

正規圧密粘土の非排水せん断に伴う 有効応力の変化特性について*

ON THE EFFECTIVE STRESS PATHS OF NORMALLY
CONSOLIDATED CLAYS UNDER UNDRAINED SHEAR

島 昭治郎**・太田 秀樹***
By Shojiro Hata and Hideki Ohta

1. は し が き

現在の土質力学における地盤および土構造物の安定解析の理論は、土の極限的なせん断抵抗力だけに注目して組み立てられている。したがって設計において土のせん断をとりあつかう場合には、応力に関する破壊条件だけを考慮している。しかし、構造物の密集した市街地における地盤のカットその他の施工中に地盤が変形し、近隣の構造物に損害を与える例はきわめて多い。このため変形を考慮した安定解析法の必要性が痛感されるが、そのアプローチとして土のせん断特性をせん断の全過程にわたってとらえる試みが考えられる。

粘土のせん断特性を支配する要素は、粘土鉱物の性質、粘土の骨組構造、間げき水の物理化学的な性質、含水比、応力履歴、せん断時の応力状態、せん断はやさ、温度などきわめて多く、それらの間の相互関係は複雑である。従来、これらの要素が粘土のせん断特性に与える影響に関する実験的な研究は多いが、それらを統一的に説明することができる理論または仮説はない。筆者らは粘土のせん断特性に関する多くの実験的事実を、より統一的な体系として表現するためには、破壊点という、定義の不明確なある特定の点だけをとりあつかうより、せん断過程全体を問題にする方が正確な判断を下すうえで優れていると考える。したがって本論文においては、正規圧密粘土を非排水状態に保ったまま、せん断応力を増加させた場合に得られる stress path を表わす式を、正規圧密粘土の圧密特性とダイレイタンシーに関する実験的な関係式を基礎にして導いた。この式により等方圧密、異方圧密された正規圧密粘土の非排水せん断にお

ける stress path が求められるのみならず、せん断特性におよぼす中間主応力の影響を示すことができ、また平面ひずみ状態における stress path を近似的に与えることができる。

2. 正規圧密粘土の体積変化

正規圧密粘土を非排水状態に保ってせん断すると、せん断の進行とともに間げき水圧が発生し、有効応力が次第に減少する。非排水で水圧が生ずるという現象は、排水状態で体積変化が生ずるという現象と表裏の関係にあり、したがって非排水せん断中の有効応力の変化特性は排水せん断における体積変化特性と対応するものであることが容易に予想される。正規圧密粘土の体積変化を等方圧力によるものとせん断変形にともなうものに分けて考えると便利である。等方圧力による体積変化については、圧密完了後の間げき比 e と有効応力表示での平均主応力の対数 $\log \sigma_m'$ の間にほぼ直線的な関係が存在することが実験的に確かめられている。この関係から等方圧力の微小変化による粘土の微小体積変化量は、

$$\frac{dV}{V} = C(1-n) \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。ここで、 V 、 σ_m' はそれぞれ粘土の体積と圧密完了時における有効応力表示での平均主応力を表わし、 n は間げき率、 C は圧縮指数に相当する定数である（正規圧密粘土では非排水せん断中に σ_m' が減少してゆくため、 $e \sim \log \sigma_m'$ カーブにおける swelling のときの傾き C_s に相当する。式 (1) のくわしい誘導は文献 1) を参照）。正規圧密粘土のせん断変形に伴う体積変化（ダイレイタンシー）に関して、つぎの関係式が成立することが柴田²⁾によって与えられている。

$$\frac{V_d}{V_0} = D' \frac{(\sigma_1' - \sigma_3') - \sigma_{nd}}{\sigma_m'} \dots\dots\dots (2)$$

ここで V_0 、 V_d はそれぞれせん断前の粘土の体積とダイレイタンシーによる体積変化量を示し、 σ_{nd} は $(\sigma_1' - \sigma_3')$

* 昭和 43 年度土木学会関西支部年次学術講演会において一部発表。昭和 43 年度土木学会年次学術講演会において概要発表

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

*** 学生会員 工修 京都大学大学院博士課程

がこの値を越えるまではダイレイタンシーがおこらないことを表わすある定数である。また D' は粘土によってきまると思われる 1 つの定数であり、圧密圧力すなわち粘土の含水比に無関係である。式 (2) の関係は軽部・栗原³⁾によってさらに拡張され、 $(\sigma_1' - \sigma_3')$ のかわりに τ_{oct} をとって同様の関係が成立することが確かめられている。すなわち式 (2) は、

$$\frac{V_d}{V_0} = D \frac{\tau_{oct} - \tau_{nd}}{\sigma_m'} \dots\dots\dots (3)$$

の形に拡張された。式 (3) を微分することにより、せん断応力の微小増加にともなう微小体積減少が、

$$\frac{dV}{V_0} = D \frac{d\tau_{oct}}{\sigma_m'} - D \frac{\tau_{oct} - \tau_{nd}}{\sigma_m'} \cdot \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} \dots\dots (4)$$

の形で与えられる。ダイレイタンシーによる体積変化量はかなり小さいため、式 (4) において V_0 のかわりに微小変化する前の粘土の体積 V とおいても差しつかえない。したがって排水条件を保ちながら等方圧力とせん断応力を加えられている正規圧密粘土が応力の微小変化に対して示す微小体積変化量は式 (1), (4) を加え合せることによって、

$$\begin{aligned} \frac{dV}{V} = & C(1-n) \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} + D \frac{d\tau_{oct}}{\sigma_m'} \\ & - D \frac{\tau_{oct} - \tau_{nd}}{\sigma_m'} \cdot \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} \dots\dots (5) \end{aligned}$$

の形で示される。この場合、等方圧力とせん断変形による体積変化がそれぞれ独立に生じ、それらを単に加え合せることによって総体積変化量が得られるという保証はないが、微小な体積変化に対しては十分な精度を得ることができると考えられる。

以上の議論は正規圧密粘土に対する従来の実験的事実に基づくものであるが、今後さらに多くの実験事実が得られることにより、修正を余儀なくされる可能性がないとはいえない。したがってこれからの理論的展開に先だって、筆者らがとりあつかう材料はその体積変化特性が式 (5) で示されるような材料であると定義しておく方がよいと思われる。正規圧密粘土の体積変化特性が厳密に式 (5) で表現されるとはいいきれないが、式 (5) を基礎として展開した理論によって、従来統一的に説明しえなかった正規圧密粘土の多くの性質を説明することができる。すなわち本理論は体積変化特性が式 (5) で与えられるような材料について適用されるべきものであるが、正規圧密粘土に対して適用しても理論と実験との間に生ずる相違は小さく、後述するようにきわめて満足すべき精度で実験的事実を説明することができる。

3. stress path について

体積変化特性が式 (5) によって与えられるような正規

圧密粘土に類似した材料を、非排水の条件のもとにせん断する場合、体積変化はせん断の全過程を通じて零でなければならない。したがって、等方圧力とせん断変形による体積変化が全体としては零になるように有効応力が変化すると考えることはきわめて自然である。すなわち式 (5) の左辺を 0 と置くことにより、非排水せん断される材料に働らく有効応力が満たすべき関係式として、

$$C(1-n)d\sigma_m' + Dd\tau_{oct} - D \frac{\tau_{oct} - \tau_{nd}}{\sigma_m'} d\sigma_m' = 0 \dots\dots\dots (6)$$

を得ることができる。いま、

$$\mu_1 = D/C(1-n) = \mu_0/(1-n) \dots\dots\dots (7)$$

と置けば、非排水せん断中は全体としての間げき率 n が変化しないため μ_1 は一定となり、材料のせん断特性は係数 μ_1 と τ_{nd} により表現される。 μ_1 を用いて式 (6) を書き換えると、

$$\left(\frac{1}{\mu_1} - \frac{\tau_{oct} - \tau_{nd}}{\sigma_m'} \right) d\sigma_m' + d\tau_{oct} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

なる式が得られる。さて、材料に作用する主応力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ とし、間げき水圧 u が存在する場合、有効応力を $\sigma' = \sigma - u$ で表わすと、有効応力表示の主応力は、

$$\sigma_1' = \sigma_1 - u, \sigma_2' = \sigma_2 - u, \sigma_3' = \sigma_3 - u \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。これらの間に、

$$\sigma_1' \geq \sigma_2' \geq \sigma_3' \dots\dots\dots (10)$$

なる関係があると、中間主応力 σ_2' の大きさを、

$$\sigma_2' = N\sigma_1' + (1-N)\sigma_3' \dots\dots\dots (11)$$

すなわち、

$$N = (\sigma_2' - \sigma_3') / (\sigma_1' - \sigma_3') \dots\dots\dots (12)$$

によって規定すれば¹⁾、三主応力が一致する場合を除いて N は 0 と 1 との間の正数値をとる。軸方向応力 σ_a' と軸対称な側圧 σ_r' を土に与える通常の三軸試験においては、compression test での応力状態が、

$$\sigma_1' = \sigma_a', \sigma_3' = \sigma_r', N = 0 \dots\dots\dots (13)$$

で示され、extension test での応力状態が、

$$\sigma_1' = \sigma_r', \sigma_3' = \sigma_a', N = 1 \dots\dots\dots (14)$$

で示される。 N を用いて 8 面体応力 σ_{oct}' 、 τ_{oct} を求めると、それぞれ、

$$\begin{aligned} \sigma_{oct}' = \sigma_m' &= \frac{1}{3}(\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3') \\ &= \frac{1}{3}\{(1+N)\sigma_1' + (2-N)\sigma_3'\} \dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{oct} &= \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1' - \sigma_2')^2 + (\sigma_2' - \sigma_3')^2 + (\sigma_3' - \sigma_1')^2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{1-N+N^2} (\sigma_1' - \sigma_3') \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

で与えられる。式 (15), (16) を式 (18) に代入すると、

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\mu_1} - \frac{\sqrt{2}(1-N+N^2)\{(\sigma_1' - \sigma_3') - \sigma_{nd}\}}{(1+N)\sigma_1' + (2-N)\sigma_3'} \right] \\ & \cdot d \left[\frac{1}{3}\{(1+N)\sigma_1' + (2-N)\sigma_3'\} \right] \end{aligned}$$

$$+d\left[\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{1-N+N^2}(\sigma_1'-\sigma_3')\right]=0\dots(17)$$

となる。ここで σ_{nd} は、

$$\sigma_{nd}=\frac{3}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{1-N+N^2}}\tau_{nd}\dots\dots\dots(18)$$

である。せん断中に N が変化せず一定値を保つという条件を入れると、式 (17) は、

$$\begin{aligned} & [(1+N)^2\sigma_1'+\{(1+N)(2-N)+3\mu\sqrt{1-N+N^2}\}\sigma_3' \\ & + (1+N)\sqrt{1-N+N^2}\mu\sigma_{nd}]d\sigma_1' \\ & + [\{(1+N)(2-N)-3\mu\sqrt{1-N+N^2}\}\sigma_1' \\ & + (2-N)^2\sigma_3'+(2-N)\sqrt{1-N+N^2}\mu\sigma_{nd}]d\sigma_3'=0 \\ & \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

となる。ここで $\mu=\sqrt{2}\mu_1$ である。式 (19) の特異点は、

$$\begin{aligned} & (1+N)^2\sigma_1'+\{(1+N)(2-N)+3\mu\sqrt{1-N+N^2}\}\sigma_3' \\ & + (1+N)\sqrt{1-N+N^2}\mu\sigma_{nd}=0 \\ & \{(1+N)(2-N)-3\mu\sqrt{1-N+N^2}\}\sigma_1'+(2-N)^2\sigma_3' \\ & + (2-N)\sqrt{1-N+N^2}\mu\sigma_{nd}=0\dots\dots(20) \end{aligned}$$

なる連立方程式を満足する (σ_1', σ_3') として与えられる。そこで式 (20) を解くと、

$$\sigma_1'=\frac{1}{3}(2-N)\sigma_{nd}, \sigma_3'=-\frac{1}{3}(1+N)\sigma_{nd}\dots(21)$$

が得られる。式 (21) で与えられる特異点の座標を $(\sigma_{10}', \sigma_{30}')$ とし、式 (19) における定数項を消すために、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1' &= S_1 + \sigma_{10}' = S_1 + \frac{1}{3}(2-N)\sigma_{nd} \\ \sigma_3' &= S_3 + \sigma_{30}' = S_3 - \frac{1}{3}(1+N)\sigma_{nd} \end{aligned} \right\} \dots\dots(22)$$

と置くと、式 (19) は、

$$\begin{aligned} & [(1+N)^2S_1+\{(1+N)(2-N)+3\mu\sqrt{1-N+N^2}\} \\ & \cdot S_3]dS_1+[\{(1+N)(2-N)-3\mu\sqrt{1-N+N^2}\} \\ & \cdot S_1+(2-N)^2S_3]dS_3=0\dots\dots(23) \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$k=S_3/S_1\dots\dots\dots(24)$$

と置いて、式 (23) に代入すると、

$$\frac{dS_1}{S_1}=-\left[\frac{2-N}{(2-N)k+(1+N)}-\frac{3\mu\sqrt{1-N+N^2}}{\{(2-N)k+(1+N)\}^2}\right]dk\dots\dots(25)$$

なる微分方程式が得られる。式 (2) からわかるように、式 (25) は主応力差 $(\sigma_1'-\sigma_3')$ が σ_{nd} を越えない間は成立しないから、主応力差が σ_{nd} に等しいときの応力状態を i なる添字をつけた記号で表わすと、

$$\sigma_{1i}'-\sigma_{3i}'=\sigma_{nd}\dots\dots\dots(26)$$

となる。式 (26) を式 (22), (24) に代入することにより、

$$S_{1i}=S_{3i}=\sigma_{mi}'\dots\dots\dots(27)$$

$$k=1\dots\dots\dots(28)$$

が得られる。そこで式 (27), (28) を初期条件として式

(25) を解くと、

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_1}{\sigma_{mi}'} &= \frac{3}{(2-N)k+(1+N)} \\ & \cdot \exp\left\{-\mu\frac{\sqrt{1-N+N^2}(1-k)}{(2-N)k+(1+N)}\right\} \\ \frac{S_3}{\sigma_{mi}'} &= \frac{3k}{(2-N)k+(1+N)} \\ & \cdot \exp\left\{-\mu\frac{\sqrt{1-N+N^2}(1-k)}{(2-N)k+(1+N)}\right\} \end{aligned} \right\} (29)$$

となる。式 (29) に式 (22) を代入すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1'}{\sigma_{mi}'} &= \frac{3}{(2-N)k+(1+N)} \\ & \cdot \exp\left\{-\mu\frac{\sqrt{1-N+N^2}(1-k)}{(2-N)k+(1+N)}\right\} + \frac{2-N}{3}\frac{\sigma_{nd}}{\sigma_{mi}'} \\ \frac{\sigma_3'}{\sigma_{mi}'} &= \frac{3k}{(2-N)k+(1+N)} \\ & \cdot \exp\left\{-\mu\frac{\sqrt{1-N+N^2}(1-k)}{(2-N)k+(1+N)}\right\} - \frac{1+N}{3}\frac{\sigma_{nd}}{\sigma_{mi}'} \end{aligned} \right\} (30)$$

の形で stress path を与える方程式が得られる。

以上の議論は $\sigma_1'-\sigma_3' \geq \sigma_{nd}$ の範囲内で適用されるが、 $\sigma_{nd}=0$ の場合には $\sigma_1'=\sigma_3'$ のとき式 (12) により中間主応力比 N を定義することができない。したがって初期条件式 (27), (28) は意味を持たず、式 (30) を得ることができない。しかし式 (30) に $k=1, \sigma_{nd}=0$ を代入すると、 N の値にかかわらず $\sigma_1'=\sigma_3'=\sigma_{mi}'$ が得られる。このため式 (30) を $(\sigma_1'-\sigma_3') \geq \sigma_{nd} \geq 0$ なるすべての応力範囲内で適用して差しつかえない。

4. 正規圧密粘土への適用

ここでは 3. における理論を正規圧密粘土に対して適用し、その妥当性を検討する。

(1) $\sigma_{nd}=0$ の場合

$\sigma_{nd}=0$ の場合、stress path を与える式は式 (30) に $\sigma_{nd}=0$ を代入することにより、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1'}{\sigma_{mi}'} &= \frac{3}{(2-N)k+(1+N)} \\ & \cdot \exp\left\{-\mu\frac{\sqrt{1-N+N^2}(1-k)}{(2-N)k+(1+N)}\right\} \\ \frac{\sigma_3'}{\sigma_{mi}'} &= \frac{3k}{(2-N)k+(1+N)} \\ & \cdot \exp\left\{-\mu\frac{\sqrt{1-N+N^2}(1-k)}{(2-N)k+(1+N)}\right\} \end{aligned} \right\} (31)$$

となる。この場合、式 (21) より特異点は $\sigma_1' \sim \sigma_3'$ 図上で原点になることが示され、式 (24) により $k=\sigma_3'/\sigma_1'$ であることが与えられる。 $N=0$ は通常の三軸圧縮試験に相当する応力状態を表わすが、その時の stress path が μ 値によってどのようにかわるかを示したのが図 1 (a) である。式 (7) からわかるように $\mu=\sqrt{2}\mu_1$ は

D/C に比例する。 D はダイレイタンスーに関する係数であり、 C は $e \sim \log \sigma_m'$ 曲線における C_s に相当する値であるため、 μ は D が同じであれば C が大きい粘土ほど小さい値をとる。P.I. が大きい粘土ほど C_s が

大きいのが普通であるから、そのような粘土のせん断ともなう間げき水圧の発生は比較的小さく、したがって stress path が立ってくる傾向が予想される。図-1 (b), (c) にある特定の μ 値に対して中間主応力比 N をかえたときの stress path を示した。これらの図で compression ($N=0$) と extension ($N=1$) とをくらべてみると、 μ が大きくないときは $N=0$ よりも $N=1$ に対応する path の方が下方に位置を占め、同じ $(\sigma_1' - \sigma_3')$ を表わす線 ($\sigma_1'/\sigma_{mi}' = \sigma_3'/\sigma_{mi}'$ 線に平行な直線群の1つ) との交点が左下になる。すなわち $N=0$ よりも $N=1$ の path の方が同じ $(\sigma_1' - \sigma_3')$ に対しては間げき水圧の発生が大きいことがわかる。しかしながら、現在のところ compression test と extension test において粘土が同一の μ 値を示すという保証を与えるに十分な量の実験データがないため、ある粘土の compression test と extension test の stress path が μ を一定にして N をかえた理論値に一致するとは断言できない。 μ が大きくないときは stress path に対して中間主応力がおよぼす影響はかなり大きく、同じ μ 値に対しては N が大きい path の方がゆるやかなカーブを描いている。多くの構造物は2次元問題として設計され、また実際にも土が荷重に対して平面ひずみ状態で抵抗することが多いと考えられる。平面ひずみに関する軽部・原田³⁾の研究によれば、せん断中に N はある程度変化する。3. で与えた stress path の式は、誘導過程において N がせん断中一定値を保つことを仮定しているため、平面ひずみ状態における stress path を与えることができない。しかし平面ひずみ状態を維持するために N が変化する範囲は $0.2 \sim 0.4$ でそれほど大きくない。したがって平面ひずみ状態における stress path は図-2 のように N をある範囲内で変化させたときに得られる stress path 群によって占められる微小な面内から大きく離れることはな

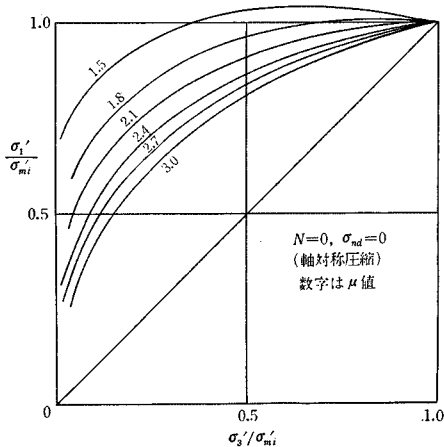


図-1 (a) 軸対称圧縮試験における理論曲線

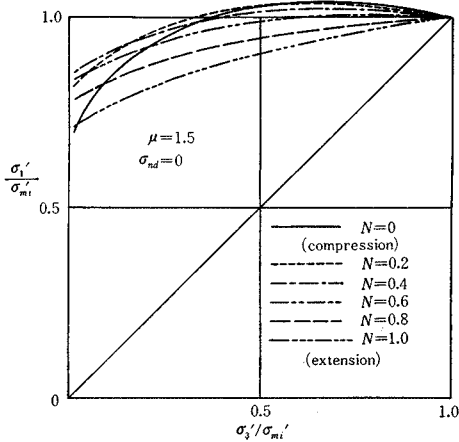


図-1 (b) 中間主応力比 N の影響 ($M=1.5$)

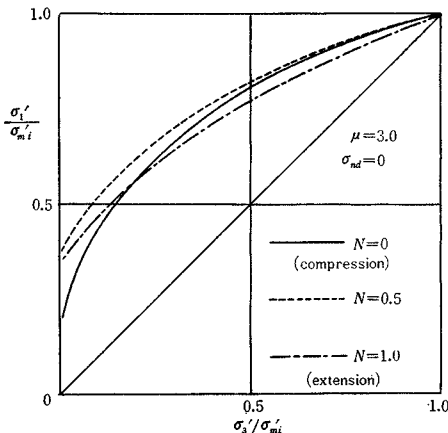


図-1 (c) 中間主応力比 N の影響 ($M=3.0$)

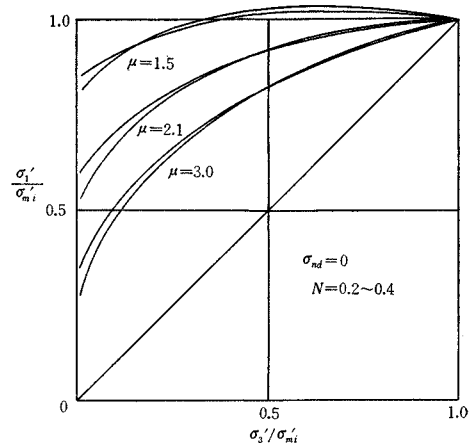


図-2 平面ひずみ状態の stress path

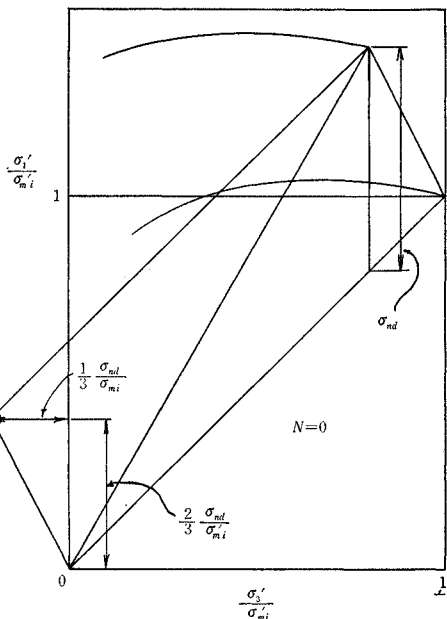


図-3 $\sigma_{nd} > 0$ の場合の stress path

いと考えられ、平均的な N で与えられる stress path で近似しても大きな誤りはないであろう。

(2) $\sigma_{nd} > 0$ の場合

$(\sigma'_1 - \sigma'_3) \geq \sigma_{nd} > 0$ の場合の stress path は式 (22), (24), (29) よりわかるように、図-1 (a), (b), (c) で与えられる stress path を図-3 のように σ'_1, σ'_3 軸に関して平行移動させることによって得られる。式 (29) 中の k は特異点 $(-(1+N)\sigma_{nd}/3\sigma'_{mi}, (2-N)\sigma_{nd}/3\sigma'_{mi})$ を通る直線の傾きの逆数を示す。等方圧密された粘土は圧密完了時には何らのせん断応力も受けていない。このような粘土を非排水せん断すると、 $(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ がある値、すなわち σ_{nd} を越えるまではダイレイタンスをおこそうとしないため間げき水圧が発生せず、 σ'_{m1} は σ'_{mi} から変化しない。このような場合の σ_{nd} を非排水状態における non-dilatant 範囲という意味で σ_{ndu} (non-dilatant, undrained) と書くことにする。これに対して、異方圧密された粘土は圧密完了時においてすでにいくらかの $(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ を受けており、この主応力差はその後の非排水せん断中の間げき水圧の発生に寄与しない。この圧密完了時の主応力差は非排水せん断中にダイレイタンスを生ぜしめないという意味で σ_{nda} (non-dilatant, drained) と書くことにする。すなわち non-dilatant 範囲は完全に圧密された時点で粘土がうけている主応力差 σ_{nda} とその後の非排水せん断においてすでにうけている主応力差 σ_{nda} に加えてさらに σ_{ndu} だけ増加された主応力差をうけたときに、はじめて間げき水

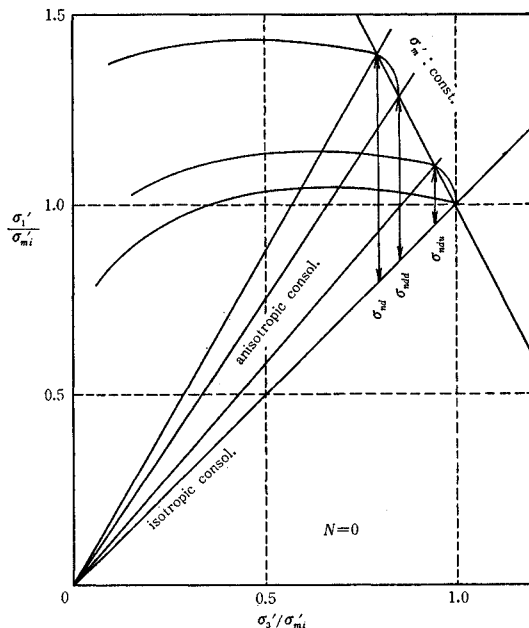


図-4 $\sigma_{nd} \geq 0$ の場合の近似的 stress path

圧が発生するという限界の値 σ_{ndu} との和として与えられる。したがって一般に $\sigma_{nd} > 0$ の場合には、

$$\sigma_{nd} = \sigma_{nda} + \sigma_{ndu} \dots\dots\dots (32)$$

が成り立ち、等方圧密後のせん断の場合には $\sigma_{nda} = 0, \sigma_{ndu} \geq 0$ 、異方圧密後のせん断の場合には $\sigma_{nda} > 0, \sigma_{ndu} \geq 0$ である。このような場合の stress path の理論曲線は図-4 のように与えることにする。理論曲線はせん断開始後 $(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ が σ_{nd} を越えるまでは σ'_{m1} : 一定線であり、その後は式 (29) によって与えられる曲線である。しかし、実際の stress path はこのように極端な形をせず、なめらかにうつりかわっていく。異方圧密された粘土に対する上のような考察は、今後より豊富なデータをもって再検討すべきであると思われるが、現在の段階では十分な近似度を持つものと考えられる。

(3) 相似性

K 値を一定に保ちながら異なった σ'_{mi} まで異方圧密された粘土においては、 $\sigma_{nda}/\sigma'_{mi}$ が一定となる。また柴田²⁾によれば $\sigma_{ndu}/\sigma'_{mi}$ が一定であるから、一般に σ_{nd}/σ'_{mi} が一定であるといえる。このような場合、式 (29) によって与えられる stress path は N が同じであれば、すべて $\sigma'_1 \sim \sigma'_3$ 図の原点を通るある直線上から出発する。この直線は図-5 における OII' で示され、 σ_{nd}/σ'_{mi} が大きいほどその傾きは大きい。I, I' を出発する stress path の特異点は図-3 において ● 点で示されているが、図-5 においてはそれぞれ S, S' で示されている。式 (29) における k 値は S, S' を通る直線

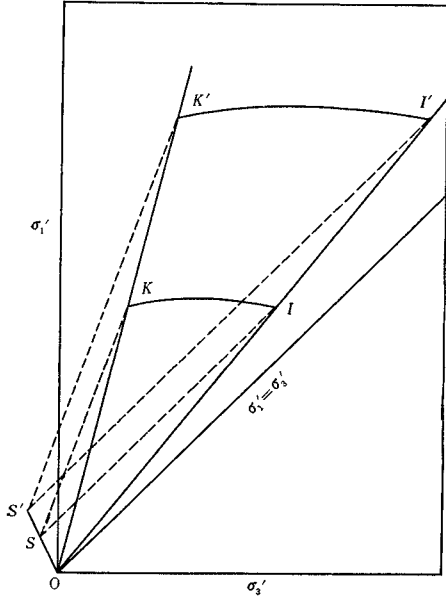


図-5 stress path の相似性

の傾きの逆数であるから、 μ が同一であれば任意の k 値に対応する stress path 上の点は K, K' で示される。 k 値は $SK, S'K'$ の傾きの逆数であるから K, K' が同一の k 値に対応するものであれば $SK//S'K'$ である。したがって $OI/OI' = OS/OS' = OK/OK'$ となり、 $OIK, OI'K'$ なる 2 つの図形は相似である。このことから、 σ_{nd}/σ_{mi}' , μ, N が同一の値であれば、それらの stress path は相似であり、対応する点を結ぶ直線は $\sigma'_1 \sim \sigma'_3$ 図の原点を通るということが出来る。しかし、つぎに述べる実験結果からもわかるように一般に高い圧密圧力で圧密された粘土の μ 値は低い圧密圧力で圧密された粘土にくらべて大きい傾向がうかがわれる。 μ 値が大きいということは圧縮性が小さいかまたはダイレイタンスーが著しいことを意味し、これらの性質が粘土の骨組構造に強く依存することは容易に推定される。高い圧密圧力を受けた粘土の骨組構造の方がこのような性質が顕著であると考えerことは自然であり、また上述の傾向と一致する。

(4) 実験による検証

以上のように理論的に与えられる stress path が実験による現実の stress path とどの程度適合するかを調べるために、一面せん断試験機(試料径 6 cm)による正規圧密粘土の等体積せん断試験を行なった。使用した試料は 2 種類で互いに類似しており、ともにシルトに近い粘土である。その物理試験結果は表-1 にあげた。P.I. の小さな粘土は力学特性の時間依存性が小さく、P.I. の大きな粘土にくらべて比較的はいせん断はやさで実験

表-1 一面せん断試験に用いた試料

試料	L.L.	P.L.	P.I.
1	51.5%	31.2%	20.3%
2	51.5%	31.8%	19.7%

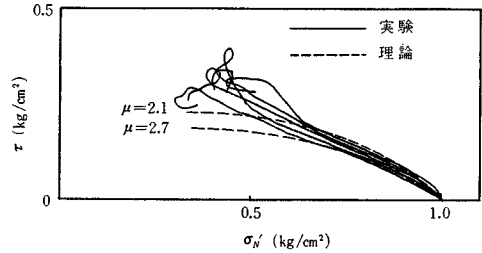


図-6 一面せん断試験機による等体積試験(試料 1)

を行なうことができる。

試料 1 を用いた実験では、試料を L.L. 付近の含水比で調整後せん断箱で圧密した。せん断中は自由に吸排水できる状態のまま、垂直荷重を増減させることによって試料を等体積に保った。側面摩擦のために試料の周辺部の体積変化が拘束されるが、ごく小さい体積変化しか許さないように垂直荷重を増減させるため側面のごく近傍以外は自由に体積変化を起こそうとすることができる。したがって一面せん断試験機による等体積せん断試験はかなりの精度を期待することができると考えてよい。手動式のせん断試験機ではせん断はやさを小さい値で一定に保つことが困難であるため、1 mm/min のはやさでせん断し、0.25 mm ごとにせん断を中止、垂直荷重の増減量がおちつくまで待った。このため段階荷重のような形のせん断試験になったが、せん断がある程度進行した後は垂直荷重の変化量も小さいため連続的にせん断した。その結果得られた stress path が図-6 に示されている。図中の理論線は式(30)で $N=0$ として与えられる stress path 上の各点で示される応力状態を、その時点で φ' がもっとも mobilize されている面上での τ, σ に変換して得られる stress path である。このようにして変換された stress path が一面せん断によって得られる $\tau \sim \sigma_N'$ 図上の stress path と比較しうるものであるかどうかは問題があるが、一応実験データは理論曲線と同様の傾向を持つことがわかる。実験による stress path が破壊点付近で乱れて、強度が大きくてでているのは、圧密前の粘土ペーストの初期含水比に関係すると考えられる。Henkel and Sowa⁶⁾ は粘土ペーストの初期含水比が L.L. より低いとこのような乱れが生じ、初期含水比を L.L. にくらべてかなり高くとっておくと、このような乱れが生じないと述べている。また Bjerrum⁷⁾ による一面せん断試験機を用いた粘土の圧密非排水強度が圧密前の初期含水比に関係するという研究結果も、上の考えの妥当性を高めている。

試料2を用いた実験では、このような乱れを防ぐためきわめて高い初期含水比の粘土ペーストを大型土槽で、 0.5 kg/cm^2 程度に圧密したものを、せん断箱でさらに圧密した。この場合試料の異方性を少しでも取り除くために、大型土槽での最大主応力方向をせん断箱での圧密における最小主応力方向に一致させるように set した。せん断は電動式の一面せん断試験機を用い、水平変位 0.3 mm までは垂直荷重の減少量が大きい 0.05 mm/min のはやさで、またその後は 0.1 mm/min のはやさで行なった。この実験結果と、それに適合する理論曲線を示したのが図-7である。試料2は試料1ときわめて類似しているにもかかわらず、図-7の stress path には破壊点付近での乱れがみられない。一面せん断される試料は平面ひずみ状態に近いが、図-6、図-7の理論曲線は $N=0$ としたものであり、また一面せん断試験中の試料にかかる主応力の推定に関しても問題があるため、とくに μ の値そのものの信頼性は保証できないが、少なくともこれらの stress path が $\sigma_{nd}=0$ とした理論曲線と一致した傾向を持つことは事実である。

さて、図-8は Henkel and Sowa⁹⁾ によって得られた三軸せん断試験による正規圧密粘土の stress path で

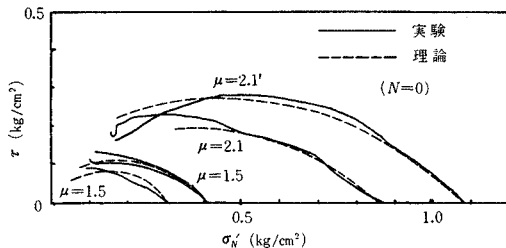


図-7 一面せん断試験機による等体積試験 (試料 2)

表-2 Weald Clay の物理試験結果

報告者	L.L.	P.L.	P.I.
Henkel and Sowa	46%	22%	24%
Henkel	43%	18%	25%

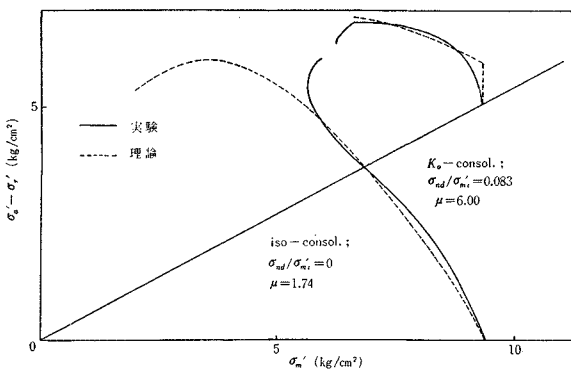


図-8 Henkel and Sowa による Weald Clay のせん断

ある。用いられた試料は表-2のような物理試験結果をもつ Weald Clay で、ひずみ速度はほぼ $0.1\%/\text{hour}$ でせん断時間は通常約1週間である。図-8の等方圧密された粘土の stress path は $\sigma_{nd}=0$ とした場合の理論曲線ときわめてよく一致している。なお彼らによれば、破壊点付近の stress path の乱れは前に述べた理由によるものである。 K_c 圧密された粘土の stress path に適合する μ の値は等方圧密された粘土のそれより大きい、このことから μ の値が粘土の骨組構造に関係するものであることが予想される。まゝに P.I. の大きな粘土の μ 値が小さい傾向があるであろうと述べたが、このことは粘土粒子の配列が綿毛構造とよばれるものに近く、せん断に対して不安定であるほど μ 値が小さいことを意味する。 K_c 圧密された粘土は等方圧密された粘土にくらべて水平に配列された土粒子の割合が大きいため^{9),10)}せん断に対して安定であり、したがって μ 値が大きい。このような考察は今後より豊富なデータをもって再検討する必要があるが、図-8の実験結果は以上の解釈と矛盾しない。

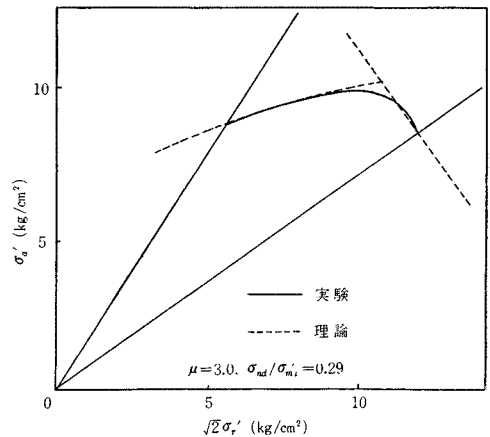


図-9 Henkel による Weald Clay のせん断

図-9は Henkel¹¹⁾ によって得られた正規圧密された Weald Clay の三軸圧縮試験の結果である。せん断時間は $5\sim7$ 時間程度である。この Weald Clay の物理試験結果は表-2のとおりで前記の Weald Clay とほぼ同じである。このことから十分遅いひずみ速度でせん断した場合には σ_{nd} が 0 に近づくことが予想される。柴田²⁾が σ_m' を一定に保った状態で排水せん断したデータによれば、式(2)における σ_{nd} は 0 となっている。この実験は段階荷重を加えて行なわれ、各荷重段階において $V_d/V_0 \sim \log t$ 図上で排水量の変化が完全におちつくの待ってつぎの荷重段階にすすんでいる。したがってせん断時間は約2ヵ月におよんだ。このことから、加えら

れたせん断変形に対して、粘土の骨組構造が安定を得るように再配列するのに十分な時間を与えてせん断する場合には、 $\sigma_{nd}=0$ になることが予想される。図-8、図-9を比較することにより、 σ_{ndu} が大きいと μ 値も大きくなる可能性がうかがわれるが、これはせん断はやさがはやく、 $(\sigma_1' - \sigma_3')$ が σ_{ndu} を越えるまでは、土粒子の再配列に要する時間的余裕がなく、ダイレイタンスをおこすことができなかつたために、 σ_{ndu} を越えると急激に間げき水圧を発生するものと解釈できる。

(5) 中間主応力の影響

中間主応力が存在する場合や、平面ひずみ状態でせん断される場合の stress path に関する議論は前述のとおりであるが、これらの議論はせん断過程中、中間主応力比 N が一定値を保つことを前提としている。このような前提条件のもとでは中間主応力が stress path におよぼす影響を一般的にとりあつかうことができない。このためここでは式(8)に戻って中間主応力に関する考察を進めたい。式(8)において、

$$\tau_{oct} - \tau_{nd} = \tau \geq 0 \dots\dots\dots(33)$$

と置き換えると、

$$\left(\frac{1}{\mu_1} - \frac{\tau}{\sigma_m'}\right) d\sigma_m' + d\tau = 0 \dots\dots\dots(34)$$

が得られる。式(34)の特異点は $\sigma_m' = 0, \tau = 0$ ($\tau_{oct} = \tau_{nd}$) である。これを $\sigma_m' = \sigma_{mi}'$ なる初期条件のもとで $\tau = 0$ となることを用いて解くと、

$$\tau = -\frac{\sigma_m'}{\mu_1} \ln \frac{\sigma_m'}{\sigma_{mi}'} \dots\dots\dots(35)$$

となる。これを無次元化すると、

$$\frac{\tau}{\sigma_{mi}'} = -\frac{1}{\mu_1} \ln \frac{\sigma_m'}{\sigma_{mi}'} \dots\dots\dots(36)$$

の形で τ と σ_m' との関係が与えられる。式(36)は中間主応力比 N に関する何らの仮定も設けることなく導びかれる。したがって N の値いかにかわからず、ある一定の μ_1 ($=\mu/\sqrt{2}$) に対しては $(\tau_{oct} - \tau_{nd})/\sigma_{mi}'$ と σ_m'/σ_{mi}' との関係が一義的に決まる。式(36)の関係を用いた μ_1 値に対してプロットしたのが図-10である。図-10が8面体面上の stress path であるのに対し、図-1(b), (c) は中間主応力面への stress path の投影を示す。従来から中間主応力が存在する場合にはすべり面は中間主応力面に直交することが指摘されている¹²⁾が、粘土がモール・クーロン系の破壊応力条件式のようにすべり面上の応力だけによってその破壊を規定することが妥当であるか否かに関する研究を進めなければ、中間主応力、とくに平面ひずみ条件が粘土の強度におよぼす影響を議論することができないと思われる。

図-11(a), (b) は軽部・原田⁵⁾によって得られた平面ひずみ条件が8面体面、および45°面上の stress path におよぼす影響を示す実験結果と理論曲線との比較である。用いられた粘土の物理試験結果と圧密・せん断条件は表-3のとおりで、ひずみ速度は0.024%/minである。平面ひずみ状態でせん断された粘土の μ 値が軸対称圧縮されたものより小さいことは注目されるが、実験値と理論曲線はきわめてよく一致しており、これからも

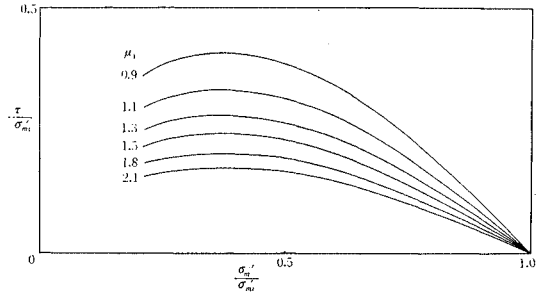


図-10 8面体面上での理論曲線

表-3 軽部・原田の用いた試料と実験条件

L.L.=64.4% P.L.=27.4% P.I.=37.0%		
記号	圧密条件	せん断条件
○	等方圧密	$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$
●	等方圧密	平面ひずみ
⊙	等方圧密	$\epsilon_1 = 3.5\%$ まで $N=0.4$

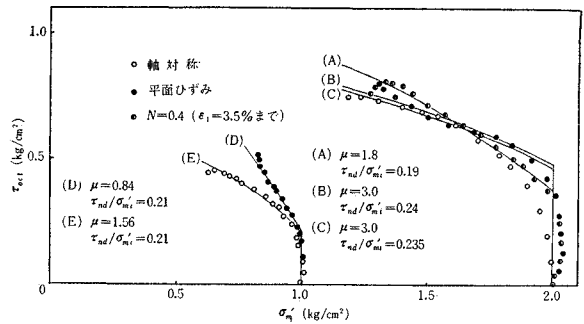


図-11(a) 8面体面上での stress path (軽部・原田による)

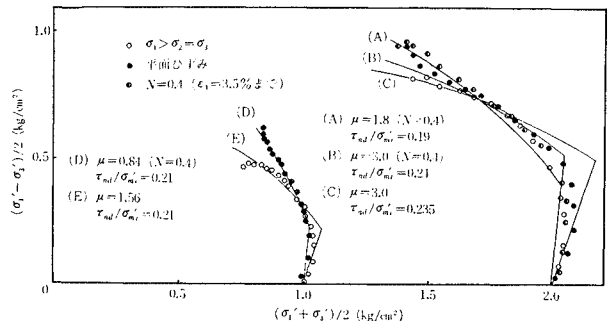


図-11(b) 45°面上の stress path (軽部・原田による)

筆者らの stress path に関する理論の妥当性を検証することができる。

5. む す び

以上、非排水条件のもとで正規圧密粘土に加えらるせん断応力を増加させた場合に得られる stress path を与える式を導き、それによって多くの実験的事実を説明できることを示した。従来から粘土の強度に関する研究は多くの人々によって行なわれてきたが、(i) 破壊の規定、(ii) 温度・時間の影響、(iii) 応力とひずみの関係の3つの問題点を統一的に考慮することが困難であった。筆者らは今後本研究をさらに発展させることによって、これらの問題を統一的にとりあつかうことができるようになればと考えている。

終りにあたり、多くの助言をいただいた京都大学柴田徹教授、同松尾稔助教授に心からの謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 畠 昭治郎・太田秀樹：“粘土の非排水せん断時の間げき水圧に関する一考察”，土木学会論文集，No. 155, (1968)
- 2) 柴田 徹：“粘土のダイラタンシーについて”，京都大学防災研究所年報 6号，(1963)
- 3) 軽部大蔵・栗原則夫：“練り返し粘土のダイラタンシーとせん断強度について”，土木学会論文集，No. 135, (1966)
- 4) R.M. Hythornthwaite：“Mechanics of the Triaxial Test for Soil”，Proc. of ASCE, SM 5, (1960)
- 5) 軽部大蔵・原田征四郎：“練り返し粘土の平面変形条件について”，土木学会論文集，No. 147, (1967)
- 6) D.J. Henkel, V.A. Sowa：“The Influence of Stress History on Stress Paths in Undrained Triaxial Tests on Clay”，Laboratory Shear Testing of Soils, ASTM Special Technical Publication No. 361, (1963)
- 7) L. Bjerrum：“Fundamental Considerations on the Shear Strength of Soil”，Géotechnique, Vol. 2, (1950)
- 8) 松尾 稔・寺村昌忠・稲田直治：“砂柱を打設した粘土地盤の支持力に関する研究”，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，(1967)
- 9) T.W. Lambe：“The Engineering Behavior of Compacted Clay”，Proc. of ASCE, (1958)
- 10) J.K. Mitchell：“The Fabric of Natural Clays and its Relation to Engineering Properties, Proc. 35th annual meeting, H.R.B, (1956)
- 11) D.J. Henkel：“The Relationships between Effective Stresses and Water Content in Saturated Clays”，Géotechnique, Vol. 10, (1960)
- 12) R.F. Scott：“Principles of Soil Mechanics”，Addison-Wesley Publishing Company, p. 310～p. 316, (1963)
(1968.7.29・受付)