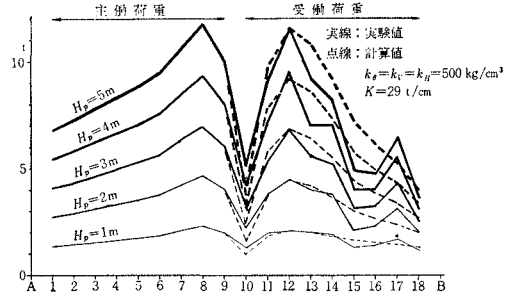


図-10 P. & W. の主働荷重片側載荷時 (Pre load 1.0 t) の受働荷重

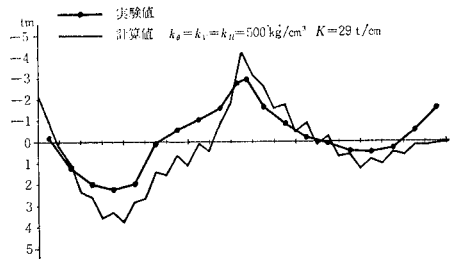


図-11 P. & W. の主働荷重 ($H_p=3\text{m}$) 片側載荷時 (Pre load 1.0 t) の曲げモーメント

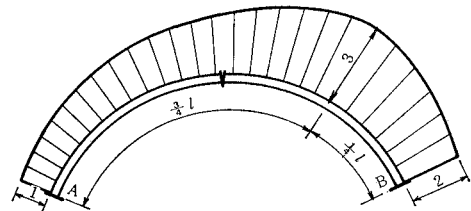


図-12 偏 荷 重

くさび係数を 29 t/cm とした場合であるが、受働荷重の発生の様子は実験値とほぼ一致している。

d) 一部偏荷重載荷

図-12 に示すように、左支点で 1, 右支点で 2, 3/4 点で 3 の割合で分布する荷重を偏荷重と名づける。これを弦長で案分して求めた各くさび点に作用する荷重を表-4 に示す。

図-13 はこの荷重のうち No. 7~18 点の荷重を載荷

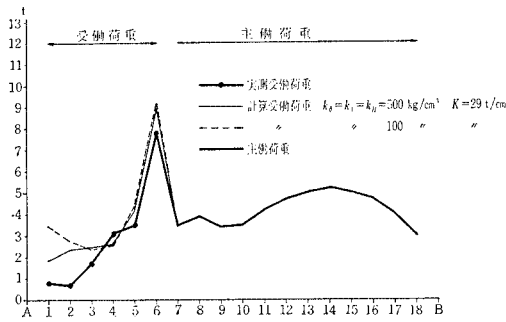


図-13 一部偏荷重載荷時 (Pre load 0.5 t) の受働荷重

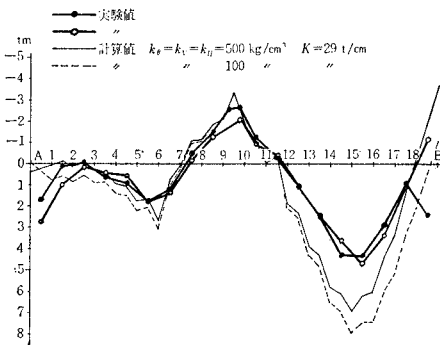


図-14 一部偏荷重載荷時 (Pre load 0.5 t) の曲げモーメント

し、No. 1~6 点を拘束したときに発生する受働荷重を示す。このときの曲げモーメントについて示したのが図-14 である。計算値は、支点の反力係数として 500 kg/cm^3 と 100 kg/cm^3 の 2 種類について示してあるが、 500 kg/cm^3 とした場合の方が実験値に近い。

e) 吟味

以上示した数例より、支点の反力係数 k_g, k_v, k_H を $50 \sim 500 \text{ kg/cm}^3$ とした計算結果と実験値が比較的良好に合致していることがわかる。実験における支点は支保工の底板がコンクリートに、2~3 枚の鉄板を介して支えられている構造なので、実際の現場の支点状態と違って、かなり固い支持条件と考えられる。また反力係数を小さ目 (50 kg/cm^3 程度) にとると、支点の固定度が緩和されて、支点には曲げモーメントがほとんど発生しなくなり、応力は大きくなるから、設計上安全側となる。したがって実際の状態を考えて設計するときには 50 kg/cm^3 程度の反力係数を採るのが妥当であろう。またこの場合には、前記のように構造上支点をヒンジと考えることも近似的には差し支えないものと考えられる。したがって鋼アーチ支保工に作用する荷重 (主働+受働) がはっきり判明した場合には、鋼アーチ支保工の構造系は頂部の突き合わせ点のヒンジとともに 3 ヒンジ構造となり、計算は非常に簡単になる。

なお実験によって反力係数に差をつけて考えなくては

ならないのは、実験における支点のできり具合によって支保条件に差ができるためと考えられる。

(2) Proctor & White の荷重について

表-4 で示した偏荷重時の受働荷重および曲げモーメントの発生の模様についての計算値を示したのが図-15, 16 である。図-15 には偏圧荷重 (主働荷重) に対する Proctor & White の荷重も示してあるが、本法による計算結果では、このような大きな受働荷重は発生していない。確かに拘束のない場合に比べれば、拘束のある場合に発生する曲げモーメントは図-16 に示すように大幅に減少し、とくに受働荷重の発生する側の曲げモーメントは非常に減少している。しかし主働荷重が大きく、支保工の変位が内側になる部分では受働荷重は発生しないから、かなりの曲げモーメントが発生するこ

表-4

荷重点	偏荷重 (t)	荷重点	偏荷重 (t)
1	0.81	10	1.75
2	1.05	11	2.24
3	1.24	12	2.37
4	1.37	13	2.50
5	1.49	14	2.62
6	1.62	15	2.50
7	1.75	16	2.31
8	1.89	17	1.99
9	1.66	18	1.57

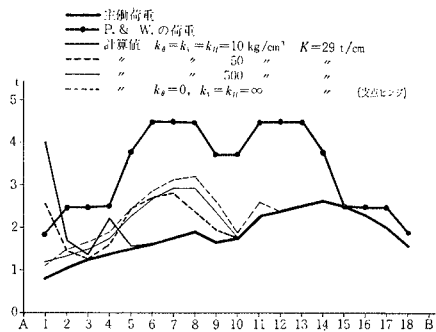


図-15 偏荷重載荷時の荷重

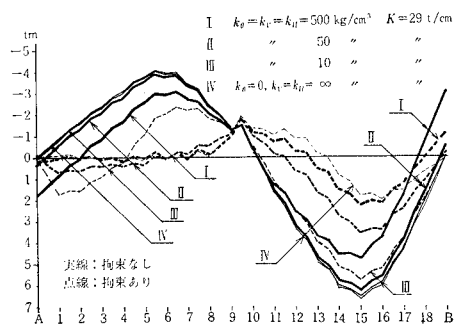


図-16 偏荷重載荷時の曲げモーメント

とになっている。この傾向は当然であるが、支点の反力係数の小さいほど大で、**図-16**にみられるように反力係数が 10 kg/cm^3 のときには、曲げモーメントの減少はあまりない。

また**表-3**に示した Proctor & White の主働荷重について計算してみると、ほとんど受働荷重は発生せず、したがって曲げモーメントの減少はなかった。

これらのことから、Proctor & White の荷重は受働荷重の発生を過大評価し、曲げモーメントの発生を極端に小さくみたものであることがわかる。

(3) プレロードの影響

通常くさびの締めつけ力(プレロード)は 300 kg 程度といわれる²⁾。**図-17**はプレロードの有無の違いを、偏荷重作用時の曲げモーメントについて示したものである。これからわかるように、プレロードの有無は結果にあまり大きな影響を与えないようである⁴⁾。

(4) くさび係数の変化の影響

図-18はくさび係数の値が全体として変化した場合

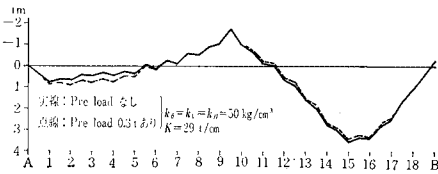


図-17 Pre load 有無の相違 (偏荷重時の曲げモーメント)

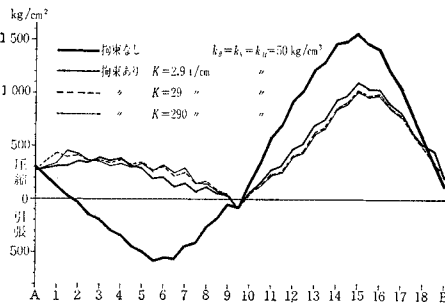


図-18 くさび係数の変化の影響 (偏荷重上縁応力)

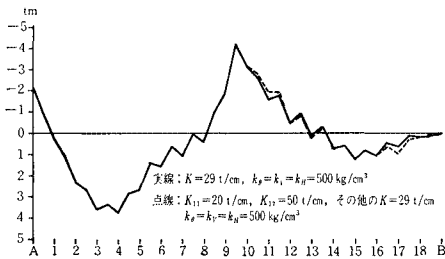


図-19 くさび係数のバラツキの影響 (P & W の主働荷重片側載荷時の曲げモーメント)

について、偏荷重作用時の上縁応力を例として示したものである。これを見ると、全体としてのくさび係数の変化はあまり結果に影響しない。とくに $K \geq 29 \text{ t/cm}$ ではほとんど差がない⁴⁾。

図-19は局部的にくさび係数が変化するときについて、片側 Proctor & White の主働荷重が作用したときの曲げモーメントを例にして示したものである。このような変化も結果にあまり影響しない。

(5) 主働荷重の分布する形と発生する応力との関係

Proctor & White は、鋼アーチ支保工に作用する主働荷重の分布形はいろいろあっても、受働荷重が発生するから、支保工の軸線形状とくさび点位置によって決まる、ある一定の荷重パターンがあると考えた。この考え方は前述のように不合理であるが、受働荷重の発生によって極端な荷重分布は確かに避けられるから、たとえば片側にだけ分布するような極端な荷重(主働+受働)分布形を想定して設計する必要もないように考えられる。そこで種々な主働荷重の分布形を想定して計算し、結果を比較してみる。

図-20~25は、分布形は異なるが、片側半分の荷重の総計は等しい主働荷重について、支点の反力係数を 50 kg/cm^3 、くさび係数を 29 t/cm として計算し、荷重、上下縁応力を示したものである。なおこれらの荷重のうち、 45° 傾斜荷重というのは、 45° 方向に荷重が作用したもののうち各くさびの荷重作用方向の分力から求めた荷重、三角荷重というのは、片側のくさび点に直線的関係で増加する荷重である。

Proctor & White の荷重を用いて、彼らのいう方法

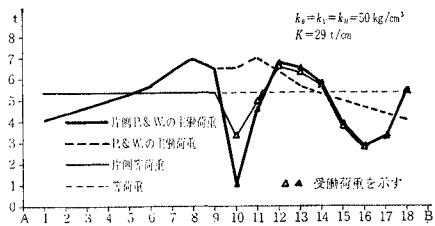


図-20 各種荷重 (I) と受働荷重

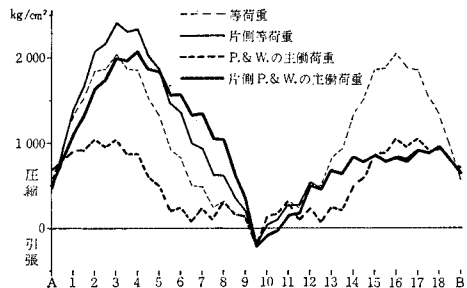


図-21 各種荷重 (I) による上縁応力

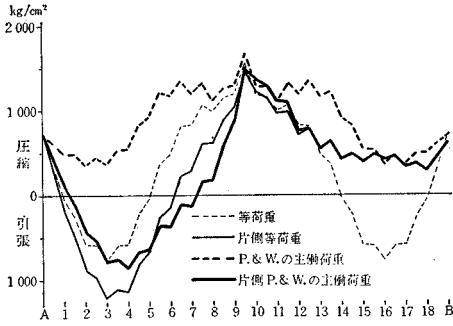


図-22 各種荷重 (I) による下縁応力

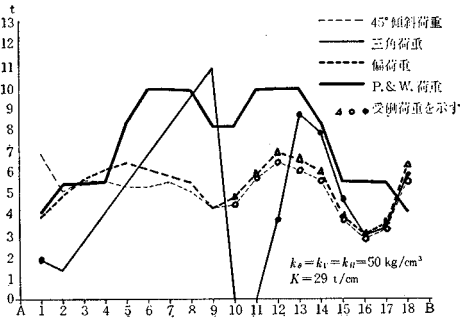


図-23 各種荷重 (II) と受働荷重

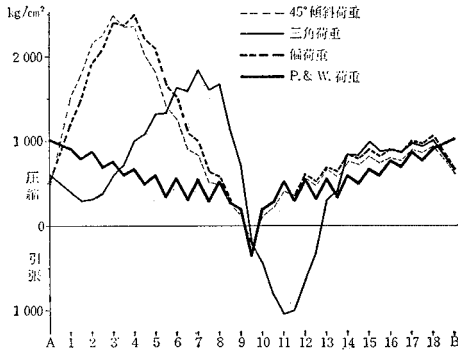


図-24 各種荷重 (II) による上縁応力

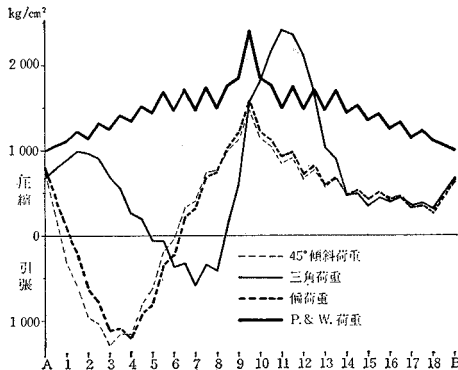


図-24 各種荷重 (II) による下縁応力

によって、鋼アーチ支保工に発生する最大応力を求めると、つぎのようである。

$$M = 0.86 Th = 0.86 \times 63\,000 \times 1.76 = 95\,360 \text{ kg/cm}$$

$$\sigma = \frac{T}{A} + \frac{M}{W} = \frac{63\,000}{63.53} + \frac{95\,360}{472} = 1\,194 \text{ kg/cm}^2$$

各種荷重について本法で求めた最大応力と Proctor & White の方法による最大応力を表-5 に示す。

表-5

計 算 法		最大応力 (kg/cm ²)	比	
本 法	等 荷 重	2030	1.71	1.00
	片 側 等 荷 重	2400	2.02	1.18
	P. & W. の 主 働 荷 重	1680	1.41	0.83
	片側 P. & W. の主働荷重	2060	1.73	1.01
	45° 傾 斜 荷 重	2480	2.08	1.22
	三 角 荷 重	2400	2.02	1.18
	偏 荷 重	2480	2.08	1.22
P & W の 方 法		1190	1.00	0.59

これらの図表によると、主働荷重の分布形に相当な違いはあっても、結果としての応力はそれほど変化していない。とくに、片側載荷と両側載荷とで最大応力にそれほど極端な相違がないことは、受働荷重の発生によって両側載荷に近い荷重分布となっていることを示している。しかし Proctor & White の方法による計算値より、本法による計算値の方が相当大きいのは、やはり Proctor & White らが曲げモーメントの発生を極端に小さくみた結果によるものである。ただし Proctor & White の方法では軸力の発生を過大にみることになるから、曲げモーメントの減少の割合には最大応力は減少していない。

いずれにしても、Proctor & White の方法では応力を小さくみることになり、また実際にも偏荷重のような主働荷重の作用は十分考えられるから、この程度の荷重分布は考慮に入れる必要がある。しかし設計計算で受働荷重の発生も考慮して本法のような方法で計算するのは実用的でないから、実用計算上は、ある主働荷重と受働荷重を加えた荷重パターンを決めて、前述のような3ヒンジ構造として計算するのが妥当であろう。これまでに述べた例では、たとえば等荷重載荷で計算して約20%の割増しの応力を設計応力に用いることなどが考えられる。

このような実用上の設計荷重パターンは、主働荷重の発生の問題、軸線形状の問題、支点条件の問題などに関連するので、ここで即断することはできない。これらの問題をさらに検討すれば、ある程度実用的な結論が得られるものと思われる。

(6) 結 論

以上述べてきたことを要約するとつぎのようになる。

(a) 鋼アーチ支保工を解析する本法による計算結果と実験値は比較的よく一致する。

(b) 実用計算において、荷重(主働+受働)がわかっているならば、支点および頂点の突き合わせ点をヒンジとした3ヒンジ構造として計算してよい。

(c) Proctor & White の方法は受働荷重の発生を過大評価していることが計算上ははっきりした。

(d) 支点の条件の変化は結果に大きな影響を与える。

(e) くさびの締めつけ力の有無は結果にそれほど影響がない。

(f) くさびの固さの変化は結果に大きく響かない。

(g) 鋼アーチ支保工に作用する荷重として、Proctor & White のような都合のよい荷重ではないにしても、あまり極端に分布した荷重を想定して設計する必要もない。実用計算上の荷重パターンを探すことは可能と思われる。これが決まれば(b)で述べたように実用設計計算は非常に簡単になる。

6. あとがき

本文ではトンネルの鋼アーチ支保工の構造系および受働荷重の発生の問題について、実物大モデル(高速道路トンネル用の支保工)の載荷実験をもとに、理論的検討を加えた。今後はさらに、実際の現場の支点条件に近い

支点状態での実験、種々な荷重分布形についての実験、種々な軸線形状についての検討などを進めて、実用的な設計計算法を確立したいと念願している。

参考文献

- 1) Proctor & White: "Rock Tunneling with Steel Supports", The Commercial Shearing & Stamping, 1946.
- 2) 坂本貞雄: トンネルの鋼アーチ支保工に関する研究, 土木学会論文集, No. 88, 1962.
- 3) 土木学会: トンネル用鋼アーチ支保工の強度に関する研究, pp. 10~47 (岡行俊), 1967.
- 4) 同上, pp. 48~68 (今田徹), 1967.
- 5) アメリカ合衆国内務省開発局編, 井田至春訳: アーチダム, 鹿島出版部, 1958.
- 6) Opladen, K.: "Über den Einspanngrad einer Stütze im Fundament, Beton und Stahlbetonbau", H. 2, 1960.
- 7) Gaschy, B. und Balazs, G.: "Beitrag zur elastischen Stützung von Bauwerken", Beton und Stahlbetonbau, H. 1, 1961.
- 8) Széchy, K.: "The Art of Tunneling", Tankönyvkiadó, Budapest, pp. 321~341, 1961.
- 9) Vogt, Fredrik, "Über die Berechnung der Fundament-Deformation", Det Norske Videnskaps Akademi, Oslo, 1925.
- 10) 長 尚: アーチの応力に及ぼす基礎地盤の変形の影響, 第22回土木学会年次学術講演会講演概要, 1967.
- 11) 長 尚・長友成樹・村上良丸: トンネルの鋼アーチ支保工の解析, 第23回土木学会年次学術講演会講演概要, 1968.

(1968.10.7・受付)