

トラスげたの自由振動の立体的解析

THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF FREE VIBRATION OF TRUSSED GIRDERS

会 田 忠 義*

By Tadayoshi Aida

1. ま え が き

これまでに、トラスげたの振動解析あるいは動的問題に関する、多くの研究がなされてきたが、そのほとんどは平面トラスを対象とするものであった。もともと、トラスげたは立体的な構造であるから、立体のままで考察する方が厳密であり望ましいのである。とくに、真直ぐなトラスでは橋軸に直角な方向の水平振動あるいはねじり振動、曲りトラスではどの方向の振動をとってみても、立体トラスとして取り扱わねばならない。昭和41年9月完成した天草五橋の中の1号橋の振動実験では、橋軸に直角な鉛直および水平振動の固有周期、その他が測定されている¹⁾が、このような長径間トラスでは耐震設計上、すべての方向の振動特性を明らかにする必要がある。本文はこの問題に関する一提案である。

立体トラスの自由振動解析に変形法を用いることができるが、この場合、振動数方程式が相当次数の行列式となり、これより固有値および固有ベクトルを求めることは多大な労力と計算時間を必要とする。しかし、平面トラスの場合と同じか、あるいはそれ以下に行列式の次数を低下させることができれば、この難点は解消できると考える。

本研究では、真直ぐなトラスおよび対傾構が半径方向に配置された曲りトラスに注目し、これを立体的に取り扱うと同時に、振動数方程式の次数を低下させ固有値の算出を容易にすることを試みた。立体的に取り扱う場合、トラス橋の対傾構を含む横断面形の変化は上路式であるか、あるいは下路式であるかによって異なり、これが振動に影響すると考えられる。このため、本研究では横断面形変化の有無により、つぎの二つの場合を想定しその解析法を示した。ただし、横断面形の拡大縮小はたわみにくらべて、ごく小さい²⁾ので、ここでは無視した。

- ① 横断面形の変化を無視した場合
 - ② 横断面形の変化を考慮した場合
- 解析に当たって、つぎの仮定を入れた。
- a. トラス一般の仮定³⁾が成立する。ただし、上記の②の場合では、横断面を構成する一部の部材は除く。
 - b. トラス橋の質量は各節点に集中させる。
 - c. 横断面形変化の前後で、トラスげたのせん断中心位置は変化しない。
 - d. 振動に対する減衰力は作用しない。

横断面のせん断中心については、横断面形が変化しないと仮定して、せん断流理論より算出したトラスげたのねじれ変形が変形法より求めた厳密解と比較的よく一致することより、せん断流理論を適用した。横断面形が変化する場合も近似的であるがせん断流理論によった。

最後に、計算例によってその適用法を示し、同時に真直ぐなトラスおよび曲りトラスの立体的振動性状を求めた。

2. 横断面形の変化を無視した場合

解析を容易にするため真直ぐなトラスには直角座標を、曲りトラスには円筒座標を適用し、部材応力を表示する。図-1に横断面番号、節点番号のつけ方を示す。

一つの横断面の未知量は、その横断面のせん断中心 S_i の橋軸に直角な方向の水平変位 U_i 、同じく鉛直変位

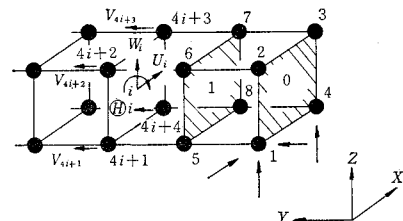


図-1 (a)

* 正会員 工修 山口大学助教授 工学部土木工学科

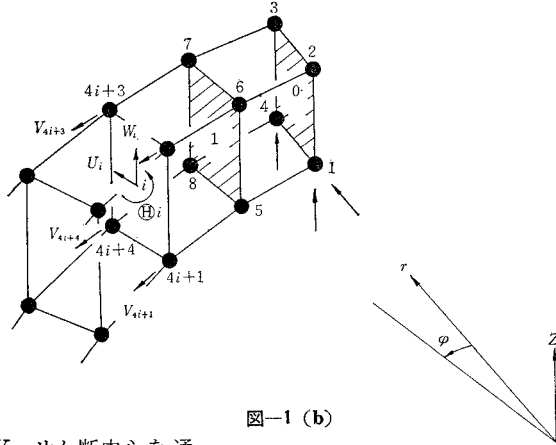


図-1 (b)

W_i , せん断中心を通り、橋軸に平行な軸まわりの回転変位 θ_i 及び四隅の節点の橋軸方向の接線変位 V_{i+m} ($m=1, 2, 3, 4$) である。

(1) 節点変位と任意部材の部材応力表示

図-1 の第 i 番目の横断面のせん断中心 S_i に U_i , W_i および θ_i の変位が生ずるとき、四隅の節点に起こる変位は 図-2 を参照してつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{i+m} &= U_i + \theta_i e_{v,i+m} \\ \bar{v}_{i+m} &= V_{i+m} \\ \bar{w}_{i+m} &= W_i - \theta_i \cdot e_{h,i+m} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$e_{v,i+m}$, $e_{h,i+m}$ は S_i の座標を直角座標で (x_{si} , y_{si} , z_{si}), 円筒座標で (r_{si} , φ_{si} , z_{si}) とすると,

$$\left. \begin{aligned} e_{v,i+m} &= z_{i+m} - z_{si} \\ e_{h,i+m} &= x_{i+m} - x_{si} \text{ または } r_{i+m} - r_{si} \end{aligned} \right\} (2)$$

隣接する横断面 ($i-1$), i および ($i+1$) のそれぞれの中に任意節点 $j=4(i-1)+n$, $k=4i+m$, $l=4(i+1)+n$ ($n, m=1, 2, 3, 4$) をとり、たとえば、 j, k を結ぶ部材の k 点における部材応力を N_{kj} とすると,

$$N_{kj} = \frac{EA_{kj}}{l_{kj}} (-\bar{u}_j \lambda_{jk} - \bar{u}_k \lambda_{kj} - \bar{v}_j \mu_{jk} - \bar{v}_k \mu_{kj} - \bar{w}_j \nu_{jk} - \bar{w}_k \nu_{kj}) \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 λ , μ および ν は直角座標では,

$$\lambda_{kj} = \frac{x_j - x_k}{l_{kj}}, \quad \mu_{kj} = \frac{y_j - y_k}{l_{kj}}, \quad \nu_{kj} = \frac{z_j - z_k}{l_{kj}}$$

円筒座標では [付] を参照して,

$$\lambda_{kj} = \frac{r_j \cos(\varphi_j - \varphi_k) - r_k}{l_{kj}},$$

$$\mu_{kj} = \frac{r_j \sin(\varphi_j - \varphi_k)}{l_{kj}}, \quad \nu_{kj} = \frac{z_j - z_k}{z_{kj}}$$

式 (3) を横断面の変位 U_i , W_i , θ_i および V_k で表わすとつぎのようになる。

$$N_{kj} = K_{kj} \{ -U_{i-1} \lambda_{jk} - U_i \lambda_{kj} - W_{i-1} \nu_{jk} - W_i \nu_{kj} - \theta_{i-1} (e_{vj} \lambda_{jk} - e_{hj} \nu_{jk}) - \theta_i (e_{vk} \lambda_{kj} - e_{hk} \nu_{kj}) - V_j \mu_{jk} - V_k \mu_{kj} \} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $K_{kj} = EA_{kj} / l_{kj}$

(2) 運動方程式

図-1 のトラス塔が自由振動し、横断面 i に 図-2 の振動変位が生ずるとき、横断面 i の運動方程式はつぎのように書かれる。

$$\mathfrak{M}_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} = -X_i \dots\dots\dots (5)$$

$$\mathfrak{M}_i \frac{d^2 W_i}{dt^2} = -Z_i \dots\dots\dots (6)$$

$$\mathfrak{S}_i \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = -M_i \dots\dots\dots (7)$$

\mathfrak{M}_i は横断面 i の質量、 \mathfrak{S}_i は質量慣性モーメントである。 X_i , Z_i は橋軸に直角な水平および鉛直方向の復元力であり、 M_i はせん断中心まわりの復元モーメントである。

また、節点 k の橋軸方向すなわち接線方向の運動方程式は

$$m_k \frac{d^2 V_k}{dt^2} = -Y_k \dots\dots\dots (8)$$

Y_k は接線方向の復元力であり、 m_k は節点質量である。以上の式で右辺の復元力および復元モーメントは次式で表わされる。

$$X_i = - \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \lambda_{kl} + N_{kj} \lambda_{kj}) \dots\dots\dots (9)$$

$$Z_i = - \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \nu_{kl} + N_{kj} \nu_{kj}) \dots\dots\dots (10)$$

$$M_i = - \sum_{m=1}^4 \left\{ e_{vk} \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \lambda_{kl} + N_{kj} \lambda_{kj}) - e_{hk} \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \nu_{kl} + N_{kj} \nu_{kj}) \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$Y_k = - \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \mu_{kl} + N_{kj} \mu_{kj}) \dots\dots\dots (12)$$

式 (9)~(12) を変位で表わして、運動方程式 (5)~(8) を書きかえると、それぞれつぎのようになる。ただし簡単のため、略号 $\Sigma = \sum_{m,n}^4 \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4$, $\Sigma_m = \sum_{m=1}^4$, $\Sigma_n = \sum_{n=1}^4$ を用いた。

$$\mathfrak{M}_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} = U_{i+1} \Sigma_m \alpha'_{kl} - U_i \Sigma_{m,n} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) + U_{i-1} \Sigma_{m,n} \alpha'_{kj} + W_{i+1} \Sigma_{m,n} r'_{kl} - W_i \Sigma_{m,n} (r_{kl} + r_{kj}) + W_{i-1} \Sigma_{m,n} r'_{kj} + \theta_{i+1} \Sigma_{m,n} (e_{vl} \alpha'_{kl} - e_{hl} r'_{kl}) - \theta_i \Sigma_{m,n} \{ e_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) - e_{hk} (r_{kl}$$

$$\begin{aligned}
& + r_{kj}) \} + \theta_{i-1} \sum_{m,n} (e_{vj} \alpha'_{kl} - e_{hj} r'_{kj}) \\
& + \sum_{m,n} \beta'_{kl} V_l - \sum_m V_k \sum_n (\beta_{kl} + \beta_{kj}) \\
& + \sum_{m,n} \beta'_{kj} V_j \dots \dots \dots (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{M}_i \frac{d^2 W_i}{dt^2} = & U_{i+1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kl} - U_i \sum_{m,n} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
& + U_{i-1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kj} + W_{i+1} \sum_{m,n} \bar{r}'_{kl} \\
& - W_i \sum_{m,n} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) + W_{i-1} \sum_{m,n} \bar{r}'_{kj} \\
& + \theta_{i+1} \sum_{m,n} (e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} - e_{hl} \bar{r}'_{kl}) - \theta_i \sum_{m,n} \{e_{vk} (\bar{\alpha}_{kl} \\
& + \bar{\alpha}_{kj}) - e_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} + \theta_{i-1} \\
& \times \sum_{m,n} (e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} - e_{hj} \bar{r}'_{kj}) + \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kl} V_l \\
& - \sum_m V_k \sum_n (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) + \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kj} V_j \dots \dots (14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{Q}_i \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = & U_{i+1} \sum_{m,n} (e_{vk} \alpha'_{kl} - e_{hk} \bar{\alpha}'_{kl}) \\
& - U_i \sum_{m,n} \{e_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) - e_{hk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj})\} \\
& + U_{i-1} \sum_{m,n} (e_{vk} \alpha'_{kj} - e_{hk} \bar{\alpha}'_{kj}) \\
& + W_{i+1} \sum_{m,n} (e_{vk} r'_{kl} - e_{hk} \bar{r}'_{kl}) \\
& - W_i \sum_{m,n} \{e_{vk} (r_{kl} + r_{kj}) - e_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} \\
& + W_{i-1} \sum_{m,n} (e_{vk} r'_{kj} - e_{hk} \bar{r}'_{kj}) \\
& + \theta_{i+1} \sum_{m,n} \{e_{vk} (e_{vl} \alpha'_{kl} - e_{hl} \bar{r}'_{kl}) \\
& - e_{hk} (e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} - e_{hl} \bar{r}'_{kl})\} - \theta_i \sum_{m,n} \{e^2_{vk} (\alpha_{kl} \\
& + \alpha_{kj}) - e_{vh} e_{hk} (r_{kl} + r_{kj} + \bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
& + e^2_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} + \theta_{i-1} \sum_{m,n} \{e_{vk} (e_{vj} \alpha'_{kj} \\
& - e_{hj} r'_{kj}) - e_{hk} (e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} - e_{hj} \bar{r}'_{kj})\} \\
& + \sum_{m,n} (e_{vk} \beta'_{kl} - e_{hk} \bar{\beta}'_{kl}) V_l \\
& - \sum_m V_k \sum_n \{e_{vk} (\beta_{kl} + \beta_{kj}) - e_{hk} (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj})\} \\
& + \sum_{m,n} (e_{vk} \beta'_{kj} - e_{hk} \bar{\beta}'_{kj}) V_j \dots \dots \dots (15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_k \frac{d^2 V_k}{dt^2} = & U_{i+1} \sum_n \bar{\alpha}'_{kl} - U_i \sum_n (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
& + U_{i-1} \sum_n \bar{\alpha}'_{kj} + W_{i+1} \sum_n \bar{r}'_{kl} \\
& - W_i \sum_n (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) + W_{i-1} \sum_n \bar{r}'_{kj} \\
& + \theta_{i+1} \sum_n (e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} - e_{hl} \bar{r}'_{kl}) \\
& - \theta_i \sum_n \{e_{vk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) - e_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} \\
& + \theta_{i-1} \sum_n (e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} - e_{hj} \bar{r}'_{kj}) + \sum_n \bar{\beta}'_{kl} V_l \\
& - V_k \sum_n (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) + \sum_n \bar{\beta}'_{kj} V_j \dots \dots \dots (16)
\end{aligned}$$

上式中、 $\alpha, \beta, \tau, \alpha', \beta', \tau', \bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\tau}, \bar{\alpha}', \bar{\beta}', \bar{\tau}', \bar{\bar{\alpha}}, \bar{\bar{\beta}}, \bar{\bar{\tau}}, \bar{\bar{\alpha}}', \bar{\bar{\beta}}', \bar{\bar{\tau}}'$ はつぎの値をとる。

$$\begin{aligned}
\alpha_{kj} &= K_{kj} \lambda^2_{kj}, & \beta_{kj} &= K_{kj} \lambda_{kj} \mu_{kj}, & \tau_{kj} &= K_{kj} \lambda_{kj} \nu_{kj}, \\
\alpha'_{kj} &= -K_{kj} \lambda_{kj} \lambda_{jk}, & \beta'_{kj} &= -K_{kj} \lambda_{kj} \mu_{jk}, & \tau'_{kj} &= -K_{kj} \lambda_{kj} \nu_{jk}, \\
\bar{\alpha}_{kj} &= K_{kj} \nu_{kj} \lambda_{kj}, & \bar{\beta}_{kj} &= K_{kj} \nu_{kj} \mu_{kj}, & \bar{\tau}_{kj} &= K_{kj} \nu^2_{kj}, \\
\bar{\alpha}'_{kj} &= -K_{kj} \nu_{kj} \lambda_{jk}, & \bar{\beta}'_{kj} &= -K_{kj} \nu_{kj} \mu_{jk}, & \bar{\tau}'_{kj} &= -K_{kj} \nu_{kj} \nu_{jk}, \\
\bar{\bar{\alpha}}_{kj} &= K_{kj} \mu_{kj} \lambda_{kj}, & \bar{\bar{\beta}}_{kj} &= K_{kj} \mu^2_{kj}, & \bar{\bar{\tau}}_{kj} &= K_{kj} \mu_{kj} \nu_{kj}, \\
\bar{\bar{\alpha}}'_{kj} &= -K_{kj} \mu_{kj} \lambda_{jk}, & \bar{\bar{\beta}}'_{kj} &= -K_{kj} \mu_{kj} \mu_{jk}, & \bar{\bar{\tau}}'_{kj} &= -K_{kj} \mu_{kj} \nu_{jk}
\end{aligned}$$

これらの関係は、添字 kj を kl に、 jk を lk に変えても等しく成り立つ。

さらに、せん断中心および節点の変位をつぎに示す周期関数で表わすと運動方程式 (13)~(16) はそれぞれ (18)~(21) となる。

$$\left. \begin{aligned}
U_i &= u_i e^{i\omega t}, \\
W_i &= w_i e^{i\omega t}, \\
\theta_i &= \theta_i e^{i\omega t}, \\
V_k &= v_k e^{i\omega t}
\end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

指数中に含まれる i は $\sqrt{-1}$ であり、 ω は円振動数である。

$$\begin{aligned}
& u_{i+1} \sum_{m,n} \alpha'_{kl} - u_i \{ \sum_{m,n} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) - \mathfrak{M}_i \omega^2 \} \\
& + u_{i-1} \sum_{m,n} \alpha'_{kj} + w_{i+1} \sum_{m,n} r'_{kl} - w_i \sum_{m,n} (r_{kl} + r_{kj}) \\
& + w_{i-1} \sum_{m,n} r'_{kj} + \theta_{i+1} \sum_{m,n} (e_{vl} \alpha'_{kl} - e_{hl} r'_{kl}) \\
& - \theta_i \sum_{m,n} \{e_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) - e_{hk} (r_{kl} + r_{kj})\} \\
& + \theta_{i-1} \sum_{m,n} (e_{vj} \alpha'_{kj} - e_{hj} r'_{kj}) \\
& + \sum_{m,n} \beta'_{kl} v_l - \sum_m v_k \sum_n (\beta_{kl} + \beta_{kj}) \\
& + \sum_{m,n} \beta'_{kj} v_j = 0 \dots \dots \dots (18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& u_{i+1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kl} - u_i \sum_{m,n} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) + u_{i-1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kj} \\
& + w_{i+1} \sum_{m,n} \bar{r}'_{kl} - w_i \{ \sum_{m,n} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) - \mathfrak{M}_i \omega^2 \} \\
& + w_{i-1} \sum_{m,n} \bar{r}'_{kj} + \theta_{i+1} \sum_{m,n} (e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} - e_{hl} \bar{r}'_{kl}) \\
& - \theta_i \sum_{m,n} \{e_{vk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) - e_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} \\
& + \theta_{i-1} \sum_{m,n} (e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} - e_{hj} \bar{r}'_{kj}) + \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kl} v_l \\
& - \sum_m v_k \sum_n (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) + \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kj} v_j = 0 \dots (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& u_{i+1} \sum_{m,n} (e_{vk} \alpha'_{kl} - e_{hk} \bar{\alpha}'_{kl}) - u_i \sum_{m,n} \{e_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) \\
& - e_{hk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj})\} + u_{i-1} \sum_{m,n} (e_{vk} \alpha'_{kj} - e_{hk} \bar{\alpha}'_{kj}) \\
& + w_{i+1} \sum_{m,n} (e_{vk} r'_{kl} - e_{hk} \bar{r}'_{kl}) \\
& - w_i \sum_{m,n} \{e_{vk} (r_{kl} + r_{kj}) - e_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} \\
& + w_{i-1} \sum_{m,n} (e_{vk} r'_{kj} - e_{hk} \bar{r}'_{kj}) \\
& + \theta_{i+1} \sum_{m,n} \{e_{vk} (e_{vl} \alpha'_{kl} - e_{hl} \bar{r}'_{kl}) \\
& - e_{hk} (e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} - e_{hl} \bar{r}'_{kl})\} \\
& - \theta_i \sum_{m,n} \{e^2_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) \\
& - e_{vh} e_{hk} (r_{kl} + r_{kj} + \bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
& + e^2_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} - \mathfrak{Q}_i \omega^2 \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \theta_{i-1} \sum_{m,n} \{e_{vk}(e_{vj}a'_{kj} - e_{hj}r'_{kj}) \\
 & - e_{hk}(e_{vj}a'_{kj} - e_{hj}r'_{kj})\} \\
 & + \sum_{m,n} (e_{vk}\beta'_{kl} - e_{hk}\bar{\beta}'_{kl})v_l - \sum_n v_k \sum_n \{e_{vk} \\
 & \times (\beta_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) - e_{hk}(\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj})\} \\
 & + \sum_{m,n} (e_{vk}\beta'_{kj} - e_{hk}\bar{\beta}'_{kj})v_j = 0 \dots\dots\dots(20) \\
 & u_{i+1} \sum_n \bar{\alpha}'_{kl} - u_i \sum_n (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
 & + u_{i-1} \sum_n \bar{\alpha}'_{kj} + w_{i+1} \sum_n \bar{r}'_{kl} - w_i \sum_n (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) \\
 & + w_{i-1} \sum_n \bar{r}'_{kj} + \theta_{i+1} \sum_n (e_{vl}\bar{\alpha}'_{kl} - e_{hl}\bar{r}'_{kl}) \\
 & - \theta_i \sum_n \{e_{vk}(\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) - e_{hk}(\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj})\} \\
 & + \theta_{i-1} \sum_n (e_{vj}\bar{\alpha}'_{kj} - e_{hj}\bar{r}'_{kj}) + \sum_n \bar{\beta}'_{kl}v_l \\
 & - v_k \{ \sum_n (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) - m_k \omega^2 \} + \sum_n \bar{\beta}'_{kj}v_j = 0 \\
 & \dots\dots\dots(21)
 \end{aligned}$$

式 (18)~(21) が横断面形の変化を無視した場合の運動方程式である。

3. 横断面形の変化を考慮した場合

横断面形の変化を考慮する場合、前記の仮定に加えてさらに、つぎの仮定を入れる。

- a. 横断面は、この面内に作用する外力に対して箱形ラーメンとして抵抗するが、面外荷重に対しては何ら抵抗しない。
- b. 横断面を構成する部材中、横げたあるいは橋門構の上水平部材の曲げ剛性は、一般に垂直材のそれに比べて大きい。そのため横断面形の変化は垂直材の曲げ変形に起因する。

とくに、これらの仮定は橋台あるいは橋脚上の橋門構の横断面形変化に適用し、他の横断面では垂直材の曲げ剛性が小さい場合は横断面の四隅はヒンジであると考えられる。このようにヒンジと考えるとき、式(38),(39),(44)および(45)の中に含まれるCはゼロとすればよい。

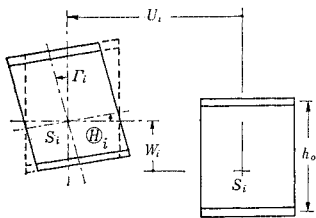


図-3 横断面の変位および変形は実橋の横断面形変化⁹⁾より明らかなようにつぎの変形量に分解できる(図-3参照)。

- ① 横断面のせん断中心の水平および鉛直変位 (U_i および W_i)
 - ② 横断面形の鉛直せん断変形 (θ_i)
 - ③ 横断面形の水平せん断変形 (Γ_i)
- 一つの横断面の未知量は、その横断面のせん断中心 S_i

の橋軸に直角な方向の水平変位 U_i 、同じく鉛直変位 W_i 、せん断中心を通り橋軸に平行な軸まわりの鉛直せん断変形 θ_i 、同じく水平せん断変形 Γ_i および四隅の節点の橋軸方向の接線変位 V_{4i+m} ($m=1, 2, 3, 4$) である。

(1) 節点変位と任意部材の部材応力表示

図-3に示すように、横断面 i のせん断中心 S_i に U_i, W_i, θ_i および Γ_i の変位が生ずるとき、四隅の節点 k に起こる変位は図-4を参照して、つぎのように算定される。

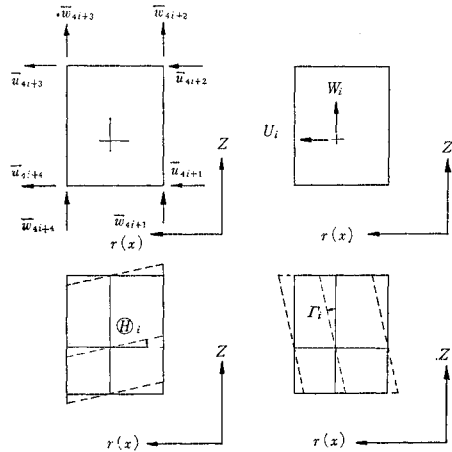


図-4

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{u}_k &= U_i + \Gamma_i e_{vk}, \\
 \bar{v}_k &= V_k, \\
 \bar{w}_k &= W_i - \theta_i e_{hk}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

ここで、 e_{vk}, e_{hk} は式 (2) のとおりである。

任意節点 k, j を結ぶ部材の k 点の応力は式 (4) と同様にしてつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
 N_{kj} &= K_{kj}(-U_{i-1}\lambda_{jk} - U_i\lambda_{kj} - W_{i-1}\nu_{jk} \\
 & - W_i\nu_{kj} + \theta_{i-1}e_{hj}\nu_{jk} + \theta_i e_{hk}\nu_{kj} \\
 & - \Gamma_{i-1}e_{vj}\lambda_{jk} - \Gamma_i e_{vk}\lambda_{kj} - V_j\mu_{jk} \\
 & - V_k\mu_{kj}) \dots\dots\dots(23)
 \end{aligned}$$

(2) 運動方程式

自由振動により式 (22) に示す振動変位を生ずると横断面の橋軸に直角な水平および鉛直方向の運動方程式はつぎのようになる。

$$\mathfrak{M}_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} = -X_i \dots\dots\dots(24)$$

$$\mathfrak{M}_i \frac{d^2 W_i}{dt^2} = -Z_i \dots\dots\dots(25)$$

X_i および Z_i はそれぞれの方向の復元力である。

また、各節点の接線方向の運動方程式はつぎのようになる。

$$m_k \frac{d^2 V_k}{dt^2} = -Y_k \dots (26)$$

Y_k は節点に作用する接線方向の復元力である。

鉛直せん断変形および水平せん断変形に対する運動方程式はそれぞれつぎのようになる。

$$\mathcal{Q}_i^v \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = -M_i^v \dots (27)$$

$$\mathcal{Q}_i^h \frac{d^2 \Gamma_i}{dt^2} = -M_i^h \dots (28)$$

\mathcal{Q}_i^v は鉛直せん断変形、 \mathcal{Q}_i^h は水平せん断変形に対する質量慣性モーメントで、トラス部材については近似的に次式で計算される。

$$\mathcal{Q}_i^v = \sum_{m=1}^4 m_k e^2 h^2 \dots (29)$$

$$\mathcal{Q}_i^h = \sum_{m=1}^4 m_k e^2 v_k \dots (30)$$

M_i^v は上下の水平材に作用する鉛直方向成分のせん断中心まわりのモーメントと、垂直材の曲げ変形によって水平材に加えらるるモーメントとの和であり(図-5(a)参照)、 M_i^h は上下の水平材に作用する力の橋軸に直角な水平方向成分のせん断中心まわりのモーメントと、垂直材の曲げ変形により、垂直材の頂部および脚部に生ずるせん断力のせん断中心まわりのモーメントとの和である(図-5(b)参照)。

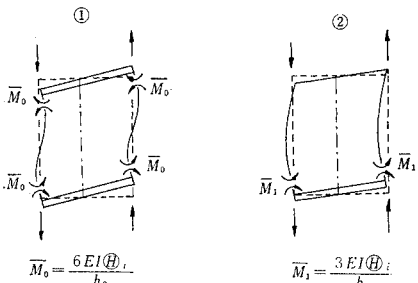


図-5 (a)

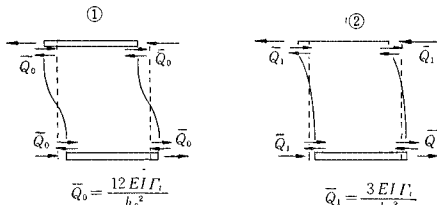


図-5 (b)

以上の復元力および復元モーメントは次式で表わされる。

$$X_i = - \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \lambda_{kl} + N_{kj} \lambda_{kj}) \dots (31)$$

$$Z_i = - \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \nu_{kl} + N_{kj} \nu_{kj}) \dots (32)$$

$$M_i^v = - \sum_{m=1}^4 \{ -e_{hk} \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \nu_{kl} + N_{kj} \nu_{kj}) \}$$

$$+ \sum \bar{M} \dots (33)$$

$$M_i^h = - \sum_{m=1}^4 e_{vk} \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \lambda_{kl} + N_{kj} \lambda_{kj}) + \sum h_0 \bar{Q} \dots (34)$$

$$Y_k = - \sum_{n=1}^4 (N_{kl} \mu_{kl} + N_{kj} \mu_{kj}) \dots (35)$$

復元力および復元モーメントを変位で表わして、運動方程式(24)~(28)を書きかえると、それぞれつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} &= U_{i+1} \sum_{m,n} \alpha'_{kl} - U_i \sum_{m,n} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) \\ &+ U_{i-1} \sum_{m,n} \alpha'_{kj} + W_{i+1} \sum_{m,n} r'_{kl} \\ &- W_i \sum_{m,n} (r_{kl} + r_{kj}) + W_{i-1} \sum_{m,n} r'_{kj} \\ &- \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} r'_{kl} + \theta_i \sum_{m,n} e_{hk} (r_{kl} + r_{kj}) \\ &- \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} r'_{kj} + \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} \alpha'_{kl} \\ &- \Gamma_i \sum_{m,n} e_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) + \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} \alpha'_{kj} \\ &+ \sum_{m,n} \beta'_{kl} V_l - \sum_m V_k \sum_n (\beta_{kl} + \beta_{kj}) \\ &+ \sum_{m,n} \beta'_{kj} V_j \dots (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_i \frac{d^2 W_i}{dt^2} &= U_{i+1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kl} - U_i \sum_{m,n} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\ &+ U_{i-1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kj} + W_{i+1} \sum_{m,n} \bar{r}'_{kl} \\ &- W_i \sum_{m,n} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) + W_{i-1} \sum_{m,n} \bar{r}'_{kj} \\ &- \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} \bar{r}'_{kl} + \theta_i \sum_{m,n} e_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) \\ &- \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} \bar{r}'_{kj} + \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} \\ &- \Gamma_i \sum_{m,n} e_{vk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) + \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} \\ &+ \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kl} V_l - \sum_m V_k \sum_n (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) \\ &+ \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kj} V_j \dots (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_i^v \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} &= -U_{i+1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kl} + U_i \sum_{m,n} e_{hk} (\bar{\alpha}_{kl} \\ &+ \bar{\alpha}_{kj}) - U_{i-1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kj} - W_{i+1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{r}'_{kl} \\ &+ W_i \sum_{m,n} e_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) - W_{i-1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{r}'_{kj} \\ &+ \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} e_{hk} \bar{r}'_{kl} - \theta_i \sum_{m,n} e^2_{hk} (\bar{r}_{kl} + \bar{r}_{kj}) \\ &+ \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} e_{hk} \bar{r}'_{kj} - \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kl} \\ &+ \Gamma_i \sum_{m,n} e_{vk} e_{hk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) - \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kj} \\ &- \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\beta}'_{kl} V_l + \sum_m V_k \sum_n e_{hk} (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) \\ &- \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\beta}'_{kj} V_j - C \theta_i \dots (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_i^h \frac{d^2 \Gamma_i}{dt^2} &= U_{i+1} \sum_{m,n} e_{vk} \alpha'_{kl} - U_i \sum_{m,n} e_{vk} (\alpha_{kl} \\ &+ \alpha_{kj}) + U_{i-1} \sum_{m,n} e_{vk} \alpha'_{kj} + W_{i+1} \sum_{m,n} e_{vk} r'_{kl} \\ &- W_i \sum_{m,n} e_{vk} (r_{kl} + r_{kj}) + W_{i-1} \sum_{m,n} e_{vk} r'_{kj} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} e_{vk} r'_{kl} + \theta_i \sum_{m,n} e_{hk} e_{vk} (\gamma_{kl} + \gamma_{kj}) \\
& -\theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} e_{vk} r'_{kj} + \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} e_{vk} \alpha'_{kl} \\
& -\Gamma_i \sum_{m,n} e^2_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) + \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} e_{vk} \alpha'_{kj} \\
& + \sum_{m,n} e_{vk} \beta'_{kl} V_l - \sum_m V_k \sum_n e_{vk} (\beta_{kl} + \beta_{kj}) \\
& + \sum_{m,n} e_{vk} \beta'_{kj} V_j - C \Gamma_i \dots \dots \dots (39)
\end{aligned}$$

ただし、式 (38) および (39) の中の C はつぎの値をもつ。

横断面を構成する上下の水平材が剛な場合

$$C = \frac{24 EI}{h_0}$$

横断面を構成する下の水平材だけが剛な場合

$$C = \frac{6 EI}{h_0}$$

$$\begin{aligned}
m_k \frac{d^2 V_k}{dl^2} = & U_{i+1} \sum_n \bar{\alpha}'_{kl} - U_i \sum_n (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
& + U_{i-1} \sum_n \bar{\alpha}'_{kj} + W_{i+1} \sum_n \bar{\gamma}'_{kl} \\
& - W_i \sum_n (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) + W_{i-1} \sum_n \bar{\gamma}'_{kj} - \theta_{i+1} \\
& \times \sum_n e_{hl} \bar{\gamma}'_{kl} + \theta_i \sum_n e_{hk} (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) \\
& - \theta_{i-1} \sum_n e_{hj} \bar{\gamma}'_{kj} + \Gamma_{i+1} \sum_n e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} \\
& - \Gamma_i \sum_n e_{vk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) + \Gamma_{i-1} \sum_n e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} \\
& + \sum_n \bar{\beta}'_{kl} V_l - V_k \sum_n (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) + \sum_n \bar{\beta}'_{kj} V_j \\
& \dots \dots \dots (40)
\end{aligned}$$

2. と同様、 U_i , W_i , θ_i , Γ_i および V_k をつぎの周期関数で表わすと、

$$\left. \begin{aligned}
U_i &= u_i e^{i\omega t}, \\
W_i &= w_i e^{i\omega t}, \\
\theta_i &= \theta_i e^{i\omega t}, \\
\Gamma_i &= \gamma_i e^{i\omega t}, \\
V_k &= v_k e^{i\omega t}
\end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (41)$$

結局、運動方程式はそれぞれつぎの式に帰着する。

$$\begin{aligned}
u_{i+1} \sum_{m,n} \alpha'_{kl} - u_i \{ \sum_{m,n} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) - \mathfrak{M}_i \omega^2 \} \\
+ u_{i-1} \sum_{m,n} \alpha'_{kj} + w_{i+1} \sum_{m,n} \gamma'_{kl} - w_i \sum_{m,n} (\gamma_{kl} \\
+ \gamma_{kj}) + w_{i-1} \sum_{m,n} \gamma'_{kj} - \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} \gamma'_{kl} \\
+ \theta_i \sum_{m,n} e_{hk} (\gamma_{kl} + \gamma_{kj}) - \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} \gamma'_{kj} \\
+ \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} \alpha'_{kl} - \Gamma_i \sum_{m,n} e_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) \\
+ \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} \alpha'_{kj} + \sum_{m,n} \beta'_{kl} V_l - \sum_m v_k \sum_n (\beta_{kl} \\
+ \beta_{kj}) + \sum_{m,n} \beta'_{kj} V_j = 0 \dots \dots \dots (42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{i+1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kl} - u_i \sum_{m,n} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) + u_{i-1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kj} \\
+ w_{i+1} \sum_{m,n} \bar{\gamma}'_{kl} - w_i \{ \sum_{m,n} (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) - \mathfrak{M}_i \omega^2 \} \\
+ w_{i-1} \sum_{m,n} \bar{\gamma}'_{kj} - \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} \bar{\gamma}'_{kl}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
+ \theta_i \sum_{m,n} e_{hk} (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) - \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} \bar{\gamma}'_{kj} \\
+ \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} - \Gamma_i \sum_{m,n} e_{vk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
+ \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} + \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kl} V_l - \sum_m v_k \sum_n (\bar{\beta}_{kl} \\
+ \bar{\beta}_{kj}) + \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kj} V_j = 0 \dots \dots \dots (43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{i+1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kl} - u_i \sum_{m,n} e_{hk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
+ u_{i-1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kj} + w_{i+1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\gamma}'_{kl} \\
- w_i \sum_{m,n} e_{hk} (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) + w_{i-1} \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\gamma}'_{kj} \\
- \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} e_{hk} \bar{\gamma}'_{kl} + \theta_i \{ \sum_{m,n} e^2_{hk} (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) \\
+ C - \mathfrak{Q}_i \omega^2 \} - \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} e_{hk} \bar{\gamma}'_{kj} \\
+ \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kl} - \Gamma_i \sum_{m,n} e_{vk} e_{hk} \\
\times (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) + \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} e_{hk} \bar{\alpha}'_{kj} \\
+ \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\beta}'_{kl} V_l - \sum_m v_k \sum_n e_{hk} (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) \\
+ \sum_{m,n} e_{hk} \bar{\beta}'_{kj} V_j = 0 \dots \dots \dots (44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{i+1} \sum_{m,n} e_{vk} \alpha'_{kl} - u_i \sum_{m,n} e_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) \\
+ u_{i-1} \sum_{m,n} e_{vk} \alpha'_{kj} + w_{i+1} \sum_{m,n} e_{vk} \gamma'_{kl} \\
- w_i \sum_{m,n} e_{vk} (\gamma_{kl} + \gamma_{kj}) + w_{i-1} \sum_{m,n} e_{vk} \gamma'_{kj} \\
- \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} e_{vk} \gamma'_{kl} + \theta_i \sum_{m,n} e_{hk} e_{vk} (\gamma_{kl} + \gamma_{kj}) \\
- \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} e_{vk} \gamma'_{kj} + \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} e_{vk} \alpha'_{kl} \\
- \Gamma_i \{ \sum_{m,n} e^2_{vk} (\alpha_{kl} + \alpha_{kj}) + C - \mathfrak{Q}_i \omega^2 \} \\
+ \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} e_{vk} \alpha'_{kj} + \sum_{m,n} e_{vk} \beta'_{kl} V_l \\
- \sum_m v_k \sum_n e_{vk} (\beta_{kl} + \beta_{kj}) + \sum_{m,n} e_{vk} \beta'_{kj} V_j = 0 \\
\dots \dots \dots (45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{i+1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kl} - u_i \sum_{m,n} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) + u_{i-1} \sum_{m,n} \bar{\alpha}'_{kj} \\
+ w_{i+1} \sum_{m,n} \bar{\gamma}'_{kl} - w_i \sum_{m,n} (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) \\
+ w_{i-1} \sum_{m,n} \bar{\gamma}'_{kj} - \theta_{i+1} \sum_{m,n} e_{hl} \bar{\gamma}'_{kl} \\
+ \theta_i \sum_{m,n} e_{hk} (\bar{\gamma}_{kl} + \bar{\gamma}_{kj}) - \theta_{i-1} \sum_{m,n} e_{hj} \bar{\gamma}'_{kj} \\
+ \Gamma_{i+1} \sum_{m,n} e_{vl} \bar{\alpha}'_{kl} - \Gamma_i \sum_{m,n} e_{vk} (\bar{\alpha}_{kl} + \bar{\alpha}_{kj}) \\
+ \Gamma_{i-1} \sum_{m,n} e_{vj} \bar{\alpha}'_{kj} + \sum_{m,n} \bar{\beta}'_{kl} V_l \\
- v_k \{ \sum_n (\bar{\beta}_{kl} + \bar{\beta}_{kj}) - m_k \omega^2 \} + \sum_n \bar{\beta}'_{kj} V_j = 0 \\
\dots \dots \dots (46)
\end{aligned}$$

式 (42)~(46) が横断面形変化を考慮した場合の運動方程式である。

4. 振動数方程式

式 (18)~(21) あるいは式 (42)~(46) をトラスげたの各横断面に適用することにより、一連の運動方程式が

得られる。

$$(\mathbf{S} - \omega^2 \mathbf{W}) \mathbf{X} = 0 \dots \dots \dots (47)$$

ここで、 \mathbf{S} : スティフネスマトリックス

ω : 円振動数

\mathbf{W} : 質量分布を表す対角マトリックス

\mathbf{X} : 変位ベクトル

振動数方程式はつぎのようになる。

$$|\mathbf{S} - \omega^2 \mathbf{W}| = 0 \dots \dots \dots (48)$$

振動周期、振動型は行列の固有値問題として式(48)の固有値、固有ベクトルより算出される。

5. 横断面のせん断中心の位置

横断面のせん断中心は、注目する横断面をはさむ両パネルのせん断中心の平均の位置であるとする。パネルのせん断中心の位置は、そのパネルの各構面をせん断変形の等しい板に置き換え、Four Flange Box Beamの一部であると見なしせん断流理論⁹⁾により算出する。とくに曲りトラスでは、内側および外側主トラスのパネル長は近似的に等しいと仮定して、真直ぐなトラスげたと同様に求める。

- (1) パネルの重心位置 (e_x, e_z)、断面二次モーメント (I_x, I_z) および相乗モーメント (I_{xz})

置換板の影響はごく小さいので無視して計算する。

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \frac{hA_u}{A_T}, e_z = \frac{bA_i}{A_T}, I_x = \frac{h^2 A_u A_i}{A_T} \\ I_z &= \frac{b^2 A_i A_o}{A_T}, I_{xz} = \frac{bh(A_{ui}A_{Io} - A_{Ii}A_{uo})}{A_T} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (49)$$

ここで、 $A_u = A_{ui} + A_{uo}$, $A_i = A_{Ii} + A_{Io}$,
 $A_i = A_{ui} + A_{Ii}$, $A_o = A_{uo} + A_{Io}$,
 $A_T = A_{ui} + A_{uo} + A_{Ii} + A_{Io}$

- (2) 開断面 Four Flange Box Beam のせん断中心の位置

せん断中心の位置はつぎの座標で与えられる (図-6を参照)。

$$\bar{x}_{sc} = 2e_x - b + \frac{bA_{uo}}{KA_u} \left(1 + \frac{A_{ui}A_{Io} - A_{uo}A_{Ii}}{A_iA_o} \right) \dots \dots \dots (50)$$

$$\bar{z}_{sc} = -\frac{hA_{ui}}{KA_i} \left(1 - \frac{A_{ui}A_{Io} - A_{uo}A_{Ii}}{A_oA_u} \right) \dots \dots \dots (51)$$

- (3) 閉断面 Four Flange Box Beam のせん断中心の位置

座標の原点を開断面と同じように取ると、せん断中心の位置はつぎの座標で与えられる (図-7を参照)。

$$x_{sc} = \bar{x}_{sc} - \frac{2bh}{K\phi} \left\{ \frac{A_{ui}}{t_{hi}A_u} \left(1 - \frac{A_{ui}A_{Io} - A_{uo}A_{Ii}}{A_iA_i} \right) \right.$$

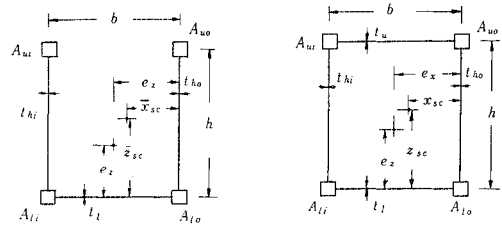


図-6

図-7

$$- \frac{A_{uo}}{t_{ho}A_u} \left(1 + \frac{A_{ui}A_{Io} - A_{uo}A_{Ii}}{A_oA_i} \right) \dots \dots (52)$$

$$\begin{aligned} z_{sc} = \bar{z}_{sc} + \frac{2bh}{\phi} \left[\frac{1}{t_l} + \frac{h}{Kb} \right. \\ \left. \cdot \left\{ \frac{A_{ui}}{t_{hi}A_i} \left(1 - \frac{A_{ui}A_{Io} - A_{uo}A_{Ii}}{A_oA_u} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{A_{uo}}{t_{ho}A_o} \left(1 + \frac{A_{ui}A_{Io} - A_{uo}A_{Ii}}{A_iA_u} \right) \right\} \right] \dots \dots (53) \end{aligned}$$

ここで、 $K = 1 - \frac{(A_{ui}A_{Io} - A_{uo}A_{Ii})^2}{A_iA_oA_uA_i}$

$$\phi = b \left(\frac{1}{t_u} + \frac{1}{t_l} \right) + h \left(\frac{1}{t_{hi}} + \frac{1}{t_{ho}} \right)$$

6. 曲りトラスへの適用例

表-1 に示す 諸元をもつ 曲りトラス橋 (図-8) に本解法を適用した 結果を示す。部材の断面積は 表-2 の

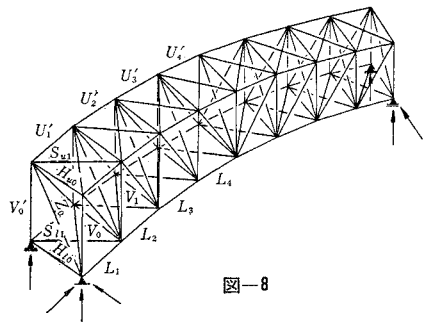
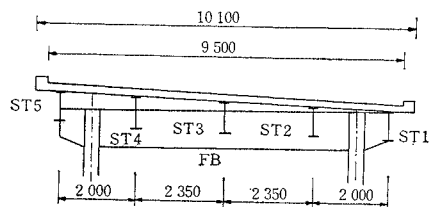


図-8



部 材	断 面	部 材	断 面
縦げた ST 1	86.06 cm ²	縦げた FB	184.10 cm ²
ST 2	104.16 "	舗装コンクリート	5 "
ST 3	104.32 "	鉄筋コンクリート	16 "
ST 4	104.48 "		
ST 5	92.68 "		

図-9

とおりで、床組の構造は 図-9 に示される。

表-1 曲りトラスの諸元

パネル数	8	一パネルの中心角	4° 48' 52"
主トラス間隔	7.0 m	全中心角	38° 30' 56"
主トラス高さ	10.0 m	内側パネル長	8.106 m
内側主トラス半径	96.5 m	外側パネル長	8.694 m
外側主トラス半径	103.5 m	橋長 (橋軸)	67.2 m

表-2 断面積 (単位: cm²)

<i>i</i>		0	1	2	3	4
内側上弦材	U_i		65.6	65.6	92.4	97.6
下弦材	L_i		85.6	85.6	135.6	165.6
斜材	D_i		260.0	260.0	226.0	226.0
垂直材	V_i	72.0	72.0	57.6	57.6	57.6
		(6 054)	(6 054)	(4 795)	(4 795)	(4 795)
外側上弦材	U_i'		280.0	437.5	525.0	560.0
下弦材	L_i'		163.0	206.5	326.0	428.2
斜材	D_i'		284.0	224.4	138.5	97.6
垂直材	V_i'	340.4	340.4	292.0	211.2	211.2
		(99 230)	(99 230)	(82 140)	(54 670)	(54 670)
対傾構斜材	Z_i		57.6	57.6	57.6	57.6
上横構斜材	S_{ui}		24.4	20.0	16.0	16.0
水平材	H_{ui}	165.0	184.1	184.1	184.1	184.1
下横構斜材	S_{li}		24.4	20.0	16.0	16.0
水平材	H_{li}	67.2	67.2	78.0	89.6	89.6

ただし、垂直材の断面積の下に示されたカッコ内の値はそれぞれの断面の橋軸に平行な軸まわりの断面二次モーメントである。単位は cm⁴ である。

以下に示す質量慣性モーメントはトラス部材中、主トラス弦材を節点に、同じく斜材および横構斜材は横断面を構成する垂直材および水平材に集中させ、また、床組構造およびその他のトラス部材は実際の質量分布状態について計算した。振動数方程式からの振動数および振動

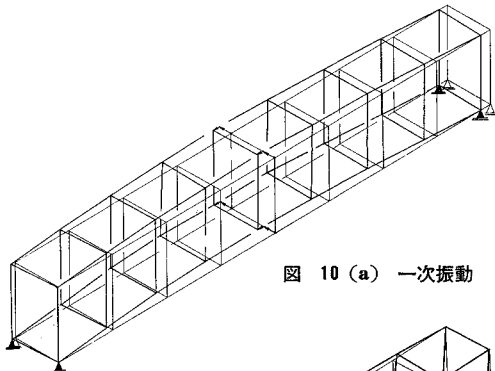


図 10 (a) 一次振動

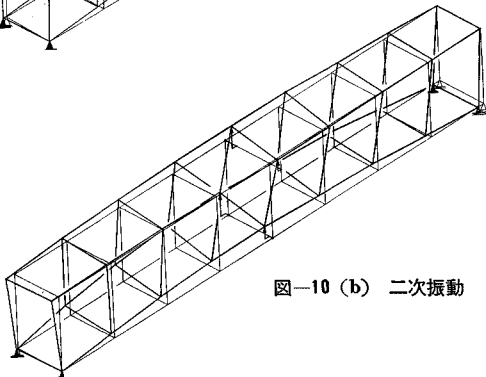


図-10 (b) 二次振動

型の算出は回転法による。

(1) 横断面形の変化を無視した場合

節点および横断面の質量ならびに横断面の質量慣性モーメントは 表-3 のとおりである。ただし、上部構造は対称であるから、左半分について示した。

振動数方程式は 56 次の行列式となった。結果は 表-4 のとおりである。ただし、表中の振動変位は第二、四および六番目の横断面の値のみである。

表-3

質量 (単位: ×10⁸ kg sec²/cm)

\mathcal{M}_0	35.7421	\mathcal{M}_1	66.4467	\mathcal{M}_2	66.5796	\mathcal{M}_3	66.6434	\mathcal{M}_4	67.0183
m_1	1.0363	m_5	2.8683	m_9	2.9647	m_{13}	3.0467	m_{17}	4.4493
m_2	14.4936	m_6	27.0204	m_{10}	26.8360	m_{14}	26.9048	m_{18}	25.8966
m_3	17.8793	m_7	32.0373	m_{11}	32.2077	m_{15}	32.0936	m_{19}	31.5574
m_4	2.3329	m_8	4.5207	m_{12}	4.5712	m_{16}	4.5984	m_{20}	5.1151

質量慣性モーメント (単位: ×10⁸ kg cm sec²)

\mathcal{I}_0	\mathcal{I}_1	0.215590	\mathcal{I}_2	0.221826	\mathcal{I}_3	0.230116	\mathcal{I}_4	0.238521
-----------------	-----------------	----------	-----------------	----------	-----------------	----------	-----------------	----------

表-4 振動数と振動変位

次数	1	2	3	4	5
振動数 (c/sec)	1.0091	1.7315	2.5041	3.4377	3.6934
w_2	0.67129	-0.84190	-1.52338	1.98615	0.06803
w_4	1.00000	-1.00000	-1.00000	-1.00000	1.00000
w_6	0.73916	-0.36638	0.54987	-2.34805	-0.00392
w_{12}	0.01706	2.41792	-0.47988	-0.57722	1.45474
w_4	-0.00679	3.19363	-0.56105	-0.31696	2.95876
w_8	0.03065	2.49229	-0.34108	0.19401	1.47725
θ_2	-0.08246	-2.00745	0.61558	0.59973	5.27242
θ_4	-0.20925	-3.15519	0.82058	0.54357	8.02238
θ_6	-0.10361	-2.13407	0.27528	-0.12774	5.24559
v_9	0.71781	0.99589	0.53400	0.65836	0.35803
v_{10}	0.70368	0.22686	0.76233	0.61832	-0.50607
v_{11}	0.62456	0.35878	0.96226	0.80164	0.19400
v_{12}	0.63473	1.29151	0.74479	0.60239	-0.02704
v_{17}	0.47036	0.86950	0.98534	0.38539	0.01246
v_{18}	0.47485	0.89794	1.09378	0.14504	0.00777
v_{19}	0.50697	0.94214	1.04362	0.60723	0.01720
v_{20}	0.50435	1.00955	1.00955	0.62226	0.01753
v_{25}	0.19816	0.58782	0.89255	0.73491	-0.32609
v_{26}	0.22951	1.45622	0.94423	0.74375	0.54072
v_{27}	0.38461	1.49181	0.97066	0.82127	-0.15181
v_{28}	0.36476	0.50654	1.07558	0.76456	0.06150

ただし、表中 θ の単位は ×10⁻³ radian である。

便宜上曲がったトラスを真直ぐに伸ばして、一次と二次の振動モードを 図-10 に示した。

(2) 横断面形の変化を考慮した場合

図-8 の曲りトラスは上路式であるため、一般に、対傾構はトラスの高さいっぱい配置される。そのため、横断面の変化はごく小さい。しかし、ここでは中間対傾構を取り除いて、横断面形が変化しやすい構造にし、本解法を適用してみた。この場合、支承条件は 図-8 の

とおりであるが、境界条件として、両端の横断面形は変化しないと仮定した。節点および横断面の質量ならびに横断面の質量慣性モーメントは 表-5 のとおりである。

表-5

質 量 (単位: kg sec ² /cm)											
m_0	35.1789	m_1	65.8835	m_2	66.0164	m_3	66.0802	m_4	66.4551		
m_1	0.7547	m_5	2.5867	m_9	2.6831	m_{13}	2.7651	m_{17}	4.1677		
m_2	14.4936	m_6	27.0204	m_{10}	26.8360	m_{14}	26.9048	m_{18}	25.8966		
m_3	17.5977	m_7	31.7556	m_{11}	31.9261	m_{15}	31.8120	m_{19}	31.2758		
m_4	2.3329	m_8	4.5207	m_{12}	4.5712	m_{16}	4.5980	m_{20}	5.1151		

質量慣性モーメント (単位: $\times 10^8$ kg cm sec ²)											
\mathcal{L}_0^v		\mathcal{L}_1^v	0.065515	\mathcal{L}_2^v	0.061232	\mathcal{L}_3^v	0.059261	\mathcal{L}_4^v	0.061810		
\mathcal{L}_0^h		\mathcal{L}_1^h	0.147662	\mathcal{L}_2^h	0.159803	\mathcal{L}_3^h	0.170119	\mathcal{L}_4^h	0.174968		

振動数方程式は支承条件および境界条件を考慮すると 63 次の行列式となった。結果は 表-6 のとおりである。

表-6 振動数と振動変位

次 数	1	2	3	4	5	6
振動数 (c/sec)	0.7843	0.9851	2.3551	2.9035	3.1571	3.7185
w_2	-1.05112	0.67451	-1.14169	-1.00000	0.84454	1.29048
w_4	-1.00000	1.00000	-1.00000	0.01132	1.00000	-1.00000
w_6	-0.80788	0.73869	0.09881	1.01099	-0.89902	-1.39194
w_2	5.91940	-0.06847	-0.50358	0.42679	-1.63049	-0.00401
w_4	9.66209	-0.13835	-0.46327	0.00627	-0.60300	-0.69231
w_6	6.01276	-0.04406	-0.10042	-0.41598	-2.17941	-0.63576
θ_2	6.80929	-0.15914	-0.04303	0.70575	14.1321	-0.38299
θ_4	9.48688	-0.32710	0.35913	-0.02592	19.4681	-1.19335
θ_6	6.94192	-0.12455	5.20589	-0.74278	13.3994	-1.31280
r_2	-9.54157	0.05980	1.33614	-2.08846	-0.00216	-3.03713
r_4	-13.8420	0.04185	0.95988	-1.45774	0.00192	-0.78214
r_6	-9.93561	-0.04411	-0.63192	-2.08234	0.00095	1.57149
v_9	4.37386	0.67163	0.64410	-0.06722	0.41887	0.36269
v_{10}	0.48868	0.71185	0.45424	0.02616	-0.55292	0.50919
v_{11}	1.90416	0.61426	0.81306	0.00613	0.56176	0.49199
v_{12}	3.73710	0.59766	0.65628	0.00785	-0.84940	0.43996
v_{17}	2.79532	0.45437	0.77576	-0.13874	-0.43676	-0.04121
v_{18}	2.76531	0.44638	0.94408	0.51927	-0.13728	0.43338
v_{19}	2.97557	0.48124	0.85761	0.17218	-0.15424	0.52567
v_{20}	2.97771	0.48192	0.89997	-0.00947	-0.25726	0.30535
v_{25}	1.09004	0.20394	0.80552	-0.06880	-0.55465	0.51605
v_{26}	5.01413	0.17374	0.87153	0.02431	0.33166	0.38321
v_{27}	4.35439	0.34631	0.87246	0.00735	-0.85124	0.58013
v_{28}	1.96303	0.35640	0.96935	0.00325	0.59210	0.52793

ただし、表中 θ, r の単位は 表-4 の θ と同様である。

便宜上、曲がったトラスを真直ぐに伸ばして、一次～三次の振動モードを 図-11 に示した。

(3) 結果の検討

表-4 および 6 より明らかなように、横断面形の変化を無視した場合の卓越変位と主な振動型は 表-7、横断面形の変化を考慮した場合は 表-8 のとおりである。

トラスげたの固有振動型は単純な型でなく、何種類かの変位あるいは変形が同時に卓越した型であるため、固

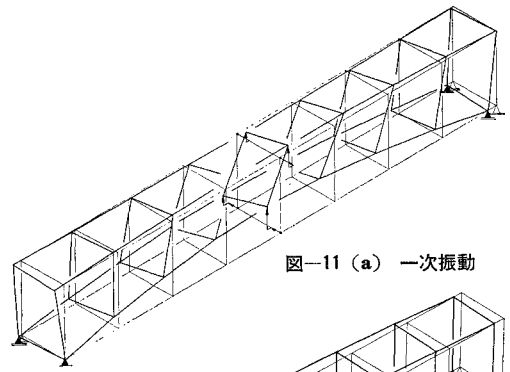


図-11 (a) 一次振動

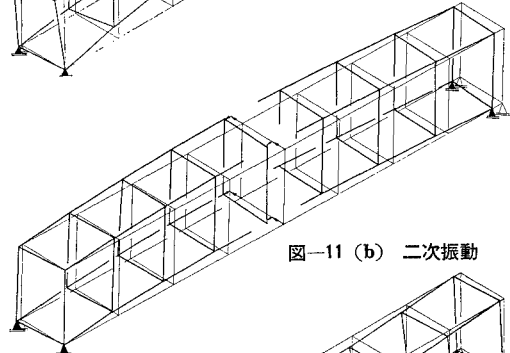


図-11 (b) 二次振動

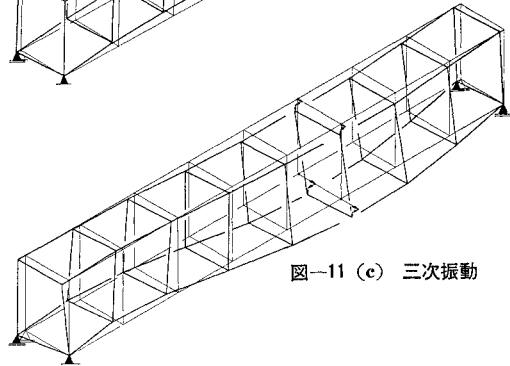


図-11 (c) 三次振動

表-7 横断面形変化無視の場合の卓越変位と振動型

次数	卓越変位	主な振動型
1	水平, 接線変位	水平対称一次型
2	鉛直, 回転変位	鉛直対称一次型
3	水平, 接線変位	水平逆対称一次型
4	水平, 接線変位	接線振動型
5	回転, 鉛直変位	回転対称一次型

表-8 横断面形変化考慮の場合の卓越変位と振動型

次数	卓越変位	主な振動型
1	鉛直変位, 鉛直, 水平せん断変形	鉛直対称一次型
2	水平変位	水平対称一次型
3	水平変位, 水平せん断変形	水平逆対称一次型
4	" "	水平せん断, 逆対称一次型
5	鉛直変位, 鉛直せん断変形	鉛直せん断, 対称一次型
6	水平変位, 鉛直, 水平せん断変形	接線振動型

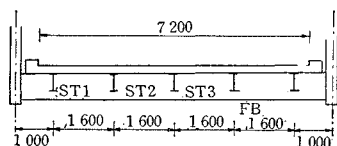
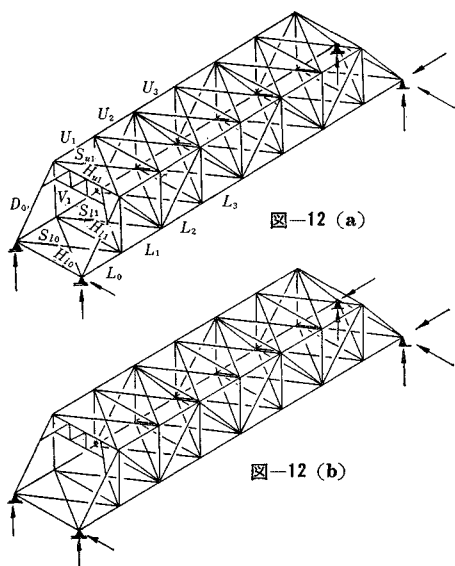
有振動型を一つの型でいい表わすことができない。たとえば、表-7 の2次振動では 表-4、図-10 より明らかなように、水平対称一次型、鉛直対称一次型、回転対称一次型および接線振動型が同時に生じている。このため上表中、振動型にはこの中の主な振動型の一つを示した。

以上の結果より、曲がりトラスでは低次振動で鉛直変

位のほかに水平変位も卓越する可能性が大であるといえる。

7. 真直ぐなトラスへの適用例

表-9 に示す諸元をもつ真直ぐなトラス橋 (図-12 (a), (b)) に本解法を適用した結果を示す。部材の断面積は表-10 のとおりで、床組の構造は図-13 に示される。



部 材	断 面	部 材	断 面
縦げた ST 1	69.2 cm ²	アスファルト	5 cm
ST 2	78.8 "	鉄筋コンクリート	16 "
ST 3	78.3 "		
横げた FB	211.1 "		

図-13

表-9 真直ぐなトラスの諸元

パネル数	8	パネル長	5.1m
主トラス間隔	8.4m	橋 長	40.8m
主トラス高さ	6.5m		

振動数、振動型の算出法および横断面の質量慣性モーメントの計算は曲りトラスと同様である。図-12 (a) と (b) のトラス橋は、図より明らかなように上部構造は全く同様であるが、支承条件のみが異なる。実橋は後者の支承条件に等しい。このトラス橋は下路式であるため横断面形の変化を考慮の方が望しいが、ここでは横断面形の変化を無視した場合と、これを考慮した場合につい

表-10 断面積 (単位: cm²)

部材名 \ i	0	1	2	3	4
上弦材 U_i		141.76	141.76	192.16	
下弦材 L_i	95.04	95.04	177.56	177.56	
斜 材 D_i	192.16	87.0	89.84	71.92	
垂直材 V_i		58.08	58.08	58.08	58.08
		(8 711.9)	(8 711.9)	(8 711.9)	(8 711.9)
上横構 S_{ui}		34.80	34.80	34.80	
H_{ui}		50.76	53.76	53.76	53.76
下横構 S_{li}	17.0	17.0	17.0	17.0	
H_{li}	177.90	211.10	211.10	211.10	211.10

ただし、垂直材の断面積の下に示されたカッコ内の値はそれぞれの断面の橋軸に平行な軸まわりの断面二次モーメントである。単位は cm⁴ である。

て結果を示し、さらに、おのおの場合について図-12 (a) と (b) の両方の条件下の結果を求め比較した。

(1) 横断面形の変化を無視した場合

節点および横断面の質量ならびに横断面の質量慣性モーメントは表-11 のとおりである。

表-11

質 量 (単位: kg sec²/cm)

節 ₀	節 ₁	節 ₂	節 ₃	節 ₄
m_1 7.5767	m_6 13.5460	m_9 14.2997	m_{13} 13.8831	m_{17} 14.3591
m_2	m_8 1.7981	m_{10} 1.2560	m_{14} 1.7336	m_{18} 1.3013
m_3	m_7 1.7981	m_{11} 1.2560	m_{15} 1.7336	m_{19} 1.3013
m_4 7.5767	m_5 13.5460	m_{12} 14.2997	m_{16} 13.8831	m_{20} 14.3591

質量慣性モーメント (単位: $\times 10^7$ kg cm sec²)

節 ₀	節 ₁	節 ₂	節 ₃	節 ₄
I_0	I_1 0.359465	I_2 0.742006	I_3 0.787243	I_4 0.748370

図の真直ぐなトラスの両端の横断面は実在しないが、境界条件として横断面形が変化しない仮想の横断面が存在すると仮定する。振動数方程式は上記の境界条件および図-12 (a) の支承条件を考慮すると 52 次 (図-12

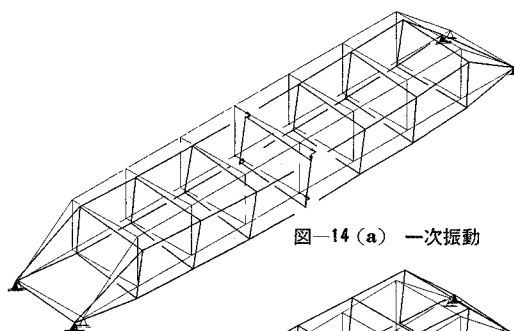


図-14 (a) 一次振動

図-14 (b) 二次振動

(b) の支承条件では 51 次) の行列式となった。図-12 (a) の支承条件での結果は 表-12 のとおりである。一次と二次の振動モードを 図-14 に示した。

表-12 振動数と振動変位

次 数	1	2*	3	4	5
振動数 (c/sec)	2.6659	3.5343	5.4261	5.9574	6.8090
w_2	1.00000	1.00000	1.00000	-1.00000	-1.00000
w_4	1.15329	1.08724	0.86629	-3.70448	0.02967
w_6	1.02232	0.85654	0.27617	-2.24763	1.05063
w_2	-0.10125	2.94183	-1.13384	-1.07527	-0.08439
w_4	-0.15048	4.26683	-1.37621	-1.20783	-0.08016
w_6	-0.12813	3.10745	-0.52553	-0.29420	0.00351
θ_2	0.66672	0.61432	-0.08360	18.0343	-0.60764
θ_4	0.75893	0.62040	-0.58292	24.5833	-0.09209
θ_6	0.69332	0.44836	-0.79874	16.9186	0.72555
v_9	-0.52044	1.77845	1.52479	1.71137	-0.11396
v_{10}	-0.42545	0.85786	1.75564	3.16354	-0.18038
v_{11}	-0.36017	0.94004	1.85942	0.31046	0.42504
v_{12}	-0.34641	1.98188	1.69853	1.47782	0.34517
v_{17}	-0.40458	1.32062	1.63103	1.62778	-0.19401
v_{18}	-0.39918	1.28941	1.54018	1.52459	-0.23949
v_{19}	-0.40337	1.30965	1.50782	1.36102	0.43440
v_{20}	-0.41462	1.37630	1.72299	1.62686	0.42566
v_{25}	-0.27284	0.76839	1.42030	1.13326	-0.14941
v_{26}	-0.36939	1.70165	1.27767	-0.17061	-0.23882
v_{27}	-0.45056	1.70413	1.25474	2.54757	0.39554
v_{28}	-0.47918	0.74911	1.68828	1.72636	0.33412

また、図-12 (b) の支承条件での結果は 表-13 のとおりで、一次と二次振動モードを 図-15 に示した。

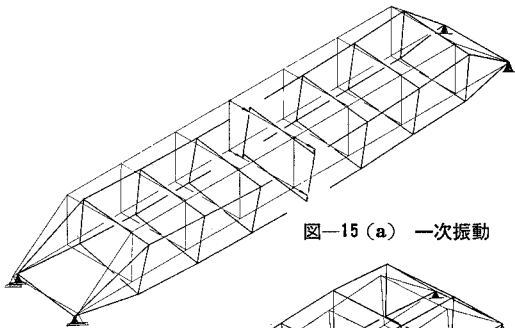


図-15 (a) 一次振動

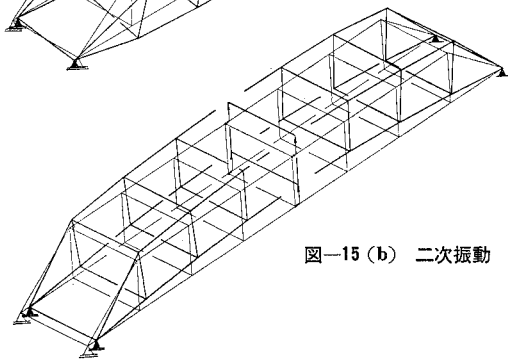


図-15 (b) 二次振動

(2) 横断面形の変化を考慮した場合

節点および横断面の質量は前項 (1) と同様であるが、横断面の質量慣性モーメントは 表-14 のとおりであ

表-13 振動数と振動変位

次 数	1	2*	3	4	5
振動数 (c/sec)	3.3820	3.5475	5.9446	6.7835	6.8095
w_2	1.00000	0.00000	-1.00000	0.00000	-1.00000
w_4	1.10066	0.00000	-2.56724	0.00000	0.03007
w_6	0.88972	0.00000	-1.38911	0.00000	1.05131
w_2	0.00000	0.69006	0.00000	-1.04635	0.00000
w_4	0.00000	1.00000	0.00000	-1.00000	0.00000
w_6	0.00000	0.72646	0.00000	0.03355	0.00000
θ_2	0.62662	0.00000	11.2639	0.00000	-0.60688
θ_4	0.55081	0.00000	15.5762	0.00000	0.09331
θ_6	0.49824	0.00000	10.9149	0.00000	0.72635
v_9	-0.09933	0.41791	0.08737	1.44000	-0.22984
v_{10}	-0.03974	0.18851	0.88855	1.52479	-0.30288
v_{11}	0.03974	0.18851	-0.88855	1.52478	0.30290
v_{12}	0.09933	0.41791	-0.08737	1.43999	0.22984
v_{17}	-0.02211	0.29380	-0.00055	1.44322	-0.31016
v_{18}	-0.00831	0.28305	0.02510	1.21648	-0.33719
v_{19}	0.00831	0.28305	-0.02510	1.21647	0.33719
v_{20}	0.02211	0.29380	0.00054	1.44321	0.31017
v_{25}	0.02669	0.15695	-0.14517	1.15453	-0.24221
v_{26}	0.00585	0.37822	-0.86867	0.97916	-0.31755
v_{27}	-0.00585	0.37822	0.86867	0.97915	0.31756
v_{28}	-0.02669	0.15695	0.14517	1.15453	0.24221

ただし、表-12 および 13 の中の θ, γ の単位は 表-4 と同じである。

表-14 質量慣性モーメント (単位: $\times 10^7 \text{kg cm}^2 \text{sec}^2$)

\mathcal{I}_0^v	\mathcal{I}_1^v	\mathcal{I}_2^v	\mathcal{I}_3^v	\mathcal{I}_4^v
0.208431	0.211817	0.219646	0.221191	
\mathcal{I}_0^h	\mathcal{I}_1^h	\mathcal{I}_2^h	\mathcal{I}_3^h	\mathcal{I}_4^h
0.151068	0.530246	0.567663	0.527252	

表-15 振動数と振動変位

次 数	1	2	3*	4	5	6
振動数 (c/sec)	0.6813	3.1121	3.6978	4.1259	5.5084	6.6323
w_2	1.00000	-1.00000	1.00000	-1.00000	1.00000	0.19958
w_4	0.99717	-0.81142	1.35887	0.27418	0.53125	-0.31691
w_6	0.99989	-0.36454	1.28481	1.45831	-0.21574	-0.15797
w_2	-0.00008	0.72816	2.29616	-0.39662	-0.59936	-1.01100
w_4	-0.00013	1.08331	3.29391	-0.55097	-0.71955	-1.00000
w_6	-0.00012	0.84753	2.32321	-0.35238	-0.26046	-0.02473
θ_2	0.02670	-1.76929	2.67457	0.49706	-0.08850	22.1491
θ_4	0.03585	-2.57763	3.68935	0.62039	-0.44949	31.3769
θ_6	0.02681	-2.05012	2.60995	0.35929	-0.74100	20.3823
γ_2	2.19266	-0.87469	-3.27786	-3.61033	-0.04303	6.06091
γ_4	2.17438	-2.72815	-4.53669	-0.91416	-1.62251	2.22666
γ_6	2.19227	-2.78949	-2.50186	2.49065	-1.85491	5.38677
v_9	-0.01645	1.57937	0.19464	-0.15710	0.87005	0.76089
v_{10}	-0.01173	0.95804	-0.11875	-0.18075	1.08387	3.62187
v_{11}	-0.00990	1.40145	-0.17344	0.79354	0.84088	-0.58989
v_{12}	-0.00526	1.31557	0.98189	0.54530	0.85544	2.09093
v_{17}	-0.01081	1.20125	0.16187	-0.02630	0.97221	1.50975
v_{18}	-0.01078	1.07779	0.11835	-0.32093	0.97778	1.34804
v_{19}	-0.01086	1.44164	0.26259	0.79570	0.64232	1.02273
v_{20}	-0.01085	1.39050	0.23491	0.52617	0.81687	1.35502
v_{25}	-0.00513	0.73424	0.10852	0.05904	0.87056	1.70239
v_{26}	-0.00982	1.21592	0.36607	-0.35722	0.81719	-0.96107
v_{27}	-0.01181	1.46651	0.68903	0.69609	0.52793	2.93458
v_{28}	-0.01645	1.46909	-0.51031	0.52251	0.77402	0.63297

表-16 振動数と振動変位

次 数	1	2*	3	4	5	6
振動数 (c/sec)	0.6831	3.5475	3.9464	4.7257	6.6249	6.7835
w_2	1.00000	0.00000	0.13872	1.00000	0.03409	0.00000
w_4	0.99952	0.00000	-1.00000	0.37301	-1.00000	0.00000
w_6	1.00639	0.00000	-1.81569	-0.39123	-0.48468	0.00000
w_2	0.00000	0.69006	0.00000	0.00000	0.00000	-1.04635
w_4	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-1.00000
w_6	0.00000	0.72646	0.00000	0.00000	0.00000	0.03355
θ_2	0.01410	0.00000	1.85927	0.44487	6.89688	0.00000
θ_4	0.01579	0.00000	-2.46801	0.49995	9.78846	0.00000
θ_6	0.01779	0.00000	-1.60734	0.17088	6.38320	0.00000
r_2	2.21024	0.00000	4.60498	0.73694	1.90345	0.00000
r_4	2.20790	0.00000	3.33617	-1.23156	0.73928	0.00000
r_6	2.23376	0.00000	-0.45125	-2.17464	1.70238	0.00000
v_9	-0.00534	0.41792	0.49159	0.05009	-0.20637	1.43999
v_{10}	-0.00341	0.18851	0.35556	0.25037	0.65380	1.52478
v_{11}	0.00341	0.18852	-0.35556	-0.25037	-0.65378	1.52478
v_{12}	0.00534	0.41792	-0.49159	-0.05009	0.20637	1.44000
v_{17}	-0.00130	0.29380	0.23269	0.12539	0.02258	1.44321
v_{18}	-0.00237	0.28305	0.46560	0.26261	0.03748	1.21645
v_{19}	0.00237	0.28305	-0.46559	-0.26261	-0.03748	1.21645
v_{20}	0.00130	0.29380	-0.23269	-0.12539	-0.02257	1.44320
v_{25}	0.00173	0.15695	0.02038	0.16240	0.16869	1.15453
v_{26}	-0.00133	0.37822	0.49902	0.20552	-0.60739	0.97915
v_{27}	0.00133	0.37822	-0.49902	-0.20552	0.60740	0.97914
v_{28}	-0.00173	0.15695	-0.02038	-0.16240	-0.16867	1.15453

ただし、表-15 および 16 の中の θ, r の単位は 表-6 と同じである。

る。

境界条件および支承条件は前項(1)と同様である。両端の仮定の横断面に隣接する第一と第七の横断面では、これを構成する上下の水平材が剛体であると見なす。ゆえに、図-5(a) および 図-5(b) 中の①図のような横断面変化をすすとする。これ以外の横断面では下の水平材のみが剛体であると見なす。ゆえに、上記図の②図のような横断面変化をすすとする。結局、振動数方程式は境界条件および 図-12(a) の支承条件を考慮すると 59 次(図-12(b) の支承条件下では 58 次)の行列式となった。図-12(a) の支承条件での結果は表-15 のとおりである。一次~三次の振動モードを 図-16 に示した。

また、図-12(b) の支承条件下での結果は 表-16 のとおりで、一次~三次の振動モードを 図-17 に示した。

(3) 結果の検討

表-12, 13, 15 および 16 に示されている振動変位は曲りトラスの場合と同様、第二、四および六番目の横断面の値だけである。

これらの表より明らかなように、横断面形の変化を無視した場合の卓越変位と主な振動型は 表-17, 横断面形の変化を考慮した場合は 表-18 のとおりである。

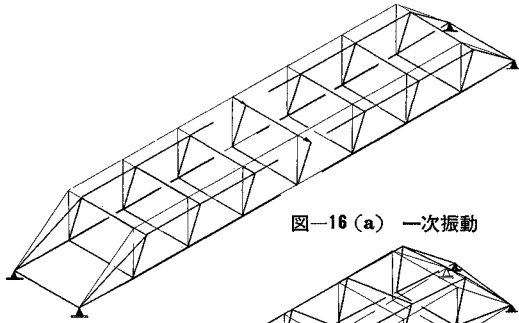


図-16 (a) 一次振動

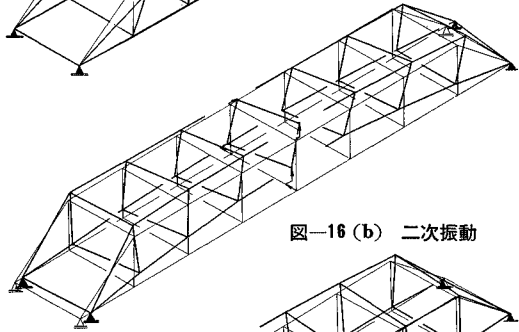


図-16 (b) 二次振動

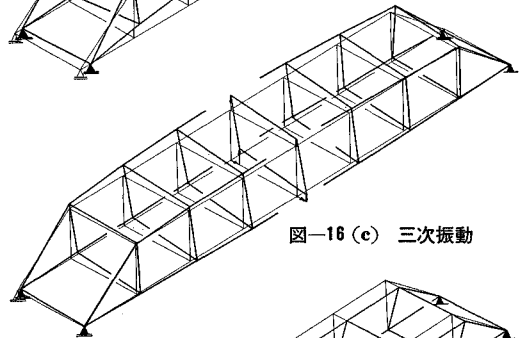


図-16 (c) 三次振動

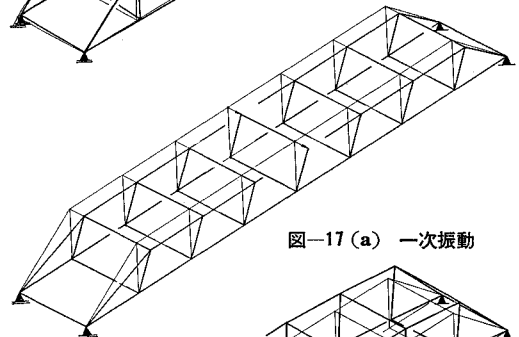


図-17 (a) 一次振動

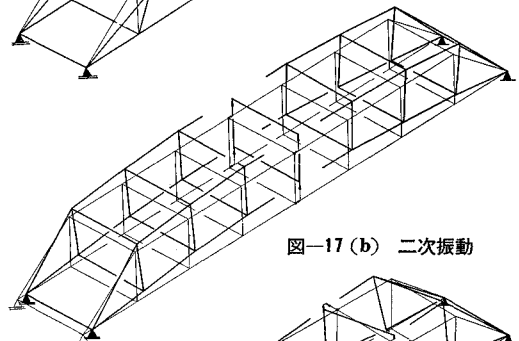


図-17 (b) 二次振動

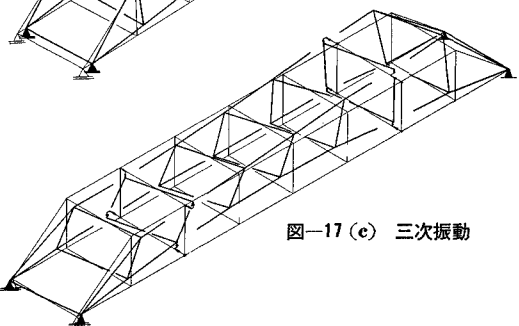


図-17 (c) 三次振動

表—17 横断面変化無視の場合の卓越変位と振動型

次数	卓越変位	主な振動型
1	水平変位 (水平変位)	水平対称一次型 (水平対称一次型)
2	鉛直変位 (鉛直変位)	鉛直対称一次型 (鉛直対称一次型)
3	鉛直, 接線変位 (水平, 回転変位)	接線振動型 (回転対称一次型)
4	回転変位 (鉛直, 接線変位)	回転対称一次型 (接線振動型)
5	水平変位 (水平変位)	水平逆対称一次型 (水平逆対称一次型)

表—18 横断面形変化考慮の場合の卓越変位と振動型

次数	卓越変位	主な振動型
1	水平変位, 水平せん断変形 (水平変位, 水平せん断変形)	水平対称一次型 (水平対称一次型)
2	水平せん断変形, 接線変位 (鉛直変位)	水平せん断対称一次型 (鉛直対称一次型)
3	鉛直変位, 鉛直および水平せん断変形 (水平変位, 鉛直および水平せん断変形)	鉛直対称一次型 (鉛直せん断対称一次型)
4	水平変位, 水平せん断変形 (水平変位, 水平せん断変形)	水平せん断逆対称一次型 (水平逆対称一次型)
5	水平変位, 水平せん断変形, 接線変位 (鉛直せん断変形)	接線振動型 (鉛直せん断対称一次型)
6	鉛直および水平せん断変形 (接線変位)	鉛直せん断対称一次型 (接線振動型)

カッコ内の変位および振動型は実橋に等しい支承条件(図—12 (b))での結果であり, 振動型は表—7 および 8 におけると同様, 主な振動型の一つを示した。

以上より明らかなように横断面形変化を無視した場合あるいはこれを考慮した場合, いずれでも, 橋軸に直角な水平変位かあるいはこれと同時に水平せん断変形が卓越する振動型が一次振動となり, 二次振動に鉛直変位かあるいは水平せん断変形が卓越する振動型が生じた。

トラス橋の実測結果, たとえば天草1号橋の振動実験¹⁾では, 一次振動に鉛直対称一次振動(1.56 sec), 二次に水平逆対称一次(1.15 sec), 三次に水平対称一次(0.84 sec), 四次に鉛直逆対称一次(0.825 sec)が測定されており, 水平振動の周期が比較的大きいことが注目される(この実験では, ねじれ変形, 水平および鉛直せん断変形を特別に測定していないが, ねじれ変形は微小であるが高次の水平振動において生じたことが記されており, 報告書に示された測定モードより水平せん断変形が生じたことは明かである。さらに, 起振力不足のため測定できなかったが, 上記の三次の水平振動より周期の大きい水平対称振動が存在するかも知れないことが述べられている)。このように水平振動の周期が大きくなる理由として, 一般のトラス橋では主トラス間隔がけた高さより小さいため, トラスげたの橋軸に直角な鉛直

軸まわりの曲げ剛性が水平軸まわりのそれにくらべて小さいためであることが考えられる。

本計算例でのトラス橋は主トラス間隔がけた高さより大きいにもかかわらず水平振動周期が大きくなった。これはトラス橋の両端のパネルに上横構が存在しないためこの部分の橋軸に直角な鉛直軸まわりの曲げ剛性が他の部分のそれにくらべて小さいためである。図—14, 15 の一次振動型の第一と第七横断面の水平変位が他の横断面の水平変位と変わらないほど大きいことより明かである。

図—12 (b) に示される実橋の支承条件の場合, 橋軸方向の接線変位が拘束されることになり, 全体の振動数を高める結果となった。また, このような実橋の支承条件のもとでは表—13 および 16 から明らかなようにいずれの振動型でも卓越する振動変位とそうでないものとが明白に分けられる。このため, このようなトラス橋の立体的な自由振動における振動数あるいは振動型を求めにはつぎのように近似計算することも可能である。

横断面形変化を無視する場合;

- ① 鉛直変位および接線変位が卓越する振動型を求める場合, 水平変位および回転変位を無視する。
- ② 水平変位および回転変位が卓越する振動型を求める場合, 鉛直変位を無視する。

横断面形変化を考慮する場合;

- ① 鉛直変位および接線変位が卓越する振動型を求める場合, 水平変位, 鉛直および水平せん断変形を無視する。
- ② 水平変位, 鉛直および水平せん断変形が卓越する振動型を求める場合, 鉛直変位を無視する。

一方, このトラス橋の一次振動数を平面トラスとして Rayleigh 法により求めると, 3.560 c/sec となった。表—12, 13, 15 および 16 の中で振動次数に*が付いている振動は鉛直変位が卓越した振動型であるが, これらの振動数は上記の値とかなりよく一致した。

8. 結 び

真直ぐなトラス橋および曲りトラス橋の立体的な自由振動の解析法をつぎの二つの場合について示した。

- ① 横断面形の変化を無視した場合
- ② 横断面形の変化を考慮した場合

一つの横断面で考慮すべき未知変位は①の場合で7個, ②の場合で8個にとどまり, 三次元の変形法にくらべて未知量をかなり減少させることができた。さらに, 実橋と同じ支承条件の真直ぐなトラスでは卓越しない変位を無視することにより未知量を減少させることが可能である。

曲りトラス橋および真直ぐなトラス橋の計算例から明らかのように、トラスだけの立体的な自由振動についてづぎのことがいえる。

- ① 従来、トラス橋の自由振動について主荷重が鉛直荷重であることから鉛直振動が主に解析されてきた。しかし、立体的なトラスげたとしての自由振動では、最低次の振動として橋軸に直角な水平振動が、二次振動に鉛直振動が起こる可能性がある。
- ② 横断面形の変化を無視した場合よりこれを考慮した場合の方が振動数は低い、また、振動型も多少かわる。
- ③ 実橋と同じ支承条件の真直ぐなトラス橋の振動型は卓越する変位とそうでないものが明日であるため比較的単純である。

さらに、本解法を長径間の連続トラス橋などに適用する場合、未知量が非常に多くなる。しかし、運動方程式をたてるべき注目の横断面を2パネルあるいは3パネル隔ててとることにより未知量を減少させることができる。したがって、長径間トラス橋の立体的な振動性状をも近似的であるが明らかにすることが可能である。

とくに、本研究では床板の曲げおよびねじり剛性を考慮していないので閉床式の鉄道橋に適用する場合は問題ではないが、鉄筋コンクリート床板をもつ道路橋では振動数や振動型に多少影響があると考えられる。また、トラスげたのねじれ変形には弦材のねじり剛性も影響する²⁾ので、より厳密な立体的自由振動解析を行なうには弦材のねじり剛性、床板の曲げおよびねじり剛性の振動への影響を調べるべきである。これらについては現在研究中であることを付記する。

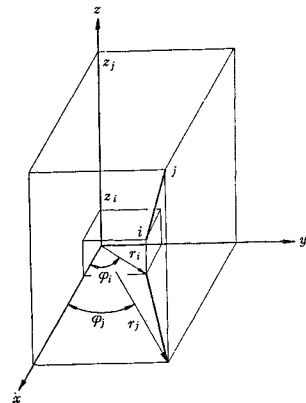
なお、本研究の適用例の計算は全国共同利用の東京大学大型計算機センターの HITAC 5020 E を用いて行なった。

謝辞：本研究を行なうにあたって、終始ご指導いただいた九州大学工学部 村上 正教授、また、貴重な助言をいただいた熊本大学工学部 吉村虎蔵教授、九州大学工学部 小坪清真助教授および山口大学工学部 中川建治助教授に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 日本道路公団：工事報告天草五橋，昭和 42 年 5 月，pp. 707~712.
- 2) 山野 宏：立体トラスげたの静的および動的挙動について，九州大学修士論文，昭和 43 年 3 月
- 3) たとえば，近藤泰夫・安宅 勝・伊藤富雄・神田一雄：構造力学，国民科学社，昭和 41 年 2 月，pp. 176~177.
- 4) 村上 正・会田忠義：ねじりを受けるトラスの挙動について，土木学会第 22 回年次学術講演会講演概要，I-79，昭和 42 年 5 月
- 5) P. Kuhn：Stresses in Aircraft and Shell Structures, 1956, p. 37.

【付】 円筒座標を用いた変形法の基本式



付図—1

付図—1 のような円筒座標系の任意部材 ij は変形前の材長を l_{ij} とすると、

$$l_{ij} = (r_j \cos \varphi_j - r_i \cos \varphi_i)^2 + (r_j \sin \varphi_j - r_i \sin \varphi_i)^2 + (z_j - z_i)^2 \dots\dots\dots (1)$$

荷重により、 i 点および j 点がそれぞれづぎのように変位したとする。

$$r_j \rightarrow r_j + dr_j, \varphi_j \rightarrow \varphi_j + d\varphi_j, z_j \rightarrow z_j + w_j, \\ r_i \rightarrow r_i + dr_i, \varphi_i \rightarrow \varphi_i + d\varphi_i, z_i \rightarrow z_i + w_i$$

変形後の長さは部材の伸びを Δl_{ij} として、

$$(\Delta l_{ij} + l_{ij})^2 = \{(r_j + dr_j) \cos(\varphi_j + d\varphi_j) - (r_i + dr_i) \cos(\varphi_i + d\varphi_i)\}^2 + \{(r_j + dr_j) \sin(\varphi_j + d\varphi_j) - (r_i + dr_i) \sin(\varphi_i + d\varphi_i)\}^2 + \{(z_j + w_j) - (z_i + w_i)\}^2 \dots\dots\dots (2)$$

上式中の \sin および \cos をを展開し、二次以上の微小項を無視し、さらに、

$$dr_j = u_j, dr_i = u_i, r_j d\varphi_j = v_j, r_i d\varphi_i = v_i$$

とすると、

$$\Delta l_{ij} = u_j \frac{\{r_j - r_i \cos(\varphi_j - \varphi_i)\}}{l_{ij}} - u_i \frac{\{r_j \cos(\varphi_j - \varphi_i) - r_i\}}{l_{ij}} + v_j \frac{r_i \sin(\varphi_j - \varphi_i)}{l_{ij}} - v_i \frac{r_j \sin(\varphi_j - \varphi_i)}{l_{ij}} + (w_j - w_i) \frac{(z_j - z_i)}{l_{ij}} \dots\dots\dots (3)$$

上式より明らかのように、任意部材 ij の ij 方向のベクトルの i 点の半径、接線および z 軸方向に対する方向余弦はづぎの値をとる。

$$\left. \begin{aligned} \text{半径方向} \dots \lambda_{ij} &= \{r_j \cos(\varphi_j - \varphi_i) - r_i\} / l_{ij}, \\ \text{接線方向} \dots \mu_{ij} &= r_j \sin(\varphi_j - \varphi_i) / l_{ij}, \\ z \text{ 軸方向} \dots \nu_{ij} &= (z_j - z_i) / l_{ij} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

同じく、 ij 方向のベクトルの j 点におけるそれぞれの方向余弦はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{半径方向} \cdots \lambda_{ji} &= -\{r_j - r_i \cos(\varphi_j - \varphi_i)\} / l_{ij}, \\ \text{接線方向} \cdots \mu_{ji} &= -r_i \sin(\varphi_j - \varphi_i) / l_{ij}, \\ \text{Z軸方向} \cdots \nu_{ji} &= -(z_j - z_i) / l_{ij} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots (5)$$

ゆえに、 ij 部材の i 点の部材応力は次式で表わされる。

$$N_{ij} = \frac{EA_{ij}}{l_{ij}} (-u_j \lambda_{ji} - u_i \lambda_{ij} - v_j \mu_{ji} - v_i \mu_{ij}$$

$$-w_j \nu_{ji} - w_i \nu_{ij}) \cdots \cdots \cdots (6)$$

節点 i の半径、接線 および 鉛直方向のつりあい式は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} N_{ij} + P_R &= 0 \\ \sum_{j=1}^n \mu_{ij} N_{ij} + P_T &= 0 \\ \sum_{j=1}^n \nu_{ij} N_{ij} + P_W &= 0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots (7)$$

(1968.4.9・受付)