

道路網形態に関する一考察

ON THE PATTERN OF HIGHWAY NETWORKS

佐佐木 綱*・前島 忠文**
Tsunasa Sasaki and Tadafumi Maejima

要 旨 本論文はいくつかの地点を含む地域の土地利用計画が決定され、これらの地点間の OD 交通量が推定されているとき、これらの地点をつなぐ道路網としてどのような形態が望ましいものであるかを考察し、グラフの理論を用いて望ましい道路網形態の探索法のいくつかを提案したものである。

まず中心となる一つの地点に OD 交通が集中するような一点核道路網の形態について考察し、その最適形態の探索法を 2 種類提案し、簡単なモデルについてその最適形態を電子計算機を用いて求め、これらの探索法の比較検討を行なった。つぎに、一般的な OD パターンをもつ多点核道路網についてやはり 2 種類の探索法を提案し、モデル計算を行なった。さらに OD 交通量が変化した場合に道路網の最適形態が一点核道路網から複雑な道路網へと変化することを示した。またニュータウンなどの開発にともなって整備すべき路線の決定法についても考察した。

1. はじめに

近年の自動車交通量の増大に対処するため全国的な道路網や大都市周辺の道路網の整備が進められている。大都市周辺の道路については交通混雑の著しい区間のみ着目して整備が行なわれており、道路網全体としての評価があまりなされていない。したがってこのようにして建設された道路網が全体として最適な機能をもつかは全く疑わしく、交通の混雑する道路区間の整備がかえって他の区間の交通混雑を増大させる結果となり、投資額にくらべてその効果が十分えられず、全体的にみてむだの多い道路網となる危険性がある。また広域的な道路網についてもその路線の選定が合理的になされているとはかみならずしもない。

本研究は道路網全体を評価し、どのような道路網の形

態が望ましいものであるかを考察したものであり、合理的な道路網計画の基礎的手法を考察したものである。

2. 道路網の評価方法

道路が現実の社会において建設され使用されるものである以上、道路網を評価することはきわめて困難であるが、評価すべき要因としてつぎのものが考えられる。

- (1) 建設費
- (2) 道路の使用上からみた評価要因
 - i) 走行距離
 - ii) 走行時間
 - iii) 快適性
 - iv) 安全性
 - v) 走行費用

これ以外にも道路投資の経済効果や道路建設による開発効果などの間接的な評価要因が考えられるが定量的にとらえるのが困難なのでこれらは除いて考える。以上の評価要因のなかで本研究では建設費および使用上の評価要因として走行距離を用いる。快適性や安全性は道路網の形態によって影響されることはほとんどなく、走行時間や走行費用は走行距離にほぼ比例すると考えられるので、走行距離のみを評価要因としても妥当であると思われる。

道路全体の建設費は次式で表わされる。

$$C = \sum_i \sum_j C_{ij} = \sum_i \sum_j f_{ij}^m l_{ij} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、

C : 道路網全体の建設費 (円)

C_{ij} : 地点 n_i と地点 n_j とをつなぐ道路 e_{ij} の建設費 (円)

f_{ij}^m : 道路区間 (n_i, n_j) の片側 m 車線道路の単位延長あたりの建設費 (円/km)

l_{ij} : 道路区間 (n_i, n_j) の道路延長 (km)

また道路網上を走行するすべての車の走行距離は走行台キロとして次式で表わされる。

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

** 正会員 工修 建設省都市局

$$T = \sum_i \sum_j T_{ij} = \sum_i \sum_j x_{ij} d_{ij} = \sum_i \sum_j q_{ij} l_{ij} \dots (2)$$

ここに、

T ：道路網上を走行するすべての車の総走行台キロ (台 km/時)

T_{ij} ：道路区間 (n_i, n_j) を走行する車の走行台キロ (台 km/時)

x_{ij} ：地点 n_i から地点 n_j へ流れる OD 交通量 (台/時)

d_{ij} ：地点 n_i から地点 n_j への走行距離 (km)

q_{ij} ：道路区間 (n_i, n_j) の交通量 (台/時)

式 (1) および式 (2) を評価関数とよびこれらの値を評価値とよぶことにする。

これらの評価関数を組み合わせて一つの関数とすることは実際上不可能であり、後述の計算例で示されるように、建設費と走行台キロはほぼ比例すると考えられるので、本研究では建設費を用いて道路網を評価する。すなわち与えられた OD 交通量を流しうる道路網形態のなかで建設費が最小になる形態を求める。このような道路網形態は一般にただ1つしか存在しない。しかし道路網の形態は無数とよびうるほど多数あり、これらのなかからただ1つの形態を探し出すことは計算技術上不可能である。ここでは何らかの方法を用いて計算された道路網形態のなかで建設費が最小となるものを最適な道路網形態とよぶことにする。なお評価値を計算するには OD 交通量を道路網に配分することが必要であるが、ここでは道路網を計画するという観点から、交通量を十分流しうる道路網を設計する立場をとるので最短経路に配分することにした。

3. 一点核道路網の形態

(1) 一点核道路網

熊本、松山などの中都市周辺の道路網をみるといずれも中心となる都市に向かってほとんどの道路が集中しており、OD 交通量の分布をみても中心都市にトリップエンドをもつトリップが大多数を占めている。また東京、大阪、名古屋などの大都市の周辺についても、このようなトリップが過半を占めていることに変わりがない。したがって、まずトリップの一端がかならず中心地点にある場合か、あるいは周辺地点に両端をもつトリップがあっても無視しうるように少ない OD パターンをもつ道路網を対象として考察を進める。このような道

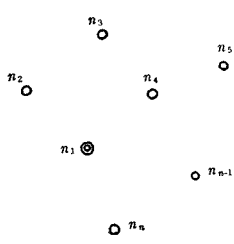


図-1 n_1 を核とする地点群

路網を一点核道路網とよぶ¹⁾。

いま 図-1 のように核となる地点 (中心地点) を n_1 、他地点を n_2, \dots, n_n とし、地点 n_i と地点 n_j とをつなぐ道路を建設した場合の道路延長を l_{ij} とする。簡単のため l_{ij} を地点間距離とよぶ。これを行列表示して

$$\{l_{ij}\} = \begin{pmatrix} l_{11}, l_{12}, \dots, l_{1n} \\ l_{21}, l_{22}, \dots, l_{2n} \\ \dots \dots \dots \\ l_{n1}, l_{n2}, \dots, l_{nn} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、

$$l_{ii} = 0 \quad C_i = 1, 2, \dots, n$$

とする。グラフの理論では、これらの地点をノード (Node) とよび、地点間の道路をエッジ (Edge) とよぶ。またエッジに方向をつけたものをアーク (Arc) とよぶ。いくつかのノードとエッジ (またはアーク) によって構成される図形をグラフ (Graph) とよぶ²⁾。

OD 交通量は地点 n_1 と周辺地点 n_2, \dots, n_n との間のトリップだけであるので、OD 交通の対称性 ($x_{ij} = x_{ji}$) を仮定すれば地点 n_2, \dots, n_n から地点 n_1 に向かう OD 交通のみを対象として片側車線数を決定し、両方向あわせた車線数はその2倍とすることができる。すなわち OD 交通量として

$$X_i = (x_{i1}, x_{21}, \dots, x_{n1}) \dots \dots \dots (4)$$

のみを用いる。ここに

$$x_{i1} = 0$$

とする。OD 交通量は最短経路に配分するので周辺地点 n_i から中心地点 n_1 にいたる経路はただ一つ存在し、これらの経路を重ね合わせた道路網は 図-2 のような

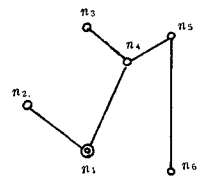


図-2 ツリー

形態となり、この形態はツリー (Tree) とよばれる。 n 個のノードをつなぐツリーは $n-1$ 本のエッジで構成される。また n 個のノードをつなぐツリーの数は

$$n^{n-2} \dots \dots \dots (5)$$

であるから、これらのツリーのなかから建設費が最小となるものを選ぶことになる。

(2) ツリーの行列表示

グラフを表示する行列はいくつかあるが、ここではつぎの行列を用いてツリーを表示する。

結合行列 (Associated Matrix) A は

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n} \\ a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n} \\ \dots \dots \dots \\ a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nn} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

行および列はノードに対応し

- $a_{ij}=s$: ノード n_i からノード n_j へ向かうアークが s 本あるとき
- $=0$: ノード n_i からノード n_j へ向かうアークがないとき

と定義する。

この結合行列を用いてツリーを表示するため、ツリーを構成するエッジに方向をつけ、アークとする。各地点 n_i ($j \neq 1$) から中心地点に向かう方向に方向づけをすれば結合行列の第1行の要素はすべて0であり、第2行以下の各行の要素はただ1つだけ1となり他はすべて0となる。図-2のツリーにこのように方向づけをすれば 図-3 がえられ、このとき結合行列は

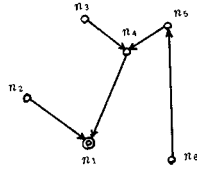


図-3 方向づけたツリー

$$A = \begin{pmatrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \textcircled{1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \textcircled{2} & & & & & \\ \textcircled{3} & & & & & \\ \textcircled{4} & & & & & \\ \textcircled{5} & & & & & \\ \textcircled{6} & & & & & \end{matrix} \quad (7)$$

となる。

つぎに地点 n_k ($k \neq 1$) から地点 n_1 にいたる経路(Path) を行列表示する。この経路行列 P^{k1} は

$$P^{k1} = \begin{pmatrix} P_{11}^{k1}, P_{12}^{k1}, \dots, P_{1n}^{k1} \\ P_{21}^{k1}, P_{22}^{k1}, \dots, P_{2n}^{k1} \\ \dots \\ P_{n1}^{k1}, P_{n2}^{k1}, \dots, P_{nn}^{k1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

行および列はノードに対応し

- $P_{ij}^{k1}=1$: アーク ($n_i n_j$) が経路 (n_k, n_1) に含まれているとき
- $=0$: アーク ($n_i n_j$) が経路 (n_k, n_1) に含まれていないとき

と定義する。

結合行列を用いれば地点 n_k から中心地点 n_1 にいたる経路の経路行列 P^{k1} は容易に求めることができる。

すなわち

- i) 結合行列の第 k 行を調べ $a_{kj}=1$ となる列 j を見いだす。
- ii) 経路行列の (k, j) 要素 P_{kj}^{k1} を 1 とする。 $j=1$ なら操作を終える。 $j \neq 1$ ならば iii) へ
- iii) つぎに第 j 行に移り、 i), ii) の操作をくり返す。

図-3 において地点 n_6 から地点 n_1 にいたる経路の経路行列は、式 (7) にこの操作を行なって

$$P^{61} = \begin{pmatrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \textcircled{1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \textcircled{2} & & & & & \\ \textcircled{3} & & & & & \\ \textcircled{4} & & & & & \\ \textcircled{5} & & & & & \\ \textcircled{6} & & & & & \end{matrix} \quad (9)$$

となる。

OD 交通量 x_{k1} は経路 (n_k, n_1) 上を流れるから、 x_{k1} による各道路区間の交通量は

$$x_{k1} P^{k1} \quad (10)$$

で表われ、すべての OD 交通量による 各道路区間の交通量は

$$x_{21} P^{21} + x_{31} P^{31} + \dots + x_{n1} P^{n1} = \sum_{k=2}^n x_{k1} P^{k1} \quad (11)$$

として計算される。

(3) 一点核道路網の最適形態探索法 (その 1)

一点核道路網の最適形態を探索する方法として、まず各地点間にまったくランダムにエッジをつけてツリーを構成し、このようなツリーの中で建設費を最小とするツリーを求めてみる。ランダムにツリーを構成することは結合行列において第2行以下の各行に1つずつ1をランダムに割り当てることに対応する。1を割り当てるべき列は乱数によって指定する。しかしながらこのようにして結合行列を作った場合、この行列が表わすグラフがツリーとならない場合がある。 n 個のノードと $n-1$ 本のエッジ(またはアーク)で構成されるグラフがツリーとならない場合には、かならず回路が形成される。図-4のようにエッジで構成される回路をサイクル(Cycle)とよび、図-5のようにアークで構成される回路をサーキット(Circuit)とよぶ。

さて、図-6のように地点 n_1 が孤立点となる場合、

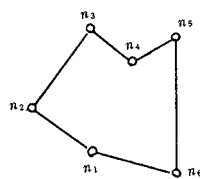


図-4 サイクル

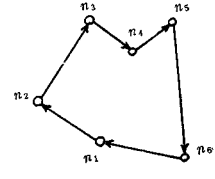


図-5 サーキット

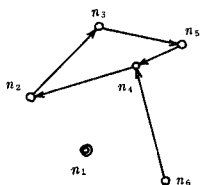


図-6 第1種のサーキット

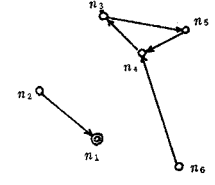


図-7 第2種のサーキット

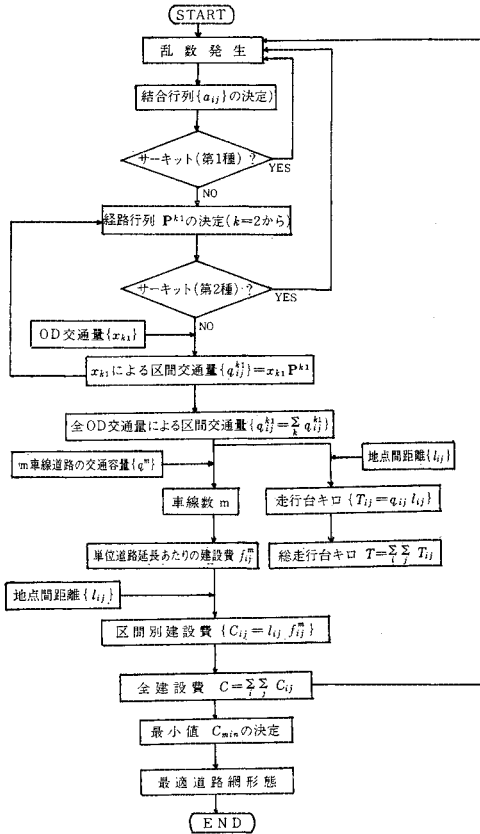


図-8 一点核道路網の探索法 (その 1)

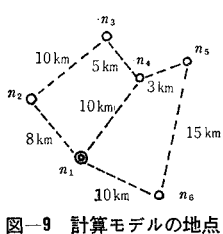


図-9 計算モデルの地点

他の地点間にはかならずサーキットが存在する。このサーキットを第1種のサーキットとよぶ。この場合には結合行列の第1列の要素はすべて0となる。

地点 n_1 が孤立点

とならない場合でも図-7のようにサーキットを形成することがある。この場合には経路行列を決定するとき経路に含まれる地点の番号を記憶しておき、同一の地点が2度現われればサーキットであることがわかる。このサーキットを第2種のサーキットとよぶ。

以上の方法により電子計算機を用いて最適な道路網形態を探索するのであるが、その計算方法の概略は図-8のブロック・ダイアグラムに示したとおりである。

この方法を用いて簡単なモデルについて最適な道路網形態を求めてみた。図-9のように地点 n_1 から地点 n_6 までの6個の地点を含む地域を対象とする。これらの地

表-1 地点間距離

(単位: km)

地点	1	2	3	4	5	6
1	0	8	12	10	14	10
2	8	0	10	16	20	18
3	12	10	0	5	10	20
4	10	16	5	0	3	18
5	14	20	10	3	0	15
6	10	18	20	18	15	0

表-2 OD交通量

(単位: 台/時)

地点	1	2	3	4	5	6
1	0	800	200	1400	300	1200

表-3 交通容量

(単位: 台/時)

車線数	1	2	3	4	5
交通容量	1000	2000	3000	4000	5000

表-4 単位道路延長あたりの建設費

(単位: 億円/km)

車線数	1	2	3	4	5
建設費	5	7	9	11	13

点間の路離は表-1に示した。各地点間の位置関係を表わすため、図-9に地点間路離のいくつかを書き加えておいた。地点 n_1 は核となる地点であり、 $n_2 \sim n_6$ の各地点を交通発生点、地点 n_1 を交通吸収点としている。またOD交通の対称性を仮定して、地点 $n_2 \sim n_6$ の各地点から地点 n_1 に向かう交通のみを対象とし表-2のようを与えた。道路区間の交通容量はわが国においては一般に片側一車線道路の交通容量として900~1200台/時が用いられているのでここでは1000台/時とした。また簡単のため交通容量は車線数に比例するものとし表-3のように定めた。単位道路延長あたりの建設費 f_{ij}^m

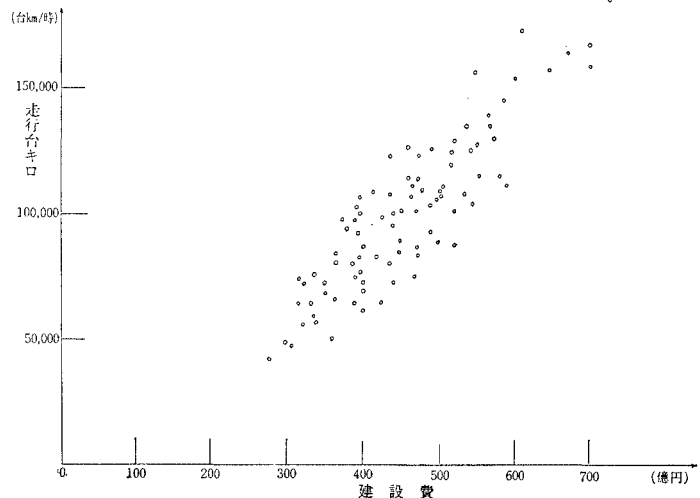


図-10 建設費と走行台キロ

は道路区間 (n_i, n_j) の地理的条件や地価などにより大きく変動するものと思われるが、ここではモデル計算であるので、これら諸条件の違いを無視して車線数 m によってのみ異なるものとした。 f_{ij}^m の値は大阪府下における新設道路の建設費を参考にして表-4のように与えた。

このモデルについて上記の方法によりランダムに90個の道路網形態を決定し、建設費および走行台キロを計

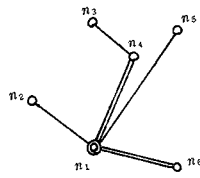


図-11 最適道路網

算した結果、図-10 がえられた。建設費と走行台キロはほぼ比例し、建設費が最小となる道路網は走行台キロも最小となり、建設費のみを評価基準としてよいことがわかる。最適な道路網形態は 図-11 に示したとおりである。なお各地点をつなぐ直線の本数は片側車線数を示している。この道路網の建設費 C および走行台キロ T は

$$C=275 \text{ 億円}, T=39\,600 \text{ 台 km/時}$$

である。90 個のツリーを計算するさいに第1種のサーキットは 61 個、第2種のサーキットは 58 個出現した。これらの比率は

ツリー	43%
第1種サーキット	28%
第2種サーキット	29%

である。90 個のツリーのなかで、重複して計算されたものは4個だけであり、独立なツリーは86個である。6個の地点をつなぐツリーの数には式(5)から

$$n^{n-2} = 6^4 = 1\,296$$

であるから、約 6.6% が計算されたことになる。

以上の計算は MELCOM 1101 によって行なったが計算時間は4時間であった。最近の高速電子計算機を用いれば約1000倍の速度で計算されるので、計算時間は14秒程度となる。また乱数発生やタイプアウトの時間を節約することによりさらに大幅な時間短縮が可能である。最後に、建設費の小さい道路網と建設費の大きい道路網を4個ずつ 図-12 に示した。建設費の大きい道路網形態は常識的に判断しても効率的でないことがわかる。またノード n_1 の次数 d_1 (ノード n_1 に直接接続されているエッジの数) をみると建設費の小さいものは次数が4あるいは3であるのみに対し、建設費の大きいものは次数が1あるいは2となっており、各エッジがノード n_1 に集中するような道路網の方が望ましい形態であることがわかる。

(4) 一点核道路網の最適形態探索法(その2)

上にのべた方法では常識的にみて適当でないと判断しうる形態の道路網も多数計算され、かなりのむだがあると考えられるので、つぎに何らかの方針にそって最適な道路網形態を探索してゆくことにする。

道路網全体の建設費は式(1)で表わされる。まず大きな仮定であるが 図-13 の(1)のように単位道路延長あたりの建設費 f_{ij}^m がその区間の交通量 q_{ij} に比例するものとし、 f_{ij}^m を f_{ij} と

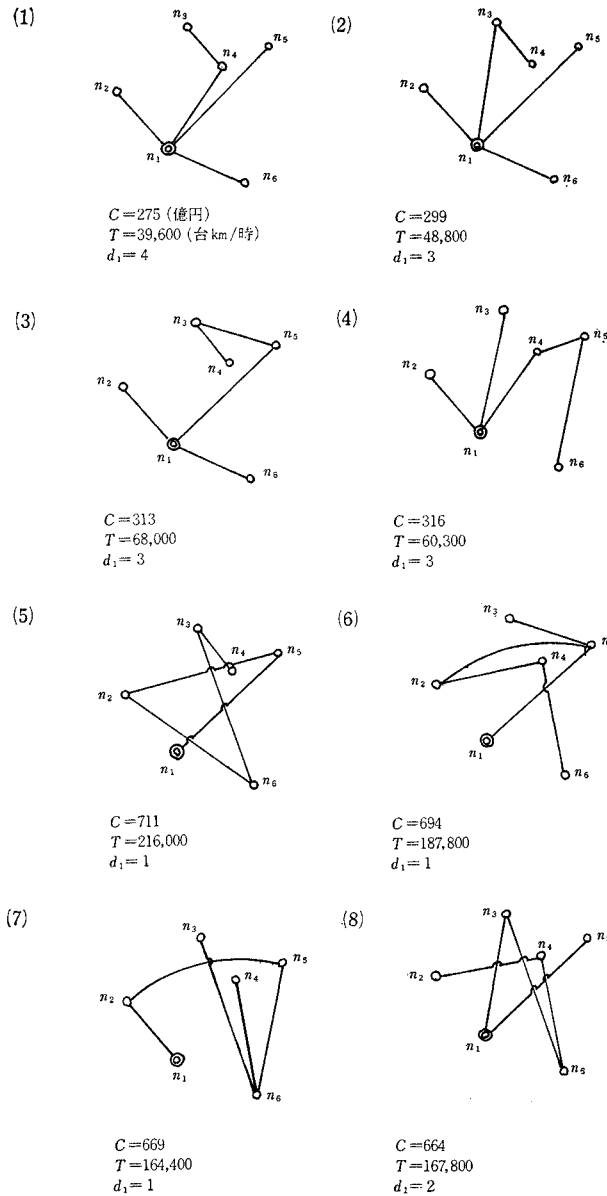


図-12 道路網形態の比較

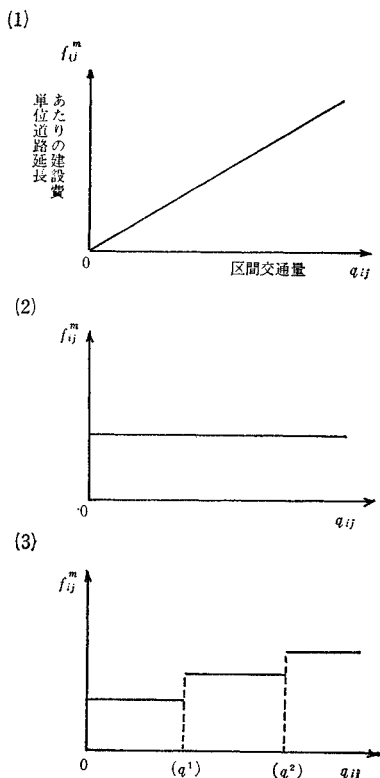


図-13 区間交通量と建設費

ぎに 図-13 の (2) に示したように f_{ij}^m がその区間の交通量に無関係に一定であるとする。すなわち

$$f_{ij}^m = f \text{ (一定)} \dots\dots\dots(17)$$

このとき道路網全体の建設費 C は式 (1) から

$$C = \sum_i \sum_j C_{ij} = \sum_i \sum_j f_{ij} l_{ij} = f \sum_i \sum_j l_{ij} \dots\dots\dots(18)$$

となる。したがって上式の値を最小にするには

$$\min C = f \min \sum_i \sum_j l_{ij} \dots\dots\dots(19)$$

とすればよい。すなわち道路区間長の総和が最小となる道路網の形態を求めればよい。このような道路網形態はサイクルができないようにしながら地点間距離の小さい区間から順につなでゆくことによってえられる。さて実際の単位道路延長あたりの建設費 f_{ij}^m は 図-13 の (3) ように 1 車線ずつごとに階段状に増加する。すなわち

$$q^{m-1} < q_{ij} < q^m \text{ (} q^m \text{ は } m \text{ 車線の交通容量)}$$

の範囲においては q_{ij} の増減にかかわらず f_{ij}^m は一定である。したがってエッジをつかえることによって q_{ij} が q^m をこえない範囲で道路区間長の総和を減少させれば道路網全体の建設費はかならず減少する。なお各区間の走行台キロはその区間の交通量に比例するので道路網全体の総走行台キロは式 (16) と同様にして直結型ツリーの場合に最小となる。

以上の考察にもとづき直結型ツリーを基本的な形態として最適な道路網を探索する。その前に、近傍のツリーを定義する(この近傍のツリーという着想は大阪大学の福場庸助教授による)。あるツリーが与えられたとき 図-3 のようにノード n_1 に向かう方向にすべてのエッジに方向づけを行なう。このとき 1 つのノード n_i ($i \neq 1$) から出ているアークはただ 1 本だけである。このアークはノード n_j ($j \neq i$) に向かうものとする。ノード n_i に関する近傍のツリーとはアーク (n_i, n_j) を n_i は固定

書くことにする。すなわち

$$f_{ij} = \alpha q_{ij} \text{ (} \alpha \text{: 比例定数)} \dots\dots\dots(12)$$

とする。このとき道路網全体の建設費が最小となる道路網の形態は 図-14 のように各地点 n_i ($i \neq 1$) から地点 n_1 にいたる最短経路をつないだものとなる³⁾。この形態を直結型ツリーとよぶ。直結型ツリーの場合建設費が最小になることはつぎのように証明される。式 (1) および式 (12) から

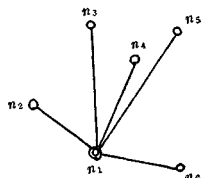


図-14 直結型ツリー

$$C = \sum_i \sum_j C_{ij} = \sum_i \sum_j f_{ij} l_{ij} = \alpha \sum_i \sum_j q_{ij} l_{ij} \dots\dots\dots(13)$$

また

$$q_{ij} = \sum_k q_{ij}^{k1} = \sum_k x_{k1} p_{ij}^{k1} \dots\dots\dots(14)$$

であるから、これを式 (13) に代入して

$$C = \alpha \sum_i \sum_j \sum_k l_{ij} x_{k1} p_{ij}^{k1} = \alpha \sum_k x_{k1} (\sum_i \sum_j P_{ij}^{k1} l_{ij}) = \alpha \sum_k x_{k1} L_{k1} \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 L_{k1} は地点 n_k から地点 n_1 にいたる経路の延長である。したがって

$$\min C = \min \alpha \sum_k x_{k1} L_{k1} = \alpha \sum_k (x_{k1} \min L_{k1}) \dots\dots\dots(16)$$

となる。 $\min L_{k1}$ は地点 n_k から地点 n_1 にいたる最短経路であり、この道路網形態は直結型ツリーとなる。つ

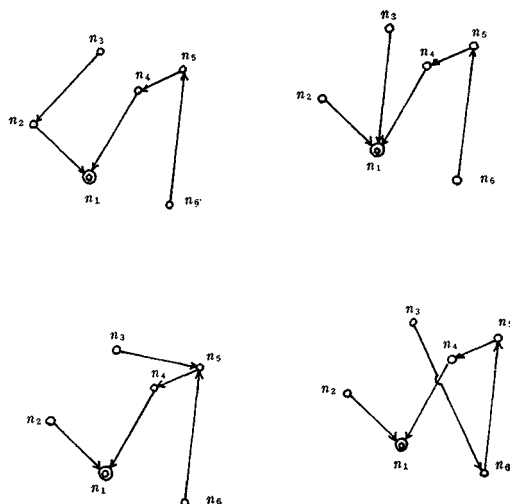


図-15 n_3 の近傍のツリー

したまま、 n_j 以外のノードにつけかえて作られるツリーであると定義する。図-3 のツリーの場合にはノード n_3 に関する近傍のツリーは 図-15 に示した 4 個のツリーとなる。

一点核道路網の最適形態の探索はつぎのように行なう。

- i) まず中心地点 n_1 と他のすべての地点とを直結して直結型ツリーを作る。このとき総走行台キロは最小となる。
- ii) この直結型ツリーを改善してゆくが、交通量の少ない道路区間ほど投下された建設費に比べて利用効率が小であると思われる。直結型ツリーでは

$$q_{i1} = x_{i1}$$

であるから最小 OD 交通量をもつ地点 n_r ($r \neq 1$) に着目し、この OD 交通量を n_1 以外の地点に流すことにする。すなわちノード n_r に関する近傍のツリーについて評価値を計算する。このとき地点 n_r との距離の小さい地点から順にアークをつけかえてゆく。これらの近傍のツリーのなかで建設費を最小とするツリーを決定する。

- iii) このツリーを基本とし、 x_{r1} のつぎに小さい OD 交通量をもつ地点に関する近傍のツリーについて同様の方法で評価値を計算する。これをくり返し、あらゆる地点に関する近傍のツリーについて評価値が計算されれば、これらの中で建設費を最小とするツリーを最適な道路網形態とする。

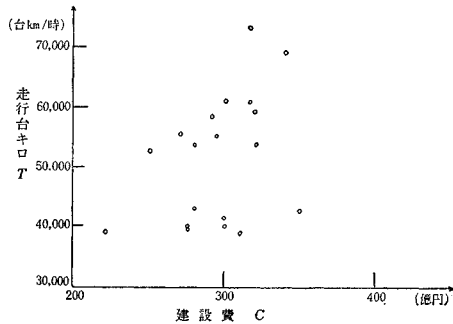


図-16 建設費と走行台キロ

以上の方法により 3. の (3) で用いたモデルについて最適な道路網形態を求めてみた。計算された道路網の建設費および走行台キロは 図-16 のとおりである。これらの道路網のなかで建設費が最小となるものを 図-17 に示した。建設費 C および総走行台キロ T は

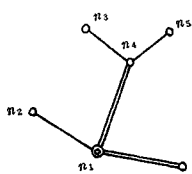


図-17 最適道路網

$C=220$ 億円,

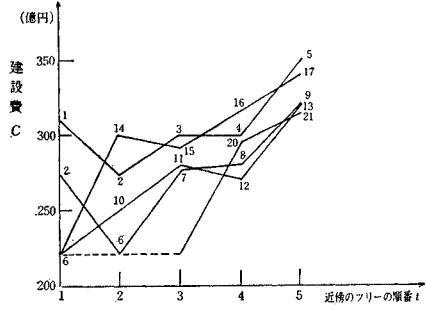


図-18 建設費の変化

$T=39\,300$ 台 km/時

である。3. の (3) で求めた道路網よりも建設費は大幅に減少している。

同一の地点に関する近傍のツリーの建設費をツリーが計算された順に 1 本の線をつないで図示すれば 図-18 となる。点の横に付記した数字は計算された順番を示す。(18), (19) はツリーとならずサーキットを形成するため除外した。同一のノードに関する近傍のツリーの建設費はつけかえたアークの長さ l_{ij} がある程度以上大きくなると急速に増加し、 l_{ij} の小さい順につけかえてゆく方法が妥当であることがわかる。

この探索法によれば 3. の (3) で述べた方法よりもはるかに少ないツリーについて計算するだけで最適形態が求められる。

4. 多点核道路網の形態

(1) 最短経路探索法

一般的な OD パターンをもつ道路網はふつうサイクルを含んだ形態となり、ある地点から他の一つの地点にいたる経路は二つ以上存在する。したがって最短経路を求めることが必要となる。最短経路の探索法はいくつかあるが、ここでは電子計算機を用いて探索するのに適当であると思われる L. Ford による方法を用いた。L. Ford の探索法をのべると、地点 n_r から地点 n_s にいたる経路を求めるには

- i) あらゆるノード n_i に指標 d_i をつける。 $d_r = 0$ とし、 $d_i = \infty$ ($i \neq r$) とする。便宜上 $\infty - \infty = 0$ とする。
- ii) $d_j - d_i > l_{ij}$ であるようなエッジ e_{ij} をさがす。このようなエッジがあれば d_j で $d_j' = d_i + l_{ij}$ おきかえる。 $d_j' < d_j$ である。この操作を d_j が減少しなくなるまでくり返す。
- iii) 以上の操作が終われば $d_s - d_{p1} = l_{p1s}$ となるノード n_{p1} をさがす。このようなノードはかならず

ず存在する。同様に $d_{p1}-d_{p2}=l_{p1,p2}, \dots$ をくりかえす。 $d_s, d_{p1}, d_{p2}, \dots$ の順にかならず減少するから何回かの後には $n_{pk+1}=n_r$ ($d_{pk+1}=d_r=0$) となる。 n_r から n_s にいたる最短経路は

$$\mu_{rs}=[n_r, n_{pk}, \dots, n_{p1}, n_s]$$

で示され、この長さは d_s で与えられる。

なお、i), ii) の操作が終わり各ノードの指標 d_i が決定されれば、これらの d_i はノード n_r から他の任意のノード n_i にいたる最短経路の長さを表わしている。したがって iii) の操作をあらゆるノード n_i についてくりかえすことにより、ノード n_r から他のすべてのノード n_i にいたる最短経路をすべて求めることができる。

(2) 初期の多点核道路網における最適形態の探索法

OD 交通が中心となる地点に主として集中し、周辺地点間の OD 交通量が比較的小さい OD パターンをその道路網の初期の多点核道路網とよぶことにする。このような OD パターンをもつ道路網の最適形態の探索は中心地点を核とするツリーを基本としてつぎのように行なう。

- i) 中心地点に向かう OD 交通のみをとり上げ、この OD 交通量に対する最適ツリーを決定する。
- ii) OD 交通量の大なる周辺地点間から順にエッジをつけ加えてゆく。道路網全体の建設費が減少すればこの操作を続け、増加すれば iii) へ。
- iii) 最後につけ加えたエッジをとりはずし、つぎに OD 交通量が大となる地点間にエッジをつけ加えて ii), iii) をくりかえす。

OD 交通量が大なる地点間から順にエッジをつけ加えてゆくのは、OD 交通量が大なる地点間ほど道路の必要性が高く、また大きな値をもつ OD 交通量を遠まわりさせた場合、建設費が大となるからである。

この方法を用いて簡単なモデルについてその最適形態を求めてみた。図-19 のように地点 n_1 を中心地点とし地点の数を 10 とする。地点間距離および OD 交通量は表-5、表-6 の値とし、車線数別の交通容量、単位延長あたりの道路建設費は一点核道路網の計算例と同様に表-3、表-4 とする。このモデルにつ

いて計算した結果 図-20 の (1)~(4) がえられ建設費を最小にする形態として (2) の形態がえられた。この道路網の建設費 C および走行台キロ T は

$$C=371 \text{ 億円}$$

$$T=106950 \text{ 台 km/時}$$

となる。なお (3) の道路網

は (2) とくらべて建設費が 1.3% (5 億円) 増加するだけで走行台キロが 11.2% (12000 台 km/時) も減少するのでこれを最適道路網とすることもできよう。

(3) 最適道路網形態の変化

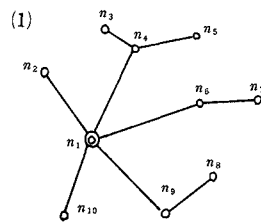
初期の道路網形態から OD 交通量が増加し、周辺地点間の OD 交通量が増加するにしたがって最適な道路網形態がどのように変化するかを考察する。計算モデルは 図-19 に示したものとす。

まず OD 交通量を 表-6 の地点 n_i に関するものだけとし、周辺地点間の OD 交通量はすべて 0 とする。

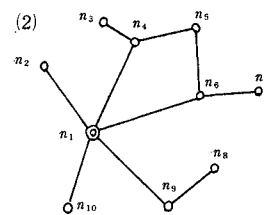
表-5 地点間距離

(単位: km)

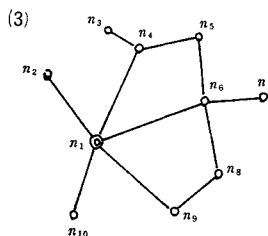
地点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	8	8	9	6	7	7	6	4
2	5	0	5	6	9	11	12	12	10	8
3	8	5	0	2	4	10	12	15	12	10
4	8	6	2	0	3	6	8	11	13	12
5	9	9	4	3	0	4	6	8	13	11
6	6	11	10	6	4	0	2	5	7	10
7	7	12	12	8	6	2	0	6	8	10
8	7	12	15	11	8	5	6	0	3	8
9	6	10	12	13	13	7	8	3	0	5
10	4	8	10	12	11	10	10	8	5	0



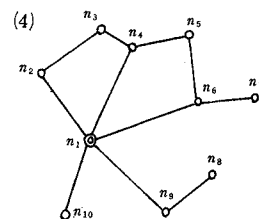
$C=387$ (億円)
 $T=120,900$ (台 km/時)



$C=371$
 $T=106,950$



$C=376$
 $T=94,600$



$C=390$
 $T=99,400$

図-20 多点核道路網の形態

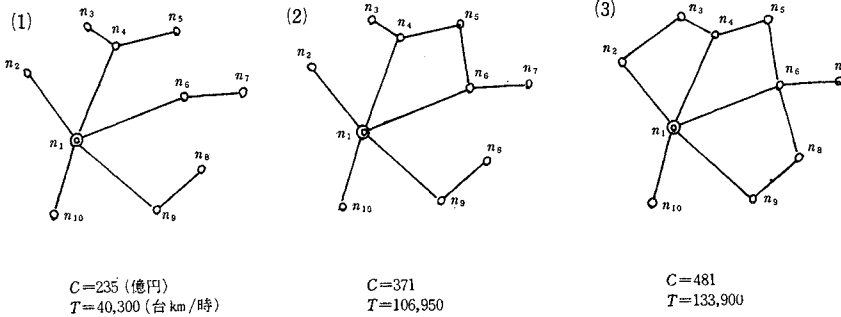


図-21 道路網形態の変化

表-6 OD 交通量

(単位:台\時)

地点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	600	100	1400	100	1600	200	400	1200	500
2	600	0	500	300	150	100	50	50	100	150
3	100	500	0	350	250	100	50	150	50	50
4	1400	300	350	0	400	150	150	100	50	100
5	100	150	250	400	0	700	100	50	50	50
6	1600	100	100	150	700	0	400	600	150	50
7	200	50	50	150	100	400	0	300	200	50
8	400	50	150	100	50	600	300	0	400	200
9	1200	100	50	50	50	150	200	400	0	300
10	500	150	50	100	50	50	50	200	300	0

このとき最適な道路網形態は 図-21 の (1) となる。つぎに OD 交通量が 表-6 で与えられる場合には道路網の最適形態は前節の計算結果により 図-21 の (2) となる。さらに地点 n_1 に関する OD 交通量は 表-6 のままとし、周辺地点間の OD 交通量が増加して 表-6 の値の 2 倍となった場合の最適道路網形態は 図-21 の (3) となった。

簡単なモデルであるが周辺地点間の OD 交通量が増加するにしたがって道路網の最適形態がツリーとしての単純な形態からサイクルを含む複雑な形態へと変化してゆくことが示されている。

(4) 完成期の多点核道路網の最適形態探索法

図-21 の (3) の道路網形態はサイクルを多く含んでおり、もはや n_1 を核とする道路網とはいい難くなる。このような道路網を完成期の道路網とよぶことにする。

道路の建設費がその道路区間の交通量に比例すると仮定すれば、3.の(4)で考察したように、あらゆる地点間を

直結した道路網が建設費を最小とし、同時に走行台キロも最小となる。この道路網の形態は 図-22 に示したものであり、これを完全連結網とよぶ。したがって完全連結網から出発し、OD 交通量の小さい地点間のエッジ

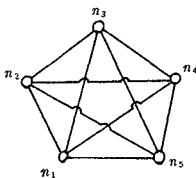


図-22 完全連結網

から順にとり除いてゆくことが考えられる。しかしながら完全連結網のエッジの数は地点数を n とすれば

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

個あるのでこの方法では計算回数が非常に多くなる。したがってここでは逆に OD 交通量の大きな

地点間から順にエッジをつけ加えてゆくことにする。もちろんこの場合にも孤立点ができないことが必要であるから、OD 交通量の大きい地点間から順にエッジを $n-1$ 本つけ加えて作ったツリーから出発する。最適形態の探索法はつぎのとおりである。

- i) OD 交通量の大きな地点間から順にエッジをつけ加えてゆく。サイクルができれば最後につけ加えたエッジをとりはずし、つぎに OD 交通量の大きな地点間にエッジをつけ加えて $n-1$ 本のエッジによってツリーを構成する。
- ii) このツリーに OD 交通量の大きな地点間から順にさらにエッジをつけ加える。建設費が減少すればこの操作を続け増加すれば iii) へ。
- iii) 最後につけ加えたエッジをとりはずし、つぎに OD 交通量が大となる地点間にエッジをつけ加えて ii), iii) をくり返す。建設費が減少しなくなればその形態を最適形態とする。

計算モデルは 4. の (3) で用いたモデルと同様とする。ただし OD 交通量は 図-21 の (3) で最適形態を求めたときのものとする。すなわち地点 n_1 に関する OD 交通量は 表-6 のままとし、他の地点間の OD 交通量は 表-6 の値の 2 倍とする。計算結果は、図-23 の (1)~(6) のとおりであり、最適形態として 図-23 の (5) の形態がえられた。この形態を 図-21 の (3) の形態と比較すると出発したツリーの形態は非常に異なっているが最終的にえられた最適形態はほぼ同一である。ここで用いた方法は 4. の (2) でのべた方法にくらべて最初のツリーを求めるのが容易であるので、完成期の道路網に対してはこの方法の方が効果的である。

(5) ニュータウンの開発にともなう道路網の整備

ニュータウンなどあらたな地点が開発された場合、道路の新設や既存の道路の拡幅が必要となる。ここでは簡単なモデルを用いて整備すべき道路を決定してみた。図-24 のように 10 個の地点をつなぐ既存の道路網が与えられており、これらの地点間の距離および OD 交通

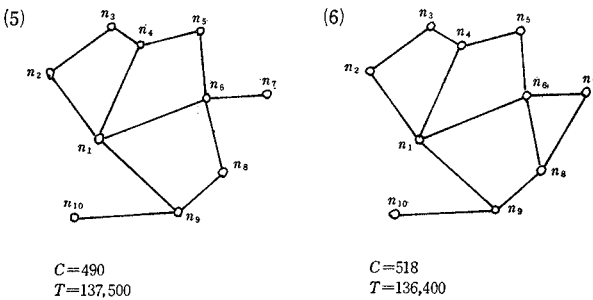
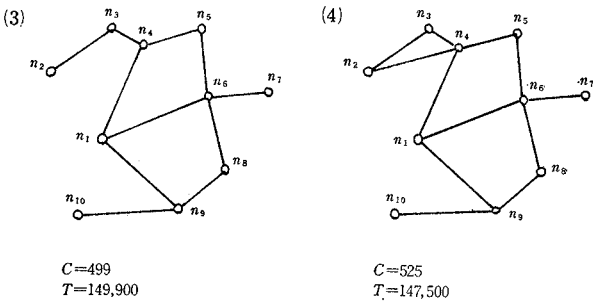
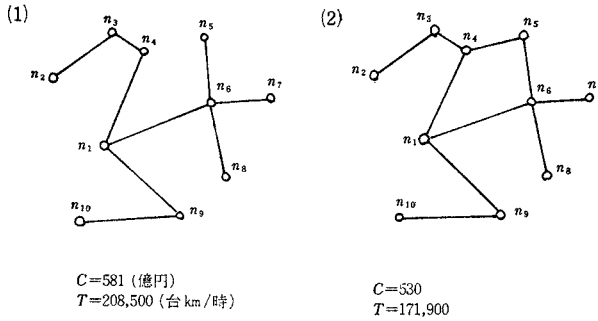


図-23 多点核道路網の形態

量は 4. の (4) で用いたものと同様とする。このとき地点 n_{11} にニュータウンが建設されるものとする。ニュータウンの開発によってあらたに発生する交通量は表-7 に示したものとする。地点 n_{11} と既存の道路網をつなぐ道路として地理的条件などから、図-24 において点線で示した 3本の道路が考えられるものとする。これらの道路区間の延長は

- 道路 $e_{8,11}$ $l_{8,11}=5$ km
- 道路 $e_{9,11}$ $l_{9,11}=3$ km
- 道路 $e_{10,11}$ $l_{10,11}=4$ km

表-7 OD 交通量

(単位：台/時)

地点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
11	600	100	100	200	200	500	100	200	200	300	0

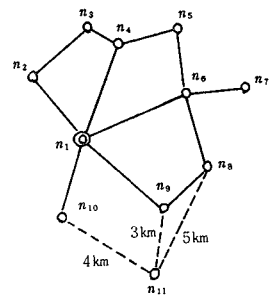


図-24 設計モデルの道路網

新設すべき道路はこれらの組み合わせとして

- i) 道路 $e_{8,11}$ のみを新設する。
- ii) 道路 $e_{9,11}$ のみを新設する。
- iii) 道路 $e_{10,11}$ のみを新設する。
- iv) 道路 $e_{8,11}$ と $e_{9,11}$ を新設する。
- v) 道路 $e_{9,11}$ と $e_{10,11}$ を新設する。
- vi) 道路 $e_{8,11}$ と $d_{10,11}$ を新設する。
- vii) 道路 $e_{8,11}$, $e_{9,11}$, $e_{10,11}$ を新設する。

の 7 とおりの場合がある。これらの中から道路の新設および既存の道路の拡幅に必要な設用 $4C$ が最小となるものを決定する。なお拡幅に必要な経費は片側 1車線あたり 1億円/km とした。この 7 とおりの場合について計算した結果 図-25 の (1)~(7) がえられた。図-25 において道路区間を太線で示したものは拡幅および新設が必要な区間を示し、数字は片側車線数を示している。これらの中で道路の整備に必要な経費が最小となるものは (2) の形態であり、新設あるいは拡幅すべき道路区間およびその費用は

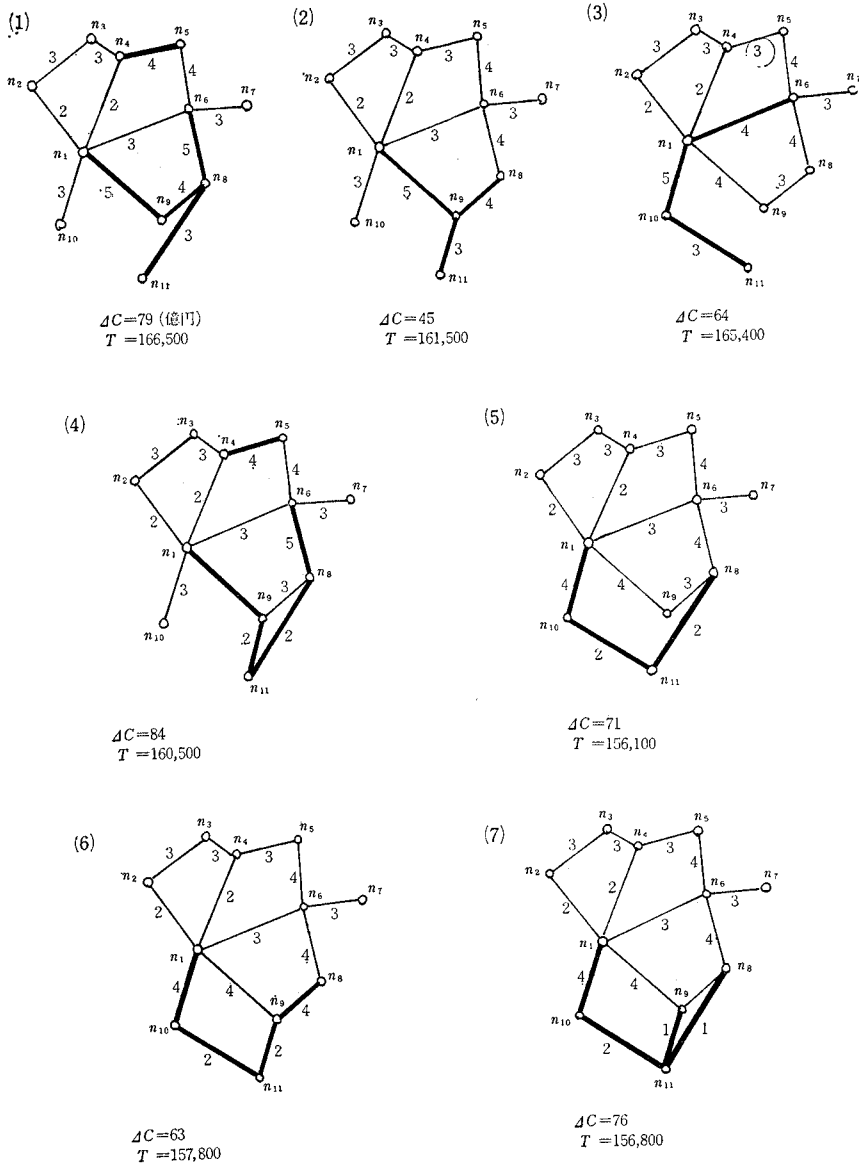
- 道路 $e_{1,9}$ (拡幅).....12 億円
- 道路 $e_{8,9}$ (拡幅)..... 6 億円
- 道路 $e_{9,11}$ (新設).....27 億円

である。なお 図-25 の (1) および (4) では道路区間 $e_{4,5}$ の拡幅が必要であり、これはあらたに開発される地点 n_{11} から離れた道路区間にもその影響がおよぶことを示しており、道路網全体との関係を考慮して整備計画を立てる必要があることを示している。

5. 結 論

道路網の評価基準として建設費および走行台キロを用いたが最適形態の決定は建設費のみによる。計算例ではいずれも建設費が最小となる道路網形態は走行台キロもほぼ最小値に近い値となり、建設費のみを評価基準としてもよいことが示された。

一点核道路網の最適形態の探索法として 3. の (2) でのべたようにランダムにツリーを決定する方法と 3. の (4) でのべたように OD 交通量や地点間距離を考慮した方法とを提案したが、後者の方が効果的であることが



図—25 道路網の整備

示された。しかし前者の方法も近傍の考えを用いて改良することによってさらに効果的なものとするのが可能である。

多点核道路網の最適形態の探索法として常識的ではあるが、OD 交通量の大きい地点間から順につないでゆく方法を用いてほぼ満足しうる結果がえられる。

本研究では主として道路網全体をあらたに建設する場合について考察したが、実際には既存の道路網が与えられていることが多い。この場合には 4. の (5) でのベタニュータウンへの応用例での考えを用いることが必要である。また道路網は長期間にわたり建設されるものであり、その間の OD 交通量の変化を考慮した多段階的

な道路計画が必要となり、ダイナミック・プログラミングなどの考えを導入することによっていっそう現実的なものとする必要がある。さらに 4. の (3) では道路網形態の変化について考察したが、道路を建設することによって OD 交通量が変化し、さらにあらたな道路の建設を促進するといった道路網の自己成長的な過程の解析も興味深い課題である。

参考文献

- 1) 佐佐木綱・清水武久：道路網計画に関するトポロジ的考察，第8回日本道路会議論文集，1966，pp. 44~47.
- 2) Berge, C.: The Theory of Graphs and its Applications, Methven and Co. Ltd., 1962.
- 3) 前掲 1) (1968.6.7・受付)