

## 境界の影響を受ける二次元噴流の特性

THE CHARACTER OF PLANE SUBMERGED JET  
INFLUENCED BY BOUNDARY齋 藤 隆\*  
By Takashi Saito

## 1. 結 論

水槽底面より噴流出口の高さにたいして、水表面からの噴出口の深さが十分に大きいと、噴流流れは水槽底面の方に偏流して底面に衝突するが、水表面を低下させてある限界まで低下すると、噴流流れは突然その偏向方向を転じて水表面の方に偏流する。

わん曲噴流の特性に関して、とくに、はく離領域の長さについての理論的研究では、C. Bourque & B.G. Newman および R.A. Sawyer の研究が注目される。両者とも解析には Dodd の提示したモデルを用いてはく離領域の長さを評価しているが、dividing Stream-line, Reattachment point および噴流の境界面に衝突した後の流速分布についての仮定に若干の相違がみられる。すなわち Sawyer は  $u/u_{\max}=0.1$  なる点を連ねた線を、Bourque は噴流中心線との間を流れる流量が一定になる線を dividing Stream-line or Reattaching Stream-line と定義している。また、衝突後の流速分布としては、Sawyer は衝突前の流速分布を最大流速点で2分した半分の流速分布の形で、衝突前の最大流速  $u_{\max}$  をもつ順流と、 $u_{\max} \sin \theta$  ( $\theta$  は噴流の衝突角) なる最大流速の逆流に分かれると、Bourque は衝突前の流速分布がそのままの形で連続の条件を満足するように2分されて順流と逆流とに分かれるものと仮定している。

Sawyer ははく離領域の長さの解析結果と測定結果との比較によって、 $\sigma$  の値は、流速分布より求められる値より大きく、段落の高さ  $D$  と噴流出口の幅  $2B_0$  との比  $D/2B_0$  が6より大きい場合にほぼ15程度の値になると評価している。また、石原・志方の両氏は、急拡部流れに生じるはく離領域の長さについて Sawyer と同様な方法を用いて評価し、測定結果の比較によって  $\sigma$  の値は水

路の拡大比が7以上ではほぼ10程度の値であると評価している。

$\sigma$  の値が流速分布より求められた値より大きくなることは、流れの遠心力、側壁の拡散制御および流れの横断方向の  $\sigma$  の値の変化によるものと考えられているが、Sawyer などの測定した流速分布をみると、流れが境界面に衝突するかなり近くの断面まで流速分布はかなり最大流速点に対して対称性を保っており、横断方向の  $\sigma$  の分布はそう大きいものではないかと思われる。流れのわん曲および境界面のない場合にくらべて大きい逆流を誘起させるためのエネルギーの消失を考えると、 $\sigma$  の値は自由噴流のその値よりも小さいのではないかと推測される。

衝突後の流速分布の Sawyer および Bourque の測定結果をみると、その分布形状は Sawyer の仮定したものに近いが、その最大流速は衝突前の最大流速よりも大きくて、衝突直後に流れが集中する傾向がみられる。したがって前述のように流速分布およびその最大流速の仮定を行なうと衝突後の流れの運動量を評価するさいに、実際の流れのもつ運動量との間にかなりの差ができるのではないかと考えられる。

本文は以上の問題点にたいして、流れのモデルは Dodd の提案したものであるが、 $\sigma$  の値および流速分布については、(i)  $\sigma$  の値はわん曲噴流の流速分布測定結果より得られた値を用いる、(ii) 衝突後の流速分布は Sawyer の仮定した同型の流速分布であるが、(iii) その最大流速は流れの連続の条件を満足していなければならない、のように3つの仮定を改めてはく離領域の長さについての検討を行なうと同時に、流れの偏流および偏流方向の変向の主因は連行流量を補給するために生ずる逆流流れであると考えて、これらに対して理論的、実験的検討を行なったものである。

\* 正会員 工修 山口大学助教授 工学部土木工学科

## 2. 実験装置およびその方法

### (1) 次元解析

自由水表面より深さ  $H$ , 固体境界より高さ  $D$  にある幅  $2B_0$  の噴出口より静水中に  $u_0$  なる速度で噴出する噴流によって誘起される水槽内の点  $(x, y)$  における流速  $u$ , 鉛直断面内で流速が最大になる点  $(x_c, y_c)$  を噴流中心位置と定義し, 点  $(x_c, y_c)$ , および噴出口から噴流が境界面に衝突する点までの距離  $x_R$  は次元解析の手法を用いればつぎのように表わされよう。

$$\frac{u}{u_0} = f_1\left(\frac{x}{2B_0}, \frac{y}{2B_0}, \frac{H}{2B_0}, \frac{D}{2B_0}, \frac{u_0^2}{g \cdot 2B_0}, \frac{2B_0 u_0}{\nu}\right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\left(\frac{x_c}{2B_0}, \frac{y_c}{2B_0}\right) = f_2\left(\frac{H}{2B_0}, \frac{D}{2B_0}, \frac{u_0^2}{g \cdot 2B_0}, \frac{2B_0 u_0}{\nu}\right) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{x_R}{2B_0} = f_3\left(\frac{H}{2B_0}, \frac{D}{2B_0}, \frac{u_0^2}{g \cdot 2B_0}, \frac{2B_0 u_0}{\nu}\right) \dots\dots\dots (3)$$

ここに,  $x, y$  は噴出口中心を原点としてそれぞれ水平方向, 鉛直上向きにとった座標位置,  $g$  は重力の加速度,  $\nu$  は動粘性係数である。なお  $y_c$  が正の場合を噴き上げ流れ (Separated flow),  $y_c$  が負の場合を Reattached flow と呼ぶことにする。

Reynolds 数が十分に大きい場合には, 流れは Reynolds 数の変化に対して感応しないことは期待される。噴流流れのように Reynolds 数が大きい場合には, 上3式中の Reynolds 数による変化は無視できよう。したがって, 式(1)~(3)はつぎのように書けよう。

$$\frac{u}{u_0} = f_1'\left(\frac{x}{2B_0}, \frac{y}{2B_0}, \frac{H}{2B_0}, \frac{D}{2B_0}, \frac{u_0^2}{g \cdot 2B_0}\right) \dots\dots\dots (1')$$

$$\left(\frac{x_c}{2B_0}, \frac{y_c}{2B_0}\right) = f_2'\left(\frac{H}{2B_0}, \frac{D}{2B_0}, \frac{u_0^2}{g \cdot 2B_0}\right) \dots\dots\dots (2')$$

$$\frac{x_R}{2B_0} = f_3'\left(\frac{H}{2B_0}, \frac{D}{2B_0}, \frac{u_0^2}{g \cdot 2B_0}\right) \dots\dots (3')$$

上3式を実験的に検討するために, 各パラメーターを表-1に示す範囲に変化させて実験を行なった。

表-1 実験範囲

$2B_0$ (cm)	$H$ (cm)	$D$ (cm)	$u_0$ (cm/sec)
0.58~2.56	3.00~42.5	2.59~14.5	26.5~80.0
$D/2B_0$	$H/2B_0$	$F^3_{\nu} = u_0^2/2B_0g$	
2.50~13.5	1.90~25.0	0.30~5.00	

### (2) 実験装置

実験に使用した水槽は図-1に示してある両面有機ガラス張りの鋼製水槽である。水槽上流端鋼製静水槽には, 出口流速が一様分布になるように縮流防止板を設けた有機ガラス製オリフィス形式噴流発生装置を取付けてある。また, 下流端鋼製静水槽には, 水槽内水位を自由に調節するためのポイントゲージと連動する可動ぜきを取付けてある。

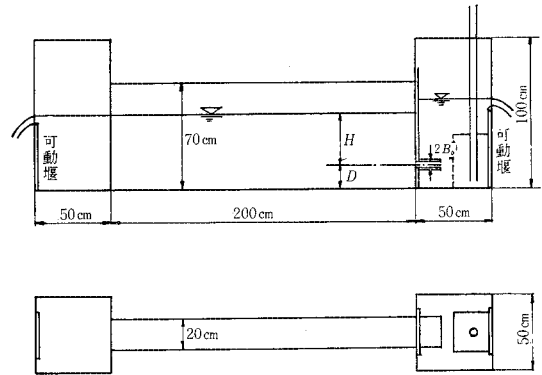


図-1 実験装置

オリフィスよりの流出量は上流端静水槽と実験水槽との水位差によって調節した。実験中に水槽内水位を変化させず場合には, 上, 下流静水槽に取付けてあるポイントゲージ連動の可動ぜきを 1/10 mm の精度でもって同量だけ変化させ, オリフィスよりの流出量に変化をあたえないようにした。

### (3) 測定装置

オリフィスからの流出流速は, あらかじめ一様分布になるように調節してあるので, 下流端静水槽の可動ぜきを越流した流量を約 0.22 m<sup>3</sup> の量水槽で計量することによって決定した。

流速の測定は内径が 1 mm の総圧管と静圧管を 1 cm 間隔に並置したピトー管を 20 gr 差圧計に接続し, 記録幅が 200 mm の専用記録計に記録させて行なった。なお流速の測定の際には, ピトー管の上流より径が 1 mm のステンレス管より色素を流して, 流れの方向とピトー管の方向とを一致させた。

流れの場における圧力分布の測定は, 流速の測定に使用した静圧管を下流静水槽内と測定点とに設置し, 両位置の静圧の差を前述の差圧計を用いて測定した。

噴流流れと境界面との間にできる離領域の長さの測定は, 流れが固体境界面に再接触する場合 (Reattached flow) 水槽底面中央に約 1 mm 間隔で植付けた約 2 cm 長さの木綿糸のたなびき方によって, 流れが噴き上げの状態 (Separated flow) では水表面に色素を注射

針で滴下させてその流れる方向によって噴流の衝突点位置を判定した。

(4) 実験の方法

噴流出口の固体境界面よりの高さ  $D$  と水面からの深さ  $H$  をほぼ同じ大きさにしておき、流れの状態を強制的に Reattached flow の状態にしておく。この状態より水槽内水位を可動せきを操作して徐々に低下させていく（5分間に約3mm程度で上、下流の可動せきを低下させていく）。可動せき操作後1~3分で水槽内水位の動揺がおさまるので、衝突点の位置を測定する。このような操作をくり返して水槽内水位を低下させていき、ある水位まで水面が低下すると、流れの偏向方向が変わり Reattached flow の状態より Separated flow の状態に変わる。このときの水表面からの噴流出口の深さ  $H_c$  を Reattached flow より Separated flow への限界深さと呼ぶことにする。

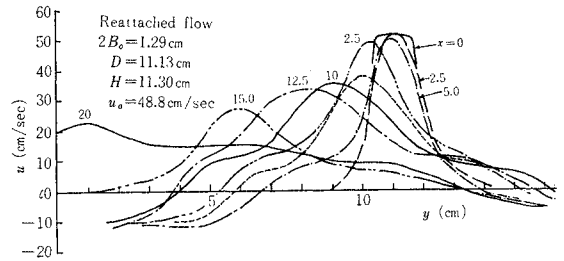
つぎに Separated flow の状態になっている状態で、上述と逆に水槽内水位を徐々に上昇させていく。水槽内水位がある水位まで上昇すると、流れは Separated flow より Reattached flow に変わる。この時の噴流出口の深さを Separated flow より Reattached flow への限界深さと呼ぶことにする。

実験は上述のごとくして両限界深さ、はく離領域の長さおよび代表的な実験において Reattached flow および Separated flow の両状態で詳細な流速分布および静水圧からの偏圧の分布の測定を行った。

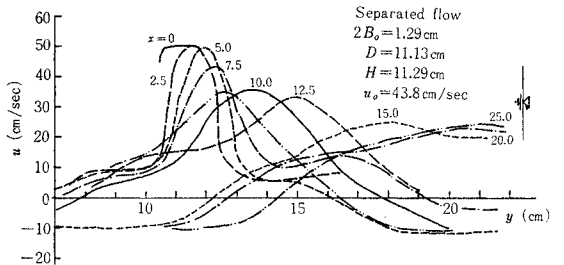
3. 実験結果

Reattached flow および Separated flow の両状態において測定した流速分布の代表的な一例を示したのが図-2 (a), (b) である。流れの状態を図式的に示すために図-2 より等流速点を求めて等流速線図を描いたのが図-3 (a), (b) である。同図中の一点鎖線は鉛直断面中で最大の流速の点を連らねたもので、これを噴流中心線と呼ぶことにする。図中の数字は流速を cm/sec で表わしたものである。

図-3 における噴流中心線を、Reattached flow の場合には境界面よりの噴流出口の高さ  $D$  で、Separated flow の場

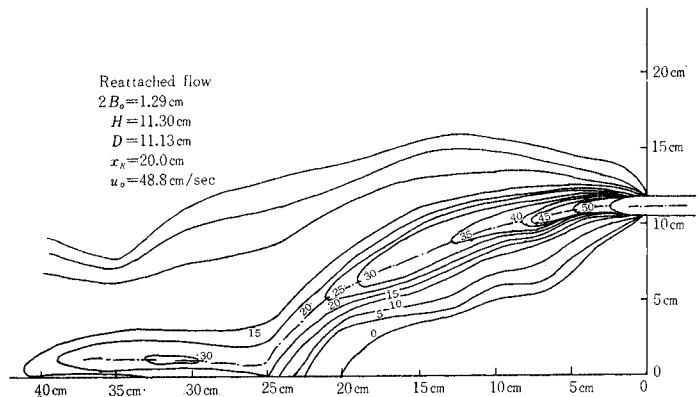


(a) Reattached flow

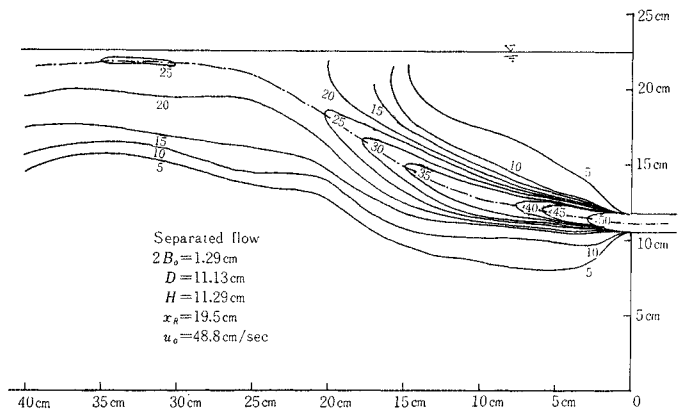


(b) Separated flow

図-2 流速分布



(a) Reattached flow



(b) Separated flow

図-3 等流速線

$2B_0$ (cm)	$D$ (cm)	$H$ (cm)	$FF$	$D/2B_0$	$H/2B_0$	$r/D$	notation	$r/H$	$r/2B_0$
○	1.50	11.23	7.56	1.77	5.04	—	Sep	3.50	17.6
○	1.50	11.23	17.37	1.65	7.49	—	Rea	—	20.2
□	1.00	11.00	6.04	3.37	11.00	—	Rea	—	23.7
□	1.00	11.00	15.94	1.49	—	17.91	Sep	2.00	31.9
△	1.29	11.13	11.30	1.88	8.63	2.60	Rea	—	22.4
△	1.29	11.13	11.29	1.81	—	8.75	Sep	2.50	21.9

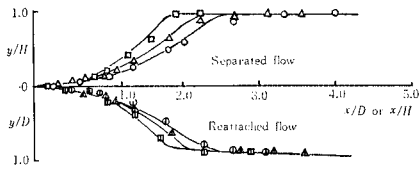
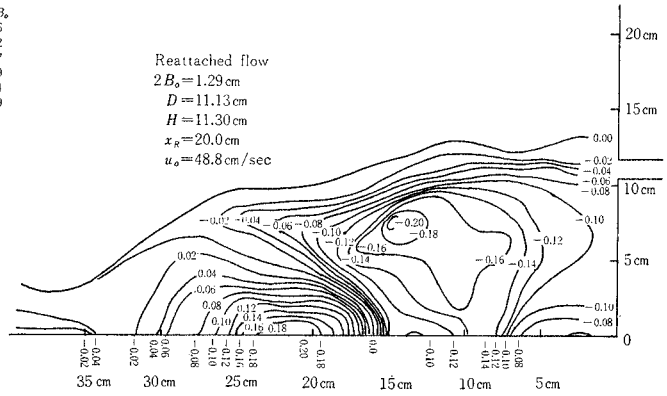


図-4 噴流中心位置

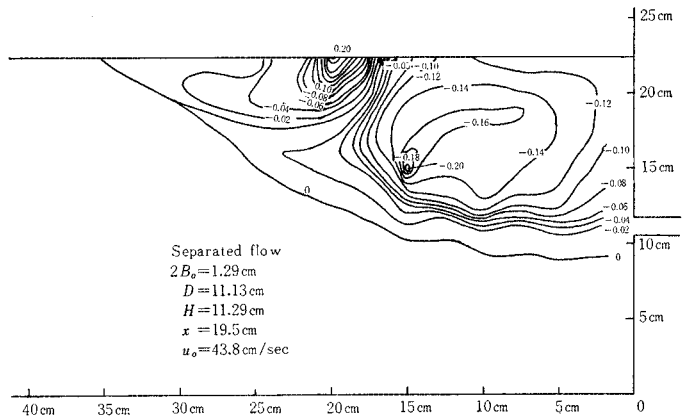
合には水表面からの噴流出口の深さ  $H$  によって無次元化して図示したのが 図-4 である。同図中には噴流が再接触するまでの噴流中心位置は円弧上にあるとみなして、測定点にもっとも合致する円弧の曲率半径を求めて付表に記入した。これによると、わん曲噴流の噴流中心線曲率は流れの状態が Reattached flow, Separated flow のいずれの状態であっても噴流出口から再接触する境界面までの距離が等しければほぼ等しい値であって、噴流出口より境界面までの距離が大きくなるほど曲率半径は大きくなっている。すなわち、わん曲噴流の曲率半径は噴流が再接触する境界面の性質とか、噴流の Froude 数にはほとんど関係なく噴流出口と再接触する境界面との距離によって決まるものと考えられる。

静水圧からの偏圧の分布の測定結果を等流速線図を求めたと同じ方法によって等偏圧分布を描いたのが 図-5 (a), (b) である。同図中の数字は圧力差を水柱高さで表わしたもので、単位は cm である。図において境界面のところで最大の正の偏圧を示しているところが前述した噴流の衝突点である。図-4, 5 より流速分布および偏圧分布における Reattached flow と Separated flow との差異はほとんど認められず、境界面の性質はこれらにたいしてほとんど影響を与えないものとみられる。

噴流出口より噴流流れが境界面に衝突する点(衝突点 Reattachment point; 測定は平均点に流速が零である点として求めているので流体力学的には停留点である)までの距離、すなわち、はく離領域の長さ  $x_R$  を Separated flow の場合には  $H$  で、Reattached flow の場合には  $D$  でもって無次元化して示したのが 図-6 である。同図には空気噴流で行なった Sawyer, Bourque & Newman, Miller & Comings の測定結果をも記入してある。この図においても境界面の性質による差異はほとんど認めら



(a) Reattached flow



(b) Separated flow

図-5 偏圧分布

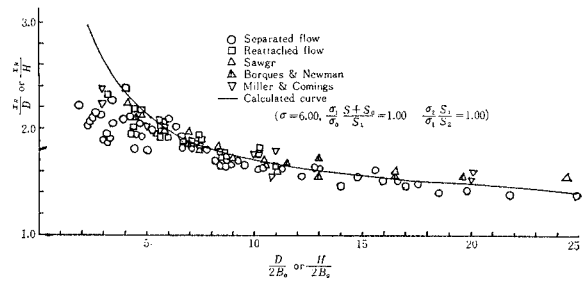


図-6 はく離領域の長さ

れない。

Reattached flow より Separated flow への限界深さを □印で, Separated flow より Reattached flow への限界深さを ○印で測定関係を図示したのが 図-7 である。図において、境界の幾何学的関係が □印の点より右側にあると、噴流流れはいかなる強制力を加えてもその力を除去すると流れは Separated flow の状態になり、逆に ○印より上側にあると Reattached flow の状態になる。両測定点の間に境界の幾何学的関係があると、噴

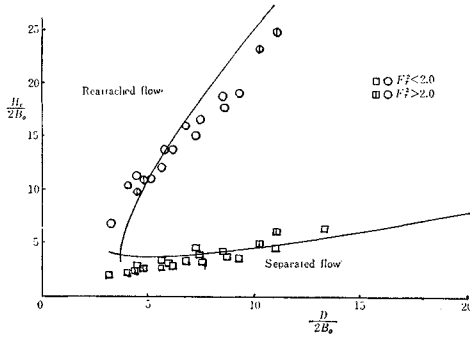


図-7 噴流偏向方向の限界

流はわずかな力によっていずれの状態にもなりえて、このような条件で噴出した噴流の流れはいずれの方向に偏流するかは噴出する瞬間のわずかな力によっていずれの方向へも偏流する。両限界点は図でわかるように、ちょうど  $H/2B_0 = D/2B_0$  の点に対して対称の位置にあり、境界面の性質の違いはほとんど認められない。

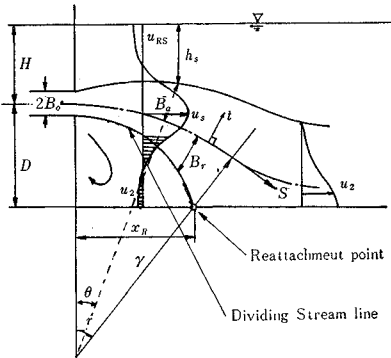


図-8 流れのモデル

### 4. 理論的考察

#### (1) 流れのモデル化

流れのモデルは Dodd の提示したものに水表面の影響が加わったもので、モデルを略図的に示したものが図-8 である。図のモデルをあつかうために座標を改めて、噴流中心線（半径  $r$  の円弧上にあるものとする）に沿って  $S$  軸を、それと垂直に  $t$  軸をとることにする。

わん曲噴流も本質的に自由噴流と違わないとみなすと乱れの確立領域における流速分布は近似的に次式で表わされる。

$$\frac{u}{u_{max}} = \text{sech}^2 \sigma \frac{t}{S+S_0} \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 $u_{max}$  は噴流中心流速（点  $(S, 0)$  における流速）、 $u$  は点  $(S, t)$  における流速、 $S_0$  は噴流仮想原点と噴出口との距離、 $\sigma$  は拘束係数（自由噴流のそれとは違った値である）。

噴流流れの運動量が一定に保たれるものとする、噴流中心流速の低減は次式で表わされる。

$$\frac{u_{max}}{u_0} = \sqrt{\frac{3\sigma}{4}} \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{-1/2} \dots\dots\dots(5)$$

仮想原点における湧出流量が噴出口における噴出流量  $2B_0u_0$  に等しいという条件を用いれば、仮想原点より噴出口までの距離  $S_0$  はつぎのように与えられる。

$$\frac{S_0}{2B_0} = \frac{\sigma}{3} \dots\dots\dots(6)$$

噴流は周囲の流体を連行しながら流過し、境界面に衝突して2分されて、その一部ははく離領域に逆流として流れこむ。流れが安定な状態では、はく離領域より連行される流量と衝突後に逆流流れではく離領域に流入する流量とは平均的に平衡状態になければならない。噴流中心線との間を流れる流量が噴出流量の半分に等しい境界線を dividing Stream-line と定義すると、dividing Stream-line は式(4)よりただちにつぎのように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \tanh \frac{B_r}{S+S_0} &= \sqrt{\frac{\sigma}{3}} \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{-1/2} \\ \text{or} \\ \frac{B_r}{2B_0} &= \frac{1}{\sigma} \frac{S+S_0}{2B_0} \tanh^{-1} \left\{ \sqrt{\frac{\sigma}{3}} \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{-1/2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 $B_r$  は噴流中心線より dividing Stream-line までの距離である。衝突点 (Reattachment point) の測定は平均的に流速が零である点を求めているから、dividing Stream-line と境界面との交点は衝突点と一致する。

#### (2) はく離領域の長さ

上述のごとく衝突点は流体力学的には停留点である。また流れが安定している状態でははく離領域よりの連行流量とはく離領域への逆流流量とは平衡状態を保っているはずである。したがって衝突点においてはこの二つの条件を満足していなければならない。式(4)ではあたえられる流速分布をもつ流れが図-7に示すごとく  $\theta_r$  なる角度で境界面に衝突した後、図-8に示すごとき最大流速が  $u_{1max}, u_{2max}$  で流速分布が次式で表わされる順流と逆流の流れになるものとする。

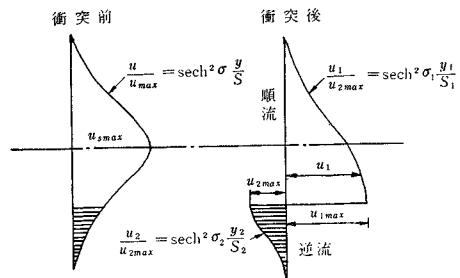


図-9 衝突前後の流速分布

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1}{u_{1 \max}} &= \operatorname{sech}^2 \sigma_1 \frac{t_1}{S_1} \quad (\text{順流}) \\ \frac{u_2}{u_{2 \max}} &= \operatorname{sech}^2 \sigma_2 \frac{t_2}{S_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\sigma_1, \sigma_2$  は順流、逆流の拘束係数（衝突による乱れ等によって衝突前の  $\sigma$  とは異なった値であろう） $S_1, S_2$  は無限小幅のスロットより噴出した噴流の最大流速が  $u_{1 \max}, u_{2 \max}$  になるまで噴流が流過した仮想距離である。 $t_1, t_2$  は  $S_1, S_2$  に垂直すなわち境界面に垂直にとった座標である。

衝突前後の流量の連続条件より、衝突前の最大流速  $u_{s \max}$  と衝突後の最大流速  $u_{1 \max}, u_{2 \max}$  との関係は次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{1 \max}}{u_{s \max}} &= \frac{\sigma_1}{\sigma} \frac{S+S_0}{S_1} \left(1 + \tanh \sigma \frac{B_r}{S+S_0}\right) \\ \frac{u_{2 \max}}{u_{s \max}} &= \frac{\sigma_2}{\sigma} \frac{S+S_0}{S_2} \left(1 + \tanh \sigma \frac{B_r}{S+S_0}\right) \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

衝突点付近における圧力変化を無視して運動量の定理を適用すると、

$$\begin{aligned} \int_0^\infty u_1^2 dt_1 - \int_0^\infty u_2^2 dt_2 &= 2 \int_0^\infty u^2 dt \cdot \cos \theta_r \\ &= 2 B_0 u_0^2 \cos \theta_r \end{aligned}$$

式 (8) の関係を用いて整理すると、

$$\frac{2}{3} \frac{S_1}{\sigma_1} u_{1 \max}^2 - \frac{2}{3} \frac{S_2}{\sigma_2} u_{2 \max}^2 = 2 B_0 u_0^2 \cos \theta_r \quad \dots (10)$$

式 (10) に式 (9) の関係を用いて整理すると、噴流の境界面への衝突角  $\theta_r$  の満足すべき条件はつぎのように求まる。

$$\begin{aligned} \cos \theta_r &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_1}{\sigma} \frac{S+S_0}{S_1} \left\{ \left(1 + \tanh \sigma \frac{B_r}{S+S_0}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{S_1}{S_2} \left(1 - \tanh \sigma \frac{B_r}{S+S_0}\right)^2 \right\} \dots (11) \end{aligned}$$

一方噴流中心位置は半径  $r$  の円弧上にあるから、幾何学的な関係として次の関係をも満足しなければならない。

$$\frac{D}{2 B_0} = \frac{r}{2 B_0} (1 - \cos \theta_r) + \frac{B_r}{2 B_0} \cos \theta_r \quad \dots (12)$$

いま、式 (11) 中の  $\sigma_1, \sigma_2, S_1, S_2$  の値が既知であるものとする、式 (11), (12) の両式を同時に満足すべき  $r$  と  $\theta_r$  の関係が求まる（あたえられた  $D$  にたいして）。この与えられた  $D/2 B_0$  にたいする  $r/2 B_0$  と  $\theta_r$  との関係を用いると、はく離領域の長さ  $x_R$  は幾何学的関係によって次式で求まる。

$$\frac{x_R}{2 B_0} = \left( \frac{r}{2 B_0} - \frac{B_r}{2 B_0} \right) \frac{\sin \theta_r}{D/2 B_0} \quad \dots\dots\dots (13)$$

(3) 噴流流れの変向条件

はく離領域を dividing Stream-line と境界面でかこまれた領域と考える。流れのモデルを単純化するために、はく離領域内の圧力は領域内の平均圧力が一様に分布しているものとする。

噴流流れの偏流方向が変わる機構としてはつぎのように考える。わん曲した流れが安定であるときは、わん曲した流れの遠心力とはく離領域内の圧力低下による力とがつりあいを保っている。噴流ははく離領域側のみでなく、その反対側においても流体を連行しているの、これを補うために図-8 に示すごとくはく離領域と反対側に逆流が誘起されている。この逆流を誘起する噴流外縁 (dividing Stream-line を噴流の内縁と呼ぶ) に生ずる圧力の低下が部分的にもはく離領域内の低下圧と等しくなると、その部分では流れをわん曲させる力がなくなり、わん曲していた流れは遠心力によって直進することになって流れの偏向方向が変わるものとする。

噴流の外縁と中心との距離を  $B_u$  とすると、噴流に作用する圧力差と噴流のわん曲による遠心力とのつりあい関係は次式で与えられる。

$$\Delta P = - \int_{-B_r}^{B_u} \rho u^2 dt / r = \rho M / r, \quad M = - \int_{-B_r}^{B_u} u^2 dt \quad \dots\dots\dots (14)$$

噴流の外縁として  $u/u_{\max} = \text{const.}$  なる点を考えると噴流中心より外縁までの距離  $B_u$  は式 (4) よりただちに

$$\frac{B_u}{2 B_0} = \frac{1}{\sigma} \frac{S+S_0}{2 B_0} \cosh^{-1} \sqrt{\frac{u_{\max}}{u}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

と与えられる。

噴流外縁と境界面との間  $h_s$  の部分 (図-8 参照) を  $u_{RS}$  なる一様な流速分布で逆流しているものとし、その流量は噴流がその断面までに噴流外縁より連行した流量に等しいと置くと逆流流速  $u_{RS}$  は次式で与えられる。

$$u_{RS} = \frac{u_0}{2} \frac{\sqrt{\frac{3}{\sigma}} \tanh \left( \cosh^{-1} \sqrt{\frac{u_{\max}}{u}} \right) \cdot \left( \frac{S+S_0}{2 B_0} \right)^{1/2} - 1}{\frac{H+r}{2 B_0} - \frac{r+B_u}{2 B_0} \cos \theta} \quad \dots\dots\dots (16)$$

エネルギー損失を無視して、流れの影響をうけない点と逆流流れの部分とに Bernoulli の定理を適用して、逆流  $u_{RS}$  流速を生じせしめるに必要な圧力低下量は次式で与えられる。

$$\Delta \frac{P}{\rho} = (H+D) - \left( \frac{P}{\rho} + z \right)_s = \alpha \frac{u_{RS}^2}{2g} \quad \dots (17)$$

ここに、 $\alpha$  は流速を一様分布としたための補正係数である。この圧力の低下が最大になる場所は、 $du_{RS}/d\theta = 0$  よりつぎの関係式を満足する場所として与えられる。

$$\frac{H}{2 B_0} = \frac{\left\{ A \left( \frac{S+S_0}{2 B_0} \right)^{1/2} - 1 \right\} \left[ \frac{r}{2 B_0} + B \left( \frac{S+S_0}{2 B_0} \right) \right] \sin \theta - B \frac{r}{2 B_0} \cos \theta}{\frac{1}{2} A \left( \frac{S+S_0}{2 B_0} \right)^{-1/2} \frac{r}{2 B_0}} + \frac{r+B_u}{2 B_0} \cos \theta - \frac{r}{2 B_0} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $A = \sqrt{\frac{3}{\sigma}} \tanh B\sigma$ ,  $B = \cosh^{-1} \sqrt{\frac{u_{\max}}{u}} / \sigma$

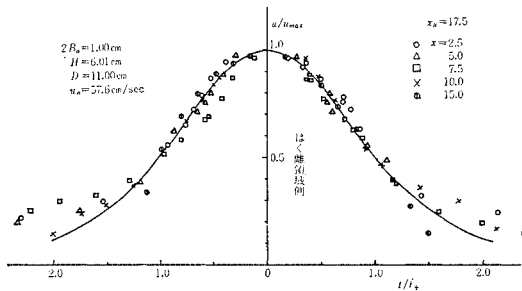
先に述べた流れの偏向方向が変わる条件は、式(18)を満足する場所において式(17)と式(14)の圧力低下量が等しくなることである。式(17)と式(14)を等しいと置き、式(16)で与えられる逆流流速を用いて整理すると、偏向方向が変わる限界を与える力学的条件はつぎのようになる。

$$\frac{H}{2B_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\alpha}{\beta} A \left( \frac{r}{2B_0} \right)^{1/2} + \frac{r+B_u}{2B_0} \cos \theta - \frac{r}{2B_0} \quad (19)$$

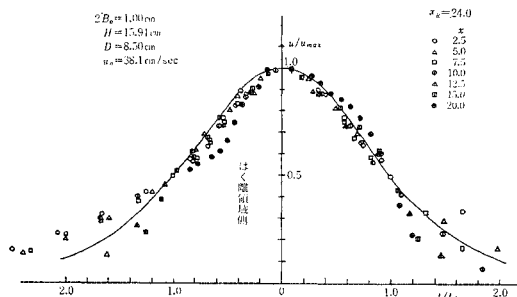
$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\alpha}{\beta} A \left( \frac{r}{2B_0} \right)^{1/2} = \frac{\left\{ A \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{1/2} - 1 \right\} \left[ \frac{r}{2B_0} + B \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right) \right] \sin \theta - B \frac{r}{2B_0} \cos \theta}{\frac{1}{2} A \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{-1/2} \frac{r}{2B_0}} \quad (20)$$

### 5. 実験結果との比較

わん曲噴流の拘束係数 $\sigma$ の値は流れの曲り、境界面による拘束および離領域の存在などによって自由噴流のその値とは異なるであろう。わん曲噴流の $\sigma$ の値を求めるために、横断方向の速度分布、中心線にそって流速の逓減および拡散状態について検討したものが図-10~12である。図-10は噴流が境界面に衝突するまでの乱れの確立領域における流速分布の測定値である。図中の横軸の表示中の $t_{1/2}$ は噴流中心より $u/u_{\max}=1/2$ 点までの距離である。図中の曲線は式(4)において $\sigma=6.00$ と置いて式(4)を計算した値である。図-11は $\sigma=6.00$ と置いて式(5)を計算した値である点線と測定値



(a) Reattached flow



(b) Separated flow

図-10 流速分布

ここに、 $\beta$ は運動量の補正係数で次式で与えられる。

$$\beta = \frac{M_s}{M_0} = \frac{3}{4} \left[ \left\{ \sqrt{\frac{\sigma}{3}} A + \sqrt{\frac{\sigma}{3}} \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{1/2} \right\} - \frac{1}{3} \left( \frac{\sigma}{3} \right)^{3/2} \left\{ A^3 - \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{3/2} \right\} \right]$$

$M_s$ は噴流の内縁と外縁の間の運動量、 $M_0$ は噴出口における噴流運動量( $2B_0 u_0^2$ )。

したがって、噴流流れの偏向方向が変わる境界条件は式(18),(19)より式(20)のように与えられる。

を比較したものである。図-12は噴流中心と $u/u_{\max}=1/2$ の点との距離 $t_{1/2}$ を流過距離にたいして図示したものである。図中の実線は $\sigma=6.00$ として式(4)より計算した値である。これらの結果よりわん曲噴流の $\sigma$ の値はほぼ6.00であるとみられる。この値は自由噴流の $\sigma$ の値より若干小さくて、はく離領域および逆流流れの存在によって自由噴流の場合にくらべてエネルギーの損失が大きいものと考えられる(Albertson  $\sigma=6.93$ , Reichart  $\sigma=7.67$ )。

はく離領域の長さ; 実測結果よりわん曲噴流の $\sigma$ の値はわん曲の曲率半径、Froude数にはほとんど無関係にほぼ6.00の値が得られたので、この値を用いて考察結果と実験結果との比較を試みる。

はく離領域の長さ $x_R$ を計算し求めるには、まず与えられた $D/2B_0$ にたいして式(11),(12)の両式を満足する $r/2B_0$ と $\theta_r$ の関係を求めなければならないが、式

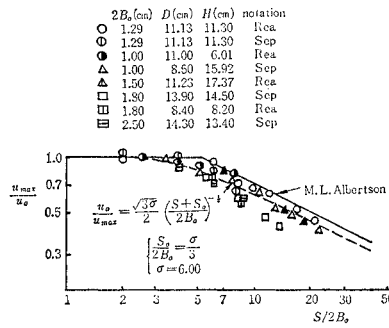


図-11 噴流中心流速

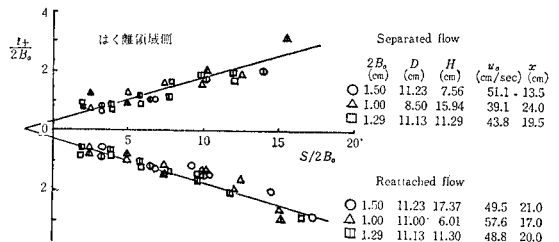


図-12  $t_{1/2}$ 点による拡散状況

$\sigma_2/\sigma_1 \cdot S_1/S_2 = 1.0$  と置くことにする。式 (11) はつぎのように簡単な式となる。

$$\cos \theta_r = 2\sqrt{\frac{\sigma}{3}} \left( \frac{S+S_0}{2B_0} \right)^{-1/2} \dots\dots\dots(11')$$

式 (11'), (12) を与えられた  $D/2 B_0$  にたいして連立で解き、求められた  $r/2 B_0$  と  $\theta_r$  の関係を式 (13) に代入して求めたはく離領域の長さ  $x_r$  は図-6 に実線で記入した。計算値と実験値との一致は  $D/2 B_0$  が約 5.0 より大きいところではきわめて良好である。 $D/2 B_0 < 5.0$  の範囲で  $D/2 B_0$  が小さくなるほど実験値と計算値の差が大きくなっている。この原因としてはポテンシャル・コアの存在によるものと考えられる。 $D/2 B_0 < 5$  の範囲では、噴流の流過距離  $S/2 B_0$  は 10 以下であって、ポテンシャル・コアの存在する範囲が、流過距離の 1/3 以上、 $D/2 B_0$  が 2 程度の場合にはポテンシャル・コアが衝突点近くまで存在して、計算上仮定した流速分布との相違によって計算値と実験値との違いが生じ、 $D/2 B_0$  が小さいほどその差が大きくなると考えられる。

はく離領域の長さを求めるさいに求めた曲率半径を実験値と比較したのが 図-13 である。

流れの変向限界；流向の変向する限界の条件式 (20) は、 $r/2 B_0$  が  $D/2 B_0$  の関数として与えられるので、 $D/2 B_0$  と変向が始まる点  $\theta$  の関数である。したがって、式 (20) で与えられた  $D/2 B_0$  にたいする  $\theta$  を求め、これを式 (18) あるいは (19) に代入すれば変向する限界深さ  $H/2 B_0$  が求まる。式 (19) 中の速度水頭の補正係数  $\alpha=1.06$  と置いて求めた限界深さの計算値は 図-7 に実線で記入した。Reattached flow より Separated flow への限界深さは  $D/2 B_0$  が 6 より大きいところでは実験値と計算値の一致は良好である。 $D/2 B_0$  が小さいところでの実験値と計算値との違いは、前述した Potential core の存在によるものと考えられる。また、Separated flow より Reattached flow への限界深さでは、 $D/2 B_0$  が大きいところで計算値の方が実験値よりも大きくなっている。これは実験上  $D/2 B_0$  を固定しておき、 $H/2 B_0$  すなわち水槽内水位を上昇させたため、はく離領域の大きさが大きくなっていくためはく離領域に流体の補給が必要となって、流体のはく離領域への補給によるかく

乱がはく離領域およびその付近の流れに与えられたことによるものと考えられる。以上のような原因を考慮すれば、計

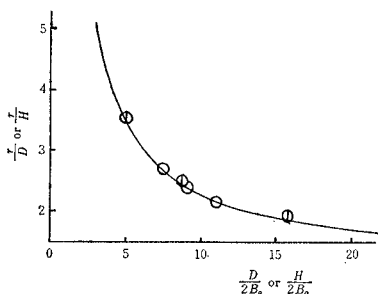


図-13 わん曲噴流の曲率半径

算値と実測値との合致は良好なものといえよう。

### 6. 結 論

本研究はわん曲噴流の特性、とくにははく離領域の大きさおよび噴流の境界の影響による偏流について実験的、理論的に検討したもので、その結果つぎのことが明らかにされた。

- (i) わん曲噴流の流速分布を規定する拘束係数  $\sigma$  の値は自由噴流のそれより若干小さく、流れの曲率半径には関係せず 6.00 の値がえられた。
  - (ii) わん曲噴流の曲率半径  $r/D$  は Reattached flow, Separated flow に関係なく  $D/2 B_0$  のみによって決まる。
  - (iii) はく離領域の長さは噴流が衝突する境界面の性質には関係せず  $D/2 B_0$  のみによって決まる。
  - (iv) 衝突点を流体力学的には停留点と解釈して求めたはく離領域の長さの計算値は、噴流の衝突後の流速分布に不明な点があるが、実測値との合致は良好であった。なお開水路急拡部におけるはく離領域を検討するさいにはポテンシャル・コアの存在を考慮しなければならないだろう。
  - (v) 流れの偏向する原因としては境界面の粗度の非対称性および逆流流れの非対称性が考えられているが、本実験結果では、自由水表面と固体境界面とのようにその性質が著しく異なった境界面でも、流れの偏向にたいする影響に差異はほとんど認められなかった。
  - (vi) 流れの偏向する方向がいずれに向くかわからない領域の存在することが認められた。
- 最後に本研究を遂行するにあたり、終始有益なるご指導をたまわりました椿東一郎教授、ならびに協力をいただいた柴田幸信、名倉克博、森下段昌の諸氏に厚く感謝の意を表したい。

### 参 考 文 献

- 1) R.A. Sawyer : The flow due to a two dimensional jet issuing parallel to a flat plate, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 9, 1960.
- 2) C. Bourque & B.G. Newman : Reattachment of a two dimensional incompressible jet to an adjacent flat plate, Aero Quart 1960.
- 3) M.L. Albertson, Y.B. Dai, R.A. Jenson & H. Rouse : Diffusion of submerged jets, Trans. A.S.C.E. Vol. 115, 1948.
- 4) 石原藤次郎・志方俊之 : 開水路急拡部の水理学的性状に関する研究, 土木学会論文集, 第 128 号, 1966.
- 5) 岩垣雄一・土屋義人・今村正考 : 水平噴流の特性に及ぼす境界の影響, 土木学会第 16 回年次学術講演会講演集, 1961.

(1968. 8. 20・受付)