

## 自然河川（移動床）の粗度に関する一考察

## RESISTANCE OF MOVABLE BED

菊 岡 保 人\*

By Yasuto Kikuoka

## 1. ま え が き

自然河川の移動床に関する粗度の見積りは、その性質の複雑さから、従来多くの研究がなされているにもかかわらず、それぞれ適用範囲に制約のあることが現状である。

粗度の見積り方はつぎの3つのタイプに大別できよう。

第1は全く経験的に河床材料の粒径から粗度を推定す

るもの、第2は流速の対数分布法則における相当粗度( $k_s$ )の概念を導入し、これと他の水理量(一般には掃流力)とを関連づけることにより粗度の見積りを定量化したもの、第3は H.A. Einstein によって提案された砂粒自体の粗度と砂れんなどの河床形状の不均一性にもとづく粗度との分離により全体の粗度を推定しようとするもの<sup>1)</sup>等である。

ここで第1の方法はあくまでも便宜的な方法であって理論の対象とはなしえない。第2の方法は、一般に今日まで広く研究されてきた方法であるが、相当粗度の物理

表-1 データ一覧表

(a) 実験水路におけるデータ

実験者名あるいは河川名	$d_m$ (cm)	$U_m$ (m/s)	$R$ (m)	$1/I_f$	$F_r$	Regime
Simons & Richardson	0.0280	0.16~1.45	0.09~0.25	20 000~ 100	0.10~1.3	Plane bed~Antidune
	0.0450	0.20~1.88	0.05~0.24	6 900~ 100	0.15~1.7	
Gilbert	0.0305	0.71~1.08	0.02~0.08	200~ 60	1.10~2.0	Transition~ Antidune
Gilbert	0.0506	0.49~0.99	0.02~0.03	100~ 60	0.85~2.1	
V.A. Vanoni	0.0206	0.18~0.43	0.16~0.27	2 200~ 770	約 0.35	Dune
V.A. Vanoni	0.0203	0.32~0.56	0.06~0.07	830~ 350	約 0.30	Dune

(b) 自然河川におけるデータ

U.S.A. Canals	0.0451	0.48~1.07	0.56~3.70	16 400~ 2 900	0.12~0.28	
U.P. Canals	0.0206	0.65~1.26	1.44~4.02	9 800~ 6 000	0.17~0.21	
Middle Loup R.	0.0305	0.71~0.79	0.24~0.40	790~ 640	0.36~0.52	
Rigeon Roost Creek	0.0400	0.31~2.41	0.19~1.52	890~ 870	0.23~0.68	
Rio Grande R.	0.0300	0.69~2.31	0.51~1.41	1 350~ 980	0.30~0.68	
Colorado R.	0.0330	0.67~1.07	1.25~3.23	約 4 700	0.15~0.19	
	0.0310	1.05~2.26	6.5 ~17.1	20 000~ 13 000	0.13~0.18	
Tiber R.	0.0300	0.77~0.98	1.88~3.15	9 800~ 8 100	0.15~0.18	
北上川	2.60	2.17~2.50	6.45~7.41	3 550~ 2 550	0.26~0.30	
阿武隈川	2.23	1.33~2.56	2.34~4.78	1 650~ 550	0.28~0.37	
大分川	4.50	2.37~3.35	3.24~4.37	750~ 450	0.40~0.59	
天竜川	3.40	2.68~3.84	2.63~2.95	750~ 250	0.57~0.71	
川内川	2.10	1.46~2.04	4.22~6.76	4 200~ 2 300	0.21~0.26	
富士川	1.92	1.31~2.24	1.33~1.86	1 050~ 550	0.36~0.52	
球磨川	3.25	2.59~3.13	5.01~7.24	1 850~ 950	0.35~0.39	
波川	4.80	2.03~2.82	3.31~5.49	1 650~ 1 450	0.32~0.45	
千曲川	3.20	1.67~2.97	1.70~2.75	1 050~ 450	0.41~0.59	

注:  $F_r = U_m / \sqrt{gR}$   $g$ : 重力加速度

上記データの砂の水中での比重は約 1.65

\* 正会員 農林省 農業土木試験場

的意味が明確でなく、Regime との関連性が問題となる。第3の方法は、砂粒自体の粗度と河床形状不均一による粗度をそれらが受け持つ径深ということで処理しており、流れにおける河床の状態をより詳細に検討しようとしているが、これもその適用範囲に制限があるように見うけられる。

以上のように多くの考えが提案されているが、いまだ完全といえるものは少なく、とくに日本に見られるような急流河川への適用にかなりの問題がある。また提案式のあるものは、模型実験の結果のみによるものであったり、あるいは自然河川のもののみであったりして、両者間の関係が明瞭にされたものは少ない。ここに筆者は日本の諸河川<sup>2)</sup>、外国の緩流河川のデータ<sup>3)</sup>および実験水路によるデータ<sup>4),5)</sup>をもとに統一的な検討を試みた。

表一に使用したデータの河川名(あるいは実験者名)と、平均粒径( $d_m$ )、平均流速( $U_m$ )、径深( $R$ )、エネルギーこう配( $I_f$ )等の範囲を示した。ここで $U_m$ 、 $R$ 、 $I_f$ の最大・最小の値はそれぞれが対応するものでないことを断っておく。

### 2. H.A. Einstein による解析とその検討

ここで H.A. Einstein の方法を述べるのは、筆者の方法が H.A. Einstein の考え方にもとづいているからである。

H.A. Einstein は前述のように全径深(一般にいう径深) $R$ を砂粒自体が受け持つ径深 $R'$ と、河床形状の不均一性が受け持つ径深 $R''$ とに分離し、エネルギーこう配 $I_f$ および平均流速 $U_m$ はそれぞれ共通のものとした。 $R'$ は次式(Keuleganによる流速対数分布法則)より決定している。

$$\frac{U_m}{U_*'} = 5.75 \log_{10} \left( \frac{12.27 x R'}{d_{65}} \right) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、

$$U_*' = \sqrt{g R' I_f}$$

$x$ : 流れの粗滑状態を示すパラメーター  
(完全粗面流では  $x=1.0$ )

$d_{65}$ : 65% 粒径

式(1)より $R'$ が決定されれば、次式から $R''$ を決定する。

$$R'' = R - R' \dots\dots\dots(2)$$

式(2)は径深の重合法則を示すものであり、H.A. Einstein は詳細な研究<sup>6)</sup>から誘導したものである。つぎにこの $R''$ と水理量との関係を次式のような関数関係として実測値(おもに自然河川によるデータ)から決定している。

$$\frac{U_m}{U_*''} = f(\Psi') \dots\dots\dots(3)$$

ここに、

$$U_*'' = \sqrt{g R'' I_f}$$

$$\Psi' = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \frac{d_{35}}{R' I_f}$$

$d_{35}$ : 35% 粒径

$(\rho_s - \rho_f)/\rho_f$ : 河床材料の水中における比重

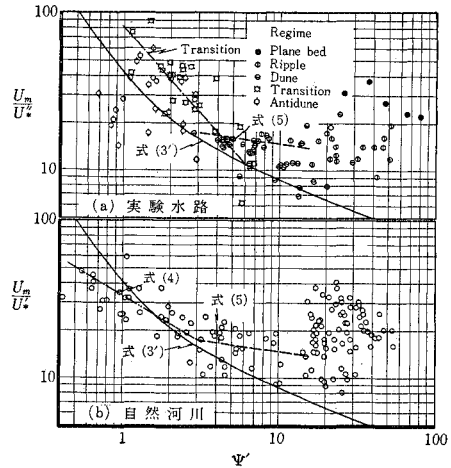
ここで最終的には式(3)の関係が問題となるわけであるが、表一と式(3)を比較したものが図一である。図一(a)は実験水路におけるものであり、(b)は自然河川のデータによるものである。ただし筆者は計算にさいし、式(1)において $x=1.0$ 、 $d_{65}=d_m$ とし式(1')、式(3)において $d_{35}=d_m$ として式(3')を算定に用いた。これら変形した算式はつぎのとおりである。

$$\frac{U_m}{U_*'} = 5.75 \log_{10} \left( \frac{12.27 R'}{d_m} \right) \dots\dots\dots(1')$$

$$\frac{U_m}{U_*''} = f \left( \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \cdot \frac{d_m}{R' I_f} \right) \dots\dots\dots(3')$$

(1) 図一(a)について

図一(a)を考察するとつぎのようである。



図一  $\frac{U_m}{U_*''} \sim \Psi'$  の関係

(i) 式(3')によって表わされる関係(図一における実線、以下単に式(3')と記す)は、実測値のそれよりも $\frac{U_m}{U_*''}$ がやや小さい。このことは $\Psi' < 4$ における Transition のデータ(図一(a)における一点鎖線)についてとくにいいうる。これは一般に知られているところであるが、さらにこの Regime の問題を考える場合 Antidune のデータが Transition ほどにまとまらないということである。

(ii)  $\Psi' \approx 4 \sim 15$ における式(3')はやや右下がりすぎているように見られる。この Regime は Dune 付近であり、 $\Psi' = 4$ において $\frac{U_m}{U_*''} = 15$ 、 $\Psi' = 10$ において

$\frac{U_m}{U_*''} = 13$  くらいであろうと考えられる。なお図-1における鎖線(式(5))は自然河川のそれを示したものである。

(iii)  $\Psi' > 15$  においては、ここにプロットした点と式(3')が一致しない。しかしデータのバラツキが大きく確かなことはいいがたい。

(iv) 図-1(a)から推定すると、 $\Psi' < 4$  は Transition と Antidune 領域、 $\Psi' \approx 4 \sim 15$  は Dune 領域、 $\Psi' > 15$  は Ripple and Plane bed 領域のように見られる。

(2) 図-1(b)について

図-1(b)についても考察を加えてみよう。

(i)  $\Psi' \approx 1.2 \sim 3$  付近では式(3')はほぼ妥当なようであるが、プロットされた点に対しては図中の鎖線がより適当であろうと考える。これを式化すると式(4)、(5)となる。

$$\Psi' = 0.5 \sim 3.0 : \frac{U_m}{U_*''} = 128 \Psi'^{-0.594} \dots\dots\dots (4)$$

$$\Psi' = 3.0 \sim 15 : \frac{U_m}{U_*''} = 3.05 \Psi'^{-0.16} \dots\dots\dots (5)$$

(ii) 式(4)で示される関係は自然河川(表-1の外国の河川がほぼ該当)に対するものであり、実験水路のそれとは異なる。ここで注意したいことは、式(4)の範囲が図-1(a)では Transition および Antidune の領域となっているが、この自然河川のデータによるとそのほとんどは Ripple および Dune として報告されているものである。ここに H.A. Einstein の  $\frac{U_m}{U_*''} \sim \Psi'$  に関連に一般にいわれている疑問点があると考える。

(iii)  $\Psi' > 15$  (表-1の日本の河川が該当)では前述(1)、(iii)にも記したようにそのデータが非常にまとまりないものになる。すなわち式(3')を、日本において一般に見られるような比較的急流をなす河川へ適用することはむずかしいといえる。

以上で H.A. Einstein の方法に対する検討を終り、ついで筆者の方法を述べよう。

3. 筆者による解析とその結果

筆者は前述の H.A. Einstein の概念に立脚してデータを処理したのであるが、H.A. Einstein と異なる点は式(1)の代わりに前述のように式(1')を用い、式(3)の代わりに次式を採用した。

$$\frac{R''}{R} = f(\Psi) \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$\Psi = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \frac{d_m}{RI_f}$$

(1) 式(6)の説明

式(6)の説明を加えればつぎのとおりである。

(i)  $\Psi$  において  $d_m$  を代表粒径としているのはつぎの理由による。すなわち一般に移動床の場合混合粒径による水路と均一粒径による水路との差が現段階では十分定量的に明らかでないこと、および河川の粒度分布を調べてみたところ平均粒径が明らかになればその粒度分布もほぼ推定が可能のようであるため<sup>7)8)</sup>、さらには算定の簡易化をも考慮して  $d_m$  を代表粒径として採用した。

(ii) 式(6)を採用した理由はつぎのとおりである。すなわち  $\Psi$  はその流れの強度を表わすものであり、これによって移動床に種々の変化が生じることとなる。この移動床の変化に起因する抵抗を表示するパラメーターに、H.A. Einstein のいう河床の不均一性による粗度のうけもつ径深  $R''$  を適用した。この場合  $R''$  は当然全径深  $R$  に関係してくるものであり、その相対的な関係が問題となる。なお  $R''$  は河床の Regime に関係していることはまた自明であろう。

式(6)の関係をグラフ化したものが図-2である。

同図において  $\Omega$  は  $\Psi \cdot \left(\frac{R''}{R}\right)^{-2}$  であり、これを横軸にとったのは  $\Psi$  が大きくなると  $R''/R$  が急速に小さくなる傾向が見られるため、この図上解析の困難さが予想されたためである。また同図では実験水路のデータと自然河川のそれらを同時にプロットした。

(2) 図-2について

図-2について考察を加えるとつぎのとおりである。

(i) 自然河川のデータのほとんどと実験水路における Plane bed (静止状態)、Ripple および Dune のデータが一つの曲線上にまとまる傾向を示しており、これを図-2の実線で代表させるとつぎのような近似式をうる。

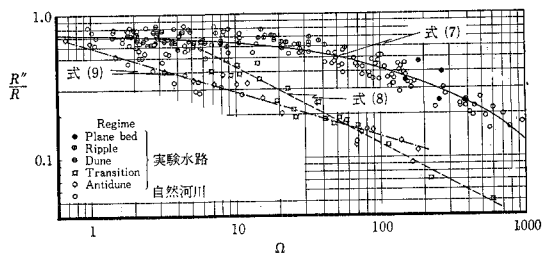


図-2  $\frac{R''}{R} \sim \Omega$  の関係

$$\Omega = 0.8 \sim 1000 : \log_{10} \left( \frac{R''}{R} \right) = -0.0246 \Omega^{0.5} - 0.1259 \dots\dots\dots (7)$$

- (ii) 式 (7) 上でおおよその Regime を推定すると、  
 Plane bed (静止状態) :  $100 < \Omega$   
 Ripple :  $9 < \Omega < 100$   
 Dune :  $\Omega < 9$

となる。これは実験水路のデータからの推定である。  
 なお、Dune の下限界は現在のところ不明である。

(iii) 前節 (2)(ii) の 図-1 (b) の考察においても述べたように、表-1 の外国諸河川のデータで報告されている Ripple および Dune という Regime が式 (7) では満足されていると考えられる。また、図-1 (b) の  $\psi > 15$  に相当する日本の諸河川のデータも式 (7) ( $8 < \Omega < 1000$ ) では良好なまとまりを示す。

(iv) Transition および Antidune 領域については式 (7) と相当 おもむきを異にしている。これらを実験水路のデータをもとにその推定線を挿入すると、それぞれ図中の鎖線および一点鎖線となる。また式化すれば次式が得られる。

$$\text{Transition : } \Omega = 5 \sim 800 : \frac{R''}{R} = 1.573 \Omega^{-0.55} \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{Antidune : } \Omega = 0.8 \sim 60 : \frac{R''}{R} = 0.591 \Omega^{-0.314} \dots\dots\dots (9)$$

ここで問題となるのはまず Transition や Antidune と Ripple や Dune との相違であろう。ここで筆者は表-1 の範囲でつぎのような結果を得ている。すなわち Transition や Antidune は  $R''$  に関するフルード数、

$$F_{v''} = \frac{U_m}{\sqrt{gR''}} \dots\dots\dots (10)$$

がすべて 1 以上 (表-1 のデータでは最大  $F_{v''} \approx 6$ ) であって、Plane bed や Ripple, Dune の  $F_{v''}$  は 1 以下ということである。なお Plane bed においてはほぼ 1 に近くなるものもある。この  $F_{v''} > 1$  とういことは自然河川に対しても確かめられたものであり、図-2 の一点鎖線のまわりの自然河川のそれらがこれに相当する。

以上のことから筆者は  $F_{v''}$  が Plane bed・Ripple・Dune グループと Transition・Antidune グループとを合ける目安になるのではないかと考える。

なお式 (8), (9) は実験水路のデータのみから推定したものであり、さらに多くのデータから詳細を検討する必要がある。

(3)  $\psi$  と  $R''/R$  の関係とその適用範囲

式 (7), (8), (9) はそれぞれ次式に変形される。

$$\psi = 1.653 \times 10^3 \left[ \left( \frac{R''}{R} \right) \left( \log_{10} \left( \frac{R''}{R} \right) + 0.1259 \right) \right]^2 \dots\dots\dots (7')$$

$$\psi = 2.278 \left( \frac{R''}{R} \right)^{0.01818} \dots\dots\dots (8')$$

$$\psi = 0.1876 \left( \frac{R''}{R} \right)^{-1.185} \dots\dots\dots (9')$$

ここで式 (7') は  $\psi$  が大きくなると、その式の性質上現象に合致しない部分が出てくる。すなわち  $R''/R$  が小さくなるにしたがい  $\psi$  が大きくなるが、 $R''/R$  がさらに小さくなると  $\psi$  が小さくなる。すなわち  $\psi \approx 23$  において  $\psi$  の最大値が見られる。しかし現象としてはこの付近で  $R''/R \rightarrow 0$  となる。そこで便宜上次式をもって式 (7') を補なう。

$$\psi \geq 23.6 : \psi = 18.32 \left( \frac{R''}{R} \right)^{-0.2} \dots\dots\dots (7'')$$

すなわち式 (7') の適用範囲は  $\psi < 23.6$  ということである。また式 (7') で注意すべきことは  $R''/R$  の上限値が 0.748 ということである。

式 (8') は Transition が  $\psi$  に対して非常に不安定であることを示している。すなわち  $\psi$  の変化に対する  $R''/R$  の変化が非常に大きいことを表わしている。

ここで筆者が使用したデータから、Plane bed, Ripple, Dune のグループと Transition, Antidune グループとのおおよその区分を  $1/I_f$  と  $\psi$  の関係で示したものが 図-3 である。この区分はすなわち式 (7'), (7''), (8'), (9') の適用範囲を表示することとなる。

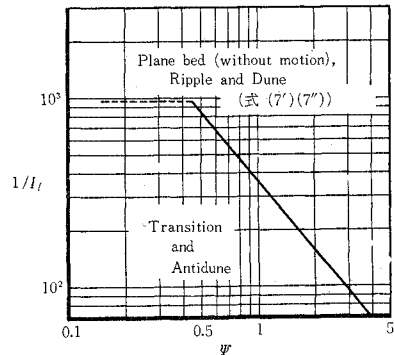


図-3 式の適用範囲

(4) 計算例

$R = 3.0 \text{ m}$ ,  $1/I_f = 5000$ ,  $d_m = 0.4 \text{ mm}$ ,  $(\rho_s - \rho_f)/\rho_f = 1.65$  とすると、式 (7') より

$$\psi = \frac{1.65 \times 4 \times 10^{-4}}{3.0 \times (1/5000)} = 1.1$$

$$\frac{R''}{R} = 0.685$$

$$\therefore R' = R - R'' = 0.645 \text{ (m)}$$

式 (1') より

$$U_m = 1.015 \text{ (m/sec)}$$

Manning の粗度係数  $n$  は

$$n = \frac{R^{2/3} I_f^{1/2}}{U_m} = 0.0289 \text{ (m}^{-1/3} \cdot \text{sec)}$$

#### 4. あとがき

これらの解析からつぎのような考察を行なった。

(i) Transition や Antidune でない場合には式 (7'), (7'') が実用に供しうるのであろう。これは自然河川にも実験水路にも可能と考える。

(ii)  $F_r$  についてはさらに検討しなければならないが、Regime 問題を考えるさい何らかのパラメーターとなる。

(iii) 表-1 に掲載したデータの平均粒径  $d_m$  は 0.2 mm 以上であるが、0.2 mm 以下のものについて同解析を行なったところ、それらの傾向は 0.2 mm 以上のものと異なっている。すなわち少々大きな抗抗を示す傾向が見られた。

(iv)  $R'$  算定に際し、射流の流れやカルマン定数が変化しているであろうものに対しても式 (1') を適用したが、これも今後の問題とした。

報告は以上のとおりであるが、ここにこの解析にあたり最後までご指導をいただいた当農林省農業土木試験場水理第一研究室川合室長および、計算等に協力を得た同

皆川技官に対し深甚なる感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) Einstein, H.A. and Barbarossa, N.L. : "River Channel Roughness", Transactions, ASCE, Vol. 117, 1952, pp. 1121-1146.
- 2) Hosoi, M. : "Design of Torrential River dependina Upon Roughness Coefficient of Bed," Report of the Public Works Research Institute, Ministry of Construction, Vol. 115, 1963, pp. 1-47.
- 3) Garde, R.J. and Rangra Raju, K.G. : "Regime Criteria for Alluvial Streams," Proceedings, ASCE, Vol. 89, 1963, pp. 153-164.
- 4) Simons, D.B. and Richardson, E.V. : "Forms of Bed Roughness in Alluvial Channels," Transactions, ASCE, Vol. 128, Part I, 1963, pp. 284-302.
- 5) Vanoni, V.A. and Li-San Hwang : "Relation between Bed Forms and Friction in Streams," Proceedings, ASCE, Vol. 193, 1967, pp. 121-144.
- 6) Einstein, H.A. and Banks, R.B. : "Fluid Resistance of Composite Roughness", Transactions, American Geophysical Union, August, 1950.
- 7) Awatsu, S. : "Few Properties of Bed Material and it's Application Second Report on the Scouring due to Water Jet," Transactions, Japan Society of Civil Engineers, Vol. 36, 1956, pp. 30-37
- 8) 菊岡保人 : "自然河川の河床材料の粒度分布について", 農業土木会誌, 第 36 卷, 第 3 号, 1968.6, pp 11-14.

(1968.6.29・受付)