

不規則外力による多自由度系の応答解析とその長大 つり橋タワー・ピア系の耐震解析への応用

STUDIES ON THE RESPONSES OF MULTI-DEGREES OF FREEDOM
SYSTEMS SUBJECTED TO RANDOM EXCITATION WITH APPLI-
CATIONS TO THE TOWER AND PIER SYSTEMS OF LONG SPAN
SUSPENSION BRIDGES

山田 善一*・竹宮 宏和**

By Yoshikazu Yamada and Hirokazu Takemiya

1. ま え が き

長大超高層構造物の動的耐震設計は、大別して、つぎの2つの研究より成り立っている。まずその1つは、地震外力の波形特性、他は、構造物建設地の地盤特性をも含めた構造物系の動力学特性の把握である。これらの特性諸量が把握できるならば、それらは、不規則振動論のスペクトル解析において、入出力関係で応答に容易に結び付けられる。

本研究では、まず、解析対象構造物の長大つり橋タワー・ピア系について、非減衰自由振動論より、地盤条件の変化に必ずる系の固有振動数の変化を調べた。その結果、地盤条件・ピア寸法により、各次固有振動数がよく分離される場合と、かなり接近する場合のあることを確かめた。とくに、後者の場合は、構造物応答は複雑な様相を呈し、したがって、系の応答をモード分解して考える場合にも、固有振動モードの位相という要素を導入せねばならなくなる。この効果は、固有モード間の相互効果となって現われ、減衰項の形にもよるが、減衰が大きくなればそれだけ大きくなる性質のものである。ところで Jennings や Newmark¹⁾あるいは Merchant や Hudson²⁾が提唱している各固有モードの R.M.S. 値、あるいは各固有モードの絶対値和と R.M.S. 値の加重平均応答値は、モード間の位相差を考慮していないので、この場合、真の応答値からかなりかけ離れた評価を与えることとなり、この誤差の分布状態も、系の固有モードとの関連において、どの固有モード間で接近が生じているかによって異なってくるのが明らかにされた。一方、系の固有振動数が十分離れている場合には、固有

モード間の相互効果は非常に小さくなって、真の系応答値は各固有モードの R.M.S. 応答値とほぼ一致して、これを定常確率過程論より明らかにした。

つぎに、地震外力を、実際の強震記録に基づいて、非定常確率過程に属するものとしての数式的表現を行ない、これによる対象構造物系の変位応答・速度応答の統計的性質を時間 t をパラメータとして求め、固有振動数間の接近がそれらの共分散におよぼす影響を調べた。これらの応答確率統計量は、構造物の安全性評価へと結びつくものである。

さらに、以上の不規則振動論の結果を確認するために、系応答を、入力波に 1940 年 Imperial Valley 地震の El Centro 強震記録 NS 成分を選んで直接積分した結果と比較している。

また、一般的な形を有する減衰系についても、スペクトル解析の入出力関係式において、応答座標でのリセプタンスを直接計算し、周波数応答関数より系の周波数領域での入力パワーの吸収度について言及し、動力学的耐震設計への次元を増している。

2. 構造物系の動力学特性

図-1 は、解析対象構造物を模型的に示したものである。本研究で設けた解析仮定は、以前の著者らの論文^{3),4)}における解析対象構造物に、ピア一部 (200 m × 60 m × 45 m) の回転と並進運動を加えたものである。すなわち、非減衰系の運動方程式

$$[m]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = -[\tilde{m}]\{\ddot{x}_0\} \dots \dots \dots (2.1)$$

において、ピア一部は

$$m_p(\ddot{x}_p + e\ddot{\varphi}) - Q_0 + K_h x_p = -m_p \ddot{x}_0 \dots \dots (2.2)$$

$$m_p\{e\ddot{x}_p + (e^2 + r^2)\ddot{\varphi}\} + K_r \varphi + M_0 - Q_0 h \\ = -m_e \ddot{x}_0 \dots \dots \dots (2.3)$$

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部交通土木工学教室

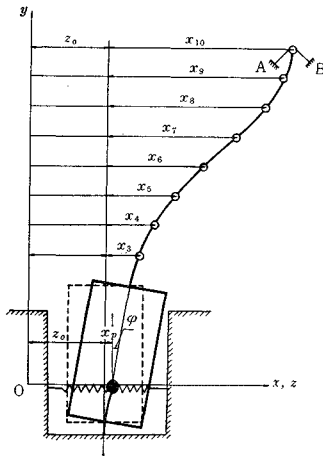


図-1 解析対象構造物

ここで、

e : ピアの重心よりロッキングセンターまでの距離

$r = \sqrt{J_R/m_p}$: 水平外力作用点についてのピアの回転半径

J_R : ピア部の水平外力作用点に関する慣性モーメント

m_p : ピアの質量

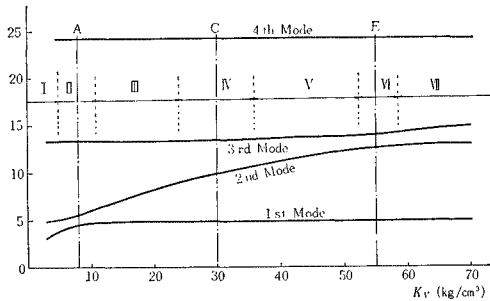
Q_0 : タワー基部におけるせん断力

M_0 : タワー基部における曲げモーメント

K_r : 回転地盤係数

K_h : 水平地盤係数

ω rad/sec



$K_h = K_{hv} = 10 \text{ kg/cm}^2$ $K_v \geq K_h = K_{hv}$

図-2 系の固有振動数

いま、この系の各次固有振動数を求め、それらの地盤係数との関係を描くと 図-2 が得られる。ここでピアが完全に地盤に固定された場合の系の固有振動数は^{3),4)}、 $\omega_1 = 4.887 \text{ rad/sec}$ 、 $\omega_2 = 13.351 \text{ rad/sec}$ 、 $\omega_3 = 24.213 \text{ rad/sec}$ 、 $\omega_4 = 35.279 \text{ rad/sec}$ であり、図-2 各線の漸近線となっている。系は、しかしながら、ピア部の慣性力と地盤係数との影響を受けて、ある場合には固有振動数が接近し(図-2 の領域IIあるいはVI)、またある場合には分離される(図-2 の領域IV) ことがわかる。図-3 は、上の振動数の変化より典型的な地盤；

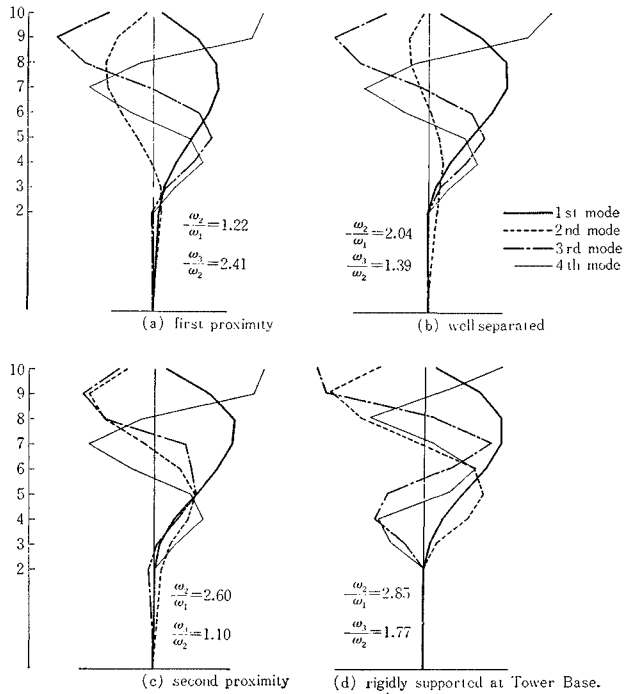


図-3 系のモード形状

1) 第1番目の固有振動数間の接近、2) 各固有振動数の十分な分離、3) 第2番目の固有振動数間の接近、4) ピア一部の完全固定の場合について、固有振動モードを図示したものである。これらより、固有振動数が接近すれば、それらに近づく固有モードも相似た形状となることがわかる。

以下解析は、1), 2), 3) に相当する地盤条件で行なうこととする。

3. 定常不規則外力による構造物の応答

実際の構造物系は、構造減衰機構を持ち、それは構造物系の動的挙動に大きく介入してくる重要な要素であるが、その定性的・定量的把握はかなり複雑である。多自由度系においては、減衰項を直交モード座標系で対角化される形にするのが便利であるが、実際には、直交モード座標変換後も非対角要素が残留するものと思われる。この節では減衰項としては、直交モード座標系で対角化できるつぎの3種類の形を採用していく。すなわち、減衰系の直交モード座標での運動方程式

$$\{\ddot{Y}\} + [V]^T [C] [V] \{\dot{Y}\} + [V]^T [K] [V] \{Y\} = \{Q\} \dots\dots\dots (3.1)$$

の減衰項が

$$[V]^T [C] [V] = \beta' [I] \dots\dots\dots (3.2)$$

$$[V]^T [C] [V] = \beta'' [\omega_s^2] \dots\dots\dots (3.3)$$

$$[V]^T [C] [V] = \beta [\omega_s] \dots\dots\dots (3.4)$$

ここに、 $[V]$ はモード・マトリックスで、 $\{Q\}$ は外力の直交モード座標表示である。式 (3.2)~式 (3.4) は、減衰項を質量、剛性、それらの組み合わせに比例させた形になっており⁹⁾、本文においては、それぞれ減衰 Type 1, 減衰 Type 2, 減衰 Type 3 と名付けるとともに、すべて1次振動モードにおいて、減衰効果が一致するように減衰定数の値を定めている。

式 (3.1) は、初期条件 $\{Y\} = \{\dot{Y}\} = 0$ のもとで

$$\{Y\} = [h_*] * \{Q\} \dots\dots\dots(3.5)$$

あるいは

$$\mathfrak{F}\{Y\} = [H_*] \mathfrak{F}\{Q\} \dots\dots\dots(3.6)$$

と解ける。ここで記号 * はたたみ込み積分 (convolution integral) を、 $\mathfrak{F}\{\cdot\}$ は Fourier 変換を意味する。マトリックス $[H_*]$ は単位衝撃応答を表わし、その要素 H_j は減衰項の形に応じて、

減衰 Type 1

$$H_j(\omega) = \frac{1}{\omega_j^2} \frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2\right\} + i \left\{2\beta' \frac{\omega}{\omega_j^2}\right\}} \dots\dots\dots(3.7.a)$$

減衰 Type 2

$$H_j(\omega) = \frac{1}{\omega_j^2} \frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2\right\} + i \{2\beta''\omega\}} \dots\dots\dots(3.7.b)$$

減衰 Type 3

$$H_j(\omega) = \frac{1}{\omega_j^2} \frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2\right\} + i \left\{2\beta \frac{\omega}{\omega_j}\right\}} \dots\dots\dots(3.7.c)$$

ところで、記号 $[S^F]$, $[S^X]$ をそれぞれ外力および系の応答パワー・スペクトル、密度マトリックスとすると、両者は系の動力学特性であるリセプタンスを通して、つぎの入出力関係式で表わされる^{9), 10)}。

$$[S^X] = [X] = [S^F] [X^*]^T \dots\dots\dots(3.8)$$

ここで、

$$[X] = [V] [H] [V]^T \dots\dots\dots(3.9)$$

$[X^*]^T$ は $[X]$ の転置共役リセプタンスである。

式 (3.8) の右辺は、地震外力、構造物の周波数特性を含んでいる。系の応答評価において、各固有モードの持つ効果、またそれらの間の相互効果を調べるために、外力のパワー・スペクトル $[S^F]$ を周波数に無関係な一定値 (white noise を意味する) に選ぶと、系の分散応答値は 10^2 個の積分

$$I_{ij} = \int_0^\infty H_c \cdot H_j^* d\omega \dots\dots\dots(3.10)$$

を含んで、

$$\{X\}_{M,s} = \text{diag.} \left\{ \int_0^\infty [S^X] d\omega \right\} \dots\dots\dots(3.11)$$

と計算される⁹⁾。ここにおいて、積分式 (3.10) は解析的に遂行され、減衰 Type 3 については

$$\tilde{I}_{jk} = \frac{2\pi(\beta_j\omega_j + \beta_k\omega_k)}{\{(\omega_k^2 - \omega_j^2)^2 + 4(\beta_j\omega_j + \beta_k\omega_k) \cdot (\beta_j\omega_k + \beta_k\omega_j)\omega_j\omega_k\}} \dots\dots(3.12)$$

$$\tilde{I}_{jj} = \frac{\pi}{4\beta_j\omega_j^3} \dots\dots\dots(3.13)$$

同様に減衰 Type 1 については

$$\tilde{I}_{jk} = \frac{2\pi(\beta_j'\omega_j + \beta_k'\omega_k)}{\{(\omega_k^2 - \omega_j^2)^2 + 4(\beta_j'\omega_j^2 + \beta_k'\omega_k^2) \cdot (\beta_j'\omega_k^2 + \beta_k'\omega_j^2)\}} \dots\dots(3.14)$$

$$\tilde{I}_{jj} = \frac{\pi}{4\beta_j'\omega_j^2} \dots\dots\dots(3.15)$$

減衰 Type 2 については、

$$\tilde{I}_{jk} = \frac{2\pi(\beta_j''\omega_j^2 + \beta_k''\omega_k^2)}{\{(\omega_k^2 - \omega_j^2)^2 + 4(\beta_j''\omega_j^2 + \beta_k''\omega_k^2) \cdot (\beta_j + \beta_k)\omega_j^2\omega_k^2\}} \dots\dots\dots(3.16)$$

$$\tilde{I}_{jj} = \frac{\pi}{4\beta_j''\omega_j^4} \dots\dots\dots(3.17)$$

ここで重要なのは、固有モードの持つ位相効果であって、モード間のクロス・パワー (式 (3.10) の非対角要素) のオーダが、固有モードのダイレクト・パワー (式 (3.10) の対角要素) と同じ大きさとなってくる場合である。このような多自由度系構造物の応答評価には、固有モード間の相互効果を考慮しなければならない。この問題を逆の見地から、すなわち、系応答評価に、固有モードの位相を無視した応答スペクトルの概念が適用できるという立場から定量的に把握すると⁹⁾、その範囲は減衰項の形に応じて式 (3.12)~式 (3.17) より

減衰 Type 1

$$\left\{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega_j}\right)^2\right\}^2 \gg \frac{8\beta_j'^2}{\omega_j^2}, \omega_j > \omega_k \dots\dots\dots(3.18)$$

減衰 Type 2

$$1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega_j}\right)^2 \gg 4\beta_j^2\omega_j^2 \left\{\left(\frac{\omega_k}{\omega_j}\right)^2 + 1\right\}, \omega_j > \omega_k \dots\dots\dots(3.19)$$

減衰 Type 3

$$1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega_j}\right)^2 \gg 4\beta_j^2 \left\{\left(\frac{\omega_k}{\omega_j}\right) + 2\right\}, \omega_j > \omega_k \dots\dots(3.20)$$

となる。これらの不等式は、減衰効果が大きくなれば、それだけ系の固有振動数間のへだたりが大きくなければならないことを示している。また、この制限は減衰 Type 1, 減衰 Type 3, 減衰 Type 2 の順序できつくなっている。

つぎに、各固有モード間の相互効果が、系の応答値において、どの程度まで影響してくるかを調べた。図-4 は、系の固有モード間の相互効果を無視した応答値と、真の応答値との差が、地盤条件によっていかに変化してくるかを描いたものである。減衰の形は、それぞれ式

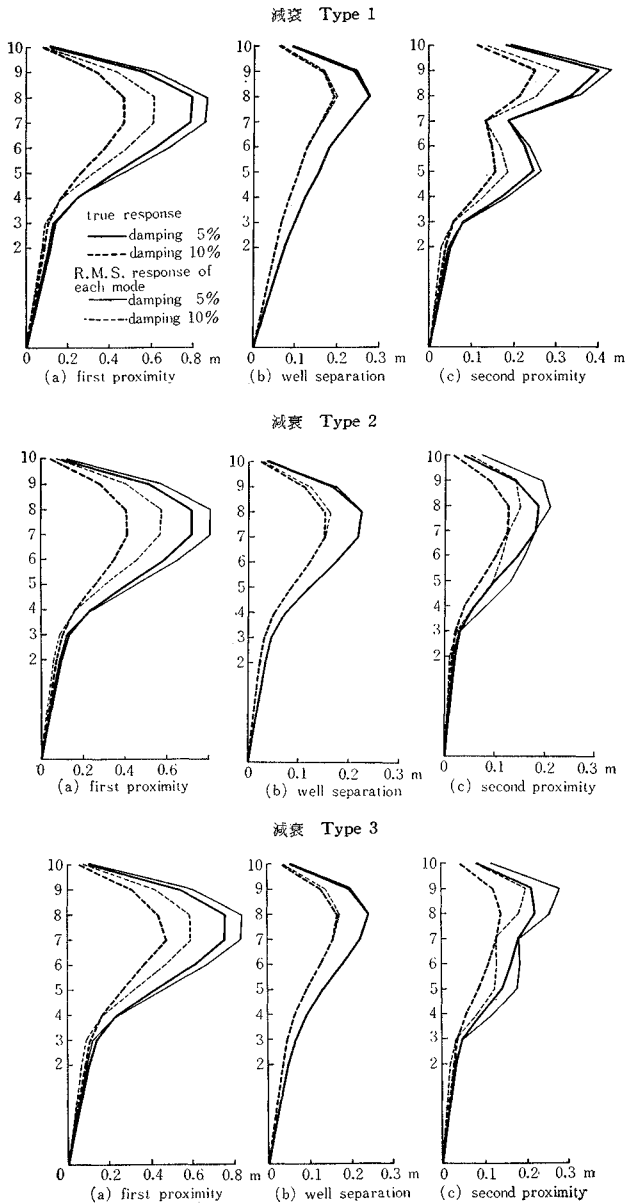


図-4 White Noise による系の応答 (Level 800 cm²/sec²)

(3.2), 式 (3.3), 式 (3.4) で仮定された減衰項に必ずずるものである。まず、系の固有振動数との関係において、(a) 図の1次と2次振動モードが接近した状態では、それらの間の相互効果が系の応答にかなり影響して、タワー断面4以上では応答値を減少させている。(c) 図の2次と3次振動モードが接近した状態では、当該モード間の相互効果は、断面7を除くタワー上部と下部で応答値を減少させている。しかし、いずれの場合にも、タワー基部において、固有モード間の相互効果は応答値を増している。これらの現象は、系のモード形状、それらの直交性に大きく関係しているところである。一

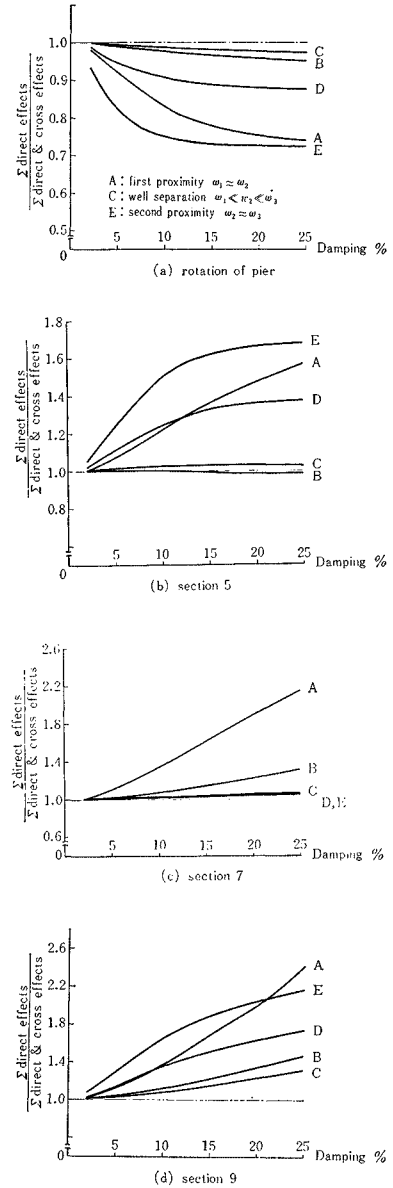


図-5 固有モードの位相効果

方、(b) 図の系の固有振動数が十分分離された状態においては、固有モード間の相互効果は無視できるほどになっている。つぎに、減衰効果との関係においては、固有モード間の相互効果は式 (3.18)~式 (3.20) で述べたことを如実に示している。その仮定については、応答値において、系の固有振動数との関係で影響が現われている。応答値の大きさは、式 (3.12)~式 (3.17) よりもわかるように、減衰 Type 1, 減衰 Type 3, 減衰 Type 2 の順になっている。

図-5 は固有モード間の相互効果を、減衰 Type 3 について、各モードの R.M.S. 値と真の応答値の比で

$\omega_3/\omega_2, \omega_2/\omega_1$ をパラメーターにして描いたものである。この図より、1次と2次振動モードの接近では、それらの間の相互効果は減衰定数とともに大きくなるが、2次と3次振動モードの接近では、一定値に漸近する傾向がある。

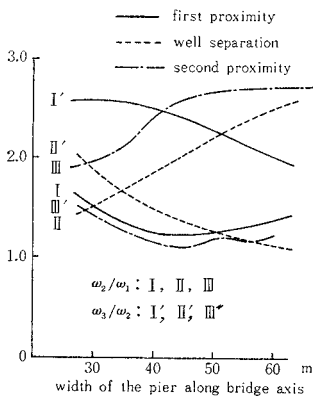


図-6 系の固有振動数比

これまでの、構造物の諸元寸法を一定にして、地盤条件を変化させて議論してきたが、ここで、構造物の最適動力系の問題を考えてみる。すでに、系の応答にピアーの回転慣性が大きく影響することを知っているので、タワー部断面は一定にして、ピアー寸法を変化させた。図-6 は、橋軸直角方向のピアー幅を 60 m とし、橋軸方向ピアー幅を変化させて、系の固有振動数比 $\omega_2/\omega_1, \omega_3/\omega_2$ をプロットしたものである。ここで、パラメーターの地盤係数は、図-2 の地盤領域 II, IV, VI を選んである。この図より、系の固有振動数の接近は、また、ピアーの寸法の関数ともな

っていることが理解される。そこで、ピアーの寸法をパラメーターにして、系の応答値を描いたのが図-7 である。減衰項の仮定により多少の差異はあるが、それぞれの地盤に対して、振動学上最適のピアー寸法が存在するように思われる。たとえば、地盤領域IIであればピアー幅は大きいほどよく、IVでは約 50 m のところに、一方VIでは 60 m か 30 m と 2種類存在する。もっとも、これは後で述べる入力地震波の周波数特性をも考慮してのことである。

4. 非定常確率過程としての地震外力のシミュレーション

前節では、構造物系を主体に解析を進めてきたが、いま一つ、耐震解析には地震外力の把握が不可欠である。ところで、地震はその発生機構・伝播媒体などの諸原因から、不規則変動量としての性質を有するが、この不規則変動量を時間をパラメーターにして、ある確率過程に従属せしめ、数式的表現を採ることが工学的に重要である。

一般に、地震加速度は、定常確率過程にしたがう量 $g(t)$ と、これをさらに非定常確率過程となす確定関数 $\psi(t)$ との積の形で表わされるであろう。V.V. Bolotin

にしたがえば¹⁰⁾、地震外力を

$$\ddot{z}_0 = f(t) = \sum_v \psi_v(\alpha_1, \dots, \alpha_r; t) \cdot g_v(\alpha_{r+1}, \dots, \alpha_n; t) \dots (4.1)$$

で表現し、 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ はサイミシテイ、地盤特性などに関する不規則パラメーターとしている。本文では、最も簡単な第1項のみを採用し、

$$f(t) = \psi(\alpha_1, \alpha_2; t) g(\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5; t) \dots (4.2)$$

ここで確定関数は

$$\psi(t) = (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}) H(t) \dots (4.3)$$

確率変動量 $g(t)$ は、定常ガウス分布にしたがうと仮定し、つぎのように規定する¹¹⁾。

$$E\{g(t)\} = E\{\dot{g}(t)\} = 0 \dots (4.4)$$

$$E\{g(t_1)g(t_2)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{i\omega(t_1-t_2)} d\omega \dots (4.5)$$

$$E\{\dot{g}(t_1)g(t_2)\} = -E\{g(t_1)\dot{g}(t_2)\} = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \Phi(\omega) e^{i\omega(t_1-t_2)} d\omega \dots (4.6)$$

$$E\{\dot{g}(t_1)\dot{g}(t_2)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi(\omega) e^{i\omega(t_1-t_2)} d\omega \dots (4.7)$$

ここで、 $\Phi(\omega)$ は確率変動量 $g(t)$ のパワー・

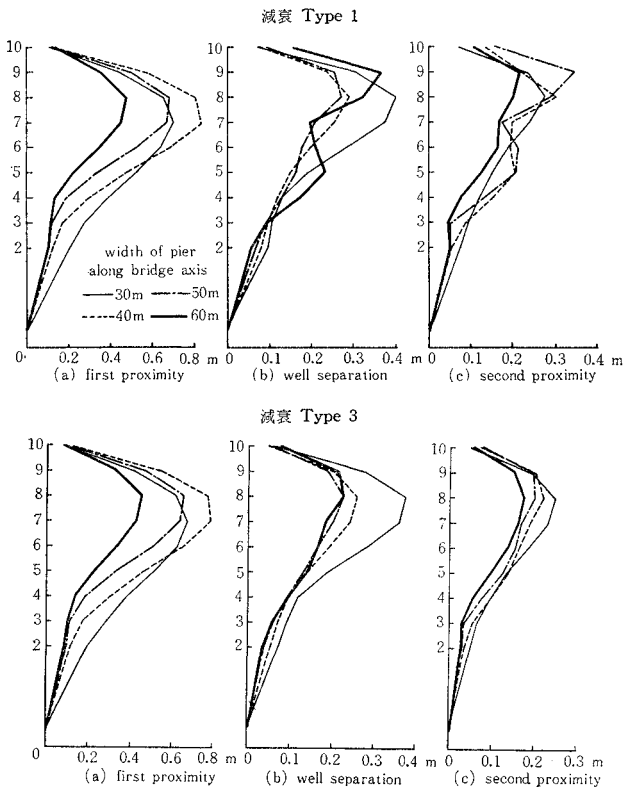


図-7 White Noise による系の応答 (Level 800 cm²/sec⁵)

スペクトル密度であって、本文では2階線形常微分方程式を有する系のホワイト・ノイズに対する出力パワー・スペクトルで置き換えている。すなわち

$$\ddot{g}(t) + 2\mu_0\dot{g}(t) + (\omega_0^2 + \mu_0^2)g(t) = n(t) \dots (4.8)$$

$$E\{n(t_1)n(t_2)\} = D\delta(t_1 - t_2) \dots (4.9)$$

したがって

$$\Phi(\omega) = D|H_0(\omega)|^2 \dots (4.10)$$

ただし

$$H_0(\omega) = \frac{(\omega_0^2 + \mu_0^2 - \omega^2) - 2i\mu_0\omega}{(\omega_0^2 + \mu_0^2 - \omega^2)^2 + 4\mu_0^2\omega^2} \dots (4.11)$$

ここで、 ω_0, μ_0, D は式(4.2)の不規則パラメーター $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ に相当するものである。

以上の特性を賦与させた地震外力 $f(t)$ について、つぎの諸量が計算される。

$$E\{f(t)\} = E\{\dot{f}(t)\} = 0 \dots (4.12)$$

$$E\{f(t_1)\dot{f}(t_2)\} = \psi(t_1)\dot{\psi}(t_2)E\{g(t_1)g(t_2)\} + \psi(t_1)\psi(t_2)E\{\dot{g}(t_1)\dot{g}(t_2)\} \dots (4.13)$$

$$E\{\dot{f}(t_1)\dot{f}(t_2)\} = \dot{\psi}(t_1)\dot{\psi}(t_2)E\{g(t_1)g(t_2)\} + \{\dot{\psi}(t_1)\psi(t_2) - \dot{\psi}(t_1)\psi(t_2)\}E\{\dot{g}(t_1)g(t_2)\} + \psi(t_1)\psi(t_2)E\{\dot{g}(t_1)\dot{g}(t_2)\} \dots (4.14)$$

また Fourier 変換を行なって、時間をパラメーターに持つ外力の一次元パワー・スペクトル密度を求めると

$$S^f(t, \omega) = DJ^{(0)}(t)\{L_1^{(0)}(t)K_1(\omega) - L_2^{(0)}(t)K_2(\omega)\}/4W_1 \dots (4.15)$$

$$S^{\dot{f}}(t, \omega) = DJ^{(1)}(t)\{L_1^{(1)}(t)K_1(\omega) - L_2^{(1)}(t)K_2(\omega)\}/4W_1 + DJ^{(1)}(t)\{L_1^{(0)}(t)K_3(\omega) - L_2^{(0)}(t)K_4(\omega)\}/4W_2 \dots (4.16)$$

$$S^{\dot{f}}(t, \omega) = DJ^{(1)}(t)\{L_1^{(1)}(t)K_1(\omega) - L_2^{(1)}(t)K_2(\omega)\}/4W_1 + D[J^{(1)}(t)\{L_1^{(0)}(t)K_3(\omega) - L_2^{(0)}(t)K_4(\omega)\} - J^{(0)}(t)\{L_1^{(1)}(t)K_3(\omega) - L_2^{(1)}(t)K_4(\omega)\} + J^{(0)}(t)\{L_1^{(1)}(t)K_5(\omega) - L_2^{(1)}(t)K_6(\omega)\}]/4W_2 \dots (4.17)$$

ここで、

$$J^{(0)}(t) = (e^{-a_1 t} - e^{-a_2 t}), \quad J^{(1)}(t) = \frac{d}{dt} J^{(0)}(t),$$

$$L_i^{(0)}(t) = e^{-a_i t}, \quad L_i^{(1)}(t) = \frac{d}{dt} L_i^{(0)}(t)$$

$$K_i(\omega) = \frac{(\alpha_i + \mu_0)\omega_0 + \mu_0(\omega + \omega_0)}{(\alpha_i + \mu_0)^2 + (\omega + \omega_0)^2} + \frac{(\alpha_i + \mu_0)\omega_0 - \mu_0(\omega - \omega_0)}{(\alpha_i + \mu_0)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

$$K_{i+2}(\omega) = \frac{\omega + \omega_0}{(\alpha_i + \mu_0)^2 + (\omega + \omega_0)^2} - \frac{\omega - \omega_0}{(\alpha_i + \mu_0)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

$$K_{i+4}(\omega) = \frac{\omega - \omega_0}{(\alpha_i + \mu_0)^2 + (\omega + \omega_0)^2}$$

$$K_{i+4}(\omega) = \frac{(\alpha_i + \mu_0)\omega_0 + \mu_0(\omega - \omega_0)}{(\alpha_i + \mu_0)^2 + (\omega - \omega_0)^2} + \frac{(\alpha_i + \mu_0)\omega_0 - \mu_0(\omega + \omega_0)}{(\alpha_i + \mu_0)^2 + (\omega + \omega_0)^2}$$

$$W_1 = \mu_0\omega_0(\mu_0^2 + \omega_0^2), \quad W_2 = \mu_0\omega_0$$

ただし、 i は 1 あるいは 2 を採るものとする。

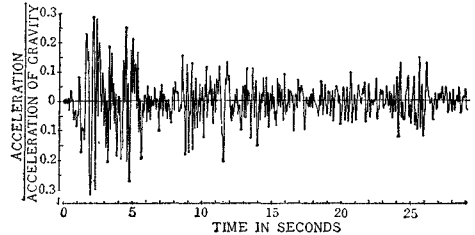


図-8 1940年 Imperial Valley 地震の EL CENTRO 強震記録, NS 成分

地震外力の数式的表現式(4.2)における確定量 $\psi(t)$ 、また、確率統計量 $g(t)$ のパワー・スペクトル密度 $\Phi(\omega)$ の決定に際しては、実際の強震記録をもとに行なった。そのうちの一つ、1940年 Imperial Valley 地震の EL CENTRO 強震記録の NS 成分(図-8)の自己相関関数、パワー・スペクトル密度を図-9に示す(図-

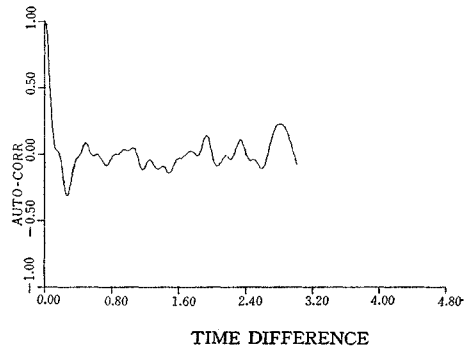


図-9 (a) 1940年 Imperial Valley 地震の EL CENTRO 強震記録 NS 成分の自己相関関数 (by KDC-II plotter)

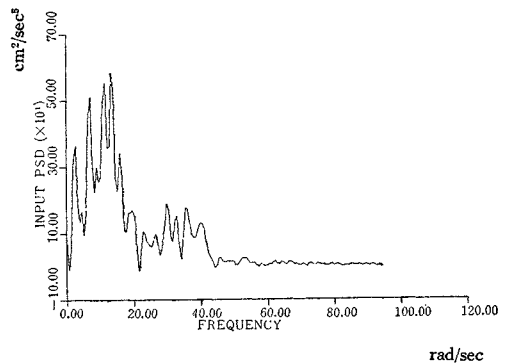


図-9 (b) 1940年 Imperial Valley 地震の EL CENTRO 強震記録 NS 成分のパワー・スペクトル密度 (by KDC-II plotter)

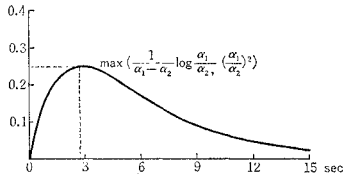


図-10 (a) 確定関数 $\psi(t)$

9 (a), (b) は電子計算機 KDC II が描いたものである。この結果、およびその他代表的地震記録を調べた結果、一般に、振動数領域 6~15 rad/sec で最大値 200~600 cm^2/sec^5 のピーク値を有し、30 rad/sec で急激に減少し、60 rad/sec 以上はほとんど消滅していることが明らかにされた。この事実と、解析対象構造物の周波数特性とを考慮に入れて、以下、系の応答解析のための入力波は、振動数 30 rad/sec までと規定する。一方、 $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ の不規則パラメーターは、確定関数については、 $\alpha_1=0.25, \alpha_2=0.5$ (図-10 (a)), 確率統計量については $\omega_0=12.5$ rad/sec, $\mu_0=3.86$ rad/sec, $D=8.0 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{sec}^5$ (図-10 (b)) と選んだ。以上のパラメーターより作成された入力波は、1940年 EL CENTRO 強震記録 NS 成分数秒間の波形特性と似たものとなる。図-11 は、式 (4.15) で計算されたパワー・スペクトル密度の時間的変位を描いたものである。

5. 非定常不規則外力による構造物の応答

前節までは、地震外力の特性、解析対象構造物の動力学特性、またその応答評価法について調べてきたが、つぎに系の非定常応答について、式 (3.8) を用いてスペクトル解析を行なう。ところで、構造物の非定常応答を、分布の正規性の前提のもとに、変位応答、

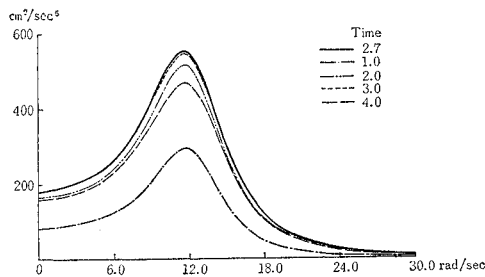


図-11 非定常入力のパワー・スペクトル密度

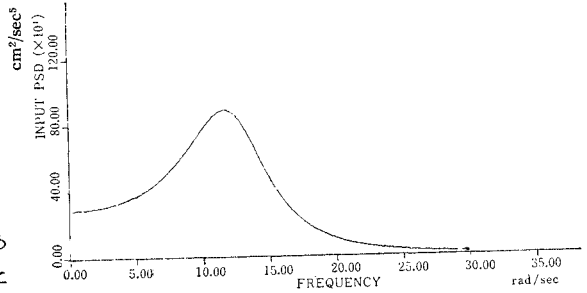


図-10 (b) 定常確率関数 $g(t)$ のパワー・スペクトル密度 (by KDC-II plotter)

速度応答の分散、それらの間の共分散の形で求めれば、構造物の安全性を応答レベル超過確率の形で評価でき

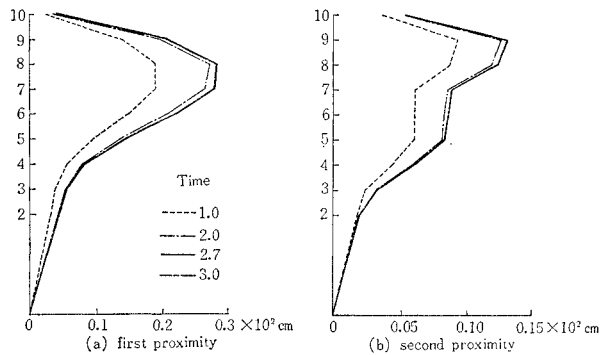


図-12 (a) {変位応答の分散}^{1/2} 5% damping of each mode

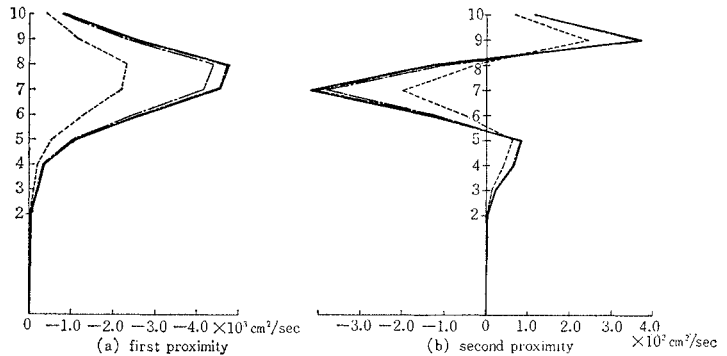


図-12 (b) 変位応答と速度応答の共分散 5% damping of each mode

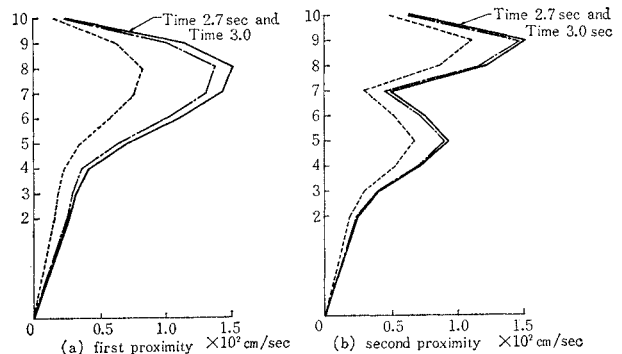


図-12 (c) {速度応答の分散}^{1/2} 5% damping of each mode

る¹²⁾。図-12は、応答スペクトルを Fourier 逆変換して算出した応答確率量を描いたものである。分散の値を見ると、系の固有振動数の接近が影響して、第1番目の固有振動数間の接近した状態での値が、第2番目の接近の状態での値よりオーダが大きく、変位応答と速度応答の相関係数は、前者の場合はほとんど1.0に近くなるが、後者の場合は零近くなる。この事実は、低次モード間の接近は、変位応答と速度応答が密接に関係があるのに対して、高次モード間の接近では、それらは確率統計的に互いに独立しているということの意味している。

6. 逐次直接積分 (β 法) による系応答と不規則振動論による系応答との比較

多自由度系構造物において、逐次直接積分によって得られた結果は、系応答に対して厳密解を与える。本研究においては、Newmark の β 法¹³⁾を採用し、入力波として 1940 年 EL CENTRO 強震記録 NS 成分を選んである。

系の固有振動数比をパラメーターにして、すなわち、地盤条件を 図-2 の地盤領域 II, IV, VI で、各振動モード 5%, 10% の減衰 Type 3 の減衰系について計算した。図-13には、厳密解、各振動モードの最大値の R.M.S. 値、同じく絶対値和について描いてある。これらの直接積分の結果と、3節の不規則振動論の結果とはよく一致している。ただし、後者での最大値応答は、約3倍する必要がある。

以上の事実より、4節で数式化した入力波は、その不規則パラメーター $\alpha_1, \dots, \alpha_5$ を含んで構造物の耐震解析に有効に利用されることが理解される。

7. 一般的な減衰系の応答解析

多自由度系構造物においては、その減衰機構の複雑さのために、一般的な形の減衰項(直交モード座標系においても対角化できず、非対角要素が残留し、固有モード間の連成運動が誘引される¹⁴⁾)についても解析は必要である。そこで、式(3.8)の系の応答パワー・スペクトル密度算出にあたって、式(3.9)を用いず、系の運動方程式(2.1)において、減衰効果も含めた複素数剛性マトリックスを用い、応答座標でのリセプタンスを直接求めた。この方法であると、解析対象構造物の周波数応答関数を固有モード間の連成運動を含めた形で求められる。図-14は減衰 Type 1 の減衰系について、ピアアの減衰を変化させて描いた応答関数である。これらの振

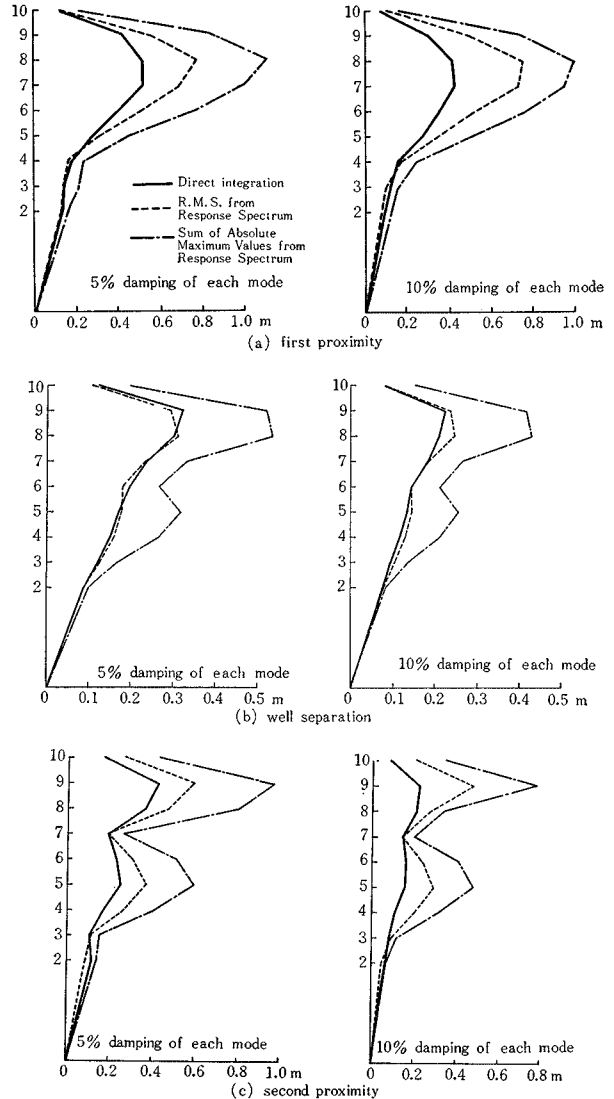


図-13 EL CENTRO 1940 年 NS 成分に対する直接積分最大応答値

幅特性図より、系の周波数特性が各断面で異なり、地盤条件の影響はピアア部に顕著に現われるが、タワー部は概して同じ傾向を示して、下部・上部では高次モードまで有するが、中央部では1次モードが大きいことがわかる。ところで、4節で作成した入力波に対する系の応答パワー・スペクトルを描いたのが 図-15 である。1次と2次モードが接近した場合は、1次と2次モードしか現われていないが、これらも減衰効果が大きくなると1つに統合されている。各固有モードがよく分離された場合には、各断面の周波数領域での外力の吸収性がよく現われている。2次と3次モードが接近した場合には、当該モードを含まない断面7を除く系全体にわたって、2次と3次モードの吸収性が大きく、これらも減衰が大き

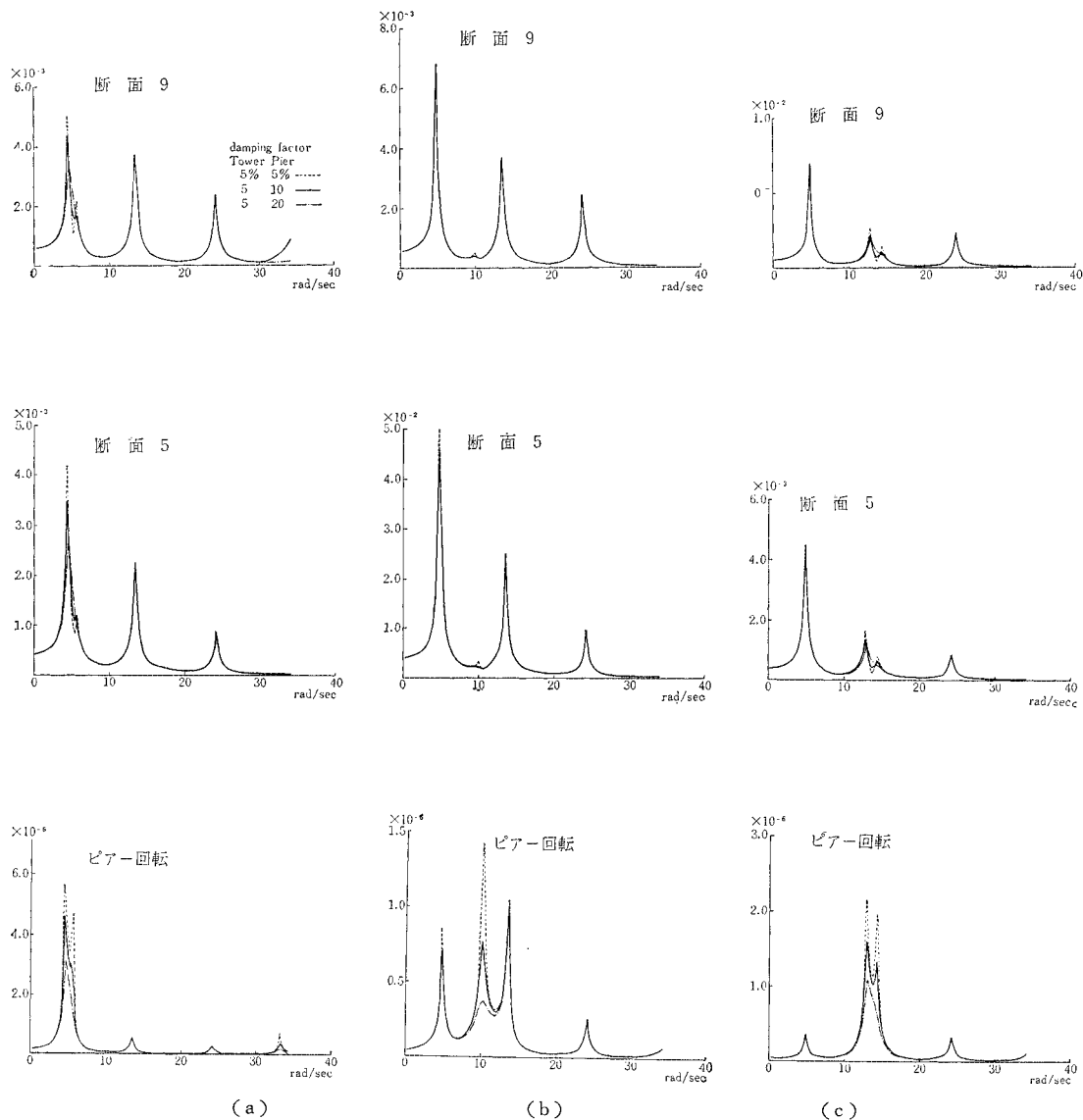


図-14 周波数応答関数

くると1つに統合されている。図-16は、以上のパワー・スペクトルより Fourier 逆変換して求めた応答図であり、ピアール部の減衰性によるタワー部の応答への効果を調べたものである。図-14の周波数特性を参照して、ピアール部の周波数特性がタワー部の応答形状、応答量にまでおよんでくることがわかる。このことから、入力波の周波数特性地盤特性を考慮に入れて、ピアール部の周波数特性を適正ならしめるようにピアールの寸法を決定することが、耐震工学上必須となってくる。

8. 結 語

本研究では、長大つり橋タワー・ピアール系を用いて、不規則外力による多自由度系の応答の持つ特殊性について考察したが、得られた結果を要約して列挙すればつぎのようである。

(1) 本研究で対象としたような複雑な構造物では、地盤条件あるいはその下部構造によって、系の固有モードが接近したり、離れたりする。その結果、応答評価に

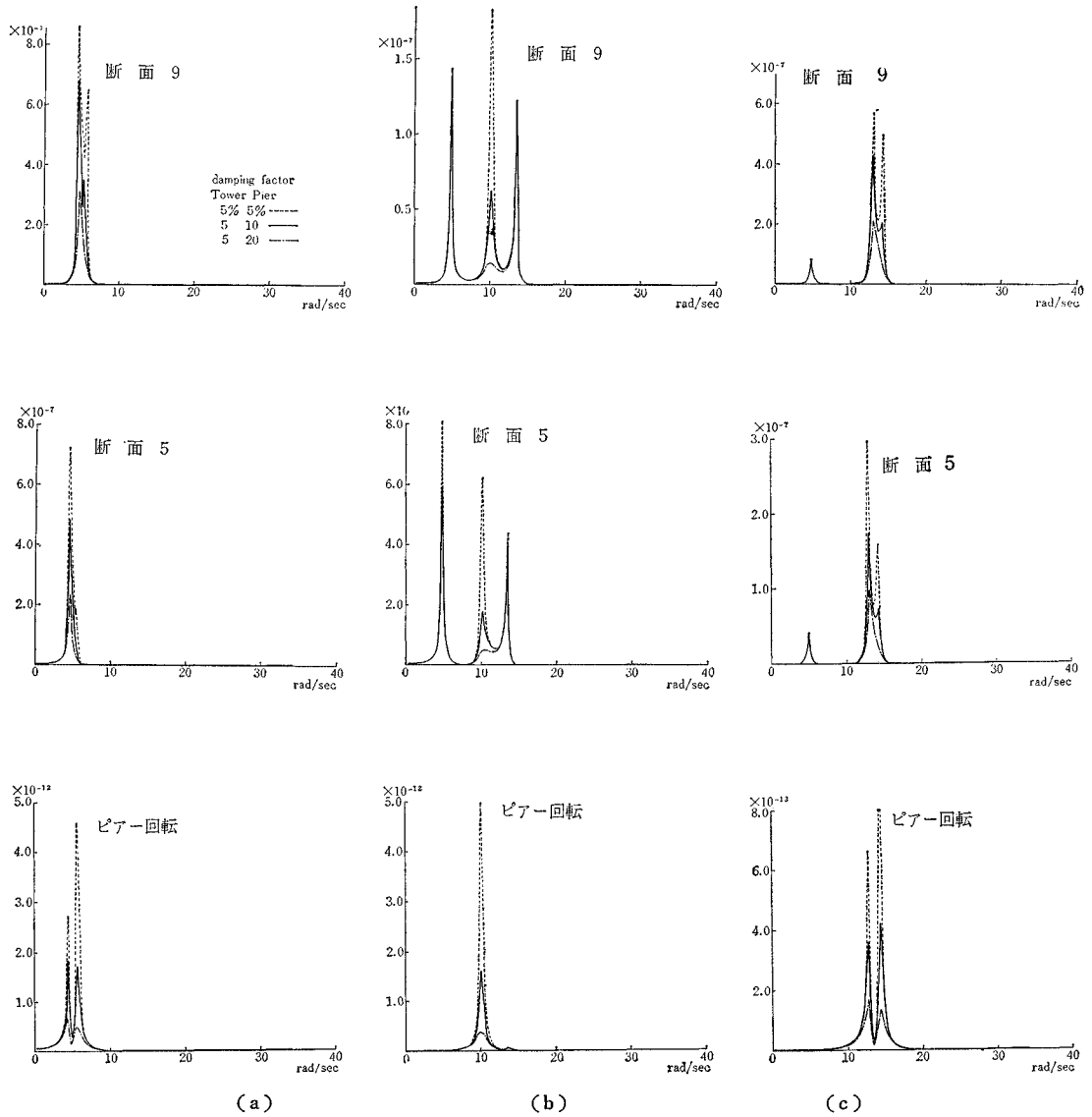


図-15 応答ワー・スペクトル密度

において、高次にわたる固有モードを考慮する必要があり、それらの持つ相互効果が重要となってくる。そして、このモード間の相互効果は、系の固有振動数との関数となっている。

(2) 多自由度系構造物の減衰項の仮定は、系の固有振動数との関連において応答に大きく影響する。モード解析の対象となるのは、この特殊な形に限られているが、その他の減衰形については、応答座標でのリセプタンスを直接求めることによって応答評価を行なえる。

(3) 多自由度系構造物の動的耐震設計には、地震外

力の周波数特性と、系の周波数応答関数を考慮して、外力の取り方に、系の各断面について周波数領域での吸収性を考慮する必要がある。

(4) 変位応答を考慮した適正動力学系の抽出という問題は、複雑な多自由度系構造物ほど重要であり、またそのような構造物は、各固有振動数の十分な分離による適正周波数応答関数を与えることによって達成できる。

(5) 地震外力に対しては、その非定常性を有する確率統計量を数式化し、パラメーター領域で、地盤条件、サイスミシティを近似させて、スペクトル解析に便利な

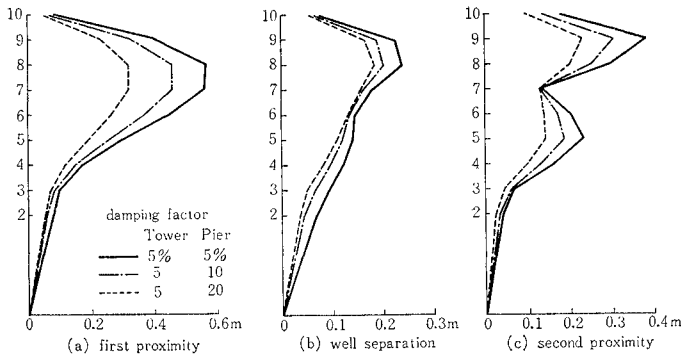


図-16 リセパンスによる系の応答解析 減衰 Type 1

方向を採ることができる。

(6) 本研究で用いた不規則振動論による構造物耐震解析は、強震記録に対する直接積分の結果とよく一致し、さらに、入力、系特性に対して概括的であり、応用面に普遍性を有する。

なお今後、研究を必要とする問題点としては、

(1) 構造物の減衰機構を、より理論的に、解明し、より合理的な減衰系の解析を行なう。

(2) 同一確率統計量を持つが、波形が異なる入力波の構造物応答におよぼす効果を究明する。

などがあげられよう。

参考文献

- 1) Jennings, R.L. and Newmark, N.M.: Elastic Response of Multistorey Shear Beam Type Structures Subjected to Strong Ground Motion, Proc. of II WCEE Vol. 2, pp. 863-878, 1960
- 2) Merchant, H.C. and Hudson, D.E.: Mode Superposition in Multi-degrees of Freedom Systems Using Earthquake Response Spectrum Data, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 52 No. 2 pp. 405-416, April, 1962

- 3) 小西・山田：長大スパンつり橋タワーの耐震設計法に関する研究，土木学会論文集第104号，昭和39.4，pp. 9-17
- 4) Konishi, I. and Yamada, Y.: Earthquake Response and Earthquake Resistant Design of Long Span Suspension Bridges, Proc. of III WCEE, Vol. 3, IV-312, 1965
- 5) Ochi, Y.: Response Spectrum of Multi-mass System, Proc. of Japan Earthquake Engineering Symposium, 1966, pp. 279-284
- 6) Lin Y.K.: Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1967 pp. 155-159
- 7) Heer, E.: Coupled Systems Subjected to Determinate and Random Input, Int. J. Solids Structures, 1967, Vol. 3, pp. 155-166
- 8) Robson, U.P.: The Random Vibration Response of a System Having Many Degrees of Freedom, The Aeronautical Quarterly, Feb. 1958, pp. 21-30
- 9) БОЛОТИН В.В.: СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ВСТЯОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ, Изданице Бгрозое, переработанное и Биоолненное, Москва 1965 pp. 150-251
- 10) СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ, Изданице второс, иереработанное ц биоолненное, pp. 150-152
- 11) Shinozuka, M. and Henry L.: Random Vibration of a Beam Column, Jour. Eng. Mec. Div., Proc. of the American Soc. Civ. Eng., Oct. 1965, pp. 123-143
- 12) Shinozuka, M.: Probability of Structural Failure under Random Loading, Jour. Eng. Mec. Div., Proc. of the American Soc. Civ. Eng., Oct. 1964 pp. 147-170
- 13) Newmark, N.M.: Computation of Dynamic Structural Response in the Range Approaching Failure, Proc. of Symposium of Earthquake and Blast Effects of Structures, 1952, pp. 114-128
- 14) Bishop, R.E.D. and Johnson, D.C.: On damped Free Vibration with Paricular Reference to Systems having Neary-Equal Naturai Frequencies, The Aeronautical Quarterly, Feb. 1966 pp. 71-95

(1968.8.10・受付)